revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Estratégias de pensamento algébrico factual no Jogo da Onça

DOI: https://doi.org/10.33871/rpem.2025.14.33.9464

Francisco Bruno Linhares de Alcântara[1]
Iran Abreu Mendes[2]

Resumo: Este artigo investiga as estratégias matemáticas presentes no jogo da onça, cujo objetivo é refletir sobre a existência de um pensamento algébrico no tradicional Jogo da Onça, do povo indígena brasileiro Paiter-Suruí, a partir da análise das conexões entre o estrato factual do pensamento algébrico e este jogo de tabuleiro indígena. A reflexão inicia-se pela seguinte indagação: Quais as relações entre o Pensamento Algébrico e as estratégias de cálculos manifestadas durante as partidas do Jogo da Onça? Trata-se de uma pesquisa básica, de abordagem qualitativa e bibliográfica, na qual investigamos a lógica estabelecida durante as partidas do jogo indígena e as possíveis conexões com a busca de soluções para problematizações matemáticas surgidas. Para tanto, realizou-se uma revisão da literatura e a análise de estratégias de vitória nas partidas. Os resultados da pesquisa mostram que a dinâmica vigente na atividade lúdica corrobora com indícios de estratégias de pensamentos algébricos primários, necessários para um desenvolvimento, a posteriori, de alguma álgebra. Concluímos, daí, que os estudos sobre história para o ensino da Matemática, que envolvem o conhecimento dos povos originários brasileiros, evidenciam um rico campo de investigação.
Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Jogo da Onça. Paiter-Suruí. Povos originários brasileiros. História para o ensino da Matemática.

Factual algebric thinking strategies in the *Jogo da Onça*

Abstract: This article investigates the mathematical strategies present in the *Jogo da Onça*, with the aim of reflecting on the existence of algebraic thinking in the traditional *Jogo da Onça*, played by the Brazilian indigenous people Paiter-Suruí, based on the analysis of the connections between the factual layer of algebraic thinking and this indigenous board game. The reflection begins with the following question: What are the relationships between Algebraic Thinking and the calculation strategies manifested during the *Jogo da Onça* games? This is a basic research, with a qualitative and bibliographical approach, in which we investigate the logic established during the games of the indigenous game and the possible connections with the search for solutions to the mathematical problems that arise. To this end, a literature review and an analysis of winning strategies in the games were carried out. The results of the research show that the dynamics in force in the playful activity corroborate with evidence of primary algebraic thinking strategies, necessary for a posteriori development of some algebra. We conclude, therefore, that studies on history for teaching Mathematics, which involve knowledge of the indigenous Brazilian peoples, reveal a rich field of investigation.
Keywords: Algebraic Thinking; Jaguar Game; Paiter-Suruí; Brazilian original peoples; History for teaching Mathematics.

1 Introdução

O Pensamento Algébrico possui algumas etapas naturais de desenvolvimento, sendo a

[1] Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Piauí (UFPI). Professor de matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA). E-mail: bruno.linhares@ifma.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0009-0007-9707-8443
[2] Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor Titular da Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: iamendes@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7910-1602

primeira estreitamente associada à aritmética, por se tratar de um conhecimento empírico presente nas mais variadas vivências familiares, culturais e religiosas. As associações de contagem, agrupamentos e ordenação antecedem a Álgebra, devido ao caráter mais sofisticado desta última. Para Luis Radford (2010), existem etapas sequenciais na apropriação do Pensamento Algébrico, sendo elas a factual, a contextual e a simbólica, com a primeira etapa mais próxima à aritmética.

