

O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES COM DUAS EQUAÇÕES E DUAS INCÓGNITAS COM A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA NO OITAVO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

DOI: <https://doi.org/10.33871/rpem.2024.13.32.9552>

Elissandro Rozendo de Souza¹
Josimar de Aparecido Vieira²

Resumo: A integração do software *GeoGebra* como uma ferramenta dinâmica e visual pode tornar o aprendizado da matemática no 8º ano do ensino fundamental mais envolvente e prático. O *GeoGebra*, visto como uma plataforma digital gratuita, possibilita aplicação na educação de forma interativa para explorar sistemas de equações lineares com duas equações e duas incógnitas de forma visual, permitindo aos estudantes visualizar graficamente as soluções simultâneas de duas equações lineares. Nesta direção, este trabalho de pesquisa busca compreender as contribuições do *GeoGebra* no processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental. Trata-se de uma investigação exploratória e descritiva, seguida por uma abordagem qualitativa, envolvendo pesquisa bibliográfica e de campo. Foram envolvidos 14 estudantes do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal, localizada no distrito de Irundiara, Estado da Bahia, por meio da aplicação de um questionário. Esses estudantes vivenciaram a utilização do *GeoGebra* no processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas, na ocasião da realização do estágio supervisionado de um pesquisador que ocorreu nesta turma. Este estudo pode contribuir para descrever o processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas a partir das tendências pedagógicas tradicionais e progressistas, assim como definir e caracterizar o *GeoGebra* considerando as tecnologias digitais de comunicação e informação e identificar contribuições que o *GeoGebra* apresenta para o processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas.

Palavras-chave: Ensino de matemática. Sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas. *GeoGebra*.

TEACHING LINEAR SYSTEMS WITH TWO EQUATIONS AND TWO UNKNOWNNS USING GEOGEBRA IN THE EIGHTH GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL

Abstract: The integration of GeoGebra software as a dynamic and visual tool can make learning mathematics in the 8th grade more engaging and practical. GeoGebra, seen as a free digital platform, can be applied in education in an interactive way to explore systems of linear equations with two equations and two unknowns in a visual way, allowing students to graphically visualize the simultaneous solutions of two linear equations, providing a more tangible understanding of the relationships between variables. With this in mind, this research project seeks to understand GeoGebra's contributions to the teaching-learning process of linear systems with two equations and two unknowns in the eighth grade. This is an exploratory and descriptive investigation, followed by a qualitative approach, involving bibliographical and field research. Eighth grade students from a

¹ Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). E-mail: elissandrorozendo@gmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-1984-2816>.

² Doutor em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Professor Titular do Instituto Federal de Educação, Ciência e tecnologia do Rio Grande do Sul – Campus Sertão e Professor Formador da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). E-mail: josimar.vieira@sertao.ifrs.edu.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3156-8590>.

municipal public school located in the city of Irundiara, state of Bahia, will be involved through the application of a questionnaire. These students experienced the use of GeoGebra in the teaching-learning process of linear systems with two equations and two unknowns during the researcher's supervised internship in this class. This study can contribute to describing the teaching-learning process of linear systems with two equations and two unknowns based on traditional and progressive pedagogical trends, as well as defining and characterizing GeoGebra considering digital communication and information technologies and identifying the contributions that GeoGebra makes to the teaching-learning process of linear systems with two equations and two unknowns.

Keywords: Teaching mathematics. Linear systems with two equations and two unknowns. GeoGebra.

Introdução

Analisando a maneira como é desenvolvido o ensino de matemática no ensino fundamental, podemos perceber que a tendência pedagógica tradicional mantém fortes influências no processo ensino-aprendizagem atualmente. Muitos professores fundamentam sua prática em uma base herdada dos seus antecedentes, configurando o cenário escolar: de um lado o professor como protagonista principal, detentor do conhecimento, metodologicamente se embasa na teoria livresca e impõem os conteúdos sem antes fazer uma avaliação diagnóstica na retomada de um novo conteúdo.

Por sua vez, o estudante como mero receptor passivo engessado de contribuir na formação do conhecimento, automaticamente reproduz a síntese, isto é, para os que forem bem-sucedidos. Nessa perspectiva de ensino, a relação professor e estudante é restrita, com atenção voltada para os melhores. O sistema de ensino é defasado e excludente, conforme consta no livro “Democratização da escola pública: a pedagogia crítico-social dos conteúdos” de José Carlos Libâneo (Libâneo, 1992).

Inconformados com tantos resquícios da pedagogia tradicional formalista, a matemática ainda é vista pela maioria dos estudantes como o componente curricular difícil de ser apreendido. Para enfrentar tal concepção, cabe ao professor vivenciar na sua prática a tendência construtivista, com base nas concepções que mais se adequam ao meio e à estrutura social, onde o estudante deve participar do processo de produção do conhecimento, formando conjecturas com os conteúdos e o cotidiano. Dessa forma, as aulas tendem a se tornarem mais dinâmicas, em que o professor atua como mediador do conhecimento, ou seja, ora aprende, ora ensina, seguindo as contribuições de Paulo Freire: “Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender” (Freire, 1996).

Nesse contexto, é comum que estudantes do oitavo ano do ensino fundamental enfrentem dificuldades ao formular conceitos necessários para resolver equações lineares com duas variáveis e duas incógnitas. Além disso, há uma escassez de pesquisas que explorem

essa temática. Esse conteúdo é considerado uma introdução ao plano cartesiano no \mathbb{R}^2 , servindo como base para estudos futuros no nono ano e, mais adiante, no ensino médio.

Na busca constante para encontrar meios que alavanque o processo ensino-aprendizagem do sistema linear com duas equações e duas incógnitas, este projeto de pesquisa surge da necessidade premente de repensar e inovar os estudos desse tema, no âmbito do oitavo ano do ensino fundamental. Sua relevância não pode ser subestimada, considerando que uma sólida compreensão desses conceitos é fundamental para a formação e o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

Parte-se do pressuposto que a compreensão desses conhecimentos é crucial na formação matemática dos estudantes, uma vez que se trata de conceitos não apenas essenciais para o avanço acadêmico subsequente, mas também possui aplicações práticas na resolução de problemas do mundo concreto, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e preparados para desafios futuros.

Para tanto, este estudo conta com a implementação do *GeoGebra* que é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. Trata-se de uma ferramenta pedagógica inovadora que enriquece a aprendizagem ao permitir uma abordagem visual e interativa. Além disso, envolve materiais didáticos e estratégias que possam ser compartilhados e replicados, ampliando as formulações teóricas sobre o uso de tecnologia no ensino de matemática. Para Silva (2020), o *GeoGebra*, desenvolvido em 2001 como parte da tese de Markus Hohenwarter, tem conquistado crescente popularidade ao longo dos anos. Atualmente, é utilizado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, registra mais de 300.000 downloads por mês e conta com o suporte de 62 Institutos *GeoGebra* distribuídos em 44 países.

