revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Área do Triângulo: uma abordagem de ensino através da Resolução de Problemas

DOI: https://doi.org/10.33871/rpem.2025.14.34.9916

Caroline Friedel [1]
André Vanderlinde da Silva [2]

Resumo: Este artigo apresenta os resultados de parte de uma pesquisa de mestrado cujo objetivo é investigar as contribuições da implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino do conceito de área do triângulo, com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa, de natureza qualitativa e com abordagem de investigação-ação, coletou dados por meio de observação participante, análise das resoluções dos estudantes, anotações da pesquisadora e transcrições das interações dos estudantes entre si e com a pesquisadora. A análise dos dados, de caráter descritivo, visa identificar e interpretar padrões e temas emergentes da prática pedagógica. Durante a pesquisa, os estudantes trabalharam na resolução de um problema que envolve a formulação de estratégias para o cálculo da área do triângulo. Os resultados indicam que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas promove um entendimento mais profundo e crítico dos conceitos envolvidos, tornando os estudantes protagonistas de sua aprendizagem. Conclui-se que a implementação da Metodologia favorece a construção do conceito de área do triângulo e promove a valorização dos conhecimentos prévios. Apesar dos avanços, observou-se dificuldade na generalização de fórmulas, indicando a importância de um trabalho contínuo.
Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ensino de Geometria. Resolução de Problemas.

Triangle area: a teaching approach through Problem Solving

Abstract: This article presents the results of part of a master's degree research whose objective was to investigate the contributions of the implementation of the Teaching-Learning-Evaluation Methodology of Mathematics through Problem Solving in teaching the concept of triangle area, with students in the 8th grade of Elementary School. The research, qualitative adopts an action-research approach, collected data through participant observation, analysis of student resolutions, notes from the researcher and transcriptions of interactions between students among themselves and with the researcher. Data analysis, of a descriptive nature, aims to identify and interpret patterns and themes emerging from pedagogical practice. During the research, students worked on solving a problem that involves formulating strategies for calculating the area of a triangle. The results indicate that the Teaching-Learning-Assessment Methodology for Mathematics through Problem Solving promotes a deeper and more critical understanding of the concepts involved, making students protagonists of their learning. It is concluded that the implementation of the Methodology favors the construction of the concept of the area of a triangle and promotes the appreciation of prior knowledge. Despite the advances, difficulty was observed in generalizing formulas, indicating the importance of continuous work.
Keywords: Teaching Mathematics. Teaching Geometry. Problem Solving.

[1]Mestra em Matemática, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). E-mail: carolinefriedel@hotmail.com - ORCID: https https://orcid.org/0009-0002-4688-6831

[2]Doutor em Matemática, Universidade de São Paulo (USP), Docente do Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). E-mail: andre.vanderlinde@ufsc.br - ORCID: https://orcid.org/0009-0004-7925-0201

1 Introdução

A Resolução de Problemas tem se mostrado uma abordagem privilegiada para o ensino da Matemática, pois contribui para o desenvolvimento integral dos estudantes, incentiva o raciocínio lógico e crítico e promove a investigação, colocando os estudantes como protagonistas de sua própria aprendizagem (Brasil, 2018). Além disso, essa concepção permite aos estudantes explorar, conjecturar, justificar e generalizar conceitos matemáticos, desenvolvendo habilidades críticas e reflexivas essenciais para a formação do estudante (Van de Walle, 2009).

A introdução da Resolução de Problemas[3] no contexto escolar tem sido reforçada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o atual documento norteador da Educação Básica no Brasil. A BNCC indica que o Ensino Fundamental deve priorizar o desenvolvimento do letramento matemático entre os estudantes de modo a favorecer a resolução e formulação de problemas (Brasil, 2018). Além disso, o documento aponta a resolução de problemas como uma das principais habilidades a serem desenvolvidas ao longo da Educação Básica, evidenciado pelo aumento progressivo das habilidades relacionadas, "Do 1º aos 9º anos há uma quantidade crescente de habilidades enunciadas nas quais a resolução de problemas se faz presente – desde o 1º ano, com uma habilidade, culminando com 10 delas no 7º ano" (Possamai; Allevato 2022, p. 3).

Neste contexto, o presente artigo busca investigar as contribuições da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas[4] no ensino do conceito de área do triângulo. A relevância desta pesquisa está na sua potencial contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ao implementar a Resolução de Problemas nas práticas pedagógicas. O problema central que norteia esta pesquisa é: quais são as contribuições da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no ensino do conceito de área do triângulo? A pesquisa busca compreender como essa concepção pode melhorar a compreensão dos estudantes sobre o conceito de área do triângulo promovendo uma aprendizagem profunda dos conceitos envolvidos.

---

[3]Ao longo do texto, utilizou-se a expressão resolução de problemas (com iniciais minúsculas) para referir-se ao ato específico de buscar a solução para um problema, enquanto a expressão Resolução de Problemas (com iniciais maiúsculas) será usada para designar uma prática educativa orientada pela resolução de problemas, um campo de estudo, investigação ou um tema.

[4]Ao longo do texto, utilizou-se a palavra Metodologia (com inicial maiúscula) para referir-se à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Este artigo é resultado de parte de uma pesquisa de dissertação, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática, em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), campus Blumenau. A pesquisa[5] foi realizada no segundo semestre de 2023, no município de Rio do Sul, Santa Catarina, em uma turma de 8º ano de uma escola da rede pública estadual.

Para melhor entendimento desta investigação, na sequência apresenta-se uma discussão teórica sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e sobre o ensino do conceito de área de triângulos. Em seguida, descreve-se o percurso metodológico da pesquisa, seguido pela análise das atividades realizadas pelos estudantes e pelos resultados obtidos.