Embora estejamos habituados a ver alfabetos em problemas algébricos, não podemos resumir um pensamento tão engenhoso apenas a recursos visuais, como as letras. Do mesmo modo que não podemos diminuir a utilização dos símbolos alfanuméricos na resolução de problemas algébricos, tampouco iremos limitá-los a essas simbologias. O uso de símbolos, signos e linguagens simbólicas fazem alusão a representações reais e auxiliam na compreensão de mensagens em diversos contextos. A proto-escrita presente nas comunidades indígenas, com os grafismos corporais, o artesanato e os ritos, exemplifica o uso das simbologias como recurso facilitador de compreensão frente às representações de realidade necessárias nas relações humanas. Isto porque, conforme mencionado por Vergani (2003),

> o pensamento simbólico é, sobretudo um pensamento particularmente criativo de resolução de problemas com os quais os homens se defrontam. Enquanto as sistematizações cognitivas estiverem sujeitas ao colapso – e assim acontece em toda a perspectiva de conhecimento aberto – a função simbólica assegurará a busca de uma significação 'sentida' (Vergani, 2003, p. 71-72).

Deste mesmo modo acentua-se a compreensão de que outras civilizações foram capazes de resolver problemas algébricos sem o uso de letras, tal como assevera Radford (2014), que os antigos matemáticos chineses mobilizaram ideias algébricas para resolver sistemas de equações sem usar notações. Destarte, vasculhar o constructo indígena brasileiro pode trazer um valioso instrumental na busca de explicitar o pensamento algébrico dessas civilizações que viveram no Brasil pré-colombiano. Não somente acerca do pensamento algébrico, estudos dessa natureza vislumbram outros pontos ainda em aberto, quanto às civilizações amazônicas e sua intelectualidade ancestral, que embora seja evidente em sua tradição manifestada nos ritos, mitos, festas, artesanato, agricultura, arquitetura e jogos, carece de uma produção acadêmica proporcional aos seus saberes e práticas socializadas e mantidas em suas tradições culturais.

Investigar *artefatos, mentefatos e sociofatos*[3] de uma cultura permite ao pesquisador

---

[3] A esse respeito ver Ubiratan D'Ambrosio (1999) e Julian Sorell Huxley (1955), mencionados nas referências ao final deste artigo.

mergulhar nas redes de ideias pertencentes ao espaço noológico da tradição *in loco*, o que possibilita confrontar esses saberes desvelados com as suas *verdades* enraizadas pelas vivências que acabam por, em muitos momentos, conduzir os modos de pensar e agir dentro e fora de seus campos de interesse de pesquisa. Ao passo que expande as linhas de raciocínio, ao criar perguntas mais estritas e sofisticadas, que elevam o grau de complexidade dos estudos e atraem mais pesquisadores, que por sua vez, ampliam as descobertas e criações científicas associadas aos saberes tradicionais em voga.

É neste cenário desafiador e instigante que ao longo deste artigo nos debruçaremos sobre um jogo de tabuleiro intitulado *Jogo da Onça*, cuja criação é atribuída aos Paiter-Suruí (Bueno, 2020, p. 117), e que denota uma prática sociocultural milenar com vestígios intercontinentais. O referido jogo faz emergir complexidade e criatividade do pensamento racional e simbólico decorrentes das práticas lúdicas que, muitas vezes, não possuem quaisquer semelhanças com a Matemática eurocêntrica que aprendemos na escola, haja vista seu formato (do jogo) repleto de geometria, estratégias algébricas e combinações, desde a sua construção até o uso dela durante as partidas.

Outro fato que nos chama atenção está no número de peças que cada oponente possui, distante da maioria dos jogos de tabuleiro, que atribui o mesmo número de peças a todos os jogadores. Nas partidas do *Jogo da Onça*, que deve ser jogado por duas pessoas, enquanto um jogador possui 14 peças o outro possui apenas uma, fato compensado pela jogabilidade atribuída pelas regras a esta peça única, denominada de 'onça'. Deste fato singular, já começa a ficar perceptível a presença da natureza em toda a filosofia implícita no jogo, que inspira tanto o nome quanto as regras. Em observância a Cardozo (2014), que apresenta os códigos e normas Paiter-Suruí, atribuímos à cosmovisão indígena que alimenta o respeito pela natureza, lar comum de todos, ao passo que ensina a sua grandeza e imponência do meio ambiente em tudo o que está associado à sua cultura, essa filosofia implícita no jogo de respeito à natureza.

