

Verificação da autenticidade de uma situação-problema vivenciada no âmbito da Modelagem Matemática

DOI: <https://doi.org/10.33871/rpem.2025.14.33.9940>

Yasmim Paes Landim de Oliveira¹

Mateus de Souza Galvão²

Lucília Batista Dantas Pereira³

Resumo: Este artigo tem como objetivo investigar a autenticidade de uma atividade de Modelagem Matemática proposta em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina “Modelagem Matemática” ofertada no Instituto Federal *Campus* São Raimundo Nonato – PI. O trabalho organizou-se em três etapas, a saber: (1) realizou-se uma pesquisa bibliográfica sobre as definições da Modelagem Matemática de acordo com diferentes autores da área, o planejamento de atividades dessa natureza, suas fases/etapas, bem como um estudo sobre o que é autenticidade e como avaliar o nível de autenticidade no âmbito da Modelagem Matemática; (2) elaborou-se a metodologia com base na pesquisa qualitativa, para investigar, por meio de uma situação-problema, vivenciada em sala de aula concomitantemente com os alunos e o professor e o nível de autenticidade da atividade desenvolvida; (3) discutiu-se a experiência vivenciada e avaliou-se o nível de autenticidade da atividade. Com isso, percebeu-se que, de acordo com o *design* proposto por Almeida e Omodei (2022), alcançou-se um nível 2 (intermediário) de autenticidade. No entanto, os discentes poderiam ter alcançado um nível maior, caso tivessem utilizado ferramentas matemáticas, empíricas e tecnológicas (softwares) que tinham a disposição, bem como se houvessem extrapolado a situação-problema para contextos externos. Portanto, percebe-se que a investigação, além do interesse e questionamentos oportunizados aos discentes (professores em formação), tem o fito de fomentar, por parte de professores, um melhor planejamento de atividades dessa natureza.

Palavras-chave: Situação-problema. Autenticidade. Modelagem Matemática. Planejamento.

Authenticity verification of a problem-situation experienced in the context of Mathematical Modelling

Abstract: The aim of this article is to investigate the authenticity of a Mathematical Modelling activity proposed in a Mathematics Degree class in the subject “Mathematical Modelling” offered at the Federal Institute Campus São Raimundo Nonato - PI. The work was organized in three stages: (1) a bibliographical survey was carried out on the definitions of Mathematical Modelling according to different authors in the field, the planning of activities of this nature, their phases/stages, as well as a study on what authenticity is and how to assess the level of authenticity within the scope of Mathematical Modelling; (2) a relevant methodology was organized, based on qualitative research, to investigate the level of authenticity of the activity developed through a problem situation experienced in the classroom concomitantly with the students and the teacher; (3) the experience was discussed and the level of authenticity of the activity was assessed. As a result, according to the design proposed by Almeida and Omodei (2022), level 2 (intermediate) of authenticity was achieved. However, the students could have reached a higher level if they had used the mathematical, empirical and technological tools (software) available to them, as well as if they had extrapolated the problem situation to external contexts. Therefore, in addition to the interest and questioning provided to the students (trainee teachers), it is

¹ Discente do curso de Licenciatura em Matemática. Instituto Federal do Piauí, *campus* São Raimundo Nonato. E-mail: yasmimoliveira00@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-6115-4563>.

² Docente do curso de Licenciatura em Matemática. Instituto Federal do Piauí, *campus* São Raimundo Nonato. E-mail: mateus.galvao@ifpi.edu.br. ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-3064-3288>.

³ Docente do curso de Licenciatura em Matemática. Universidade de Pernambuco (UPE) *campus* Petrolina. E-mail: lucilia.batista@upe.br. <https://orcid.org/0000-0003-1901-2768>.

clear that the research has the aim of encouraging teachers to plan activities of this nature more effectively.

Keywords: Problem situation. Authenticity. Mathematical modelling. Planning.

1 Introdução

A educação é a base para o desenvolvimento humano e proporciona habilidades, conhecimentos e valores que moldam tanto a perspectiva individual quanto a capacidade de contribuir para a sociedade. Ao longo dos anos, a educação tem evoluído para além de simplesmente transmitir informações e se tornou cada vez mais imersa no desenvolvimento de habilidades práticas e analíticas.

A Modelagem Matemática⁴ emergiu no Brasil no final da década de 1970 e tem ganhado destaque no cenário nacional. No contexto do ensino de Matemática, ela pode ser compreendida como uma ferramenta que permite estudar e resolver problemas reais por meio de modelos matemáticos, os quais descrevem relações entre as variáveis envolvidas. Almeida, Silva e Vertuan (2021, p. 9) apresentam que

A Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático. As aplicações da Matemática visualizadas por atividades de modelagem requerem um comportamento ativo de professores e alunos na própria definição de problemas.

Essa alternativa pedagógica favorece a construção do conhecimento matemático, bem como o desenvolvimento de habilidades e competências para compreender e intervir na realidade. Assim, o aluno pode perceber a importância e a aplicabilidade da Matemática em diferentes contextos, o que potencializará sua compreensão do mundo que o cerca.

A Modelagem Matemática propicia contribuições importantes para o ensino. Nesse sentido, torna-se importante que os professores e futuros professores de Matemática conheçam diferentes aspectos para que possam incorporar na sua prática. Dentro desse contexto, Sousa e Almeida (2021, p. 3) salientam que

⁴ No presente trabalho, optou-se por utilizar “Modelagem Matemática” (com iniciais maiúsculas) para indicar um campo do conhecimento, uma disciplina acadêmica ou uma área específica de estudo. Quando se utilizou “modelagem matemática” (com iniciais minúsculas), referiu-se ao processo ou à técnica de modelar matematicamente uma situação, sem necessariamente designar um campo específico do conhecimento.

Em termos gerais, a formação de professores em Modelagem Matemática, para além de capacitar os professores para a inclusão de atividades de modelagem na sala de aula, deve lhes possibilitar segurança no uso dessas atividades e a audácia para quebrar paradigmas vigentes nos processos de ensino e de aprendizagem da matemática, seja pela força da estrutura escolar, que muitas vezes subtrai a autonomia docente, seja por motivos pessoais de formação, (...). É neste contexto, que o conhecimento do professor entra em cena, sendo necessário que a formação em modelagem matemática contemple, para além de conhecimentos teóricos, conhecimentos associados ao fazer modelagem matemática, bem como ao uso da modelagem matemática para o ensino.

Na perspectiva dos conhecimentos relacionados ao fazer⁵ Modelagem Matemática, insere-se nesta pesquisa. Na qual, para além da análise da vivência de uma atividade de modelagem, avaliou-se outro aspecto importante: a autenticidade da atividade vivenciada. Portanto, o objetivo geral do trabalho é investigar a autenticidade de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida em uma turma da disciplina “Modelagem Matemática” do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Piauí *campus* São Raimundo Nonato.