2 Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Ensinar Matemática por meio da Resolução de Problemas é uma abordagem promissora, e indica-se que "[...] tarefas ou atividades baseadas em resolução de problemas são o veículo pelo qual se pode desenvolver o currículo desejado. A aprendizagem é um resultado do processo de Resolução de Problemas" (Van de Walle, 2009, p. 58). Para que a resolução de problemas tenha impacto na aprendizagem dos estudantes, é fundamental que ela seja integrada no currículo de Matemática, "[...] a resolução de problemas deve ser ensinada como uma parte integrante da aprendizagem matemática, exigindo um compromisso significativo no currículo em cada nível de escolaridade e em cada tópico matemático" (Cai; Lester, 2012, p. 11).

Nesse sentido, para implementar efetivamente a Resolução de Problemas no ensino de Matemática, é essencial compreender o conceito de problema. Para compreender ou caracterizar um problema, é essencial diferenciá-lo de um exercício. Onuchic e Allevato (2011, p. 81) definem um problema como "[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer". Resolver um problema envolve a busca por uma estratégia de resolução, exigindo que o estudante utilize seus conhecimentos prévios e desenvolva habilidades de pensamento crítico e criativo. Por outro lado, os exercícios, têm a finalidade de praticar técnicas e procedimentos já conhecidos. Em um exercício,

> [...] independentemente de sua natureza, o que se observa é o uso de rotinas automatizadas como consequência de uma prática continuada. Ou seja, as

[5] A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética através da Plataforma Brasil pelo parecer número 6.291.843, em 11 de setembro de 2023.

> situações ou tarefas com que o indivíduo se depara já são dele conhecidas, não exigindo nenhum conhecimento ou habilidade nova, podendo, por isso mesmo, ser superadas por meios ou caminhos habituais (Peduzzi, 1997, p. 230).

Isso não significa que exercícios não sejam necessários. Em alguns momentos, exercícios são importantes para consolidar o aprendizado, no entanto, estes não proporcionam o mesmo nível de desafio e desenvolvimento crítico que a resolução de problemas oferece.

A Resolução de Problemas passou a ter espaço no contexto educacional a partir da publicação do livro *How to Solve It*, escrito por George Polya. Publicado originalmente em 1945, esse livro foi traduzido para o português como *A Arte de Resolver Problemas* em 1978. Em meados da década de 1960, com o Movimento da Matemática Moderna, a inserção da Resolução de Problemas no currículo perdeu força. Isso ocorreu porque o próprio movimento, adotado por diversos países, inclusive o Brasil, não trouxe avanços significativos no ensino e na aprendizagem da Matemática, uma vez que seu excesso de formalismo e abstração acabou por afastar os conteúdos da realidade dos estudantes (Morais; Onuchic, 2021). Foi apenas por volta de 1980 que a ideia de trabalhar com a Resolução de Problemas foi revitalizada. Diversas publicações do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) defenderam a importância da Resolução de Problemas no currículo de ensino da Matemática, restabelecendo sua relevância e integrando-a novamente como uma prática central no ensino da Matemática (Allevato; Onuchic, 2021).

No contexto da Resolução de Problemas, Schroeder e Lester (1989) identificaram três concepções de ensino associadas a essa abordagem: (1) ensino sobre a resolução de problemas; (2) ensino para a resolução de problemas; e (3) ensino via (através da) resolução de problemas.

O ensino sobre a resolução de problemas tem como objetivo tratar a própria resolução de problemas como um conteúdo a ser ensinado, orientando os professores sobre como conduzir os estudantes nesse processo. Essa abordagem se apoia nas ideias de George Polya, que propõe etapas para a resolução de qualquer problema (Allevato, 2014).

O ensino para a resolução de problemas ocorre quando o professor apresenta inicialmente os conceitos teóricos de um conteúdo matemático, para, em seguida, propor problemas como forma de aplicação desses conhecimentos (Allevato; Onuchic, 2021).

No ensino via (através da) resolução de problemas, "[...] o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos, os alunos sendo co-construtores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo" (Onuchic; Allevato, 2011, p. 80). Nesta concepção, os estudantes assumem o papel de protagonistas de sua própria aprendizagem, participando ativamente da construção do conhecimento.

Neste estudo, será explorado especificamente a concepção de ensino via (através da) Resolução de Problemas. Em particular, será abordada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas[6]. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, proposta por Allevato e Onuchic, busca integrar os três componentes: ensino, aprendizagem e avaliação. De acordo com Allevato e Onuchic, a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de "[...] expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador" (Allevato; Onuchic, 2021, p. 47).

Nessa Metodologia, o problema assume o papel de ponto de partida para a construção do conhecimento matemático. Ao se envolverem na resolução dos problemas, os estudantes são instigados a mobilizar conhecimentos prévios, estabelecer conexões entre diferentes conceitos e conteúdos matemáticos, além de construir novos conhecimentos a partir das discussões e reflexões em sala de aula (Onuchic; Allevato, 2011). Nesse processo, o problema inicial é um "[...] problema gerador, pois visa a construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento" (Allevato; Onuchic, 2021, p.49). O problema é proposto justamente para provocar situações que exigem dos estudantes a formulação de estratégias e a busca de soluções. Isso significa que, no momento em que o problema gerador é apresentado, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para sua resolução ainda não foi formalmente trabalhado em sala de aula. Dessa forma, são as demandas surgidas na tentativa de resolver o problema que conduzem à construção coletiva dos conceitos, procedimentos e significados matemáticos, favorecendo o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

Adotar essa Metodologia requer uma transformação significativa na dinâmica da sala de aula. O professor deixa de ser o transmissor central do conhecimento e passa a ter o papel de propor problemas intencionalmente pensados para provocar reflexões e construir conceitos matemáticos (Onuchic; Allevato, 2011).

