

A integração da tecnologia na resolução de problemas na formação de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental

DOI: <https://doi.org/10.33871/rpem.2025.14.34.9715>

Eli Ferreira dos Santos¹
Suzete de Souza Borelli²

Resumo: Este artigo é fruto de uma experiência na formação continuada com professores que ensinam matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, cujo objetivo foi discutir a inserção e a integração do uso de tecnologia digital nas aulas de matemática. Participaram da formação quatro professores de matemática em 2023. Neste texto será relatado como ocorreu o processo de formação desses professores e a implementação da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, articulada às representações semióticas de tratamento e conversão, evidenciadas por meio das interações proporcionadas pelo software GeoGebra, na abordagem dos conteúdos potenciação, radiciação e porcentagem. Como resultado dessa formação, observou-se a compreensão pelos professores, acerca da inserção e da integração da tecnologia nas práticas pedagógicas dos temas discutidos.

Palavras-chave: Integração da tecnologia; Geogebra; Resolução de problemas; Representações Semióticas.

The integration of technology in problem solving in the training of math teachers in the final years of elementary school

Abstract: This article is the result of an experience in continuing education with teachers who teach mathematics in the final years of elementary school, the aim of which was to discuss the insertion and integration of the use of digital technology in mathematics classes. Four math teachers took part in the training in 2023. This text will report on the training process for these teachers and the implementation of the teaching-learning-evaluation methodology, linked to the semiotic representations of treatment and conversion, evidenced through the interactions provided by the GeoGebra software. As a result of this training, the teachers' understanding of the insertion and integration of technology into the pedagogical practices of the topics discussed was observed.

Keywords: Integration of technology; Geogebra; Problem solving; Semiotic Representations.

1 Introdução

Este artigo é parte integrante de uma dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, de nossa autoria, que gerou encaminhamentos para uma formação continuada de professores de Matemática da Educação Básica, ocorrida em 2023. O objetivo dessa formação foi discutir a inserção e a integração do uso da tecnologia digital na formação

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul – São Paulo, SP, Brasil. Professor de matemática da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo, SP. E-mail: erafabruno@gmail.com -ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-6359-4606>.

² Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul – São Paulo, SP, Brasil. Professora de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, SP. E-mail: suzeteborelli@gmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0738-8162>.

de professores.

A construção da dissertação e a sua indicação quanto ao uso nas aulas de Matemática envolveram a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação (Allevato; Onuchic, 2021), as representações semióticas de tratamento e conversão (Duval, 2009), e as construções dinâmicas simultâneas proporcionadas pelo *software GeoGebra*. Este estudo delimita-se, em parte, na abordagem da inserção e da integração quanto ao uso da tecnologia, em especial a implementação do *software GeoGebra* como ferramenta de apoio à resolução de problemas, nas aulas de Matemática.

Uma das grandes dificuldades dos professores de Matemática é proporcionar atividades que criem condições reais de aprendizagem para os alunos desenvolverem as habilidades exigidas de acordo com o ano em curso e do conteúdo abordado. O uso da tecnologia digital nas aulas de matemática está indicado na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018, p. 267) que orienta: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados”.

Esta orientação faz parte das competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental, e merece destaque a ideia expressa na formulação “validando estratégias e resultados”, não apenas como uma etapa de verificação, mas também como parte do processo de construção do conhecimento. Construir o conhecimento com o uso da tecnologia, com base na BNCC (Brasil, 2018) está presente nas habilidades que devem ser ensinadas e aprendidas.

Por exemplo, a habilidade (EF08MA04)³ estabelece: “Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais”. Essa habilidade, prevista para o 8º ano, evidencia que o uso de tecnologias digitais é entendido como uma ferramenta que contribui para a compreensão e resolução de problemas, promovendo a construção do conhecimento relacionado ao conteúdo de porcentagem.

Essas situações estão diretamente ligadas à integração das ferramentas tecnológicas digitais disponíveis, que podem ser utilizadas pelos professores nos processos de ensino e aprendizagens. Autores como Bittar (2011), Nobrígua (2015), Ruas; Macêdo; Santos (2021), Santos (2023), discutem e apresentam, em suas pesquisas, argumentos que validam o uso da tecnologia no ensino da Matemática.

A seguir, apresenta-se o recorte das habilidades relacionadas aos conteúdos de

³ EF08MA04: EF - Ensino Fundamental, 08 – oitavo ano, MA – matemática e 04 – posição sequencial da habilidade.



porcentagem, potenciação e radiciação.

- (EF08MA04) - Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

- (EF08MA02) - Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

A partir dessas habilidades, a formação buscou apoiar e instrumentalizar os professores no desenvolvimento das atividades, na implementação de recursos tecnológicos e nas intervenções em sala de aula. Especificamente, procurou-se vivenciar situações didáticas para a aprendizagem dos conteúdos mencionados, por meio da resolução de problemas.

A formação ocorreu de agosto a dezembro de 2023 em uma escola pública de tempo integral localizada na cidade de São Paulo, cujo foco da formação foram os professores dos anos finais do Ensino Fundamental. A formação foi organizada em oito encontros às sextas-feiras durante os momentos de Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC) da área de conhecimento de matemática, com a participação de quatro professores da disciplina.

Sobre a formação continuada de professores na escola, Bittar (2011, p. 163) argumenta:

[...] é importante que a formação do professor seja feita em serviço, se possível em seu local de trabalho, vivenciando suas dificuldades e problemas do dia a dia e durante um tempo que seja suficiente para o amadurecimento das discussões acerca das situações vivenciadas. Dessa forma, não é possível pensar em mudanças na prática pedagógica a partir de situações isoladas da realidade do professor. Além disso, o professor não deve ser agente recebedor de práticas a serem repetidas: esse é um paradigma ultrapassado.