Como objetivos específicos têm-se: analisar os critérios para que um trabalho em Modelagem Matemática seja considerado autêntico, desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática para ser vivenciada em uma turma de Licenciatura em Matemática e verificar o grau de autenticidade da atividade desenvolvida. A autenticidade é um conceito que se refere ao grau de adequação entre o modelo matemático e a situação real que ele representa. Para analisar a autenticidade da atividade proposta, utilizou-se o modelo de Almeida e Omodei (2022), que apresenta seis atributos com critérios interpretativos de análise.

2 O que é Modelagem Matemática?

Modelagem Matemática é o processo no qual o aluno relaciona situações da realidade e a transforma em problemas matemáticos, por meio de modelos matemáticos, de modo que reflitam e tomem decisões. No contexto educacional, ela contribui para a construção do conhecimento. Sobre isso, Costa (2016, p. 62) afirma que ao utilizar a Modelagem Matemática em sala de aula, observa-se que essa estratégia de ensino pode demonstrar conceitos matemáticos presentes no cotidiano, motivando os estudantes a construírem seu conhecimento.

⁵ Essa seria a dimensão da tarefa, conceituada por Blum (2015). No entanto, diferentemente da conceituação supracitada em que os professores em formação identificam e formulam um problema, na vivência da atividade de Modelagem Matemática deste trabalho, os discentes receberam uma situação-problema já formulada, conforme o que se entende por atividade de segundo momento proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2021).

A representação da realidade, a prática e a análise dos fatos observados são meios de compreender as principais ideias da Modelagem Matemática. D'Ambrósio (2002) ressalta que “A Modelagem Matemática é Matemática por excelência”, ao utilizá-la é possível explorar situações apresentadas na realidade, desenvolver representações do mundo real com um foco nas situações-problema que serão exploradas em busca de soluções.

No que concerne a utilização da Modelagem Matemática no contexto educacional, Bassanezi (2002, p. 36-37), apresenta alguns dos principais argumentos para sua inclusão na Educação Matemática, como por exemplo, o “argumento formativo”, segundo o qual, “ênfatisa aplicações matemáticas e resoluções de problemas como processos para desenvolver *capacidade* em geral e *atitudes* dos estudantes, tornando-os exploratórios, criativos e habilidosos na resolução de problemas”.

O argumento formativo ressalta que o foco em aplicações matemáticas e na resolução de problemas serve para promover o desenvolvimento geral das competências e atitudes dos estudantes, incentivando-os a serem exploratórios, criativos e habilidosos em lidar com desafios. Bassanezi (2002, p. 24) ainda caracteriza a Modelagem Matemática como:

Um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Na Modelagem Matemática, os alunos são incentivados a pesquisar sobre situações da sua realidade, fazer questionamentos e buscar soluções, esta forma pode ser o caminho para os alunos despertarem o interesse pela Matemática. Para Barbosa (2001, p. 6), a “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. O autor enfatiza que a Modelagem Matemática cria um ambiente dinâmico e participativo, no qual os estudantes são instigados a pensar criticamente e a estabelecer conexões entre a Matemática e os problemas reais provenientes de diversas áreas. Isso não apenas fortalece a compreensão matemática, mas também desenvolve habilidades investigativas, tornando a aprendizagem mais significativa.

Para Biembengut e Hein (2010), a Modelagem Matemática é uma arte pois envolve a formulação, resolução e elaboração de expressões que são aplicáveis não apenas para uma solução específica, mas também como base para outras teorias e aplicações. Além disso, a Modelagem Matemática e a realidade são consideradas conjuntos distintos, e a modelagem serve como um meio de facilitar a interação entre eles.

De acordo com os autores Almeida e Vertuan (2014, p. 2) “A modelagem matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. O modelo matemático neste caso, é o que dá a forma à solução problema e a Modelagem Matemática é a atividade de busca por esta solução” e consideram que um modelo matemático tem a finalidade de explicar, representar e fazer previsões para as situações, tornando-as compreensíveis por meio do uso da matemática.

Sob a perspectiva de Burak (2010a) compreende-se a Modelagem Matemática como “alternativa metodológica para o ensino de Matemática”. Assim, enfatiza-se que esta metodologia promove um ensino mais dinâmico, significativo e eficiente para a construção do conhecimento do aluno, dessa forma rompe com a tradicional forma de ensino da matemática.

Portanto, a Modelagem Matemática visa estabelecer uma relação entre uma situação real e uma situação matemática. Como já foi mencionado anteriormente, diferentes autores expressaram suas definições sobre a Modelagem Matemática, na próxima subseção abordou-se, brevemente, como realizar o planejamento de atividades relacionadas à Modelagem Matemática.

3 Planejamento de atividades de Modelagem Matemática

O planejamento é considerado pelos professores como algo imprescindível e pode auxiliar no enfrentamento de obstáculos e dificuldades. Silva e Oliveira, (2012, p.1075) destacam: “A estrutura de um planejamento depende do ambiente de aprendizagem que o professor pretende implementar na prática pedagógica. Alguns ambientes de aprendizagem demandam do professor a inclusão de outros procedimentos e finalidades pedagógicas”.

No planejamento das atividades de Modelagem Matemática, o professor é capaz de identificar a necessidade de criar situações desafiadoras e enriquecedoras para incentivar os discentes a participarem do processo e se dedicar à investigação. No que diz respeito à característica dessas atividades, Barbosa (2004, p. 4) enfatiza que elas possuem dois aspectos fundamentais:

O primeiro é que elas devem se constituir como problemas para os alunos, ou seja, eles não devem possuir esquemas prévios para abordá-las, mas terão que demandar um certo esforço intelectual. O segundo refere-se ao fato de que as atividades devem se sustentar no mundo-vida das pessoas, envolvendo dados empíricos reais.

Segundo Mendonça e Lopes (2015), o planejamento de atividades sob a perspectiva de Modelagem Matemática requer uma visão abrangente que inclui aspectos conceituais,

metodológicos e pedagógicos. Isso é necessário para atender aos objetivos da escola e às expectativas da família, da sociedade e dos alunos. Além disso, é importante considerar fatores específicos dessa abordagem, como a perspectiva de modelagem adotada, as características do contexto, a disponibilidade de material e de tempo, e a relação entre o professor e os alunos. Esses elementos são cruciais para o desenvolvimento eficaz de atividades de Modelagem Matemática.

Já os autores Pollak e Garfunkel (2013) ressaltam a importância dos docentes utilizarem a Modelagem Matemática na sala de aula, sendo necessário que eles tenham vivências no campo da modelagem. Isso implica que eles próprios, como professores, tenham experiências na formulação de problemas, ao invés de apenas resolvê-los, e ensinem matemática com base nas demandas que surgem das situações-problema.