A literatura existente indica que a utilização dessa ferramenta pode ser valiosa, mas há uma escassez de estudos específicos voltados para o oitavo ano do ensino fundamental. Este estudo se propõe a preencher essa lacuna, avançando teoricamente e oferecendo subsídios práticos para professores. Ao integrar o *GeoGebra* ao ensino de sistemas lineares, espera-se fomentar uma abordagem mais participativa, colaborativa e contextualizada, podendo impactar não apenas na aprendizagem dos estudantes, mas também na motivação e no interesse pelo componente curricular.

Os trabalhos de Vaz (2012) intitulado “Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação matemática com o *GeoGebra*” e Linares (2024)

“Geometria olímpica com *GeoGebra* II: teoria, construções, exemplos e problemas resolvidos” são inspiradores para o desenvolvimento deste estudo que tem a finalidade de compreender as contribuições do *GeoGebra* no processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental. Para tanto, foi definido como problema de pesquisa: Como a utilização do *GeoGebra* contribui para o processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas, em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental?

De forma detalhada, buscou-se responder às seguintes questões de pesquisa: a) Levando em conta as tendências pedagógicas tradicionais e progressistas, como ocorre o processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas? b) Considerando a existência das tecnologias digitais de informação, como se define e se caracteriza a *GeoGebra*? c) Que contribuições o *GeoGebra* apresenta para o processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental?

Com a delimitação dessas indagações foi possível a produção deste estudo que está organizado da seguinte forma: além desta introdução, constam os procedimentos metodológicos que foram adotados, a revisão da literatura que foi abordada, os resultados e as devidas discussões dos dados que foram recolhidos com a pesquisa de campo e a interlocução mantida com os conhecimentos advindos da pesquisa bibliográfica. Por fim, constam as considerações finais em que são apresentadas as conclusões que foram alcançadas.

Procedimentos metodológicos

Considerando seu propósito, este estudo se caracteriza como pesquisa exploratória e descritiva e foi desenvolvido seguindo abordagem que se assenta predominantemente numa perspectiva qualitativa e dialética, seguindo os movimentos e contradições próprios dos espaços educativos. Segue orientação naquilo que Minayo (2002) salienta, ou seja, a pesquisa qualitativa trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis.

Contou com pesquisa bibliográfica seguindo os ensinamentos de Marconi e Lakatos (2017), que enfatiza a importância de se entrar em contato direto com o que já foi escrito, analisado e estudado sobre determinado assunto. Seguem ainda orientações dessas autoras

quando destacam que pesquisas com esta técnica não se trata de mera repetição de ideias, e sim, da análise “[...] de um tema sob novo enfoque ou abordagem, chegando a conclusões inovadoras” (Marconi; Lakatos, 2017, p. 183).

Além disso, examinou dados recolhidos de uma pesquisa de campo realizada no numa instituição de ensino localizada no Estado da Bahia, em uma turma do oitavo ano do ensino fundamental, composta por 14 estudantes. Esses estudantes vivenciaram a utilização do *GeoGebra* no processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas, na ocasião da realização do estágio supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática de um dos autores que ocorreu nesta turma. Para tanto, foi aplicado um questionário com questões abertas e fechadas (Vieira, 2009) que foi disponibilizado na plataforma *Google Forms*, pois acredita-se ser o melhor ambiente virtual disponível para garantir a segurança na realização da pesquisa.

A análise dos dados foi realizada com base na análise de conteúdo, cujo objetivo é descrever e interpretar o conteúdo das comunicações. Como destaca Rodrigues (2019), possibilita que o pesquisador saia do senso comum a partir de um respaldo teórico e dessa forma, como procedimento de análise interpretativa dos dados em pesquisas qualitativas, a análise de conteúdo pode ultrapassar a simples descrição das mensagens, alcançando uma compreensão mais profunda e detalhada por meio de sua interpretação.

Revisão da literatura

As tendências pedagógicas tradicionais e progressistas

Os professores Saviani (1999) e Libâneo (1992) propõem a reflexão sobre as tendências pedagógicas, evidenciando que as principais abordagens utilizadas na educação brasileira se agrupam em duas grandes linhas de pensamento: as tendências tradicionais e as progressistas. Libâneo categoriza as diferentes pedagogias em dois blocos principais: a pedagogia liberal e a pedagogia progressista. A pedagogia liberal é apresentada sob as modalidades tradicional, renovada progressista, renovada não diretiva e tecnicista. Já a pedagogia progressista é subdividida em libertadora, libertária e crítico-social dos conteúdos.

Saviani organizou as tendências pedagógicas em dois grupos principais: o primeiro trata a educação como um mecanismo de homogeneização social, enquanto o segundo a considera como um instrumento de discriminação social. Ele denominou as teorias do

primeiro grupo de não-críticas, incluindo nelas as pedagogias tradicional, nova e tecnicista. Já o segundo grupo é formado pelas teorias crítico-reprodutivistas.

Ainda apoiado em Saviani (1999) e Libâneo (1992), pode-se afirmar que as tendências pedagógicas tradicionais e progressistas representam abordagens diferentes no campo da educação, cada uma com suas próprias características, princípios e métodos. Na sequência é apresentada uma visão geral de cada uma:

a) Tendências pedagógicas tradicionais:

- Centradas no professor: as abordagens tradicionais tendem a ser centradas no professor, com o instrutor desempenhando um papel central na transmissão de conhecimento para os estudantes;

- Ênfase na autoridade e disciplina: a autoridade do professor é valorizada, e a disciplina em sala de aula é enfatizada como uma forma de manter a ordem e o controle;

- Aprendizado passivo: os estudantes são frequentemente vistos como receptores passivos de conhecimento, com ênfase na memorização e na repetição de fatos e conceitos;

- Currículo padrão e rígido: o currículo tende a ser padronizado e baseado em componentes curriculares específicos, com um conjunto de conteúdos pré-determinados que os estudantes devem dominar;

- Avaliação baseada em testes: a avaliação tende a ser baseada em testes e exames padronizados, com foco na mensuração do conhecimento factual e da capacidade de memorização dos estudantes.

b) Tendências pedagógicas progressistas:

- Centradas no estudante: as abordagens progressistas colocam o estudante no centro do processo ensino-aprendizagem, valorizando sua experiência, interesses e necessidades individuais;

- Ênfase na participação e colaboração: o aprendizado é visto como um processo ativo e colaborativo, no qual os estudantes são encorajados a explorar, questionar e descobrir por meio da investigação e do diálogo;

- Currículo flexível e relevante: o currículo é adaptado às necessidades e interesses dos estudantes, incorporando temas e questões significativas para suas vidas;

- Avaliação formativa e holística: a avaliação é vista como uma ferramenta para fornecer feedback contínuo aos estudantes e ajudá-los a refletir sobre seu progresso e aprendizado;

- Promoção da criatividade e pensamento crítico: as abordagens progressistas valorizam a criatividade, a curiosidade e o pensamento crítico dos estudantes, buscando desenvolver habilidades para resolver problemas complexos e adaptar-se a contextos diversos.