Diante desse contexto, faz-se necessário perguntar: *Quais as relações entre o Pensamento Algébrico e as estratégias de cálculos manifestadas durante as partidas do Jogo da Onça?*

O estudo que originou este artigo se justifica pela valorização dos saberes ancestrais dos povos originários brasileiros; pela necessidade da produção de conhecimento voltados à investigação de matemáticas socioculturais indígenas e pela possibilidade de elaboração de materiais didáticos sobre o tema central do jogo: *estratégias relacionadas ao pensamento algébrico*.

Assim sendo, o presente artigo está situado no campo da Educação Matemática, na direção da história de práticas matemáticas socioculturais, com vistas a uma análise orientada pelas ideias das tipologias de pensamento algébrico com foco no *Pensamento Algébrico Factual* (PAF). Deste modo, o objetivo deste artigo é refletir sobre a existência do pensamento algébrico no *Jogo da Onça*, com vistas a abrir possibilidades de buscar práticas socioculturais similares a essa, que possam ter existido em outras civilizações pré-colombianas, que remetam ao tema, e daí verificarmos como elas podem ampliar as pesquisas histórico-matemáticas que tratem de um campo de investigação rico e pouco explorado como a ludicidade[4] matemática como elemento da cultura, presente nessas recreações indígenas relacionadas ao pensamento algébrico.

Consideramos, então, necessário responder algumas questões fundamentais: o que é pensamento algébrico? O que é pensamento algébrico factual? Do que tratas os tipos de pensamento algébrico contextual e o simbólico? Na seção seguinte abordaremos esses aspectos conceituais concernentes ao fundamento central de análise adotado para a escrita deste artigo.

2 O que é o pensamento algébrico?

Quando refletimos sobre a definição de pensamento algébrico, instintivamente somos levados a nos questionar sobre o que entendemos por Álgebra, para, partir deste ponto e associarmos caracterizações referentes à presença de um pensamento algébrico ou não. Para Carraher; Brizuela; Schliemann (2000), não existe um consenso quanto a definição de álgebra, mas, a princípio, pode ser compreendida como uma generalização da aritmética.

Todavia, o pensamento algébrico é considerado um tipo de pensamento recorrente às mais variadas áreas do conhecimento e manifestado em vários campos da Matemática. expressa significados generalizantes sobre objetos matemáticos por meio do suporte de alguma linguagem. Tal pensamento tem sido discutido em diversos trabalhos de Educação Matemática, pois alguns pensadores têm se dedicado a pesquisar o assunto e dentre os quais destacamos as concepções sobre pensamento algébrico enunciadas por Kaput, Lins e Radford, das quais adotaremos, com mais enfâse, a tipologia factual proposta por Radford, para analisar a presença dessa tipologia no Jogo da Onça, do povo Paiter-Suruí.

Assim sendo, se não há uma definição hegemônica que comumente se adote para o pensamento algébrico, o que se pode tomar como base para determinar a existência ou não desse pensamento? Para determinar se certo pensamento é algébrico, adotamos o proposto por

[4] Sobre ludicidade ver o que Huizinga (2014) adota como princípio acerca do jogo como elemento da cultura.

Radford (2014), que se baseou em estudos de Filloy, Rojano, Puig e Kieran, para apresentar três condições para caracterizar o pensamento algébrico, a saber: a indeterminação, a denotação e a analiticidade.

A indeterminação é inerente a presença de valores não conhecidos em problemas matemáticos, como as incógnitas, as variáveis e os parâmetros. A denotação remete a simbologia adotada para nomear estes valores indeterminados, que embora atualmente seja mais comum a utilização de símbolos alfanuméricos, não significa que outros recursos da linguagem não possam ser utilizados para denotar estas quantidades. A analiticidade é o tratamento destas quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas, e a partir daí, utilizar operações conhecidas diante destes valores indeterminados.