Van de Walle (2009) reforça que os problemas precisam estar alinhados à realidade dos alunos, partindo de seus conhecimentos prévios, mas, ao mesmo tempo, oferecendo desafios significativos. Segundo o autor,

> O problema deve começar onde os alunos estão. O projeto ou seleção de

[6]Essa metodologia é amplamente empregada pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), da Universidade Estadual Paulista, em Rio Claro/SP. O grupo é coordenado pela professora doutora Lourdes de La Rosa Onuchic, que é precursora desta área de pesquisa no Brasil.

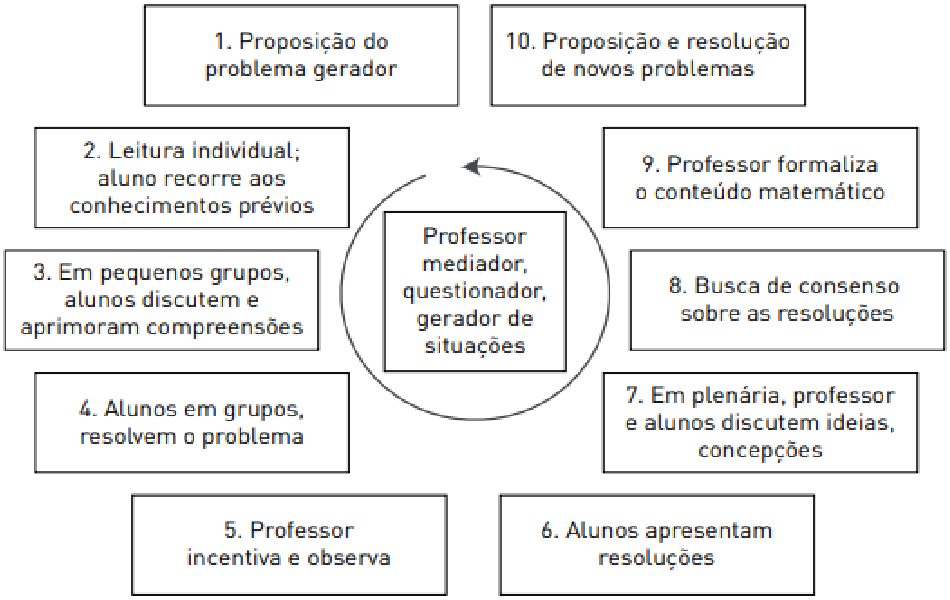
> tarefas deve levar em consideração a compreensão atual dos estudantes. Eles devem ter as ideias apropriadas para se envolver e resolver o problema e, ainda assim, considerá-lo desafiante e interessante. Os estudantes devem considerar a tarefa algo que faça sentido (Van de Walle, 2009, p. 57).

Além disso, Van de Walle (2009) defende que os estudantes sejam incentivados a selecionar materiais e recursos que auxiliem na resolução, promovendo maior autonomia e colaboração. A interação no grupo permite que os estudantes compartilhem ideias, avaliem estratégias, argumentem e validem soluções: “[...] o foco está nos estudantes ativamente compreenderem as coisas, testarem ideias e fazerem conjecturas, desenvolverem raciocínios e apresentarem explicações” (Van de Walle, 2009, p. 33).

Por fim, é importante reconhecer que formar bons solucionadores de problemas não é um processo imediato. Como apontam Cai e Lester “[...] os alunos não conseguem se tornar bons solucionadores de problemas da noite para o dia. Ajudar os estudantes a se tornarem eficientes solucionadores de problemas deve ser um objetivo instrucional a ser atingido a longo prazo” (Cai; Lester, 2012, p. 11).

Com o intuito de contribuir para a efetiva implementação desta Metodologia em sala de aula, Allevato e Onuchic (2021) elaboraram um roteiro composto por dez etapas, que orienta as ações do professor. A Figura 1 ilustra este roteiro.

Figura 1: Etapas da Metodologia



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

Na sequência, serão detalhadas as etapas apresentadas na Figura 1 de acordo com os apontamentos de Allevato e Onuchic (2021).

(1) A *Proposição do problema gerador* envolve a tarefa do professor de buscar o problema que será utilizado para introduzir um novo conceito ou conteúdo matemático. Este problema é chamado de problema gerador, e pode ser sugerido pelos estudantes, criado pelo professor ou retirado de outras fontes;

(2) Na *Leitura individual;* o estudante realiza uma leitura individual do problema proposto pelo professor, utilizando seus conhecimentos prévios. Neste momento o estudante deve refletir sobre o problema e se desafiar a aplicar seus conhecimentos prévios na busca de uma solução;

(3*) Em pequenos grupos*, os estudantes discutem e compartilham suas ideias e dúvidas iniciais;

(4) *Alunos em grupo a* partir de seus conhecimentos prévios, trabalham na busca por resoluções para o problema proposto;

(5*) Professor incentiva e observa*, como mediador, as interações e avanços dos estudantes, oferecendo suporte conforme necessário;

(6) *Alunos* registram as resoluções na lousa permitindo a visualização e discussão coletiva dos diferentes métodos e resultados;

(7) *Em plenária*, os estudantes têm a oportunidade de defender e justificar suas resoluções para a turma e discuti-la com o professor;

(8) *Busca do consenso sobre as resoluções*, a turma e o professor trabalham em conjunto e chegam a um consenso sobre a resolução mais adequada ao problema;

(9) *Professor formaliza o conteúdo matemático*, apresentando os conceitos matemáticos de forma clara e precisa;

(10) *Proposição e resolução de novos problemas*, propostos pelos estudantes ou pelo professor, permite avaliar a aprendizagem e expandir o conhecimento dos estudantes.