A autora destaca a importância da formação continuada do professor em serviço, enfatizando que é na escola, no seu local de trabalho, que emergem as necessidades do grupo de professores, e isso, foi levado em consideração durante a formação. Nesse sentido, o formador passou a integrar o contexto escolar, desenvolvendo a formação junto com os professores, discutindo as dificuldades de aprendizagem dos alunos e colaborando no planejamento das atividades, as quais puderam ser repensadas a partir das interações iniciais observadas e analisadas.

A construção deste artigo apoiou-se nas discussões que emergiram do grupo acerca de como é possível fazer a inserção e a integração da tecnologia, aplicadas sobre os conteúdos de porcentagem, potenciação e radiciação, articulada com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação (Allevato; Onuchic, 2021), nas representações semióticas de tratamento e conversão (Duval, 2009), e utilizando o *software GeoGebra*.

Para compreender o processo, apresentaremos a seguir, o referencial teórico que

fundamentou o trabalho na formação dos professores.

2 Referencial Teórico

O referencial teórico que inicialmente subsidiou o estudo sobre a Tecnologia Digital da Informação e Comunicação (TDIC), com o propósito de discutir as dificuldades que se apresentam no uso da tecnologia em sala de aula. Nesse percurso, foram apresentadas as contribuições de (Bittar; 2011), com a obra “A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática”. A autora destaca, sobretudo, os ganhos de aprendizagem que a integração da tecnologia pode proporcionar ao desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos.

Outros autores corroboram essa perspectiva, (Santos, 2021; Santos, 2023; Nóbrega, 2015), ao relatarem os benefícios da utilização adequada de tecnologia digital, especialmente no contexto das construções geométricas com o uso do *software GeoGebra*. Esses ganhos de aprendizagem referem-se, em particular, às construções dinâmicas e simultâneas possibilitadas pela ferramenta, em contraste com as construções estáticas realizadas no caderno.

Ainda, Bittar (2011, p. 158) argumenta que muitos professores enfrentam dificuldades para integrar a tecnologia de forma efetiva em sua prática pedagógica.

Entretanto, infelizmente, estes resultados estão, em sua maioria, longe da sala de aula; ou seja, as aulas de matemática continuam sendo dadas, majoritariamente, sem o auxílio da tecnologia. Em geral, os principais argumentos utilizados por professores ou diretores de escola, ou mesmo pesquisadores para esse fato, concentram-se em torno de dois motivos: falta de material e de condições adequadas (salas, computadores, softwares, ...) e falta de preparo dos professores.

A autora aponta alguns argumentos utilizados pelos professores para justificar a não utilização de tecnologia digital, como a falta de condições dos materiais tecnológicos e a falta de conhecimento sobre o uso dessas ferramentas. Em contrapartida a essas justificativas, (Santos, 2021) argumenta que, mesmo diante das dificuldades apresentadas por professores, isso não deve ser motivo para evitar o uso, mas sim uma oportunidade de aprendizagem para lidar com as ferramentas tecnológicas.

Valente (1993) já questionava o que caracteriza o uso inteligente da tecnologia, destacando que deve considerar o contexto pedagógico em que está inserido. Nesse sentido, (Ruas; Macêdo; Santos, 2023, n.p.) afirmam a urgência da aprendizagem dos professores no



uso da tecnologia nas aulas de matemática.

Com o presente estudo, buscamos compreender a pesquisa brasileira, no período de 2010 a 2020, sobre a construção de conhecimentos pedagógicos-tecnológicos no processo de integração das tecnologias digitais nas aulas de Matemática. Nossas reflexões e análise nos permitiram inferir que para identificarem a urgência na sua qualificação profissional a curto, médio e longo prazos, os docentes precisam entender os possíveis cenários que se descontinam e reconhecer no vendaval de propostas aquelas que mais se aproximam das definições e interpretações da óptica teórico-metodológica que defendem e que sejam viáveis de serem aplicadas nas instituições de ensino que estejam inseridos.

Os autores defendem que a integração da tecnologia digital faça parte da formação dos professores de matemática a curto, médio e longo prazo. Essa observação é pertinente, pois envolve dois caminhos que se entrelaçam, aprender sobre a tecnologia digital e aprender sobre o uso da tecnologia para o ensino.

Para além disso, os professores devem distinguir quanto a inserção e a integração da tecnologia nas aulas. Pensar em utilizar a tecnologia digital, (Bittar, 2011, p. 159, grifo nosso) traz uma questão primordial, a inserção e a integração nas práticas pedagógicas do professor, e diferencia.

Inserir um novo instrumento na prática pedagógica significa fazer uso desse instrumento sem que ele provoque aprendizagem, usando-o em situações desconectadas do trabalho em sala de aula. Assim, a tecnologia é usada como um instrumento extra, um algo a mais que não está de fato em consonância com as ações do professor. Isso é o que acontece na maioria das vezes que um professor leva seus alunos ao laboratório de informática. A *integração* desse instrumento na prática pedagógica do professor significa que ele passa a fazer parte do arsenal de que o professor dispõe para atingir seus objetivos. Implica em fazer uso do instrumento de forma que este contribua com o processo de aprendizagem do aluno, que lhe permita compreender, ter acesso, explorar diferentes aspectos do saber em cena.