Embora o pensamento algébrico esteja intrísicamente associado às generalizações de objetos matemáticos, Radford (2010) se ocupou em determinar três tipologias considerando os níveis de generalizações, sendo o pensamento algébrico factual, contextual e simbólica. Não sendo mutuamente exclusivas, podendo um problema algébrico ser solucionado com duas ou mais tipologias.

> A tipologia é antes uma tentativa de compreensão dos processos pelos quais os alunos passam no contato com as formas de ação, reflexão e raciocínio veiculadas pela práxis historicamente constituída da álgebra escolar (Radford, 2010, p. 49, tradução nossa).

No contexto indígena, o termo escola não se limita àquela formalmente estruturada a partir do Brasil colonial, mas ultrapassa os muros e currículos pré-estabelecidos pelo governo, denotando, assim, o ambiente de transmissão de saberes através de vivências comunitárias a fim de absorver conhecimentos ancestrais que sejam úteis na manutenção, interação e organização de um gupo de pessoas em seu espírito coletivo e plural. Logo, para entendermos em quais tipologias a prática do Jogo da Onça se enquadra, se faz necessário conhecer cada uma das caracterizações determinadas por Radford (2010) e Moretti e Radford (2021), conforme descrito a seguir:

- Pensamento algébrico factual: Depende de formas de perceber muito desenvolvidas e de uma organização rítmica complexa de gestos, palavras e símbolos. Entender o que é regular e imaginar figuras quando se generaliza são resultados que ficam ligados a um processo sensorial profundo, mostrando que o pensamento algébrico é multimodal.
- Pensamento algébrico contextual: Diferentemente do pensamento algébrico real, tanto na maneira de lidar com a indeterminação quanto nos meios semióticos empregados pelos aprendizes, a nova forma de pensar algebricamente ainda é contextual e 'perspectiva', alicerçada em um modo particular de refletir e interpretar algo. A fórmula algébrica é, de fato, uma representação do termo geral, da forma como deveria ser

esboçado ou idealizado. Por essa razão, designamos essa forma de pensamento algébrico como contextual.

Pensamento algébrico simbólico: A escolha dos símbolos para representar variáveis é livre, podendo incluir alfanuméricos, mas não se restringindo a eles.

A respeito do assunto, conforme os registros arqueológicos das tábuas babilônicas cuneiformes, Hoyrup (1994; 2002; 2017) baseou-se em seus estudos para asseverar que provavelmente os medidores de terra da antiga Mesopotâmia criaram uma proto-álgebra para resolver problemas práticos, o que culminou no desenvolvimento da sociedade de sua época. Hoyrup (1994; 2002), considera também possível que essa proto-álgebra tenha surgido provavelmente no processo em que o pensamento proto-algébrico se manifestou por meio de técnicas desvinculadas do ambiente "recreativo" das práticas matemáticas. Igualmente, o autor enfatiza, ainda, que toda a pré-história da álgebra está fortemente envolvida com tradições subcientíficas e, em particular, com problemas recreativos. Pode-se até afirmar que a álgebra surgiu precisamente no processo em que as técnicas proto-algébricas passaram posteriormente a serem desvinculadas do contexto "recreativo" aos quais podem ter sido originadas.