Essas são algumas das principais características das tendências pedagógicas tradicionais e progressistas. É importante reconhecer que muitas vezes há uma interseção entre essas abordagens, e que as práticas educativas muitas vezes incorporam elementos de ambos os enfoques, adaptados ao contexto específico do processo ensino-aprendizagem.

As tendências pedagógicas tradicionais implementadas na educação contemporânea, ainda são recorrentes entre as práticas pedagógicas de professores que se mantêm subordinados a uma cultura educacional convencional, se destacando como protagonista precípua e possuidor do conhecimento no interior das escolas. Para o professor tradicional, o estudante exemplar deveria preencher os seguintes requisitos: permanecer em silêncio durante a aula, responder a tarefa de casa, estudar para prova e consequentemente tirar boas notas e passar na disciplina, ou seja, o estudante seria um mero reproduzidor do conhecimento.

Já a tendência pedagógica progressista³ possibilita ao estudante fazer parte da construção do seu próprio conhecimento, pois já traz consigo a inteligência geral articulada à curiosidade, acumulada e que precisa ser alinhada com o conhecimento específico da sala de aula, que é desenvolvida por meio da capacidade cognitiva da memorização, percepção e do raciocínio. Isso ocorre por meio do convívio familiar e social, sendo que na atualidade esse processo está integralmente influenciado pela cultura digital.

Para Morin (2014, p. 39):

A educação deve favorecer a aptidão natural da mente em formular e resolver problemas essenciais e, de forma correlata, estimular o uso total da inteligência geral. Este uso total pede o livre exercício da curiosidade, a faculdade mais expandida e a mais viva durante a infância e a adolescência, que com frequência a instrução extingue [...].

Assim como um bebê recém-nascido traz consigo a carga genética herdada dos pais, (cor dos olhos, pele e cabelos) a inteligência geral é adquirida por meio do convívio social e deve ser previamente investigada pelo professor quando recebe o estudante, para assim organizar o seu plano pedagógico com as necessárias articulações.

³ Em suas obras, Saviani analisa as tendências pedagógicas e defende a importância de uma pedagogia crítica e social. Embora ele seja mais associado a uma pedagogia histórico-crítica, suas discussões sobre os desafios da educação no Brasil e a resistência ao novo oferecem uma compreensão das dificuldades encontradas por aqueles que tentam implementar uma pedagogia progressista.

Por fim, e não menos importante, é preciso destacar algumas características da tendência pedagógica progressista no sentido de fortalecê-la enquanto orientação para o desenvolvimento das práticas educativas da atualidade. A abordagem progressista coloca o estudante no centro do processo ensino-aprendizagem e isso promove um ambiente de ensino mais inclusivo e personalizado, em que os estudantes tendem a se sentir mais engajados e motivados a aprender. Os estudantes participando e colaborando entre si, desenvolvem habilidades sociais e interpessoais, como trabalho em equipe, comunicação e resolução de problemas em grupo.

Contando com currículo flexível e relevante, na abordagem progressista a adaptação do conteúdo e das atividades de aprendizagem às necessidades e interesses dos estudantes torna o processo educativo mais relevante e significativo. Considerando o contexto da atualidade, esta abordagem possibilita aos estudantes enfrentar os desafios do século XXI, desenvolvendo pensamento crítico, habilidades de comunicação, colaboração e adaptabilidade, que são fundamentais para o sucesso em um mundo em constante mudança.

Em síntese, a tendência pedagógica progressista oferece uma abordagem mais dinâmica e flexível para o processo ensino-aprendizagem, podendo promover o desenvolvimento de habilidades essenciais aos estudantes e os preparando para serem cidadãos ativos, críticos e participativos na sociedade.

As tecnologias digitais de informação e comunicação e o *GeoGebra*

As tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) desempenham um papel crucial no processo ensino-aprendizagem da matemática, e o *GeoGebra* é uma ferramenta especialmente poderosa nesse contexto. As TDIC possibilita “[...] ministrar uma aula de forma muito mais dinâmica, interativa e colaborativa do que no passado. Para tanto, exige-se repensar as práticas pedagógicas existentes, o que se mostra um desafio aos docentes na contemporaneidade” (Schuartz; Sarmento, 2020, p. 430).

No âmbito das TDIC está o *GeoGebra* que

[...] é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único motor. Além disso, o *GeoGebra* oferece uma plataforma online com mais de 1 milhão de recursos de sala de aula gratuitos criados por nossa comunidade multilíngue. Esses recursos podem ser facilmente compartilhados por meio de nossa plataforma de colaboração *GeoGebra Classroom*, onde o progresso do aluno pode ser monitorado em tempo real (*GeoGebra*, 2024).

Uma vez articulada às TDIC, às práticas pedagógicas e aos conhecimentos escolares, a aula se torna mais interativa quando o estudante participa do que está sendo ensinado, a aula fica mais envolvente, os resultados se tornam mais significativos e acontece o contrário de quando apenas o estudante observa passivamente o que está sendo apresentado pelo professor no quadro. Essas possibilidades estão impulsionando a escola a compreender a cultura digital, que é:

Um termo novo, atual, emergente e temporal. A expressão integra perspectivas diversas vinculadas às inovações e aos avanços nos conhecimentos, e à incorporação deles, proporcionados pelo uso das tecnologias digitais e as conexões em rede para a realização de novos tipos de interação, comunicação, compartilhamento e ação na sociedade (Kenski, 2018, p. 139).

Dessa forma, os professores deverão dar as mãos ao uso dos recursos tecnológicos para a aprendizagem dos estudantes de modo consciente, pois os aparelhos eletrônicos por si só não influenciarão a aprendizagem, dependem dos objetivos esperados antes prescritos no plano pedagógico e das propostas da Lei de Diretrizes e Bases da Educação de modo que venha fomentar o aprendizagem da matemática. Nesta direção, Carvalho (2016, p. 326) menciona:

Há necessidade de mais pesquisas que investiguem o potencial didático dos aplicativos disponíveis na web e da tecnologia touchscreen, pois o futuro professor que irá ensinar matemática é usuário dessa tecnologia porém o uso é mais social do que didático é há diferenças significativas, porque quando usamos esses aplicativos com finalidade didática é um recurso como o jogo, o material concreto, o registro, o vídeo, a música e a arte, demanda um plano de trabalho bem elaborado para que haja aprendizagem e desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, enquanto que o uso social da tecnologia é descompromissado com a aprendizagem matemática.