É fundamental que o professor saiba diferenciar a inserção da integração tecnológica em sua prática pedagógica. A inserção tecnológica se caracteriza pela simples disponibilização de ferramentas digitais em sala de aula, sem que isso contribua de forma significativa para a aprendizagem dos alunos. Nesse caso, o uso é meramente como um instrumento a mais que está à disposição, e está dissociado do fazer pedagógico do professor e do aluno. Por exemplo, como aponta Bittar (2011), quando o aluno constrói um triângulo no computador, copia e cola como ilustração em seu texto, sem qualquer reflexão sobre os conceitos envolvidos. Então, qual seria a diferença em construir um triângulo no caderno utilizando régua e transferidor?



Por outro lado, a integração da tecnologia digital, envolve intencionalidade pedagógica: ao construir um triângulo em um software apropriado, ao manipular os vértices dos triângulos, observa-se ao modificar à medida dos ângulos e perceber, que a soma dos ângulos internos permanece constante, conforme os princípios da geometria euclidiana.

Para que essa integração aconteça de forma eficaz nas aulas de matemática, Valente (1997, p. 21) afirma:

A interação aluno-computador precisa ser mediada por um profissional que tenha conhecimento do significado do processo de aprendizado através da construção do conhecimento, que entenda profundamente sobre o conteúdo que está sendo trabalhado pelo aluno e que compreenda os potenciais do computador. Esses conhecimentos precisam ser utilizados pelo professor para interpretar as ideias do aluno e para intervir apropriadamente na situação de modo a contribuir no processo de construção de conhecimento por parte do aluno.

De acordo com o autor, o conhecimento do conteúdo e do computador pelo professor é essencial para que ocorra a interação do aluno de modo satisfatório. Nesse sentido, Bittar (2011, p. 3) destaca:

Mas o que significa o professor estar preparado para usar tecnologia em suas aulas? Será que é conhecimento da máquina (computador) e de aplicativos básicos? Isso parece ser insuficiente no que diz respeito às aulas de matemática. Então será que significa ter conhecimento de softwares próprios para o ensino de matemática? Em nossa experiência com a formação de professores, tanto inicial quanto continuada, percebemos que para um professor fazer uso de um software de matemática em suas aulas é preciso um pouco mais do que o conhecimento deste e algum domínio do computador.

A autora continua trazendo questionamentos que visam levar o professor a refletir sobre a sua prática, especialmente quanto à interação do aluno com o computador e ao uso adequado de *softwares*. Destaca-se a relevância do conhecimento e da prática do professor na manipulação dessas ferramentas para alcançar os objetivos desejados. Entre os softwares utilizados como ferramenta pedagógica para o ensino e aprendizagem da matemática, destaca-se o *GeoGebra*.

3 As representações simultâneas do software *GeoGebra*

O software *GeoGebra* é de uso livre e possui versões 2D e 3D, utilizadas para construções de figuras planas e espaciais respectivamente. Recentemente foi lançada a versão



experimental do *GeoGebra Discovery* voltada para a geometria e com a funcionalidade de verificar propriedades e teoremas. Embora tenha sido originalmente desenvolvido para a geometria, o *GeoGebra* permite também construções numéricas, algébricas, probabilísticas, fazendo uso de grandezas e medidas, contribuindo significativamente para o trabalho com os conteúdos de matemática envolvendo as unidades temáticas descritas na BNCC (Brasil, 2018).

O uso do *GeoGebra* pode proporcionar uma interatividade nas construções que não se evidencia nos materiais impressos. De acordo com Nóbrega (2015), o *software* dinamiza as construções algébricas e geométricas de forma simultânea, favorecendo a compreensão dos alunos por meio da visualização dos objetos matemáticos. A BNCC (Brasil, 2018), destaca a importância em integrar as tecnologias digitais com os conteúdos trabalhados em sala de aula.

De acordo com (Castro; Arruda, 2024, p. 3) afirmam:

As abordagens com a utilização de tecnologias digitais, por exemplo, o software *GeoGebra*, poderá contribuir para a aprendizagem matemática, trazendo significados aos conceitos trabalhados, visto que o uso de softwares nas salas de aula torna as atividades mais dinâmicas e prazerosas, uma vez que os alunos já possuem determinado conhecimento relativo às tecnologias.

Para as autoras, o uso do *GeoGebra* tem potencial para contribuir com a aprendizagem dos alunos, tornando as aulas mais atrativas, dinâmicas e, principalmente, atribuindo significado aos conteúdos abordados.

Segundo (Santos, 2021), o *GeoGebra* oferece uma gama de ferramentas que potencializam os ganhos de aprendizagem em comparação com os métodos tradicionais como caderno, régua, transferidor e o compasso. O autor argumenta que o uso desse *software* pode melhorar a eficiência do ensino e da aprendizagem, reduzindo perdas de informações decorrentes de erros nas construções geométricas manuais.

Além disso, conforme observado por Nobrígá (2015), o *GeoGebra* permite aos alunos visualizarem alterações na representação algébrica a partir das modificações na janela geométrica, facilitando a compreensão das relações matemáticas. As construções simultâneas no *software* evidenciam diferentes representações de um mesmo objeto matemático, permitindo, por meio da visualização uma compreensão mais profunda dos conceitos e processos matemáticos envolvidos. Essas diferentes representações correspondem aos registros de representações semióticas, conforme desenvolvidas por (Duval, 2009).

4 As representações semióticas



As representações semióticas são as diferentes formas de representar os objetos matemáticos. Nesse contexto, (Duval, 2009) desenvolveu a Teoria dos Registros das Representações Semióticas, afirma: “A noção de representação torna-se, então, essencial como forma sob a qual uma informação pode ser descrita e considerada em um sistema de tratamento” (Duval, 2009, p. 31). Segundo o autor, essas apreensões são a noésis e a semiótica.