De acordo com Pinto *et al.* (2020, p. 37), é possível compreender o planejamento das atividades de modelagem como um processo reflexivo, no qual se põe em prática e acompanha o desenvolvimento da atividade proposta. Além de se considerar a importância do planejamento de uma atividade de Modelagem Matemática, é relevante considerar que na vivência de atividades dessa natureza há um percurso natural desde a situação problematizada inicialmente, seja essa situação escolhida pelos alunos ou sugerida pelo professor, até a apresentação do modelo matemático validado. Esse percurso é denominado de fases ou etapas por alguns autores e foram abordadas na próxima subseção.

4 As fases da Modelagem Matemática

Os procedimentos relativos à conexão entre a matemática e a realidade por meio da Modelagem Matemática, conforme Hora e Almeida (2024, p. 04), “são, em geral, associados a fases ou etapas de modelagem que costumam ser indicados em esquemas reconhecidos como ciclos de modelagem matemática”. Almeida e Vertuan (2014) caracterizam as fases da Modelagem Matemática como o conjunto de procedimentos necessários para a configuração, estruturação e resolução de uma situação problema.

De acordo com Biembengut e Hein (2010), a Modelagem Matemática é dividida em três etapas: Interação com o assunto, Matematização e Modelo Matemático. (1ª- Interação com o assunto): A etapa preliminar que consiste no reconhecimento da situação problema e na familiarização com o assunto a ser estudado; (2ª- Matematização): nesta etapa ocorre a “tradução” da situação-problema para a linguagem matemática, neste ponto acontece a formulação do problema utilizando hipóteses, de modo que permitam a dedução de uma

solução. Em seguida a (3ª- Modelo Matemático): refere-se, a validação do modelo obtido e verificação do grau de confiabilidade na sua utilização.

Por outro lado, Bassanezi (2016) afirma que para atividades de Modelagem Matemática de uma situação real precisa-se passar pelas seguintes etapas: (1ª- Experimentação): consiste em uma atividade laboratorial, voltada na obtenção de coleta de dados; (2ª- Abstração): direciona-se a formulação dos modelos matemáticos buscando organizar em: seleção de dados, problematização, formulação de hipóteses e a simplificação. Posteriormente, após a construção do modelo utiliza-se a (3ª- Resolução): que trata-se da obtenção de equações e por fim, a (4ª- Validação): refere-se ao processo de aceitação ou não do modelo proposto.

Segundo Burak (2010b), a utilização da Modelagem Matemática é organizada em cinco etapas: (1ª - escolha do tema): pode ser dada por meio de uma situação-problema; (2ª - pesquisa exploratória): refere-se a coleta de dados, tem objetivo de conhecer o objeto de estudo; (3ª - levantamento de problemas): esta fase concerne na criação de hipótese, tradução e organização dos dados; (4ª - resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema): é a fase que se oportuniza a construção de modelos matemáticos, é um momento no qual o estudante utiliza de todas as ferramentas matemáticas disponíveis; (5ª - análise crítica da(s) solução(es)): é o momento validação dos modelos, ou seja, de conversa, e debates acerca dos resultados alcançados.

De acordo com Almeida e Vertuan (2014) às atividades de Modelagem Matemática podem ser caracterizadas em cinco fases: (1ª- Inteiração): possui o intuito de formular o problema e buscar informações, tem objetivo de coletar dados quantitativos e qualitativos. (2ª- Matematização): esta fase apresenta uma transição da linguagem natural para a linguagem matemática, utilizando símbolos para as descrições matemáticas, seleção de variáveis e simplificações.

A próxima fase (3ª- Resolução): consiste na construção de um modelo matemático com objetivo de descrever a situação responder sobre o que está sendo investigado. (4ª- Interpretação de resultados): é o momento da análise de uma resposta para o problema como um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade. (5ª- Validação): é a fases que há uma representação matemática associada ao problema, e tem como propósito o desenvolvimento do aluno e a capacidade de construção de modelos em vários contextos.

Além das fases supracitadas, Almeida, Silva e Vertuan (2021) conjecturam três momentos da familiarização com a Modelagem Matemática no ambiente escolar, a saber: (1º momento) o professor apresenta uma situação-problema aos alunos, acompanhada dos dados e informações necessárias para sua investigação. Durante esse momento, ele orienta e acompanha

os estudantes na definição de variáveis e hipóteses, na simplificação do problema, na transição para a linguagem matemática e na validação do modelo utilizado; (2º momento) o professor sugere uma nova situação-problema, e os alunos, organizados em grupos, passam a ter maior autonomia na coleta de informações, na definição de variáveis e hipóteses, bem como na obtenção e validação do modelo matemático; (3º momento) os grupos assumem total responsabilidade pelo processo, desde a escolha da situação-problema até a comunicação dos resultados para a comunidade escolar, conduzindo a investigação e aplicando os conceitos matemáticos de forma independente. Esse processo progressivo busca estimular a autonomia dos alunos na formulação e resolução de problemas matemáticos.

Neste contexto, considerando estes momentos é necessário que o docente esteja devidamente qualificado para sugerir uma atividade de Modelagem, é fundamental que se organize e adquira conhecimento para introduzir as atividades, assim o professor assume a condição de orientador e saberá indicar caminhos e orientar os alunos. Por conseguinte, a próxima subseção irá tratar do processo de formação de professores no âmbito da Modelagem Matemática.

5 Autenticidade em Modelagem Matemática

De acordo com o dicionário digital Aulete (2008) “Autenticidade é o termo utilizado para descrever a qualidade ou caráter do que é genuíno, não falso, forjado, nem adulterado”. No estudo de Vos (2015), apresenta-se uma conceituação de autenticidade como uma construção social. Ao abordar um aspecto da matemática na educação, o autor explica que sua definição é abrangente e, para ser considerada autêntica, a situação precisa estar inserida na prática, além disso, a origem dessa situação pode ser matemática, desde que ocorra fora do ambiente escolar e esteja certificada por partes interessadas.

No trabalho de Palm (2007 *apud* Galbraith, 2007, p. 183) ressalta-se a importância de experiências e aprendizagens fora do ambiente acadêmico para obter uma visão abrangente da matemática. Além disso, o referido autor enfatiza a relevância de incluir situações cotidianas nas atividades de modelagem. Ademais, define autenticidade em atividades de Modelagem Matemática como:

Uma tarefa autêntica é então aquela em que a situação descrita na tarefa (um evento da vida real que ocorreu ou pode ocorrer) é descrita com veracidade, e as condições sob as quais a resolução da tarefa ocorre na situação real são simuladas com alguma fidelidade razoável no ambiente escolar (tradução nossa).

A autenticidade em Modelagem Matemática desempenha um papel fundamental em assegurar que o ensino da Matemática seja pertinente e possa ser aplicado no mundo real, de modo que os estudantes percebam a Matemática como uma ferramenta para solucionar problemas da vida real, ao invés de enxergar apenas a Matemática de forma tradicional.