Outrossim, na contemporaneidade o ser humano tem dividido parte do seu tempo/espço com as máquinas digitais, e o resultado dessa relação entre o homem e as máquinas têm sido efetivo e promissor, sobrepondo tal como uma necessidade. De certa forma, na realidade é quase impossível sobreviver sem tecnologias nos dias atuais, por isso a importância de se abordar sobre os efeitos das TDIC na educação deste presente século. É bom ressaltar que essa evolução está em culminância geral com as vertentes da sociedade e por que então não afinar com a educação?

A integração das TDIC, e nela o *GeoGebra*, na sala de aula torna o aprendizado mais interativo e dinâmico, permitindo que os estudantes manipulem objetos matemáticos de forma visual e prática. Além disso, o *GeoGebra* possibilita a criação de gráficos, diagramas e representações matemáticas que podem facilitar a compreensão de conceitos abstratos (Basniak; Estevam (2014). Além disso, com o *GeoGebra*, os professores podem criar atividades e exercícios adaptados às necessidades específicas de cada estudante, oferecendo um ensino mais individualizado e contextualizado.

O processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas

Tradicionalmente, no processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas são utilizados três métodos de calcular equação de primeiro grau com duas equações e duas incógnitas: método da adição, método da substituição e o método utilizado para isolar incógnita y . Esses métodos são utilizados no currículo da matemática dos anos finais do ensino fundamental, também designado como “sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas”. Trata-se de conteúdos que começam a ser trabalhados nos anos finais do ensino fundamental, e prossegue no ensino médio com a equação do segundo grau. A função linear é uma especificidade da função afim, pois apresenta a seguinte lei de formação: $f(x) = ax$, conforme apresenta (Tonéis, 2016), em que “ a ” é um número real diferente de zero, e “ b ” = 0. O gráfico da função linear é uma reta.

Segue abaixo um exemplo de equação de primeiro grau para ilustrar os referidos métodos:

$$x + 3y = 7 - \text{é equação linear.}$$

$$x^1 - 2x^2 - 3x^3 + x^4 = 10 - \text{é equação linear.}$$

$$x + 3\sqrt{y} = 5 - \text{não é equação linear, pois o expoente da incógnita } y \text{ é } \frac{1}{2}.$$

$$y = \text{sen } x - \text{não é equação linear, pois é uma equação trigonométrica.}$$

Considere o seguinte sistema de equações lineares com duas incógnitas:

$$x \text{ e } y: 2x + 3y = 8$$

$$4x - y = 7$$

Para representar graficamente esse sistema de equações, foi tomado um método dos três existentes que se denomina “método da substituição”, conforme segue:

Método da substituição:

- Resolva uma das equações para uma das incógnitas.



- Substitua essa expressão na outra equação.
- Resolva a equação resultante para a incógnita restante.
- Encontre o valor da primeira incógnita usando a expressão que obteve na etapa 2.

Para resolver o sistema de equações lineares com duas incógnitas, $2x + 3y = 8$ e $4x - y = 7$, pelo método da substituição, siga os passos a seguir:

a) Primeiro, resolva uma das equações para uma das incógnitas. Vamos resolver a segunda equação para y :

b) Segundo, substitua essa expressão na primeira equação:

$$2x + 3y = 8$$

$$2x + 3(4x - 7) = 8$$

c) Terceiro, multiplique 3 pela expressão dentro dos parênteses:

$$2x + 12x - 21 = 8$$

Para estruturar o gráfico das duas equações lineares com duas incógnitas, $2x + 3y = 8$ e $4x - y = 7$, você pode seguir estes passos:

d) Quarto, some os termos semelhantes:

$$14x - 21 = 8$$

e) Quinto, some 21 a ambos os lados para isolar $14x$:

$$14x = 8 + 21$$

$$14x = 29$$

f) Sexto, divida ambos os lados por 14 para encontrar o valor de x :

$$x = 29 / 14$$

$$x \approx 2.0714 \text{ (aproximadamente)}$$

Agora que você encontrou o valor de x , você pode substituí-lo na expressão que encontramos para y na etapa 1:

$$y = 4x - 7$$

$$y = 4(2.0714) - 7$$

$$y \approx 8.2857 - 7$$

$$y \approx 1.2857 \text{ (aproximadamente)}$$

Portanto, a solução para o sistema de equações é $x \approx 2.0714$ e $y \approx 1.2857$.

A utilização do *GeoGebra* no processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas

O *GeoGebra* é uma ferramenta utilizada para o ensino de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas. Ele permite visualizar graficamente as equações e as soluções do sistema, o que pode facilitar a compreensão dos estudantes. Com o *GeoGebra*, os professores podem criar atividades interativas que envolvem a resolução de sistemas lineares, permitindo que os estudantes manipulem os gráficos das equações e observem como as soluções mudam conforme os coeficientes das equações são alterados.

Trata-se de um software matemático gratuito que pode ser instalado em computadores, notebooks, smartphones e tablets, acessível por meio do site <http://www.geogebra.org>. Sua principal função é proporcionar o estudo da matemática de forma interativa e intuitiva, contribuindo para despertar maior interesse dos estudantes na busca pelo conhecimento.

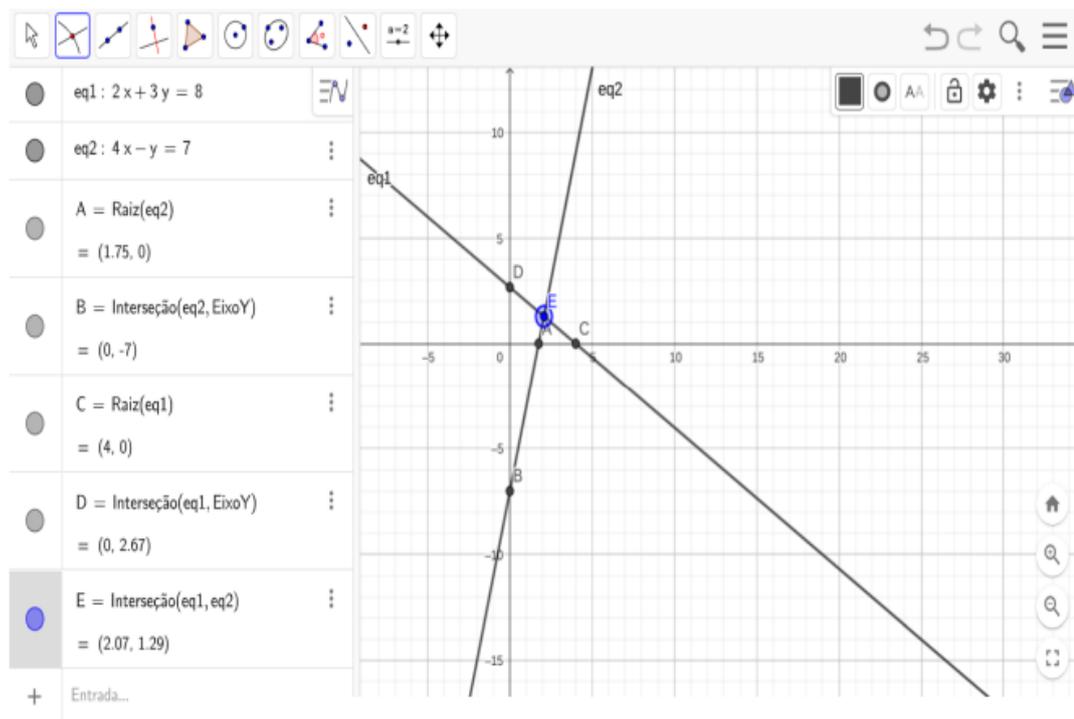
Pode ser utilizado nos vários níveis e etapas do ensino e reúne uma quantidade bastante significativa de ferramentas que engloba a geometria, a álgebra e o cálculo. Além de ensinar conteúdos matemáticos, também proporciona ao estudante animações de objetos do cotidiano como cavalos, carros, bicicletas, casas, nuvens, sol, dentre outros. É um programa de simples manuseio devido sua barra de menu explicar e orientar detalhadamente o que deve-se fazer com o passar do cursor do mouse sobre o botão, sendo que os estudantes aprendem sozinhos a criar ou construir o que desejam (Bastos; Pinheiro; Arruda, 2016).