Entretanto, é importante ressaltar que essas etapas podem ser adaptadas. Onuchic e Allevato (2019) afirmam que não existe um formato rígido para a implementação dessa Metodologia, possibilitando que as etapas sejam ajustadas conforme a necessidade. Essa flexibilidade permite ao professor considerar as características da turma, os conhecimentos prévios dos estudantes e até mesmo o tempo disponível, tornando o processo mais dinâmico, acessível e alinhado às demandas do contexto escolar.

As pesquisas evidenciam que a Resolução de Problemas pode enriquecer a aprendizagem dos estudantes, otimizar os processos de ensino e aprimorar as práticas pedagógicas dos professores de Matemática (Allevato, 2014). A implementação desta concepção proporciona um caminho promissor para transformar o ambiente educacional, oferecendo uma experiência de ensino menos tradicional.

3 O ensino do conceito de área do triângulo

O cálculo da área de um triângulo pode ser simplificado ao relacioná-lo à metade da área de um paralelogramo, desde que ambos compartilhem a mesma medida de base e de altura. Essa relação é fundamental para entender como os conceitos geométricos se inter-relacionam e facilitam a compreensão do conceito de área de polígonos. Van de Walle (2009) ressalta que estabelecer conexões entre diferentes polígonos é essencial para o ensino. O autor argumenta que compreender essas relações não apenas enriquece o conhecimento dos estudantes, mas também facilita a internalização dos conceitos de área, promovendo o desenvolvimento de habilidades de comparação e generalização. A seguir, serão apresentadas as relações referentes ao paralelogramo e ao triângulo destacadas pelo autor.

> **Paralelogramos:** são realmente apenas retângulos que foram modificados para tornar seus lados inclinados. A área para ambos polígonos é $B \cdot h$ ou comprimento da base·altura.
> **Triângulos:** se mostram sendo simplesmente a metade de um paralelogramo com a mesma base e altura. A área de um triângulo é $\frac{1}{2} \cdot (B \cdot h)$. (Van de Walle, 2009, p. 434).

Compreender as conexões entre diferentes polígonos permite aos estudantes ir além da mera memorização de fórmulas. A BNCC orienta que o ensino de áreas não deve limitar-se ao uso de fórmulas, mas na compreensão e aplicação prática dos conceitos (Brasil, 2018). Van de Walle (2009) reforça essa perspectiva enfatizando a importância de promover um entendimento das inter-relações entre as fórmulas, o que é fundamental para o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo. Nesse contexto, Vieira e Allevato (2021) destacam que tarefas de Resolução de Problemas criam um ambiente ideal para desenvolver habilidades de pensamento de ordem superior[7], por meio da conversão entre registros escritos e visuais, elaboração de justificativas e argumentações, além de estimular o pensamento crítico e criativo.

Nesse contexto, foi proposto um problema aos estudantes utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas para explorar o conceito

[7] O pensamento de ordem superior refere-se a "[...] habilidades cognitivas mais complexas, como o pensamento crítico, lógico, reflexivo, metacognitivo e criativo, desenvolvendo-se quando nos deparamos com situações desconhecidas, incertezas ou dilemas" (Vieira; Allevato, 2021, p. 5).

de área do triângulo. Os estudantes foram incentivados a investigar conexões entre polígonos e formular suas próprias estratégias para calcular áreas, aplicando conhecimentos prévios.

A BNCC indica que o ensino do conceito de área do triângulo deve contemplar algumas habilidades específicas que reforçam a abordagem de resolução de problemas:

> (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência. (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. (Brasil, 2018, p. 309).

Nesse sentido, foram exploradas as habilidades relacionadas ao conceito de área do triângulo, integrando a Resolução de Problemas para enriquecer a compreensão dos conceitos envolvidos.

4 Percurso metodológico

Este artigo analisou como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para o ensino do conceito de área do triângulo. A pesquisa foi realizada durante o segundo semestre de 2023, em uma turma do 8º Ano de uma escola da rede pública estadual, localizada em, Santa Catarina, composta por 22 estudantes.

A natureza desta pesquisa é qualitativa, alinhada com a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994), que enfatizam a importância de compreender fenômenos a partir da perspectiva dos participantes. Para isso, foram utilizados três métodos de coleta de dados: (1) Foram analisadas as documentações das resoluções realizadas pelos estudantes para identificar padrões e estratégias; (2) Diários de campo foram mantidos pela pesquisadora para registrar observações e reflexões contínuas sobre o processo; (3) Transcrições de áudios das interações entre os estudantes, e, dos estudantes com a pesquisadora, capturando as discussões e detalhes. Os dados coletados foram analisados de forma descritiva.

A pesquisa é do tipo investigação-ação, conforme descrito por Tripp (2005). Esse método integra a prática com a pesquisa para promover melhorias contínuas em contextos educacionais. Segundo Tripp (2005), o ciclo básico da investigação-ação é composto por quatro etapas ou fases distintas: (1) A fase de planejamento (planejar);(2). A fase de execução (agir); (3). A fase de monitorar o que acontece (descrever); (4). A fase de avaliação (avaliar).

Nesta pesquisa as quatro fases foram seguidas da seguinte forma: na fase (1) Planejar, identificou-se a situação a ser aprimorada e elaborou-se o problema a ser abordado, neste caso, referente ao conceito de área do triângulo. Na fase (2) Agir, implementaram-se as estratégias planejadas para abordar essa questão. A fase (3) Descrever, utilizou ferramentas de coleta e análise de dados para acompanhar o desenvolvimento da intervenção. Por fim, na fase (4) Avaliar, foram analisados os resultados para verificar se os objetivos foram alcançados.