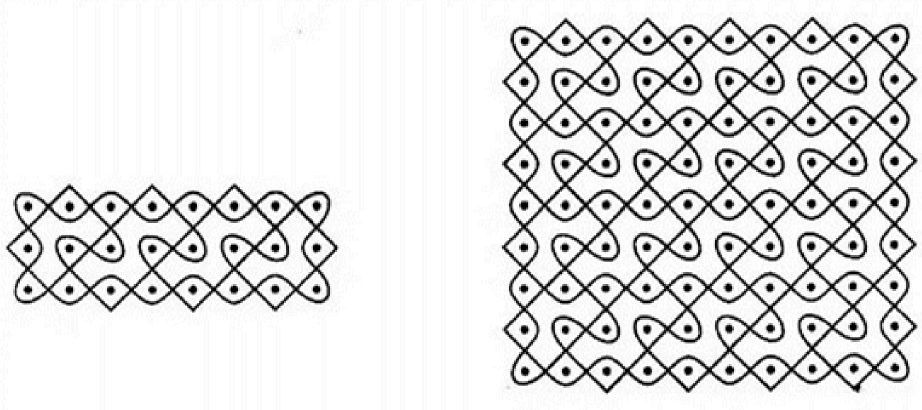
Manifestações similares são identificadas e destacadas por pesquisadores em etnomatemática, ao mencionarem as atividades culturais Sona de Angola. A esse respeito Paulus Gerdes (2008; 2010) descreve um conjunto de narrativas matemáticas representadas na forma de grafos que expressam estratégias de pensamento algébrico-combinatório para a determinação e soluções possíveis a cada desafio problematizado na tradição cultural dos Cokwe-Lunda[5]. O mesmo processo é denominado por Teresa Vergani (2003) como cultura Tshokwe, no qual a autora apresenta uma abordagem das relações entre expressão verbal e expressão matemática, quando essa população se utiliza de suportes geométricos de linguagem simbólica para descrever situações problematizadoras na forma de contos tradicionais da sua cultura.

> Os seus jogos e exercícios intelectuais englobam também cálculos numéricos e estratégias algébricas profundamente compreendidas e aperfeiçoadas. Mas a aparente gratuidade destas práticas de outrora nunca se divorciava das dimensões fulcrais da vida sociocultural quaisquer que fossem os valores em jogo (Vergani, 2003, p. 87).

---

[5] O Lunda Tchokwe também denominado Thutchokwe, Tshokwe ou Cokwe-Lunda, são so nomes dados ao povo que se encontra na parte leste de Angola e uma parte desse povo está assentado nos territórios de Zambia e Congo.

Figura 1 – Dois *sona* desenhados com o mesmo algoritmo geométrico



Fonte: Paulus Gerdes (2008, p.47)

Com base no proposto por Radford (2010) e Radford e Moretti (2021), adotaremos as tipologias do pensamento algébrico, de modo a discutir a existência de indicadores do pensamento algébrico através de uma análise das estratégias de pensamento exercitado no *Jogo da Onça* pelo viés do Pensamento Algébrico Factual (PAF).

Conforme já foi afirmado anteriormente, estes estratos do pensamento algébrico não são isolados, podendo estar presentes concomitantemente em uma mesma resolução de problemas. Contudo, é importante compreender como ocorre a manifestação dos três estratos para verificar o desenvolvimento de uma competência que exija o domínio da álgebra até certos assuntos, considerando que estas formas de pensamento são habilidades desenvolvidas durante o percurso escolar discente. Portanto, admitimos a necessidade de se verificar a presença destas habilidades na ludicidade cultural indígena que envolve o Jogo da Onça, o cerne da próxima seção do artigo.

3 Sobre o povo Paiter-Suruí e o Jogo da Onça

Os suruís são um grupo indígena brasileiro, habitantes dos estados de Rondônia e Mato Grosso e que se autodenominam Paiter, que significa "gente de verdade, nós mesmos". Falam a língua Paiter-Suruí, que pertence à família linguística Mondé e ao grupo linguístico Tupi. O grupo mantém sua tradição material e cosmológica, compartilhada, também, com outras etnias do tronco linguístico Tupi Mondé, do qual fazem parte (Surui Paiter, Instituto Socioambiental).

Desde o contato oficial, em 1969, a aproximação com os não-indígenas operou mudanças sociais entre os Paiter, ameaçados pela violência, a corrupção e omissão de órgãos governamentais, a invasão de moradores indevidos e a incidência de madeireiras e mineradoras. Contudo, não anulou suas tradições, mantendo-os na luta pelo reconhecimento e integridade de seu território e a manutenção da vitalidade de suas tradições culturais, em que a sociedade é compreendida a partir de uma divisão em metades, de modo que os segmentos sociais, as atividades produtivas e a vida ritual constituem expressões do dualismo entre a aldeia e a mata, a roça e a caça, o trabalho e a festa - sendo as festas de troca de oferendas e os mutirões a elas associados os momentos culminantes do intercâmbio e da alternância entre essas metades[6].