Além disso, o *GeoGebra* também oferece recursos para resolver sistemas lineares numericamente, o que pode ajudar os estudantes a verificar suas soluções e entender melhor os métodos de resolução, como substituição, eliminação e interpretação geométrica. A utilização do *GeoGebra* no processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas pode tornar o conteúdo mais acessível, dinâmico e envolvente para os estudantes, contribuindo para uma melhor compreensão e aprendizado do tema.

Nos anos finais do ensino fundamental, a utilização do *GeoGebra* no processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas pode se revelar como uma abordagem pedagógica ~~altamente eficaz~~ e enriquecedora. A utilização dessa ferramenta dinâmica pode proporcionar aos estudantes uma experiência de aprendizado única, onde a visualização gráfica e a manipulação interativa das equações linearmente dependentes são fundamentais para a consolidação de conceitos matemáticos. O *GeoGebra* não apenas facilita a compreensão das relações entre variáveis, mas também promove um ambiente de aprendizado mais participativo e estimulante, desenvolvendo a capacidade dos estudantes em explorar graficamente situações lineares.

Na figura 1 que segue abaixo, consta uma demonstração de resolução de equações por meio do *GeoGebra*.

Figura 1: Mostrando a resolução destas equações com o software
GeoGebra



Fonte: Elaborada pelo autor a partir da resolução de uma equação por meio do *GeoGebra* (2024).

A análise desta Figura encontra-se apresentada de forma detalhada na próxima seção.

Resultados e discussões

A partir dos dados obtidos com a aplicação do questionário e a interlocução mantida com os conhecimentos advindos da pesquisa bibliográfica, foram apontados impasses presentes no processo ensino-aprendizagem da matemática nos anos finais do ensino fundamental da educação básica. Constatou-se que muitos estudantes apresentam dificuldades em matemática e a compreensão dessas adversidades contribui para perceber os porquês, abrindo-se possibilidades para o seu enfrentamento. Para tanto foram consideradas as contribuições de 14 estudantes que frequentaram o 8º ano do ensino fundamental no turno vespertino de uma escola pública localizada na região Sudoeste do Estado da Bahia, no ano de 2023.

Ao serem questionados sobre o que são sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas, o estudante A, exemplificou dando a seguinte resposta: “Duas equações, $2x + y = 0$ e $4x + 3y = 0$, se x assume o mesmo valor para ambas as equações, e o mesmo ocorre com y , então podemos dizer que elas formam um sistema linear, com duas equações e duas incógnitas”. O estudante B respondeu que é um conjunto de duas equações lineares que compartilham as mesmas duas variáveis (ou incógnitas), representado na fórmula $ax+by=c$, $dx+ey=f$, em que xx e yy são as incógnitas, e aa , bb , cc são constantes conhecidas e que cada equação representa uma reta no plano cartesiano. Para o estudante C, se x assume o mesmo valor para ambas as equações, e o mesmo ocorre com y , então podemos dizer que elas formam um sistema linear com duas equações e duas incógnitas. Para os estudantes D, E, F, H, J e N é um sistema com duas equações e duas incógnitas. Para o estudante L, os sistemas lineares são formados por duas ou mais equações lineares que possuem incógnitas relacionadas. Eles podem ser resolvidos por meio de diferentes métodos. Já para o estudante M, $2x + y = 0$ e $4x + 3y = 0$, se x assume o mesmo valor para ambas as equações, e o mesmo ocorre com y , então podemos dizer que elas formam um sistema linear. Por fim, o estudante G respondeu “não sei” e o estudante I não respondeu. Com esses dados foi possível perceber que 5 estudantes (35,71%) apresentaram uma resposta mais completa e aprofundada demonstrando que realizaram pesquisas e 6 estudantes (42,86%) responderam de forma resumida, dando conta do que foi solicitado.

Na sequência, os estudantes foram indagados sobre o passo a passo para se resolver os sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas utilizando o método tradicional de substituição. Foram apresentados 3 passos para cada estudante associar a uma alternativa relacionada na pergunta. Dos 14 respondentes, 8 (57,1%) manifestaram suas opiniões sobre o primeiro passo, 9 (64%) sobre o segundo passo e 8 (57,1%) sobre o terceiro passo. Os resultados apontados foram organizados na Tabela 1 que se encontra a seguir:

Tabela 1: Passo a passo para se resolver os sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas utilizando o método tradicional de substituição

Alternativas	Primeiro passo	Segundo passo	Terceiro passo
Substituir o valor de y em uma das equações	1 (7%)	3 (21%)	3 (21%)
Como as duas equações apresentam termos opostos, adicionamos as duas equações membro a membro.	1 (7%)	1 (7%)	1 (7%)

Substituir o valor da equação I na equação II		2 (14%)	2 (14%)
Isolar a incógnita x na primeira equação.	6 (42%)	1 (7%)	
Igualar as duas novas equações		2 (14%)	2 (14%)
Não responderam	6 (42%)	5 (35%)	6 (42%)

Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Com base nas respostas dos estudantes, percebemos que apenas 6 (42%) reconheceram o primeiro passo, 2 (14%) distinguiram o segundo passo e 3 (21%) acertaram o terceiro passo, demonstrando dificuldades em construir conceitos sobre equação linear do primeiro grau.