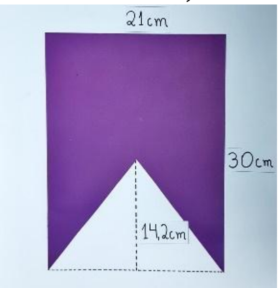
A pesquisa original, que foi tema de uma dissertação realizada no Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), campus Blumenau, explorou o conceito de área de diversos polígonos, como quadrado, retângulo e paralelogramo, antes de abordar o triângulo. É importante ressaltar que a pesquisa original propôs a construção gradual de conexões entre diferentes polígonos. No entanto, neste artigo, foi explorado especificamente o problema referente ao conceito de área do triângulo, tomando como referência as dez etapas que compõem a implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

5 Relato e análise de dados da pesquisa

Nesta seção, apresenta-se um relato detalhado sobre a implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no contexto do conceito da área do triângulo, seguido de uma análise dos resultados obtidos. Conforme preconiza a primeira etapa da Metodologia, inicialmente foi apresentado o problema gerador, que tem como função desencadear a construção de novos conceitos matemáticos (Allevato; Onuchic, 2021). O problema explorado está descrito no Quadro 1. Este desafiou os estudantes a calcular a área triangular das folhas de papel desperdiçadas, ao confeccionar bandeirinhas para decorar uma escola, utilizando folhas retangulares de 21 *cm* x 30 *cm*, das quais foram recortados triângulos com base de 21 *cm* e altura de 14,2 *cm*. Cada grupo recebeu uma bandeirinha com as dimensões específicas do problema.

revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Quadro 1: A área triangular em bandeirinhas

Para enfeitar a festa de uma escola, os alunos confeccionaram bandeirinhas a partir de folhas de papel, com formato retangular, de dimensões 21 cm x 30 cm. De cada folha retangular, foi recortado um triângulo com 14,2 cm de altura, como mostrado na figura abaixo.  Com base nas informações acima, responda: (a) Qual é a área das folhas de papel que foram utilizadas para confeccionar as bandeirinhas? (b) Qual é a área de papel desperdiçada para fazer cada bandeirinha? (c) Considerando a estratégia que você utilizou para determinar a área de papel descartada das bandeirinhas, é possível estabelecer uma forma de calcular a área de um triângulo qualquer? Explique.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Respeitando a segunda etapa da Metodologia, no início da atividade, os estudantes realizaram a leitura individual do problema, e foram incentivados a refletir, mobilizar seus conhecimentos prévios e pensar em possíveis estratégias de resolução. Essa abordagem serviu para que os estudantes pudessem interagir com o problema antes de discutirem em grupo. Este momento permite ao estudante "[...] a possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto" (Allevato; Onuchic, 2021, p.49).

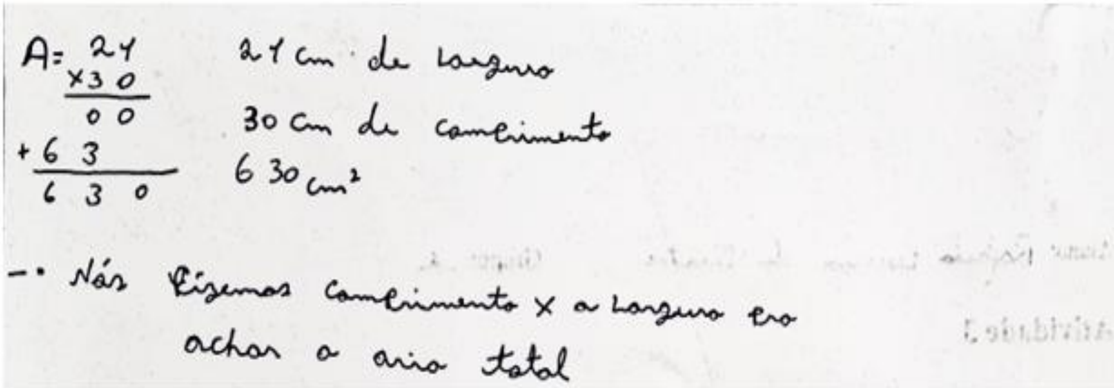
Dando sequência à terceira etapa da Metodologia, os estudantes foram organizados em pequenos grupos[8] para compartilhar suas ideias, discutir estratégias e colaborar na busca pela solução**.** Na quarta etapa, esses mesmos grupos aprofundaram a busca por soluções, utilizando seus conhecimentos prévios promovendo o trabalho colaborativo e a troca de ideias. Durante esse processo, a professora atuou como mediadora, observando as discussões e oferecendo suporte quando necessário para incentivar o progresso dos estudantes e aprofundar o entendimento, conforme previsto na quinta etapa da Metodologia.

Na sequência, serão detalhados os resultados referentes à resolução dos itens (a), (b) e (c) que compõem o problema proposto, analisando as estratégias e compreensões desenvolvidas pelos estudantes e as conexões com as etapas da Metodologia, especialmente à sexta, à sétima e à oitava etapas.

[8]A turma foi dividida em sete grupos para discutir e buscar resoluções para o problema proposto.

No que se refere ao item (a), apresentado no Quadro 1, que questionava a área das folhas de papel utilizadas para confeccionar as bandeirinhas, todos os grupos resolveram a questão com facilidade, uma vez que era necessário calcular a área de uma região retangular. Esse resultado indica que o cálculo da área de retângulos não representa um problema para os estudantes, refletindo seu domínio sobre o conceito[9]. A Figura 2 ilustra uma das resoluções apresentadas pelos grupos.