Na mesma obra, (Bonotto *apud* Galbraith, 2007), o autor descreve os modelos matemáticos autênticos como aqueles que estabelecem uma conexão entre a matemática e o mundo real. Ao implementar esses modelos na sala de aula, os discentes são instigados a analisar fatos matemáticos ligados a aspectos culturais, como por exemplo, cálculos de compras de supermercados, rótulos de garrafas, guias semanais de TV.

A partir dessa perspectiva de autenticidade em atividades de Modelagem Matemática, é importante destacar a contribuição de Almeida e Omodei (2022). Na próxima subseção, será discutido como essas autoras propõem uma abordagem inovadora de um *design* que pode avaliar a autenticidade de atividades de Modelagem Matemática.

6 O *design* proposto por Almeida e Omodei (2022)

O *design* desenvolvido por Almeida e Omodei (2022) apresenta-se como um modelo inovador em relação ao que já se conhecia na literatura, pois havia apenas *designs* com análises qualitativas (nesse caso há elementos qualitativos e quantitativos). No trabalho das autoras mencionadas, após a análise da aplicação de uma atividade avaliada pelo próprio *design* desenvolvido, indicou-se que houve eficácia ao inferir sobre a autenticidade no âmbito da Modelagem Matemática. Ademais, destaca-se que, conforme as autoras, a inserção de atividades autênticas de modelagem deve se basear em uma realidade além da escola, ao mesmo tempo em que atende às necessidades de uma realidade dentro do ambiente escolar.

Almeida e Omodei (2022) construíram seis atributos para a verificação da autenticidade de uma atividade de Modelagem Matemática. Para cada atributo elaborado levou-se em consideração particularidades das atividades de modelagem que, quando agregadas simultaneamente à prática de modelagem na sala de aula, proporcionam um *design* autêntico para estas. Os seis atributos são os seguintes:

1) *A matemática usada na atividade de Modelagem Matemática emerge das necessidades da abordagem matemática da situação da realidade*: esse atributo ressalta que a matemática utilizada não pode ser determinada de antemão, mas sim, surgir da situação-problema sob análise.

2) *Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário:* o aluno, nesse atributo, irá exercitar seu pensamento matemático, seja por meio da Geometria, Álgebra, Aritmética, etc., interpretar a situação e selecionar recursos, computacionais ou experimentais, por exemplo, para ajudar em suas escolhas estratégicas com o objetivo de alcançar os resultados desejados.

3) *As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade:* nesse aspecto, quanto menos variáveis importantes forem desconsideradas na modelagem do fenômeno em análise, mais próxima da realidade estará a representação. Para garantir a autenticidade da atividade, é necessário minimizar as simplificações, ressaltando a importância de preservar suas características.

4) *No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade:* nesse atributo, é essencial que as escolhas pedagógicas, como por exemplo o planejamento de aulas e os conteúdos pré-determinados, não prevaleçam sobre a situação-problema abordada.

5) *Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda:* as autoras procuram ressaltar a importância da independência e autonomia do aluno em tomar suas decisões em todas as fases de vivência da Modelagem Matemática, de modo que o professor seja apenas um mediador.

6) *Os resultados obtidos pela Modelagem Matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula:* as discussões acerca do sexto atributo referem-se aos resultados alcançados nas atividades de Modelagem Matemática que devem se estender para além do ambiente escolar.

Para avaliar o nível de autenticidade de uma atividade de Modelagem Matemática, as autoras utilizam esses seis atributos para conferir um maior ou menor grau, elas definem três níveis: valor 0 (baixo), quando a atividade não atende ao atributo; valor 1 (intermediário), quando atende parcialmente ao atributo; valor 2 (máximo) quando a atividade atende integralmente ao atributo de autenticidade. Após a avaliação dos seis atributos, soma-se os valores e de acordo com o resultado, a autenticidade é classificada em três níveis de autenticidade, como mostra o quadro 1.

Quadro 1: Intervalos para os níveis de autenticidade de acordo com a soma dos valores dos correspondentes aos seis atributos

Nível de autenticidade	1	2	3
Soma dos valores dos atributos	0 a 3	4 a 8	9 a 12

Fonte: adaptada de Almeida e Omodei (2022).

Almeida e Omodei (2022) consideram que, ao identificar esses atributos específicos e seus diferentes níveis em atividades de modelagem realizadas em sala de aula, proporciona-se a essas atividades um grau de autenticidade. Isso possibilita que o *design* ofereça suporte a professores e pesquisadores na elaboração de aulas com atividades autênticas de Modelagem Matemática. Desse modo, existe a possibilidade de incluir problemas autênticos e resolvê-los de maneira criativa e relevante para cada nível de ensino.

7 Metodologia

A pesquisa em questão apresenta uma abordagem qualitativa, remete ao contato direto entre os sujeitos e o pesquisador, associado a experiências e vivências dentro da sua realidade. De acordo com Soares (2019, p.2) a “pesquisa qualitativa se expressa mais pelo desenvolvimento de conceitos a partir de fatos, ideias ou opiniões, e do entendimento indutivo e interpretativo que se atribui aos dados descobertos, associados ao problema de pesquisa”.

Este trabalho foi desenvolvido em uma turma com 15 discentes do sexto módulo do Curso de Licenciatura em Matemática da disciplina “Modelagem Matemática” do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí *campus* São Raimundo Nonato. Os discentes já haviam vivenciado duas atividades de Modelagem Matemática: “Quantos peixes há no lago” e “Álcool ou gasolina?”, classificadas, de acordo com as definições de Almeida, Silva e Vertuan (2021) como atividades de primeiro momento.

Para alcançar o objetivo geral da pesquisa, realizou-se as seguintes etapas:

- Inicialmente, sugeriu-se para a turma a seguinte situação-problema: “por que o café esfria tão rápido?”⁶;
- Posteriormente, os alunos organizados em cinco grupos com três componentes⁷, em sala de aula, vivenciaram a atividade de Modelagem Matemática proposta. A duração da atividade foi de 6 horas em sala, o que equivale a 6 aulas.
- Após a vivência, aplicou-se um questionário para que os discentes expressassem suas opiniões sobre a atividade desenvolvida.

Os resultados relativos às fases supracitadas, em suma, o desenvolvimento da pesquisa,

⁶ A escolha do problema surgiu a partir da leitura dos livros de Zill e Cullen (2000, p.22) e Fernandez (2016, p. 47), os quais discutem o conceito de resfriamento de uma xícara de café.

⁷ Considera-se que, de acordo com as definições de Almeida, Silva e Vertuan (2023), a atividade realizada pelos alunos configura-se como de segundo momento.

os instrumentos utilizados, a coleta, a análise e a interpretação dos dados a partir da atividade de campo desenvolvida, foram descritos na próxima seção. Para analisar e debater os resultados, os grupos de discentes foram categorizados como A, B, C, D e E para facilitar a apresentação do desenvolvimento da metodologia.