Dando continuidade à análise dos dados que foram recolhidos, os estudantes foram indagados sobre o desempenho no componente curricular de matemática com a aplicação do *GeoGebra*. Os resultados obtidos revelaram um surpreendente desfecho, para 13 (92,9%) estudantes afirmaram que sim, e apenas 1 (7,1%) indicou que não. Situados nos resultados alcançados, os estudantes que assinalaram “SIM”, relataram como se deu esta melhora na sua aprendizagem: o estudante A, reiterou que melhorou a forma de aprender o conteúdo e pegar mais fácil as revisões, o estudante B, disse que compreendeu de forma mais clara a resolução de um sistema linear com duas equações e duas incógnitas, pois o *GeoGebra* simplifica qualquer método tradicional com muita precisão, além de construir automaticamente o gráfico mostrando a posição das retas no plano cartesiano. Para os estudantes D, I e J, o uso do *GeoGebra* tornou mais fácil aprender o sistema de equações do 1º grau. Saber se a resposta encontrada está correta ou incorreta, de forma fácil e acessível para a aplicação do conteúdo, tornou mais fácil a memorização, melhorando o aprendizado. Já os discentes C, E, F, e H demonstraram ter mais facilidade, melhorando a forma de aprender, aprofundando os conteúdos e tornando mais fácil as revisões. Já para a estudante L, o uso do *GeoGebra* é uma forma mais fácil e acessível para a aplicação do conteúdo, facilita a memorização e contribui para o aprendizado. Os demais estudantes G, M, N e O disseram que o *GeoGebra* auxiliou na realização de atividades sobre equação linear do primeiro grau, dando os resultados de certo ou errado no final de cada questão. Mediante os resultados, percebemos que o incentivo do uso de aparelhos tecnológicos na sala de aula e a motivação do software *GeoGebra* melhorou os resultados dos estudantes envolvidos na investigação em relação ao objeto matemático sistemas de equações lineares.

No auge das perguntas, interrogamos como foi a compreensão do conteúdo de equações lineares do primeiro grau, com duas equações e duas incógnitas, com o uso do

GeoGebra, sendo que 7 (53,8%) estudantes responderam que foi excelente, 1 (7,7%) que foi bom, 4 (30,8%) disseram que foi regular e apenas 2 (14%) não manifestaram opinião, demonstrando que 85% dos estudantes acolheram o uso do *software*.

Dos 8 estudantes que aprovaram o uso do *GeoGebra* na sala de aula, respondendo excelente ou bom, 6 apontaram as seguintes contribuições que esse *software* proporciona para aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas:

Quando você resolve um sistema de equação linear pelos métodos tradicionais, a gente fica com dúvidas se realmente os valores das raízes estão certas ou não, como também se a posição das retas no gráfico estão corretas, já o *GeoGebra* ajudar validar os resultados corretamente, além disso o *GeoGebra* permite você criar suas próprias equações e entreter o tempo aprendendo o conteúdo (Estudante B).

“[...] auxiliou a compreender melhor o conteúdo, além de podermos ter a certeza das respostas encontradas estão certas” (Estudante D).

“Proporciona um ambiente diferenciado para facilitar a visualização geométrica, facilita o processo e ajuda a captar o conteúdo” (Estudante C).

“A *GeoGebra* é fácil de manusear e de fácil acesso, além de ajudar na melhora da fixação do conteúdo melhorando, assim, o desempenho” (Estudante O).

“Dando o resultado logo após inserirmos as equações” (Estudante E).

“Responder as atividades mais fáceis”. (Estudante J).

Essas respostas confirmam que a utilização do *GeoGebra* contribui para o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem dos sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas, podendo ser uma importante ferramenta na docência da matemática, sendo necessário que professores e estudantes se apropriem dos mecanismos para utilização deste *software*.

Os estudantes envolvidos no estudo foram indagados sobre quais seriam os passos na ordem crescente, para a utilização do *GeoGebra* e as respostas encontram-se na Tabela 2 apresentada a seguir:

Tabela 2: Passo a passo para se resolver os sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas utilizando o *GeoGebra*

Alternativas	Primeiro passo	Segundo passo	Terceiro passo	Quarto passo	Quinto passo
Baixar o software num aparelho	10	1 (7,14%)	1 (7,14%)		

conectado na internet;	(71,42%)				
Ir direto para o comando “entrada” e escrever a equação desejada;		4 (28,57%)	4 (28,57%)		
Para inserir a segunda equação, basta dar “entre”;			xx	3 (21,42%)	5 (35,71%)
Para encontrar as raízes das equações, clique nos três : da segunda equação, em seguida clique na opção “resolver”, imediatamente irá aparecer os resultados das raízes e o gráfico das equações na tela de geometria.			1 (7,14%)	1 (7,14%)	1 (7,14%)
Para encontrar o ponto de intersecção das retas, basta ir na 2º aba de ferramentas e clicar na opção intersecção de dois objetos, após isso, selecione as duas retas, e automaticamente irá aparecer o ponto de encontro entre as retas;			1 (7,14%)		1(7,14%)
Não responderam	4 (28,57%)	9 (64,28%)	7 (50%)	4 (28,57%)	7 (50%)

Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Como é possível perceber, os estudantes afirmaram corretamente o primeiro passo, porém na sequência não fizeram uma boa avaliação. No terceiro, quarto e quinto passo, a maioria deixou de responder qualquer alternativa e isso pode ter acontecido devido ao descompromisso com o uso de aparelhos digitais, assim como a ausência do professor em sala de aula, fazendo com que os estudantes não analisem com cuidado as opções existentes, ou seja, o passo a passo da plataforma *GeoGebra*.

Para caracterizar o *GeoGebra*, os respondentes tiveram que optar entre quatro opções que foram apresentadas: a) um software que pode ser utilizado somente na aprendizagem dos conteúdos relacionados com sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas; b) possibilidade de utilizar o *GeoGebra* na aprendizagem de outros conteúdos, tais como geometria, trigonometria, matrizes e determinantes etc.; c) simplicidade para utilizar o *GeoGebra*, necessitando de um aparelho conectado à internet e d) para o professor utilizar o *GeoGebra* é necessário somente uma lousa e giz.

Dos 14 estudantes, 10 responderam as alternativas corretas, ou seja, assinalaram as opções “possibilidade de utilizar o *GeoGebra* na aprendizagem de outros conteúdos, tais como geometria, trigonometria, matrizes e determinantes etc.” e “é muito simples para utilizar o *GeoGebra*, necessitando de um aparelho conectado à internet”. Já 1 estudante assinalou a alternativa “um software que pode ser utilizado somente na aprendizagem dos conteúdos relacionados com sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas”, demonstrando que não se apropriou do conceito de *GeoGebra* e 3 não se manifestaram.