A noésis é a apreensão mental, ou seja, cria-se o objeto matemático na mente. Já a semiótica são as representações externas da apreensão mental, que são as representações de tratamento e conversão. Duval (2009) afirma que a noésis e semiósis não são possíveis de serem separadas no pensamento humano.

O tratamento é definido como “uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação” (Duval, 2009, p. 39). Já a conversão é “[...] ao contrário, uma transformação que se faz passar de um registro a outro” (Duval, 2009, p. 39).

Essas definições possibilitam compreender e diferenciar quando uma representação é de tratamento ou conversão. Segundo (Cargnin; Volce; Frizzarini, 2022, p. 321):

[...] uma abordagem de ensino baseada no trânsito entre diferentes representações semióticas pode levar o estudante a ir além do mero cálculo, e refletir sobre os significados das operações que realiza, o que pode, consequentemente, ajudá-lo no processo de atribuição de sentido e significado às coisas que estuda em Matemática, além de favorecer a coordenação de registros.

Uma proposta pedagógica que se fundamenta em conduzir o aluno a transitar entre diferentes representações semióticas pode levá-lo a ir além do mero cálculo e a refletir sobre os significados das operações que realiza. Isso pode, consequentemente, ajudá-lo no processo de atribuir sentido e significado das operações matemáticas aplicadas aos conteúdos, além de favorecer a coordenação entre diferentes registros de representação semiótica. Segundo Santos (2023, p. 91):

[...] cabe-nos compreender que a representação pode estar presente em um enunciado em nossa língua materna, em uma fórmula, em uma tabela, em um gráfico, em uma figura geométrica, em um conjunto de números, em uma escrita algébrica, entre outros. Isso são exemplos de representações semióticas que permitem observar um conjunto de sistemas semióticos, com diferentes signos.

O autor apresenta exemplos que ilustram como um mesmo objeto matemático pode ser



representado em diferentes formas. Segundo (Duval, 2009), para que a aprendizagem não fique incompleta, o aluno deve mobilizar pelo menos duas representações de um mesmo objeto. No entanto, o autor ressalta que isso, por si só, não garante a compreensão.

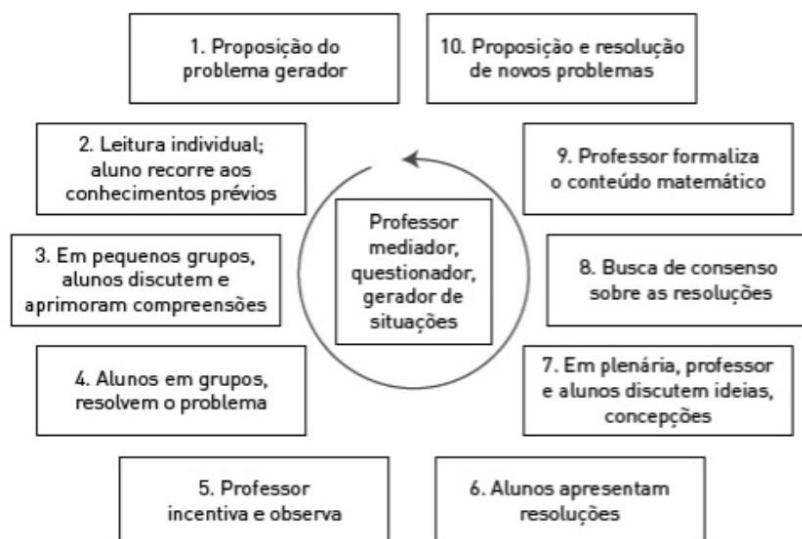
Cabe ao professor, ao propor situações de aprendizagem, conduzir os alunos nas diferentes representações de tratamento e conversão do mesmo objeto.

5 A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação

O ensino da Matemática por meio da resolução de problemas, requer a utilização de uma metodologia que leva a construção do conhecimento, tanto para o professor, quanto para o aluno. (Allevato e Onuchic (2021), desenvolveram uma metodologia para o ensino e aprendizagem da Matemática denominada de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas. Elas defendem a ideia de que o ensino, a aprendizagem e a avaliação ocorram de maneira simultânea durante a resolução de um problema. “Nessa Metodologia, o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e conteúdos matemáticos” (Allevato; Onuchic, 2021, p. 47).

Para isto, desenvolveram uma sequência de dez etapas para serem aplicadas na resolução de um problema, ilustrada na Figura 1.

Figura 1: Etapas da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação.



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

Nessa metodologia, o professor assume o papel de mediador entre o conhecimento



esperado e o conhecimento que o aluno já sabe, por sua vez, o aluno assume o protagonismo da sua aprendizagem em um processo de colaboração com o grupo de alunos e o professor. Castro e Arruda (204, p. 3) argumentam:

Outro fator que contribui para uma melhor aprendizagem dos educandos no ensino da Matemática é a utilização da metodologia de resolução de problemas, em que o aluno, após seguir algumas etapas que o leva a compreensões, questionamentos próprios, discussões, registros, análises e outras, desenvolve várias habilidades na construção de seu conhecimento.

As autoras destacam que o uso da metodologia de resolução de problemas contribui para a aprendizagem dos alunos, desenvolvendo habilidades importantes para aprender e pensar matematicamente.

As etapas da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, serão evidenciadas na apresentação dos problemas resolvidos.

6 Percurso metodológico do estudo

Este trabalho seguiu uma abordagem qualitativa, pois, como afirmam Bogdan; Biklen (1994, p. 50), "A busca do significado é fundamental na abordagem qualitativa". Nesse sentido, o formador atentou-se em observar e registrar, durante a resolução dos problemas, os acontecimentos e as discussões que emergiram do grupo de professores, com foco no processo de resolução de problemas, especialmente sob a perspectiva do uso da tecnologia.