8 Resultados

Após a situação-problema ser apresentada para os discentes, o professor estimulou os alunos a refletirem sobre a problemática e expressarem suas opiniões. Ademais, explicou aos alunos que as palavras “esfria” e “rápido”, são associadas, respectivamente, à diminuição da temperatura e à passagem do tempo. O professor também explicou que o modelo a ser desenvolvido pelos discentes poderia ser aplicado em diferentes contextos, para diferentes líquidos que não somente o café. De acordo com Almeida e Vertuan (2014) o professor mediador implica em indicar caminhos, fazer perguntas e sugerir procedimentos.

Houve várias indagações por parte dos estudantes sobre as variáveis que influenciaram no resfriamento do café, como por exemplo: a temperatura ambiente, o material do recipiente, as dimensões do recipiente, a temperatura inicial do café, o tempo destinado a colocar o café na xícara, a quantidade de açúcar e o tempo. Assim, os alunos destinaram este momento inicial da atividade para a familiarização com o problema, como considera as fases de Almeida e Vertuan (2014).

Em seguida, os alunos decidiram fazer um experimento fora do horário das aulas regulares. Eles combinaram entre si que os grupos deveriam fazer experiências com a utilização de alguns recipientes com materiais diferentes, como por exemplo: vidro, plástico e porcelana. Para cada experimento, os alunos utilizaram: um termômetro, cronômetro, uma xícara e 100ml de café. O experimento consistiu em medir a temperatura ambiente inicialmente e, logo após, colocar o café na xícara e fazer a medição da temperatura do café, com intervalos de 2 minutos entre cada medição.

Com relação à parte experimental, o professor apresentou, no quadro branco, uma tabela (tabela 1) com dados experimentais para que os alunos utilizassem como dados adicionais para investigar, no final, se os modelos por eles elaborados iriam satisfazer aquela observação, isto é, para a validação dos modelos. O professor também sugeriu que todos os grupos deveriam apresentar os seus modelos para compartilharem suas ideias entre si e para que houvesse uma avaliação mútua, por parte dos grupos, de cada modelo proposto.

Tabela 1: Dados experimentais apresentados pelo professor

Tempo (min)	0	2	4	6	8	10	12	14
Temperatura (°C)	85,7	73,4	66,3	62	58,7	56,1	53,3	51,4
Tempo (min)	16	18	20	22	24	26	28	30
Temperatura (°C)	49,5	47,9	45,5	45	43,8	42,6	41,6	40,9
Tempo (min)	32	34	36	38	40	42	44	-
Temperatura (°C)	40	39,3	38,7	38,1	37,4	36,8	36,3	-

Fonte: elaborada pelos autores com dados da pesquisa.⁸

Como os discentes estavam cursando o VI módulo do curso de Licenciatura em Matemática, possuíam conhecimentos relativos ao Cálculo Diferencial Integral além dos pertinentes a várias outras disciplinas já cursadas. Desse modo, o professor sugeriu, em conjunto com os discentes, que haveria três encontros com 2h de duração cada para a construção e apresentação dos modelos. Nos parágrafos a seguir foram apresentadas algumas discussões pertinentes que ocorreram na tentativa de encontrar um modelo matemático para a solucionar, por parte dos grupos em questão, a situação-problema proposta.

8.1 Grupo A

Na apresentação do grupo, expressou-se que a equação matemática para realizar seus cálculos foi baseada em pesquisas realizadas na *internet* por meio de artigos. O grupo apresentou a seguinte equação com o intuito de explicar o resfriamento do café com a passar do tempo:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T_{final} - T_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}} \quad (1)$$

Na qual T é temperatura e t é tempo.

A equipe realizou três experimentos com a temperatura ambiente de 35°C, 30°C e 35°C, com temperatura inicial do café de 41,8°C, 43,8°C e 41,5°C visto que o termômetro apresentava limite máximo de temperatura de 42°C. Utilizou-se três tipos diferentes de materiais para a xícara, para cada um dos experimentos, a saber: a porcelana, o vidro e o plástico, respectivamente. Durante a apresentação, os estudantes aplicaram os valores referentes a cada material⁹ na equação e obtiveram os seguintes coeficientes, nesta ordem: -0,290°C/min, -

⁸ Os dados apresentados pelo professor, foram obtidos a partir de um experimento realizado pelos autores.

⁹ Foram realizados experimentos na própria residência dos alunos com observações da temperatura por um período de 20 minutos (Δt). No caso da porcelana, por exemplo, a variação ocorrida no intervalo de tempo mencionado foi de: $\Delta T = 36^\circ\text{C} - 41,8^\circ\text{C} = -5,8^\circ\text{C}$ e com isso a variação da temperatura em relação ao tempo ($\Delta T/\Delta t$) foi de $-0,29^\circ\text{C}/\text{min}$. Para o vidro e o plástico, utilizou-se a mesma linha de raciocínio. A variação total de tempo para todos os materiais foi de 20 minutos, embora tivessem registrado a

0,375°C/min e -0,270°C/min.

O grupo concluiu que o material não influenciava no resfriamento do líquido, haja vista uma pequena diferença entre os três coeficientes. Além disso, observou-se que o café esfria devido à variação de temperatura dividida pelo intervalo de tempo, e a partir da comparação feita no experimento desenvolvido, constatou-se que a fórmula encontrada é válida para outros líquidos.

Ao final da apresentação, o professor instigou a participação dos outros discentes para que pudessem avaliar se as informações apresentadas eram condizentes com a realidade e se o modelo proposto explicava o fenômeno sob análise. Como não houve discordância, por parte dos alunos, das informações apresentadas, o professor comentou que na verdade os dados por eles levantados, a partir do experimento, mostram que o material influencia no resfriamento do café, uma vez que os três coeficientes por eles apresentados não têm uma pequena diferença dentro do contexto de análise e sim uma diferença substancial. Ademais, comentou que a fórmula (1) poderia, se feitas outras conexões, levar a modelos matemáticos mais completos que conseguissem explicar melhor o fenômeno.

8.2 Grupo B

O grupo optou por não realizar o experimento e utilizaram a tabela 2 sugerida pelo professor. Na tentativa de encontrar um modelo matemático da situação proposta, os estudantes formularam a seguinte função matemática:

$$f(t) = t - c \cdot 11,7^\circ - 11\% \cdot t \quad (2)$$

Em que t representa a temperatura inicial do café, c corresponde a uma variação de tempo e os 11% equivalem à média das temperaturas apresentadas na tabela 2. Os membros da equipe aplicaram esta equação em dois casos, com variações de tempo de 0 a 2 minutos e de 0 a 32 minutos. Constatou-se que (2) apresenta uma maior eficácia nos primeiros minutos, ou seja, os erros são menores durante essa fase inicial do experimento, nos tempos finais a fórmula não satisfaz, além disso, a equação encontrada não é válida para dados que não sejam provenientes da tabela 2.