Figura 2: Resolução do Problema (a)



Fonte: Acervo da pesquisa.

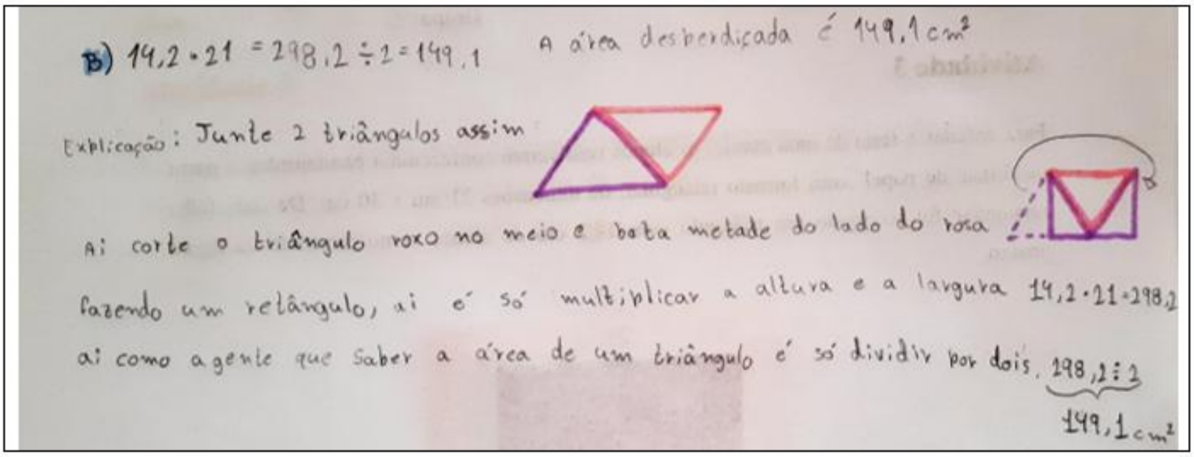
À medida que os estudantes avançavam para o item (b), que exigia a determinação da área de papel desperdiçada para cada bandeirinha e, consequentemente, o cálculo da área de uma região triangular, surgiram dificuldades notáveis durante o processo de resolução. Em particular, os estudantes enfrentaram desafios na compreensão das conexões entre os diferentes polígonos envolvidos. Este item revelou-se mais complexo, exigindo uma análise mais profunda das relações geométricas.

Três grupos inicialmente adotaram uma estratégia semelhante para resolver o problema. Estes grupos duplicaram o triângulo inicial e, ao justapor os dois triângulos, formaram um paralelogramo. Essa abordagem se baseia na ideia de que a área de um triângulo pode ser determinada a partir da metade da área de um paralelogramo, desde que ambos compartilhem a mesma medida de base e de mesma medida de altura. Os grupos calcularam a área do paralelogramo formado pela justaposição dos dois triângulos e, em seguida, dividiram esse valor por dois para encontrar a área de um único triângulo. A Figura 3 ilustra a resolução

[9]Os conceitos relacionados à área do retângulo já haviam sido discutidos e explorados em aulas anteriores usando a mesma Metodologia.

adotada por um desses grupos.

Figura 3: Resolução do Problema (b)



Fonte: Acervo da pesquisa.

A estratégia utilizada por estes grupos está alinhada com a ideia proposta por Van de Walle (2009), que enfatiza a importância de compreender as fórmulas a partir de suas inter-relações. Compreender essas conexões permite que os estudantes percebam como conceitos matemáticos aparentemente distintos estão interligados e reforça sua compreensão das fórmulas e suas aplicações.

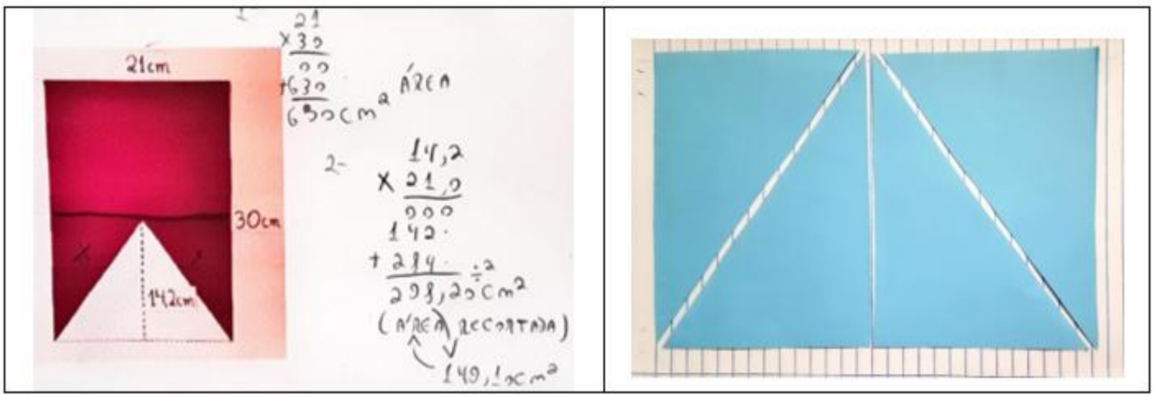
Durante a plenária, ao ser questionado sobre a escolha de usar o paralelogramo, um estudante explicou que essa decisão foi fundamentada no fato de que, nas aulas anteriores, eles haviam aprendido a calcular a área de paralelogramos e retângulos. O estudante destacou que, ao transformar o paralelogramo em um retângulo, o cálculo se torna mais simples e direto. Essa justificativa demonstra uma transferência de conhecimentos prévios para a resolução de novos problemas, ilustrando a aplicação prática dos conceitos matemáticos aprendidos anteriormente. O diálogo a seguir entre o estudante e a pesquisadora exemplifica essa situação:

> *Estudante:* A gente fez dois triângulos iguais e montou um paralelogramo.
> *Pesquisadora:* Porque vocês montaram um paralelogramo?
> *Estudante:* Porque ontem a gente aprendeu a calcular um paralelogramo.
> *Pesquisadora:* Mas porque nesse problema você está buscando um paralelogramo?
> *Estudante:* Porque daí eu sei transformar ele num retângulo daí fica mais fácil achar as medidas, daí é só fazer as contas.