Dos oito encontros realizados ao longo da formação, destacam-se o primeiro, segundo e sexto. No primeiro encontro, os professores tiveram os primeiros contatos com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, com as representações semióticas e com o *software GeoGebra*, e foram abordados os conteúdos de potenciação e radiciação. No segundo encontro, continuou-se a abordagem dos conteúdos de potenciação e radiciação, e no sexto encontro foi abordado o conteúdo de porcentagem.

A formação contou com a participação de quatro professores de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola pública de tempo integral da cidade de São Paulo, e ocorreu durante os meses de agosto a dezembro de 2023.

7 Resultados e discussões

A análise consistiu no recorte de três problemas geradores, com ênfase no uso da



tecnologia, especificamente o software GeoGebra. Os comentários iniciais referem-se às dificuldades apresentadas pelos professores nas primeiras atividades, especialmente quanto ao manuseio das ferramentas do *GeoGebra*, evidenciando a falta de familiaridade do *software*. Os professores utilizaram o notebook e o celular, no entanto, o notebook apresentou mais facilidade de manuseio em comparação ao celular.

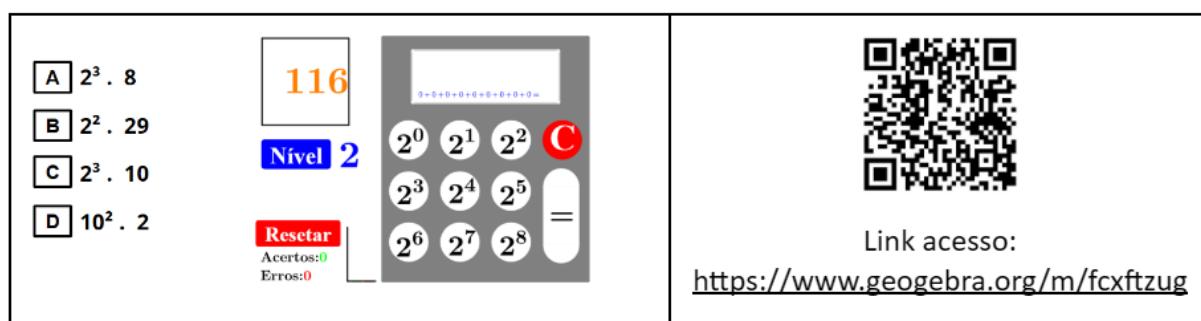
Os professores relataram que não conheciam a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas, tampouco as representações semióticas de tratamento e conversão (Duval, 2009), que destaca a importância em realizar mais de uma representação do mesmo objeto.

A seguir, as habilidades e os problemas trabalhados.

No primeiro encontro foi abordado o conteúdo de potenciação e radiciação, e foi proposto um problema envolvendo a habilidade (EF08MA02) - Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

Problema 1 - No visor da calculadora abaixo aparece o número 116, que pode ser escrito numa potência de base 2. Escreva esse número a partir das potências da calculadora. Qual é a soma dessas potências? Marque a alternativa correta.

Figura 2: Calculadora dinâmica de potência.



Fonte: elaborada pelos autores (2023).

7. 1 Comentários

O formato da atividade foi uma novidade para os professores, pois não conheciam uma calculadora dinâmica de potência. Foi solicitado que acessassem o software a partir do QR *code* ou do *link*, e que poderiam utilizar o caderno para realizar os cálculos numéricos.

As etapas da metodologia foram seguidas, e, na etapa 6, os professores apresentaram as soluções encontradas utilizando a calculadora dinâmica, bem como os cálculos realizados manualmente no caderno. Observou-se que a implementação das etapas da metodologia



favoreceu o trabalho colaborativo e a reflexão conjunta sobre a resolução do problema.

Na etapa 7 da plenária, o formador problematizou as discussões a respeito das abordagens para a introdução do conceito de potência utilizando os recursos tecnológicos, e destacou os saberes necessários tanto por parte dos professores quanto dos alunos. Nesse contexto, o pesquisador abordou a necessidade e a urgência da apropriação e do uso da tecnologia, conforme discutido por Ruas; Macêdo; Santos (2023), e apresentou as ideias de Bittar (2011), destacando a importância de inserir um novo instrumento na prática pedagógica, e saber diferenciar entre a inserção e a integração da tecnologia.

O encontro foi finalizado na execução da etapa 9, em que o formador evidenciou os conceitos e procedimentos envolvidos na resolução das potências, ressaltando a importância de realizar a resolução por diferentes meios, mesmo que se tratasse apenas de representações de tratamento. Foi combinado com os professores a aplicação de uma atividade utilizando a calculadora nas suas respectivas turmas.

No segundo encontro, foi feito o feedback com os professores na implementação da atividade da calculadora dinâmica de potência. Eles relataram que o uso da calculadora gerou um clima de entusiasmo e aprendizagem, no entanto, observaram que os alunos apresentaram dificuldades nos cálculos numéricos realizados no caderno, e que mereciam atenção dos professores. A Figura 3 ilustra a aplicação da atividade em uma turma do 7º ano.

Figura 3: Aplicação da atividade de potência.



Fonte: Elaborada pelos autores.