Após o término da apresentação, o professor novamente instigou a participação dos demais discentes para que pudessem, por meio do senso crítico, encontrar as limitações do modelo proposto pelo grupo em questão. O professor reforçou a ideia de que o modelo

temperatura a cada 2 minutos até se atingir os 20 minutos para os três materiais. Não foram realizados cálculos para intervalos de tempo menores.

apresentado não é generalista e que somente “funciona” no contexto dos dados apresentados na tabela 2. Reforçou, também, que o propósito da criação dos modelos matemáticos, nesse caso, era formular uma ideia mais genérica que pudesse explicar o resfriamento do café em diferentes contextos, como por exemplo, para diferentes materiais da xícara e para diferentes temperaturas ambientes.

8.3 Grupo C

A equipe encontrou dificuldades na hora de fazer o experimento, então decidiram utilizar os dados que o professor forneceu na tabela 2. No seu estudo, foram consideradas as seguintes variáveis: Temperatura ambiente (T_a), tempo (t), temperatura inicial (T_i) e temperatura final (T_f), por conseguinte, apresentaram a seguinte fórmula:

$$T_f = T_i - t \cdot \alpha \quad (3)$$

Em que, α pode ser escrito como o coeficiente dado por $\alpha = \frac{T_f - T_i}{t}$, o grupo atribuiu a temperatura ambiente de 35°C , que seria a comparação do equilíbrio térmico entre o café e o ambiente. Verificou-se que este modelo não é fiel para curtos períodos de tempo, mas em longos períodos é aplicável. Ademais, explicaram por meio da Calorimetria que o café esfria rápido por causa do equilíbrio térmico que deve ocorrer entre os corpos. Com o intuito de exemplificar, utilizaram a seguinte questão: “*Numa garrafa térmica que contém 300g de café a 10°C , retiramos o café do recipiente térmico para um copo de vidro de 100 g a 1°C , admitindo-se que haja trocas de calor entre as massas, a temperatura final será?*” como exemplo para descrever a transferência de calor entre o café e a xícara.

Assim como antes, o professor pediu que os demais discentes avaliassem se o modelo apresentado explicava o fenômeno do resfriamento do café. Como os discentes não fizeram nenhum acréscimo, o professor explicou que a equação (3) era praticamente equivalente à equação (1) apresentada pelo grupo A. No que concerne à explicação a respeito da calorimetria, afirmou que, de fato, a informação sobre o equilíbrio térmico poderia ajudar a desenvolver um modelo mais generalista para explicar o fenômeno, mas que os discentes do grupo C, para alcançar essa finalidade, teriam que relacionar com outros conceitos da física.

8.4 Grupo D

Para resolver este problema, o grupo utilizou livros e artigos para a pesquisa, desta

forma selecionaram as seguintes variáveis: temperatura do café, área do recipiente e temperatura ambiente, a seguinte fórmula:

$$T = e^{k \cdot s \cdot t} + T_m$$

Com t indicando o tempo, T sendo a temperatura, s referente a área do recipiente, T_m a temperatura ambiente e k constante de proporcionalidade. Explicitou-se que esta fórmula é conhecida como Lei de Resfriamento de Newton, que descreve a taxa de variação da temperatura $T(t)$ de um corpo em resfriamento é proporcional à diferença entre a temperatura do corpo e a temperatura constante do meio ambiente. Ao efetuar os cálculos de acordo com os dados da tabela 2, deduziram apenas a constante de proporcionalidade igual a 55,4. A equipe não conseguiu encontrar a constante C e nem determinou a área da superfície S para o recipiente utilizado no experimento dos dados da tabela 2, deste modo, não chegaram à conclusão da equação completa para o caso específico.

Depois da sugestão da avaliação do modelo, os outros discentes dos demais grupos consideraram que o modelo proposto pelo grupo D era mais generalista e que poderia explicar, de forma mais abrangente, o comportamento da temperatura do café ao longo do tempo. O professor afirmou que a lei de resfriamento de Newton explica, desconsiderando o material do recipiente e para uma temperatura ambiente constante, o comportamento da temperatura de um corpo qualquer no decorrer do tempo.

8.5 Grupo E

O modelo desenvolvido pelo grupo foi obtido por meio de pesquisa em *sites* e artigos científicos, a equipe não realizou o experimento, os dados utilizados para a solução da situação problema foram obtidos por meio da tabela fornecida pelo professor. Deste modo, foi apresentado a seguinte expressão:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T_{final} - T_{inicial}}{t_{final} - t_{inicial}}$$

Os discentes analisaram que há um comportamento exponencial dos dados da tabela 2 e também explicaram que a temperatura do café tende a se aproximar da temperatura ambiente, havendo uma variação de temperatura entre a temperatura inicial e o ambiente, até alcançarem o equilíbrio térmico. Ao realizarem os cálculos, os estudantes encontraram a taxa média de resfriamento nos intervalos 0 e 14 minutos e 14 e 24 minutos são $-2,45^\circ\text{C}/\text{min}$ e $-0,7^\circ\text{C}/\text{min}$, respectivamente.

O professor novamente perguntou, ao final da apresentação, se os demais discentes

tinham informações pertinentes para acrescentar ao que foi apresentado. Os discentes notaram as similaridades entre o que foi proposto pelo grupo A e pelo grupo E. Em seguida, o professor comentou que o comportamento das temperaturas ao longo do tempo tem o comportamento de uma curva exponencial e que esse fato poderia ter sido melhor explorado pelo grupo para a realização da formulação de um modelo mais abrangente, para outros contextos.

8.6 Verificação da autenticidade da atividade desenvolvida

No quadro 2, apresenta-se a aplicação da interpretação dos atributos relativos à autenticidade da atividade de Modelagem Matemática propostos por Almeida e Omodei (2022). Para a verificação do grau de autenticidade, analisou-se toda a vivência da atividade proposta, o modelo apresentado por cada grupo, de acordo com as suas especificidades.