3.1 O Jogo da Onça: origens e variações

O Jogo da Onça é um jogo de tabuleiro que começa a se tornar tradicional no Brasil. Sua origem remete aos povos indígenas do Brasil desde antes da invasão portuguesa, embora existam outros estudos que identificam à família como uma variação de jogos indianos com tigres e cabras ao invés de onça e cachorros. Mas o que este jogo possui de tão curioso? Diferente dos jogos de tabuleiro mais populares, como a dama e o xadrez, que são quadrados formados por outros quadrados menores, onde as peças dos jogos são alocadas, esse jogo indígena é formado por um quadrado maior e por um triângulo, subdivididos em triângulos, trapézios e quadrados, onde as peças ficam alocadas nos vértices dessas figuras.

O Jogo da Onça, também conhecido como Jogo do Leopardo ou Jogo do Guará, é um jogo popular em algumas regiões do Brasil, especialmente no Mato Grosso e Mato Grosso do Sul. Lima e Barreto (2005) reiteram que é no chão que é marcado o desenho do tabuleiro e que os indígenas utilizam sementes ou pedras para representarem as peças do jogo - os cachorros e a onça. Uma peça representa a onça e outras 14 representam os cachorros. Uma grande peculiaridade do Jogo da Onça é seu tabuleiro, composto por um quadrado e um triangulo conectado a ele em um dos lados. Deve ser jogado por apenas dois jogadores, em que um jogador controla a onça e o outro controla 14 cães.

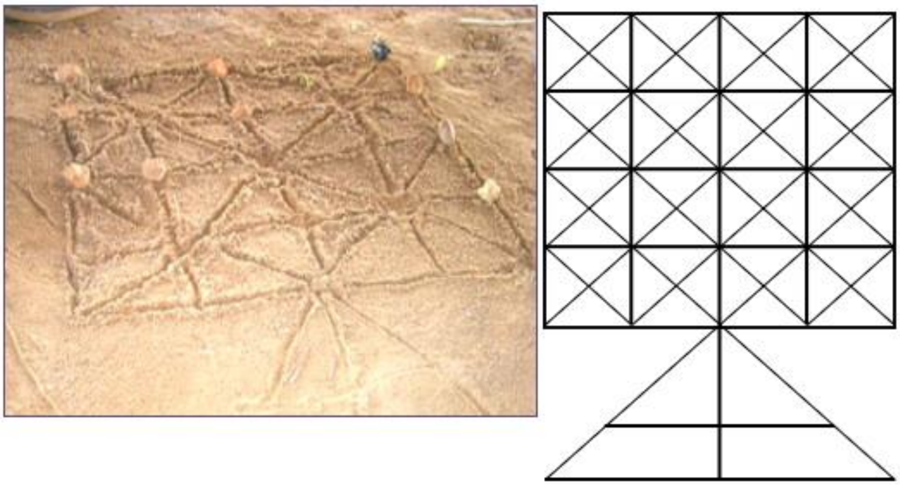
Os indígenas brasileiros costumam chamá-lo também de Adugo e costumam jogar desenhando o tabuleiro no chão com um graveto e usando pedras diferenciadas para representar os animais. (figura 2).

Outras informações destacam que a origem do jogo está na região dos Andes, que jogavam Taptana ou Jogo da Puma (tipo de felino da região). Acredita-se que os Incas o praticavam desde 1200 e as marcas do tabuleiro ainda são encontradas nas ruínas dos Incas, no Peru (figura 3). Trata-se de um jogo de estratégia para dois jogadores, em que um deles atua como onça, com o objetivo de capturar as peças do adversário. O jogador que atua com os

[6] Excerto de uma reportagem postada em https://pib.socioambiental.org/pt/Povo:Surui_Paiter.

cachorros tem o objetivo de encurralar a onça e deixá-la sem possibilidade de movimentação.