A Figura 3 ilustra o momento em que a professora da turma aplicou a atividade com uma turma do 7º ano e compartilhou a experiência na formação. Ela relatou o empenho e a

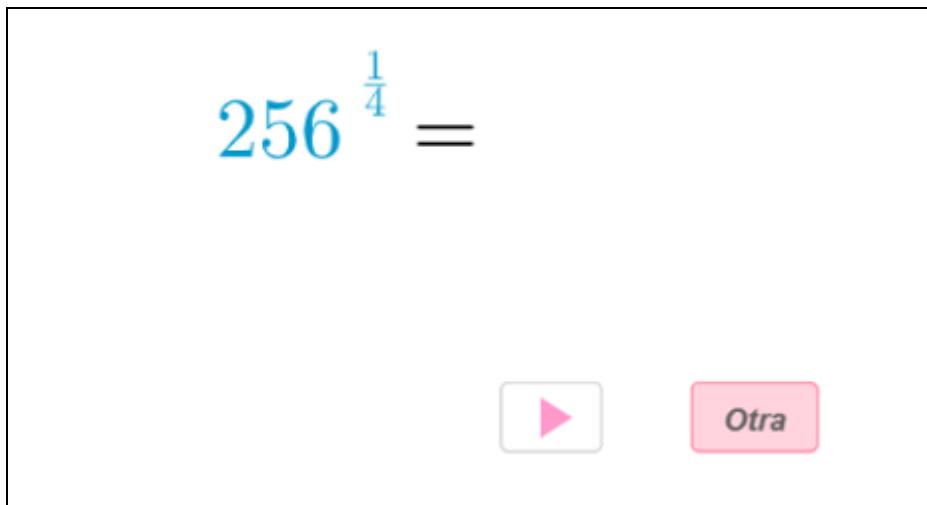


dedicação dos alunos, destacando que a calculadora de potência foi uma novidade que proporcionou uma aula diferenciada da rotina da turma. A BNCC (Brasil, 2018), ressalta a importância em integrar as tecnologias digitais aos conteúdos trabalhados, e (Santos, 2021) argumenta que o uso desse software pode melhorar a eficiência do ensino e da aprendizagem. De acordo com a professora, a manipulação do *software* pelos alunos ajudou na compreensão do conceito e da representação da potência de base 2. Castro e Arruda (2024) corroboram com as observações da professora sobre o uso do *software*, que traz significados aos conceitos trabalhados.

O segundo problema proposto tratou da radiciação com a resolução dinâmica. O objetivo dessa atividade foi mostrar a interação proporcionada pelo *software*. A construção dinâmica referente a radiciação foi desenvolvida e disponibilizada na plataforma do *GeoGebra* por Débora Pereira Carbajo, sob o título: Potências de expoente fracionário - Radicais (I), no link: <https://www.geogebra.org/m/p3chr5e>.

Problema 2 - Calcule a radiciação das potências com expoente fracionário no *GeoGebra*.

Figura 4: Transformação da potência em radiciação.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Esta atividade consiste em observar como ocorre a transformação da potência com expoente fracionário em radiciação. Ao clicar na seta ocorre o movimento e clicar em “outra” muda a potência. A Figura 5 ilustra o movimento da operação no Geogebra.



Figura 5: Ilustração da transformação da operação.

$$256^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{256} = 4$$

porque $256 = 4^4$

Fonte: Elaborada pelos autores, 2023.

7.2 Comentários

Na aplicação dessa atividade, após a manipulação do software pelos professores, partiu-se para a etapa 7 da plenária. Discutiu-se a aprendizagem por meio da visualização do movimento dinâmico da potência com expoente fracionário, sendo transformado em radiciação. Nesse sentido, (Nobrígua, 2015; Santos, 2023) argumentam sobre os ganhos de aprendizagem das construções dinâmicas proporcionadas pelo *software*. O formador orientou os professores sobre o uso do recurso e à abordagem com os alunos, para que pudessem perceber como o operador da raiz aparece a partir do expoente da potência. Em seguida, encaminhou-se para a etapa 9, referente à formalização do conteúdo envolvido, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6: Formalização do conteúdo matemático.

Radiciação: Potenciação com Expoente Fracionário.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$\frac{m}{n} \rightarrow$ o numerador é o expoente da potência do radical.
 $a^{\frac{m}{n}} \rightarrow$ o denominador é o índice do radical.

Fonte: elaborado pelos autores, 2023.

O formador apresentou o conteúdo de radiciação e foi discutida a questão de se trabalhar o conceito e o procedimento operatório, resgatando as propriedades da radiciação, ilustrada na Figura 7.



Figura 7: Propriedades da radiciação

Propriedades da radiciação		
$\sqrt[n]{0} = 0$	Por definição, 0 elevado “n” vezes, é sempre igual a zero, pois $0 \cdot 0 \cdot 0 \dots \cdot 0 = 0$, para qualquer número inteiro “n”.	
$\sqrt[n]{1} = 1$	1 elevado “n” vezes, é sempre igual a 1, pois $1 \cdot 1 \cdot 1 \dots \cdot 1 = 1$ para qualquer número inteiro “n”.	
$\sqrt[1]{a} = a$	Por definição de raiz, um número qualquer “a”, elevado ao expoente 1, é igual a ele mesmo.	
$\sqrt[n]{a^n} = a$	Transformamos para a forma de potência.	$a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$
$\sqrt[n]{a^b} = a^{\frac{b}{n}}$	Neste caso observe que o índice do radical é diferente do expoente do radicando, assim também transformamos o radical para a forma de potência.	

Fonte: elaborado pelos autores, 2023.

O formador orientou os professores quanto ao momento adequado para trabalhar com os alunos na manipulação do software, bem como sobre a importância de retomar os conceitos relacionados às propriedades da radiciação. A seguir, a terceira atividade desenvolvida no sexto encontro.