Ainda sobre o *software GeoGebra*, os respondentes foram convidados a examinar a assertiva: “do lado esquerdo da tela tem um espaço que podemos digitar as equações e do outro lado aparece tela quadriculada onde ficam os gráficos”. Dos 14 participantes, 9 (75%) responderam que o *GeoGebra* é uma combinação de geometria e álgebra, 2 (16,7%) responderam que é aritmética álgebra, 1 (8,3%) que é geometria e aritmética e 2 estudantes (16,7%), não responderam. De modo geral os estudantes se apropriaram conceitualmente da plataforma *GeoGebra*, demonstrando compreensão quanto ao seu funcionamento e indicando possibilidades do seu uso nas aulas de matemática.

Quando questionados sobre a possibilidade de se usar o *software GeoGebra* no ensino dos sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas em qualquer escola, mesmo naquelas que não possuem conexão com a *internet*, os 14 estudantes envolvidos nesta investigação assim se posicionaram: 1 (7,14%) discordou totalmente, 1 (7,14%) apenas discordou, 5 (35,71%) ficaram indecisos, 4 (28,57%) concordaram, 1 (7,14%) concordou totalmente e 2 não responderam. As respostas foram oscilantes, demonstrando dúvidas se é possível acessar o citado *software* sem a *internet*, já que prevaleceu as respostas dos indecisos que foi a maioria. A expectativa era que todos os estudantes discordassem totalmente, já que não é possível o uso do *GeoGebra* sem conexão à internet.

Na sequência, os estudantes foram inquiridos se o uso da *GeoGebra* em aparelhos digitais em casa ajuda a prepará-los para a prova de matemática com conteúdo de equações lineares com duas equações e duas incógnitas. As respostas obtidas foram: 6 estudantes (46,9%) responderam que às vezes, 3 estudantes (21,4%) responderam que muitas vezes e 5 estudantes (35,7%) responderam que sempre os aparelhos digitais ajudam no estudo de equações lineares com duas equações e duas incógnitas.

Buscando elucidar o que precisa ser melhorado no ambiente escolar, para que todos tenham acesso às TDIC, os 14 participantes assim se manifestaram: 3 (21,4%) destacaram a necessidade da democratização do uso da internet no ambiente escolar e 11 (78,6%)

declararam ser importante a criação de um laboratório de informática em cada escola com professores habilitados para orientar os estudantes nos estudos e pesquisas.

Questionados sobre as vantagens da *GeoGebra* em relação a outras tecnologias digitais no contexto educacional, os 14 estudantes assim se posicionaram, considerando que puderam optar por mais de uma alternativa: 10 (71,4%) responderam que é uma forma diferenciada de aprender, 9 estudantes (64,3%) apontaram que é muito interativo e 7 estudantes (50%) indicaram que é muito fácil de manusear.

Durante a investigação, nas aulas sobre os sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas foi utilizado a *GeoGebra*, os 14 estudantes foram desafiados a demonstrar o que aprenderam, assinalando somente as alternativas corretas dentre cinco opções em que 3 são corretas e 2 incorretas. Como alternativas corretas, os resultados obtidos foram: 6 estudantes afirmaram que se trata de um sistema de duas equações lineares com duas incógnitas geralmente pode ser representado por um par de retas em um plano cartesiano; 4 estudantes afirmaram que a função linear é uma especificidade da função afim, pois apresenta a seguinte lei de formação: $f(x) = ax + b$, onde a é um número real diferente de zero, e $b = 0$ e 4 estudantes mencionaram que o método da substituição consiste em escolher uma das equações e isolar uma das incógnitas, para determinar o seu valor em relação a outra incógnita. Já como respostas incorretas, 3 estudantes assinalaram que o método da adição consiste em realizar a divisão de todos os termos de uma das equações, de tal modo que, ao somar-se a equação I na equação II, uma de suas incógnitas fique igual a zero e 2 que o gráfico da função linear é uma parábola.

Como é possível perceber, de modo geral os estudantes demonstraram que aprenderam a dinâmica do uso da plataforma *GeoGebra*, mostrando que se trata de um recurso de fácil compreensão e que pode ser utilizado de forma recorrente em sala de aula no processo ensino-aprendizagem de vários conteúdos.

Também se perguntou aos participantes se eles tinham tido alguma experiência anterior com o *GeoGebra*, sendo que 3 estudantes (21,4%) responderam que sim e 11 estudantes (78,6%), disseram que não. Os estudantes que já tiveram alguma experiência anteriormente do *GeoGebra*, declararam que:

Estudante F: *O GeoGebra foi algo interessante, mas que não cativou a minha atenção, o que fez eu ter um pouco de dificuldade.*

Estudante G: *Foi muito boa a primeira impressão, pois, tornou mais fácil a aprendizagem e compreensão das atividades de equações lineares com duas equações e duas incógnitas.*

Estudante N: *Melhorou a minha aprendizagem.*

Para validar o benefício do *software Geogebra*, os respondentes foram questionados se o citado software tinha facilitado sua aprendizagem no ensino de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas. Dos 14 partícipes, 8 (61,5%) concordaram que o *GeoGebra* lhes auxiliou, 3 estudantes (23,1%) concordaram plenamente, 2 estudantes (15,4%) mostraram-se indecisos e 1 não manifestou a sua opinião. Esses dados revelam que a maioria absoluta concordou que o *software Geogebra* contribui para a aprendizagem do ensino de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas.

Nesta direção, os mesmos estudantes foram questionados sobre com que frequência o *GeoGebra* está sendo utilizado nas aulas de matemática e as respostas foram: 11 estudantes (84,6%) testemunharam que às vezes, 2 estudantes (15,4%) disseram que raramente usa esse *software* e 1 estudante não manifestou. Esses dados mostram que o *GeoGebra*, apesar de ser citado nos livros didáticos, ainda é pouco conhecido pelos estudantes e talvez não seja utilizado por falta de acesso à internet e outros recursos e não por não ser conhecido.

Relacionado com os dados citados no parágrafo anterior, foi solicitado aos respondentes para citar exemplos nos quais o *GeoGebra* poderá ser uma ferramenta valiosa para explorar sistemas lineares. Dos 14 respondentes, apenas 4 se manifestaram conforme segue:

Estudante D: *Seria uma ótima forma, pois dá para o professor explicar melhor e o aluno aprender melhor.*

Estudante G: *Cruzamento de carros em uma avenida.*

Estudante B: *Por ser algo que permite melhor aprendizagem sobre o assunto e também é algo fácil de entender.*

Estudante G: *Ajudando em provas ou em atividades importantes.*

Das manifestações mencionadas acima, pode-se inferir que o *GeoGebra* pode ser considerado um importante *software* para ser utilizado como recurso no processo ensino-

aprendizagem da matemática na educação básica, auxiliando na compreensão dos conteúdos ministrados, envolvidos na medida do possível, por situações do cotidiano dos estudantes.