Quadro 2: Avaliação da autenticidade da atividade realizada pelos grupos de acordo com os atributos propostos por Almeida e Omodei (2022)

Grupo A		
Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das necessidades da abordagem matemática da situação.	2	O conteúdo de matemática não foi previamente determinado para esta atividade. A resolução ocorreu com base nas informações adquiridas por meio do experimento realizado pelo grupo e por meio de pesquisas na <i>internet</i> .
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	1	O grupo realizou experimentos como ferramenta empírica, mas não buscou utilizar algum software para melhor visualização dos resultados dos experimentos, por exemplo. Inclusive, as ferramentas matemáticas utilizadas (algébrica, apenas) não foram suficientemente exploradas para abordar a situação-problema.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade.	0	As simplificações realizadas descaracterizaram a situação da realidade, uma vez que não incluíram a temperatura ambiente no modelo matemático proposto.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica, por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.	2	Após a situação-problema apresentada, os alunos chegaram à decisão de realizar um experimento. O professor agiu apenas como colaborador quando foi solicitado e como aquele que validou os resultados.
Os resultados obtidos pela Modelagem Matemática da situação alcançam	0	As discussões extramatemáticas promovidas na atividade deste grupo são relevantes na definição do problema. Entretanto, na análise da solução



interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.		deixaram a desejar, pois se desviaram da realidade.
Total	7	Nível 2
Grupo B		
Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das necessidades da abordagem matemática da situação.	2	O conteúdo de matemática não foi previamente determinado para esta atividade. A resolução ocorreu com base nas informações adquiridas por meio da tabela sugerida pelo professor.
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	0	Com base nos dados obtidos, o grupo não se propôs a realizar o experimento ou utilizar estratégias matemáticas, além da algébrica, ou tecnológicas para uma melhor visualização dos resultados da tabela, por exemplo.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade.	0	Observa-se que o modelo proposto desconsidera informações importantes, como a temperatura ambiente, além de consistir apenas em uma fórmula aplicável aos dados da tabela 2.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.	2	Depois da situação-problema exposta, os estudantes resolveram realizar um experimento, porém o grupo não o levou adiante. O professor atuou como um mediador e orientador, somente quando solicitado, também como aquele que validou os resultados.
Os resultados obtidos pela Modelagem Matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.	0	Não houve discussões extramatemáticas promovidas na atividade deste grupo.
Total	6	Nível 2
Grupo C		
Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das necessidades da abordagem matemática da situação.	2	O conteúdo de matemática para esta atividade não foi estabelecido antecipadamente. A solução foi baseada nas informações obtidas a partir da tabela fornecida pelo professor.
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	1	O grupo enfrentou desafios ao conduzir o experimento. Além da fórmula apresentada, eles também recorreram ao conteúdo de calorimetria, com uma questão específica na tentativa de explicar e exemplificar o processo de resfriamento do café.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não	0	Mesmo com a utilização de conceitos da Calorimetria, o modelo proposto não foi



descaracterizam a situação da realidade.		devidamente explorado de modo que pudesse explicar o fenômeno sob análise, além de desconsiderar a temperatura ambiente.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica, por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.	2	Após a apresentação do problema, os alunos decidiram realizar um experimento, mas o grupo não prosseguiu com ele. O professor desempenhou o papel de mediador apenas quando solicitado, e também foi responsável por validar os resultados.
Os resultados obtidos pela Modelagem Matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.	0	Não houve discussões extramatemáticas promovidas na atividade deste grupo.
Total	7	Nível 2
Grupo D		
Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das necessidades da abordagem matemática da situação.	2	O conteúdo de matemática não foi previamente determinado para esta atividade. A resolução ocorreu com base nas informações adquiridas por meio da tabela sugerida pelo professor e com livros e artigos
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	1	Pelos dados coletados, os alunos utilizaram habilidades matemáticas para desenvolver o modelo, como a utilização de Equações Diferenciais Ordinárias.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade.	1	O modelo proposto, embora desconsidere o material da xícara, pode ser utilizado para explicar o resfriamento do café.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica, por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.	2	Após a situação-problema apresentada, os alunos chegaram à decisão de realizar um experimento, mas o grupo não realizou. O professor agiu apenas como colaborador quando foi solicitado e como aquele que validou os resultados.
Os resultados obtidos pela Modelagem Matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.	0	Não houve discussões extramatemáticas promovidas na atividade deste grupo.
Total	8	Nível 2
Grupo E		



Atributo	Valor	Descrição
A matemática usada na atividade de modelagem emergiu das necessidades da abordagem matemática da situação.	2	O conteúdo de matemática não foi previamente determinado para esta atividade. A resolução ocorreu com base nas informações adquiridas por meio da tabela sugerida pelo professor e por pesquisas na <i>internet</i> .
Os estudantes que desenvolvem a atividade experimentam diferentes estratégias e ferramentas (matemáticas, tecnológicas e empíricas), analisam os resultados parciais e os incrementam quando necessário.	0	Conforme relatado nos resultados, o grupo notou um comportamento exponencial dos dados da tabela 2, mas não fez uso de nenhuma estratégia ou habilidades matemáticas para melhorar o seu modelo matemático, além da expressão algébrica apresentada.
As simplificações que conduzem a uma situação idealizada não descaracterizam a situação da realidade.	0	O modelo proposto, assim como do grupo A, descaracterizaram a situação da realidade, uma vez que não incluíram a temperatura ambiente no modelo matemático proposto.
No desenvolvimento da atividade de modelagem, as escolhas pedagógicas não se sobressaem frente às necessidades da abordagem matemática da situação da realidade.	2	Como os discentes não teriam que desenvolver a atividade com finalidades pedagógicas, isto é, não a utilizariam na Educação Básica, por exemplo, não haviam limites para as escolhas da abordagem matemática da situação.
Há um equilíbrio entre a orientação do professor e a autonomia do estudante de modo que prevalece a segunda.	2	Depois da situação-problema exposta, os estudantes resolveram realizar um experimento, porém o grupo não o levou adiante. O professor atuou como um mediador e orientador, somente quando solicitado, também como aquele que validou os resultados.
Os resultados obtidos pela Modelagem Matemática da situação alcançam interesses e geram discussões que extrapolam a sala de aula.	0	Não houve discussões que extrapolassem a realidade da sala de aula.
Total	6	Nível 2

Fonte: elaborada pelos autores com os dados da pesquisa.

Observa-se que por mais que haja uma distinção considerável entre o que cada grupo realizou, todos alcançaram o mesmo nível de autenticidade de acordo com os atributos propostos por Almeida e Omodei (2022). Esperava-se, devido aos alunos estarem, na época, cursando o VI módulo do curso de Licenciatura em Matemática, isto é, já possuíam conhecimentos relativos ao Cálculo Diferencial e Integral, que conseguissem desenvolver de forma mais abrangente e completa o modelo matemático, de acordo com variados materiais, para explicar o resfriamento da xícara de café.

Embora o conteúdo não estivesse previamente definido para a abordagem matemática dos grupos, o tema Lei de Resfriamento de Newton seria, talvez, facilmente relacionado com a natureza do fenômeno estudado. Ressalta-se que em cada um dos cinco grupos havia pelo menos um discente que estava cursando, na época, a disciplina Equações Diferenciais

Ordinárias - a formação dos grupos foi definida pelos próprios discentes.

No que se refere ao experimento, o *campus* em questão conta com laboratório de física e o professor comentou sobre a possibilidade de o utilizarem, caso os discentes preferissem. Com relação à utilização de *softwares* para ajudar na criação do modelo matemático, o professor, nas duas atividades de primeiro momento (Almeida; Silva; Vertuan, 2021) havia usado e instigado a utilização de *softwares* como o *Excel* e o *Geogebra* para abordar problemas de Modelagem Matemática.