A afirmação desse estudante corrobora com a afirmação de Van de Walle, que destaca: “É muito importante que os estudantes compreendam a fórmula do paralelogramo antes de explorar a área de triângulos. Com esse referencial, a área de um triângulo é relativamente simples” (Van de Walle, 2009, p. 431). Antes de abordar a área do triângulo, os conceitos de área do quadrado, retângulo e paralelogramo já haviam sido explorados por meio da Metodologia com a turma. Essa sequência de aprendizagem preparou os estudantes para aplicar os conhecimentos prévios na resolução de um problema relacionado ao conceito de área do triângulo. Dessa forma, é possível notar que o conhecimento prévio dos estudantes é fundamental para a construção de novos conceitos e habilidades, e pode ser valorizado e potencializado na Resolução de Problemas.

Além da estratégia discutida acima, outros dois grupos adotaram uma estratégia diferente, explorando a ideia de triângulos congruentes. Esses grupos desenharam um retângulo contendo quatro triângulos congruentes, calcularam a área total do retângulo e, em seguida, dividiram esse valor por quatro para determinar a área de um triângulo. Um desses grupos utilizou recortes para verificar e validar a solução proposta. A utilização de materiais visuais e concretos mostrou-se benéfica para a compreensão e validação da estratégia adotada, corroborando a importância desse recurso no processo de aprendizagem (Van de Walle, 2009). Esse tipo de estratégia possibilitou que os estudantes visualizassem de forma mais clara a composição da figura, facilitando tanto a interpretação do problema quanto a confirmação dos cálculos realizados. Durante a plenária, um destes grupos apresentou os recortes à turma, demonstrando a congruência dos triângulos, como ilustrado na Figura 4. Essa demonstração visual foi fundamental para convencer os demais grupos sobre a validade da estratégia adotada. Apesar dessa abordagem convincente, dois grupos ainda enfrentaram dificuldades na resolução deste item, indicando que a aplicação prática de conceitos geométricos pode ser muito desafiadora para alguns estudantes.

Figura 4: Resolução do Problema (b)



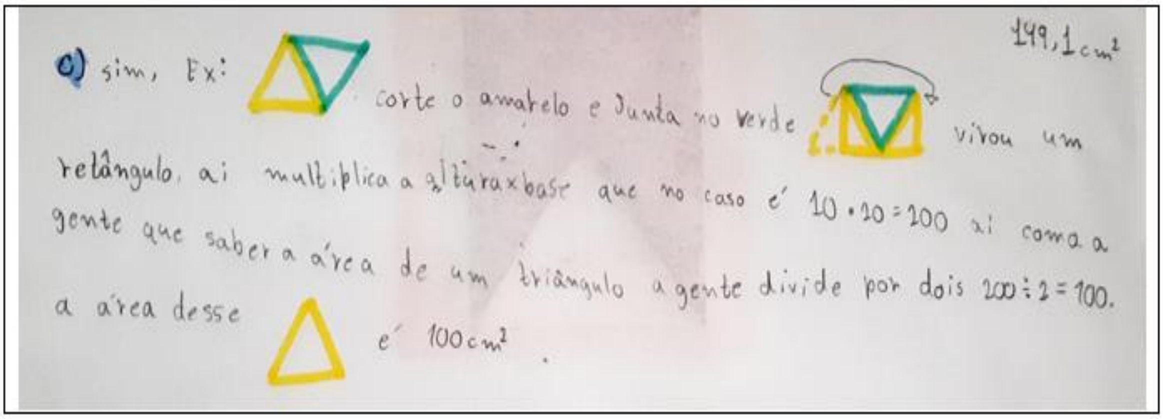
Fonte: Acervo da pesquisa.

A diversidade de estratégias adotadas pelos grupos para resolver o problema destaca a importância de incentivar os estudantes a explorar diferentes abordagens de resolução. Nesse sentido, Cai e Lester (2012) sugerem que os professores devem engajar os estudantes em práticas variadas de resolução de problemas. Incentivar os estudantes a encontrar e aplicar múltiplas estratégias para resolver um mesmo problema é uma dessas práticas, pois promove uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e aprimora suas habilidades de pensamento crítico e criativo.

Além disso, as diversas estratégias adotadas estimularam a criatividade e favoreceram a troca de conhecimentos entre os estudantes. Ao discutir, debater e resolver o problema em grupo, os estudantes puderam esclarecer suas ideias, identificar e corrigir equívocos e desenvolver habilidades de argumentação, aspectos fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático (Allevato; Onuchic 2021).