No sexto encontro, foi abordado o conteúdo de porcentagem, com foco na habilidade (EF08MA04) - Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Problema 3 - Porcentagem - Acréscimo: Comprei um aparelho de som por R\$200,00. Por quanto devo vendê-lo se quero obter o lucro de 25% sobre o preço de custo?

Para a resolução desse problema, os professores foram orientados a acessar a plataforma do *GeoGebra* através do link: <https://www.geogebra.org/classic/ksv2dje4>. O formador solicitou o uso da plataforma e fez a mediação necessária para que os professores construíssem uma resolução simultânea entre a representação numérica e a geométrica. Foi observado que os professores não conseguiram fazer a apresentação simultânea das duas representações. Durante a etapa da plenária, o formador questionou: seria fundamental, em um primeiro momento, apresentar essa simultaneidade aos alunos, ou seria mais adequado deixar para a etapa 9 da formalização do conteúdo?

Após as discussões, os professores chegaram a um consenso de que, inicialmente, seria mais importante ensinar e evidenciar os conceitos e procedimentos aos alunos. Contudo, destacaram a necessidade de maior domínio das ferramentas do *software*. O formador concordou com os professores e apresentou uma solução do problema, etapa 9 da metodologia.



Figura 8: resolução do problema 3.

Comprei um aparelho de som por R\$ 200,00. Por quanto devo vendê-lo se quero obter o lucro de 25% sobre o preço de custo?

O que significa 25%? $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$\frac{25}{100} \text{ de } 200 =$ $200 + 25\% \text{ de } 200 = ?$

$\frac{25}{100} \cdot 200 =$ $200 + \frac{25}{100} \text{ de } 200 =$

$\frac{5000}{100} = 50$ $200 + (0,25) \cdot 200 =$

Logo: $200 + 50 = 250 \text{ reais}$ $200 + 50 = 250 \text{ reais}$

$200 \cdot (1 + 0,25) =$ $\frac{1}{4} + 1 = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$

$200 \cdot 1,25 = 250 \text{ reais}$ $\frac{5}{4} \cdot 200 = \frac{1000}{4} = 250$

Passo = 14

$\frac{25}{100}$

$\frac{1}{4}$

250

200

Resp: Devo vendê-lo por 250 reais

Fonte: arquivo do formador - <https://www.geogebra.org/classic/exbe4vgc>.

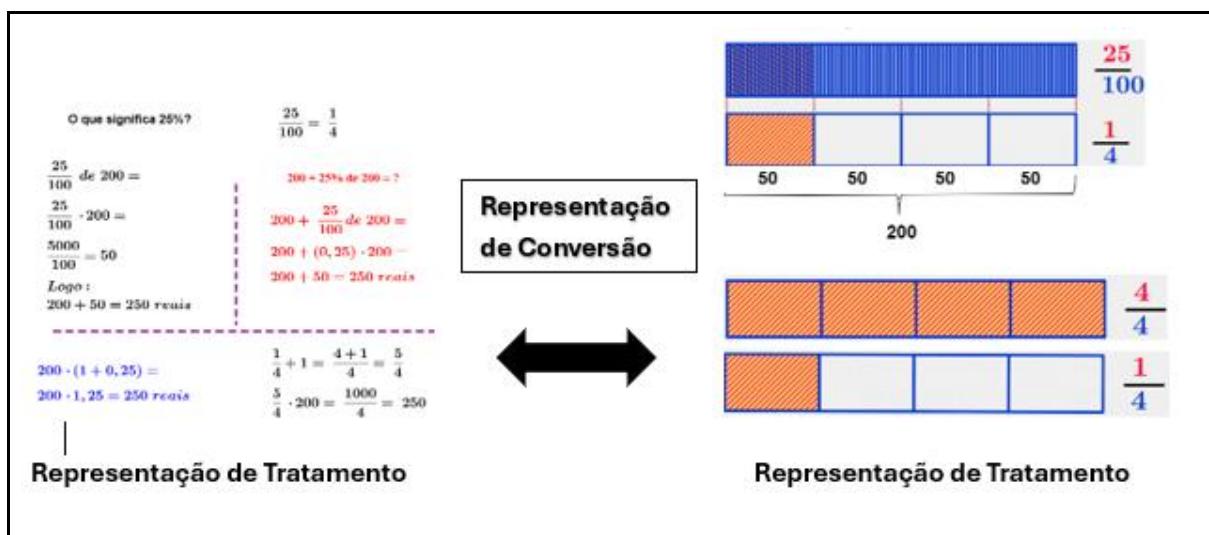
7.3 Comentários

Este problema foi construído com um seletor com quatorze etapas, no modo passo-a-passo, para evidenciar os registros de tratamento e conversão. Durante a apresentação simultânea, o formador levantou a questão da apresentação simultânea no modo passo a passo das expressões numéricas e geométricas que podem criar situações de aprendizagem pela visualização das representações. De acordo com (Allevato; Onuchic, 2021), o papel do professor é criar condições de aprendizagem e atuar como mediador entre o conhecimento que os alunos possuem e o que se espera que eles aprendam. Durante a atividade, os professores perceberam que a tela do software foi dividida em duas janelas. O formador aproveitou esse recurso para destacar as representações de tratamento e conversão, evidenciando as afirmações de (Duval, 2009), que na representação de conversão não tem nada de evidente para o aluno, o que pode dificultar a sua aprendizagem. À medida que apresentava o passo a passo da resolução numérica (tratamento), a representação geométrica correspondente era exibida simultaneamente. Os professores concordaram que essa abordagem, que articula a resolução numérica e geométrica, favorece uma melhor compreensão por parte dos alunos, pois permite a visualização do significado das operações e a construção das relações entre os diferentes registros de representações.