Por fim, e não menos importante, os respondentes foram interrogados se perceberam algum desafio ou dificuldade ao usar o *GeoGebra* para estudar sistemas lineares e as respostas de 4 estudantes foram:

Estudante A: *Nenhuma dificuldade, e sim mais fácil por que é uma plataforma super bem trabalhada, pois, podemos estudá-la em qualquer lugar seja em escola, faculdade e etc...*

Estudante E: *Às vezes o aplicativo se torna complexo de ser utilizado.*

Estudante C: *A dificuldade é mínima, mas necessita de bastante atenção.*

Estudante F: *Percebo um obstáculo, o qual seria a falta/não acesso a internet.*

Dessas manifestações fica a sensação que o *GeoGebra* é um *software* de fácil manuseio em que os estudantes conseguem manejar com uma certa facilidade, necessitando para tal que o professor esteja habilitado para utilizá-lo na perspectiva de ensinar os estudantes os conteúdos planejados, contando com este recurso.

Considerações finais

Quais as contribuições do *GeoGebra* no processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental? Foi na perspectiva de encontrar soluções para melhorar o processo ensino-aprendizagem dos sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas que desenvolvemos uma pesquisa numa turma do oitavo ano do ensino fundamental, aplicando o *software GeoGebra*.

Como conclusões deste estudo, em primeiro lugar destaca-se que o *GeoGebra* é uma plataforma digital grátis precisando de um aparelho conectado com a internet. Pode ser baixado por meios do *google* ou do *play store* em computadores, *notebooks*, *laptops*, celulares e etc. Por ser um *software* de fácil adaptação pode promover uma educação matemática interativa, avançando pelo viés da tendência construtivista, associando assim, ao modelo de ensino híbrido. Isto é, deve estar alinhado à era da comunicação quando se faz o uso correto das tecnologias digitais de informação e comunicação para aprimorar a aprendizagem.

Com base nas análises dos dados, concluímos que o *GeoGebra* foi muito bem aceito pela turma, impulsionou a aprendizagem do conteúdo, além do entretenimento, visto que, no

uso constante em manusear esta plataforma o principiante se aperfeiçoa. De outra forma percebemos que o *GeoGebra* é um recurso que pode auxiliar o professor no ensino de equação lineares com duas equações e duas incógnitas, desde que o estudante tenha acesso aos aparelhos digitais de comunicação, seja na escola e também em casa. Além disso, desmistifica a matemática como o componente curricular “bicho papão”, ou seja, de árdua compreensão por apresentar pouco contexto que a simplifique e contextualize.

Por fim, e não menos importante, depreende-se que esses achados sugerem outras buscas teóricas e novas análises de dados que possam contribuir para o ensino de sistema lineares com duas equações com duas incógnitas. Os apontamentos aqui situados são correntes e podem ser aprofundadas em outros trabalhos de pesquisa. Persiste, portanto, que outras investigações envolvendo esta temática venham a colaborar tanto para ampliar o debate, como para recriar o processo ensino-aprendizagem de sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas no ensino fundamental.

Referências

BASNIAK, Maria Ivete; ESTEVAM, Everton José Goldoni (orgs.). **O GeoGebra e a matemática da educação básica: frações, estatística, círculo e circunferência**. Curitiba: Ithala, 2014.

BASTOS, Crislene Barbosa; PINHEIRO, Luana Paula Vilhena; ARRUDA, Suellen Cristina Queiroz. O uso do *GeoGebra* para o ensino de sistemas lineares - uma experiência no ensino médio. In: II Jornada de estudos em Matemática. set. 2016, Marabá (PA). **Anais...** Marabá, 2016. p. 149-158.

CARVALHO, Mercedes. Formar o pedagogo para aprender a ensinar matemática com dispositivos digitais. In: IV CONGRESSO INTERNACIONAL DAS TIC NA EDUCAÇÃO, 2016, Lisboa. **Anais...** Lisboa: Instituto de Educação - Universidade de Lisboa, 2016. p. 315-327. Disponível em: https://cld.pt/dl/download/e7500488-3c2a-4d99-9de0-ade4c5cc9aba/Livro_Artigos.pdf. Acesso em: 02 dez. 2024.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GeoGebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT>. Acesso em: 15 jul. 2024.

KENSKI, Vani Moreira. Cultura Digital. In: MILL, Daniel. **Dicionário crítico de educação e tecnologias e de educação a distância**. Campinas, SP: Papirus, 2018. p. 139-144.

LIBÂNEO, José Carlos. Tendências pedagógicas na prática escolar. In: LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da Escola Pública – a pedagogia crítico-social dos conteúdos**. São Paulo: Loyola, 1992.

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública: pedagogia crítico – social dos conteúdos**. São Paulo: Loyola, 1992.

LINARES, Juan López. **Geometria Olímpica com GeoGebra II: teoria, construções, exemplos e problemas resolvidos**. São Paulo: Publicação independente, 2024

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. Atualização de João B. Medeiros. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 21. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2002.

MORIN, Edgar. **Os setes saberes necessários à educação do futuro**. São Paulo: Cortez Editora; Brasília: UNESCO, 2014.

NORA, Marcia Dalla; HOFFMANN, Adriane Ester. PCNs e BNCC: consonância entre Educação Matemática e Tecnologias na contemporaneidade. In: WANDERER, Fernanda; KNIJNIK, Gelsa (orgs.). **Educação e tecnociência na contemporaneidade**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2018, p. 188–212. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/182984/001078313.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 18 dez. 2023.

RODRIGUES, Márcio Urel. **Análise de conteúdo em pesquisas qualitativas na área da educação matemática**. Curitiba: Editora CRV, 2019.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia: teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre a educação política**. 32. ed. Campinas(SP): Autores Associados, 1999.

SCHUARTZ, Antonio Sandro; SARMENTO, Helder Boska de Moraes. Tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) e processo de ensino. **Katálisis**. v. 23, n. 3, 2020, p. 429-438. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/katalysis/article/view/1982-02592020v23n3p429>. Acesso em: 15 jul. 2024.

SILVA, Antonio Jose da (org.). **O ensino de matemática no contexto do PROFMAT: experiências e desafios**. Maranhão: Edufma, 2020. Disponível em: <https://www.edufma.ufma.br/index.php/produto/o-ensino-de-matematica-no-contexto-do-profmat-experiencias-e-desafios/>. Acesso em: 18 de dezembro de 2023.

TONÉIS, Cristiano N. **Matemática aplicada aos games: uma abordagem teórica e prática para desenvolvedores**. Joinville: Clube de Autores, 2016.

VAZ, Duelci Aparecido Freitas. Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação matemática com a *GeoGebra*. **Revista Educativa-Revista de Educação**. v. 15, n. 1, 2012, p. 39-51. Disponível em: <https://seer.pucgoias.edu.br/index.php/educativa/article/view/2491>. Acesso em: 18 dez. 2023.

VIEIRA, Sonia. **Como elaborar questionários**. São Paulo: Atlas, 2009.