No item (c), que questionava se era possível estabelecer uma forma de calcular a área de um triângulo qualquer, alguns grupos demonstraram compreensão da generalização. Esses grupos conseguiram estabelecer uma conexão clara entre a área de um triângulo e a metade da área de um paralelogramo, desenvolvendo uma estratégia para calcular a área de um triângulo qualquer. Um desses grupos não apenas apresentou uma estratégia viável, mas também testou sua abordagem com diferentes dimensões, evidenciando uma compreensão profunda do conceito e uma habilidade significativa de generalização. Essa abordagem está claramente refletida na prática deste grupo, que não só desenvolveu uma estratégia, mas também a testou afim de validar a generalização formulada. No entanto, apesar do êxito na identificação do padrão, durante a apresentação da justificativa, o grupo não especificou claramente as dimensões da figura, o que comprometeu a clareza da explicação. A Figura 5 ilustra a resolução adotada por este grupo.

Figura 5: Resolução do Problema (c)



Fonte: Acervo da pesquisa.

Por outro lado, os outros grupos na avaliação da pesquisadora enfrentaram dificuldades ao tentar generalizar a fórmula para a área de um triângulo qualquer. É sabido que trabalhar com a ideia de generalização pode ser um processo desafiador para os estudantes. Dreyfus (1991) aponta que algumas generalizações exigem uma formação conceitual robusta, o que aumenta os requisitos cognitivos e pode levar os estudantes a encontrar dificuldades durante o processo. Essas dificuldades sugerem que a habilidade de generalizar requer tempo e prática para ser desenvolvida. Portanto, é essencial que o ensino continue oferecendo oportunidades para que os estudantes pratiquem e refinem suas habilidades de generalização.

Ao final da atividade, a pesquisadora apresentou o conteúdo matemático, conforme indicado na nona etapa Metodologia, que se caracteriza por registrar na lousa uma apresentação formal, organizada e estruturada em linguagem matemática (Allevato; Onuchic, 2021). Este momento envolveu a padronização dos conceitos abordados e a análise de diferentes técnicas utilizadas pelos grupos.

A realização desta atividade confirmou que, apesar das dificuldades enfrentadas, a Metodologia contribuiu de maneira significativa para a aprendizagem dos estudantes e para o desenvolvimento de suas habilidades de pensamento crítico e criativo.

6 Considerações

Este artigo investigou como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para o ensino do conceito de área do triângulo com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. A implementação da Metodologia trouxe benefícios significativos ao ensino desse conceito, permitindo que os estudantes se envolvessem em um processo reflexivo e de descobertas, tornando-os protagonistas de sua própria aprendizagem.

A Metodologia possibilitou a exploração das conexões entre dois polígonos, como triângulos e paralelogramos. Os estudantes foram desafiados a aplicar e generalizar fórmulas, o que fomentou o pensamento crítico e o desenvolvimento de estratégias criativas para a resolução de problemas. A resolução colaborativa do problema desempenhou um papel essencial no esclarecimento de dúvidas, na correção de equívocos e no aprimoramento das habilidades de argumentação dos estudantes.

Um aspecto relevante observado foi a valorização do conhecimento prévio dos estudantes, que contribuiu para a resolução do problema proposto e ressaltou a importância de considerar o conhecimento existente na construção de novos conhecimentos. No entanto, a

Metodologia também revelou desafios, especialmente em relação à generalização das fórmulas. Este desafio indica que a habilidade de generalizar requer tempo e prática para ser consolidada, sugerindo a necessidade de um ensino continuado e estruturado para apoiar o desenvolvimento dessa habilidade.

Os resultados da pesquisa indicam que a Metodologia proporcionou avanços significativos no ensino do conceito de área do triângulo, permitindo um envolvimento ativo dos estudantes e promovendo uma compreensão sólida do conteúdo ao estimular a exploração e reflexão dos conceitos matemáticos. Futuras pesquisas podem investigar as dificuldades enfrentadas e os erros cometidos pelos estudantes na resolução de problemas envolvendo processos com generalizações matemáticas. Embora uma parte dos estudantes tenha conseguido generalizar a fórmula da área do triângulo a partir do que foi discutido nos itens (a) e (b) do problema analisado, alguns estudantes nem mesmo iniciaram um esboço de resolução. Entende-se que estes obstáculos merecem uma análise mais cuidadosa.

Referências

ALLEVATO, N. S. G**. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos.** Vidya Educação, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209–232, 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da resolução de problemas? In: **Resolução de Problemas: Teoria e Prática.** Edição: 2. Jundiaí: Paco e Littera, 2021. p. 37–58.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação.** Porto:Porto Editora, 336 p., 1994.

CAI, J.; LESTER, F. K. Por que o ensino com resolução de problemas é importante para a aprendizagem do aluno**? Boletim GEPEM**, n. 60, p. 147–162, 2012. Tradução: BASTOS, A. S. A. M.; ALLEVATO, N. S. G.

DREYFUS, T. **Advanced mathematical thinking processes.** In David Tall (Org.). (p. 25–41). Dordrecht: Kluwer, 1991.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas**. In: Resolução de Problemas: Teoria e Prática.** Edição: 2. Jundiaí: Paco e Littera, 2021. p. 19–36.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 1–14, 2019.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, p. 73–98, 2011.

PEDUZZI, L. O. Q. Sobre a resolução de problemas no ensino da Física. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, Florianópolis, v. 14, n. 3, p. 229- 253, dez. 1997.

POSSAMAI, J.; ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de Problemas: o entendimento de professores de Ciências e Matemática em formação.** Revista Pedagógica, v. 24, n. 1, p. 1–20, 2022.

SCHROEDER, T.; LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE A. P (Ed.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31–42.

TRIPP, D. **Pesquisa-ação: uma introdução metodológica.** Educação e pesquisa, v. 31, n. 3, p. 443–466, 2005.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 583 p. Tradução: Paulo Henrique Colonese.

VIEIRA, G.; ALLEVATO, N. S. G. Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática,** Bento Gonçalves, v. 7, 15 p. 2021.