Nobríg (2015) afirma que é função do professor apresentar as diversas representações do mesmo objeto, o que não poderia ficar a cargo somente do aluno, pois isso poderia diminuir

as dificuldades apontadas por Duval (2009) em relação à mudança de registro. O formador explicou, na prática, que a representação de tratamento do lado esquerdo da Figura 8, mesmo sendo resolvido numericamente de quatro maneiras diferentes, continua sendo apenas um registro de tratamento, ou seja, as regras de funcionamento continuam as mesmas. Do lado direito da Figura 8, os desenhos das frações também representam apenas um registro de tratamento, pois para construir as barrinhas fracionárias, as regras de funcionamento não se alteram. A conversão, por sua vez, ocorre justamente na transição entre o registro numérico e o geométrico, ilustrada na Figura 9, a seguir:

Figura 9: Registros de tratamento e conversão.



Fonte: elaborado pelos autores (2024).

A Figura 9 ilustra as transformações de tratamento e conversão, destacando que essas representações ocorrem durante a resolução do problema, o que contribuiu para a melhor compreensão dos professores.

8 Considerações finais

A conexão entre o formador e o grupo de professores foi fundamental para que a formação estivesse alinhada às necessidades reais da escola e do contexto educacional. Ao ouvir e considerar, desde o início, as demandas dos professores, o processo de formação tornou-se mais relevante e prático, favorecendo a aplicabilidade dos conhecimentos adquiridos em sala de aula.

A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução



de problemas trouxe mais significado ao ensino e à aprendizagem, pois os professores conseguiram compreender como as ideias e estratégias discutidas podem ser implementadas com seus alunos. Além disso, a troca de experiências criou um ambiente propício ao diálogo e ao desenvolvimento de interações entre o grupo de professores e o formador, permitindo refletir sobre os desafios e as oportunidades que o cotidiano escolar proporciona, tornando assim, a formação mais eficaz.

O trabalho com as representações semióticas de tratamento e conversão oportunizou aos professores a percepção da necessidade de realizar mais de uma representação do mesmo objeto matemático, permitindo evidenciar uma aprendizagem mais completa. Esse processo ampliou a compreensão dos conceitos e das habilidades abordadas.

A articulação entre a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação e as representações semióticas evidenciou, para os professores, a importância de aprofundar seus conhecimentos sobre o uso das TDIC as práticas pedagógicas, especificamente o *software GeoGebra*, como apoio para o processo de ensino e aprendizagem. As interações proporcionadas pelas ferramentas do *GeoGebra* permitiram que os professores visualizassem como as apresentações simultâneas das representações numéricas e geométricas podem ampliar e facilitar a aprendizagem dos alunos, tornando as aulas mais significativas.

O uso do *software GeoGebra* como recurso didático no contexto da resolução de problemas, levou os professores a compreenderem o significado da abordagem da integração da tecnologia às práticas pedagógicas. A integração do *software* nas atividades propostas ampliou as possibilidades de ensino e aprendizagens, em contraste com as práticas rotineiras adotadas pelos professores nas suas aulas.

Ao se posicionar como mediador do processo formativo e ao incentivar os professores a assumirem o protagonismo do seu próprio aprendizado, o formador contribuiu para a criação de um ambiente colaborativo e dinâmico, especialmente sobre os conteúdos de potência e porcentagem. Essa abordagem promoveu um clima de troca de experiências e crescimento, fortalecendo as práticas pedagógicas, trazendo um espírito colaborativo entre os professores.

Referências

BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. *Educar em Revista*, v. 1, p. 157-171, 2011.

BRASIL. Ministério da educação. **Base Nacional Comum Curricular. Versão final.** Brasília: MEC, 2018.



CARGNIN, C.; VOLCE, C. J.; FRIZARINI, S. T. A Importância de Diferentes Representações no Estudo dos Números Complexos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 11, n. 25, p. 311-324, 2022.

CASTRO, A. S. P.; ARRUDA, S. C. Q. O uso do Geogebra na Resolução de Problemas para o Ensino de Matrizes. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Paraná, v. 13, n. 32, p. 1-24, 2024.

DUVAL, R. **Semioses e Pensamento Humano. Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira, Ed. Livraria da Física, São Paulo - São Paulo, 2009.

NÓBRIGA, J. C. C. **GGBOOK: Uma plataforma que integra o software de geometria dinâmica geogebra com editor de texto e equações a fim de permitir a construção de narrativas matemáticas dinâmicas**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Brasília. Brasília. Goiás, 2015.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G: Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: Por que através da resolução de problemas? In ONUCHIC, L. L. R.; *et al.* (Org). **Resolução de Problemas - Teoria e Prática**, 2^a ed.- Jundiaí-SP: Paco Editorial, 2021.

RUAS, V. L. O. F.; MACÊDO, J. A.; SANTOS, E. C. Integração das tecnologias digitais ao ensino da Matemática: um link do estado do conhecimento para tendências educacionais emergentes. **Educação Unisinos**, v. 27, p. 1-18, 2023.

SANTOS, E. F. **A Resolução de Problemas de Razão e Semelhança de Triângulos sob a Perspectiva das Representações Semióticas de Duval**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, 2023.

SANTOS, E. F. O Uso do Google Meet, Software Geogebra e Google Forms na Reconfiguração do Processo do Ensino e Aprendizagem da Matemática. Cap 11. In: Terçariol A. Ap. L. et al. (Org). **O (Re) Inventar de Práticas Pedagógicas com as Tecnologias Digitais em Tempos de Pandemia**. 1^a ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.

Valente, José Armando. O uso inteligente do computador na educação. **Revista Pátio**, v. 1, n. 1, p. 19-21, 1997.