Diante do exposto, observa-se que os discentes, muito provavelmente, dispunham dos instrumentos teóricos e materiais necessários para alcançar um grau mais elevado de autenticidade na atividade desenvolvida. Embora estivessem engajados em uma atividade de segundo momento — nos termos de Blum (2015), que compreende parcialmente os conhecimentos inerentes ao processo de Modelagem Matemática —, constata-se que o problema poderia ter sido abordado de maneira mais sofisticada, considerando os recursos disponíveis. Nesse contexto, a ausência de um nível mais aprofundado de elaboração matemática nos modelos apresentados evidencia que os conhecimentos conceituais requeridos não foram plenamente desenvolvidos ao longo do Curso de Licenciatura em Matemática. Tal fato revela uma lacuna na formação, dado que os estudantes já haviam cursado disciplinas suficientes que, em tese, lhes confeririam condições para propor uma modelagem mais abrangente e generalista da situação-problema.

9 Considerações finais

Para investigar como determinar a autenticidade de uma atividade de Modelagem Matemática envolvendo a Lei de Resfriamento de Newton realizou-se uma investigação de caráter qualitativo, baseado nos seis atributos propostos por Almeida e Omodei (2022), com alunos do curso de Licenciatura em Matemática. A investigação ocorreu por meio da análise dos modelos apresentados, da vivência com os discentes e o professor em sala de aula e das pesquisas realizadas sobre o tema. Assim, foi possível verificar o grau de autenticidade da atividade desenvolvida.

Os resultados obtidos demonstraram que a atividade apresentou um grau considerado intermediário de autenticidade, embora, provavelmente, os discentes tivessem condições favoráveis de tempo para o desenvolvimento da atividade, de ferramentas computacionais, pois a instituição possui alguns laboratórios de informática, além de laboratório de matemática que possui computadores e outros utensílios pertinentes. Havia também possibilidades de fazer

experimentos mais sofisticados, uma vez que a instituição também possui laboratórios de física e de química. A não utilização de tantas ferramentas disponíveis pode estar relacionada com a própria desconexão da atividade com a realidade, como observa-se no atributo 6.

É importante que discentes do curso de Licenciatura em Matemática estejam familiarizados com o fazer Modelagem Matemática para que, futuramente, possam ter uma maior segurança para vivenciar essa metodologia de ensino-aprendizagem no contexto da Educação Básica. Percebe-se que um dos maiores desafios enfrentados pelos discentes foi com a utilização de ferramentas matemáticas, como o Cálculo Diferencial e Integral, embora, como não havia uma abordagem pré-determinada para o problema, houvesse a possibilidade de modelar a situação-problema por outros meios, como regressão exponencial, funções definidas em partes e etc.

Por outro lado, observa-se que o esforço de estudar atividades de Modelagem Matemática com o intuito de determinar a sua autenticidade, além de inúmeros outros fatores, é importante no sentido de possibilitar que o professor atuante e o futuro professor possam planejar melhor suas atividades, de modo que no final ela seja a mais significativa possível para o aluno. Ademais, o *design* proposto por Almeida e Omodei (2022) é relevante para ajudar no discernimento da autenticidade de atividades de Modelagem. No entanto, ao observar que todos os grupos alcançaram o mesmo nível de autenticidade, apesar da natureza do que cada grupo desenvolveu, suscita-se uma possível discussão sobre a organização dos intervalos em que cada nível se encontra. Outro fator digno de nota, seria perguntar: será se o momento (primeiro, segundo ou terceiro) afeta no nível de autenticidade da atividade? São perguntas e observações que podem ser abordadas em trabalhos posteriores.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática em Foco**. Editora Ciência Moderna Ltda, 2014. p.1-21

ALMEIDA, L. M. W.; OMODEI, L. B. C. Autenticidade em Atividades de Modelagem Matemática: em busca de um design. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 24, n. 3, p. 108-144, 2022.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2021.

AULETE, C. **Aulete Digital – Dicionário contemporâneo da língua portuguesa**. 2008.

Disponível em: <https://aulete.com.br/autenticidade>. Acesso em: 18 nov. 2023.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. **Reunião anual da ANPED**, v. 24, n. 2001, p. 01-15.

BARBOSA, J. C. A “contextualização” e a Modelagem na educação matemática do ensino médio. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, v. 8, p. 1-8, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2016.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2010.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In: BLUM, W. **The proceedings of the 12th international congress on mathematical education**. Springer, Cham, 2015. p. 73-96.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010a.

BURAK, D. A pesquisa e a pratica de Modelagem Matemática sob o ponto de vista de uma concepção de Educação Matemática. In: IV Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2010, Maringá. **IV EPMEM: Modelagem matemática: perspectivas interdisciplinares para o ensino e aprendizagem de matemática**. Maringá: Editora da Universidade Estadual de Maringá, 2010b. v. 1. p. 1-15.

D’ AMBROSIO, U. Prefácio. In: BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. Editora Contexto, 2002.

DE ALMEIDA COSTA, F. Ensino matemática por meio da modelagem matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, 2016.

FERNANDEZ, O. E. **Por que o café esfria tão rápido?: e outras aplicações do cálculo no seu dia a dia**. Tradução de Celso Roberto Paschoa. Bluches, 2016.

GALBRAITH, P. Authenticity and goals – overview. **Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14 th ICMI Study**, p. 181-184, 2007.

HORA, T. D.; ALMEIDA, L. M. W. De. **O uso estratégico do desenho em atividades de modelagem matemática**. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 13, p. 1-26, 2024.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Planejamento de Atividades de Modelagem Matemática: um caminho possível. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, n. 1, p. 1-24, 2015.

PINTO, T. F. *et al.* **A elaboração de planejamento de atividades de modelagem matemática por professores com pouca vivência em modelagem**. Dissertação (Mestrado) -

Universidade de Minas Gerais, Faculdade de Educação. Belo Horizonte. 2020.

POLLAK, H.; GARFUNKEL, S. Uma Visão da Modelagem Matemática na Educação Matemática. **Jornal de Educação Matemática no Teachers College**. [S. l.] , 2013. DOI: 10.7916/jmetc.v0i0.658. Disponível em: <https://journals.library.columbia.edu/index.php/jmetc/article/view/658>. Acesso em: 13 nov. 2023.

SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de modelagem matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, p. 1071-1101, 2012.

SOARES, S. de J. Pesquisa científica: uma abordagem sobre o método qualitativo. **Revista Ciranda**, v. 3, n. 1, p. 1-13, 2019.

SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. Formação do professor em Modelagem Matemática: um olhar sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo. **REnCiMa. Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 2, p. 1-28, 2021.

VOS, P. Authenticity in Extra-curricular Mathematics Activities: Researching Authenticity as a Social Construct. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele. **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**. Cham: Springer, 2015. p. 105-116.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações diferenciais**. 3ed. Pearson Universidades, 2000. v.1.