Figura 2 – Imagem do Jogo da Onça, brincado na areia e sua representação geométrica



Fonte: Instituto Ludosofia - www.ludosofia.com.br

Figura 3 – Desenho de um momento em que o imperador Inca Atahualpa jogava o Jogo da Onça com seus captores, em um tabuleiro de Alquerque[7]

Fonte: Arte rupestre litograbados arquitectura colonial Cusco Peru – 2ª parte - *www.rupestreweb.info*. Consultado em 31 de março de 2024

Uma variante do jogo: a brincadeira da onça

1. Uma pessoa é escolhida para ser a onça; 2. Todos os participantes devem sentar-se em fila, um atrás do outro com as pernas abertas, cada um representando um

[7] Em 1615 Felipe Guamán Poma de Ayala registrou em desenho um momento em que o imperador inca Atahualpa jogava com seus captores, em um tabuleiro de Alquerque, provavelmente o Jogo da Onça ou uma de suas variações (Arte rupestre litograbados arquitectura colonial Cusco Peru -2 parte - *www.rupestreweb.info*. Consultado em 31 de março de 2024).

cachorro; 3. A última pessoa da fila deve sair de seu lugar e tentar sentar-se na frente da fila sem que seja pega pela onça; 4. Uma pessoa deve representar um pássaro que avisará o porco que ele pode sair; 5. A onça, por sua vez, precisa capturar 5 cachorros para vencer. Vence aquele que atingir seu objetivo primeiro. A onça é quem dá início a partida (cf. Lima; Barreto, 2005).

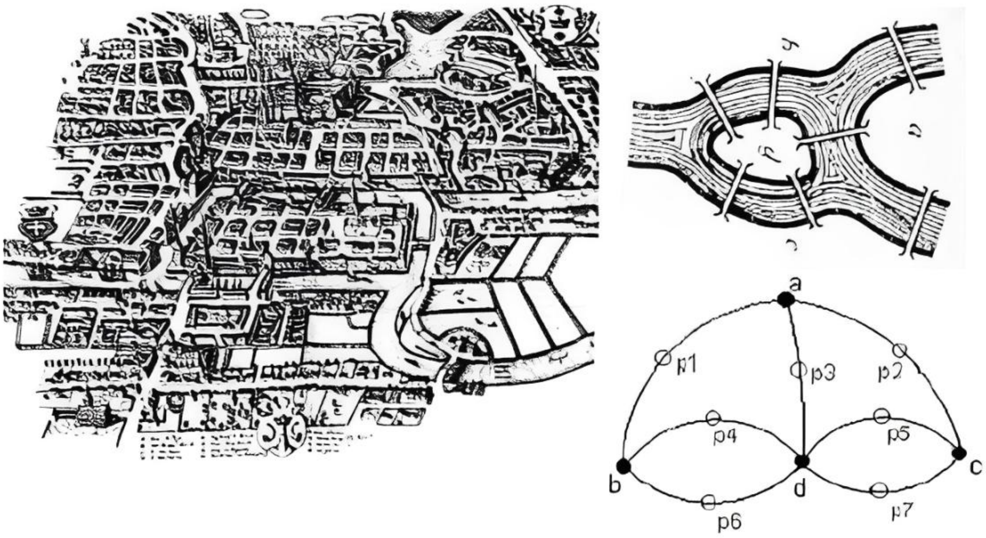
4 O Jogo da Onça como um grafo

Conforme mencionado por Boaventura Netto e Jurkiewicz (2017), o mundo em que vivemos é complicado demais, e para interpretarmos as situações do cotidiano, construímos modelos matemáticos que utilizam registros para representar e interpretar essas situações contextuais diárias. Essas representações podem ser feitas por meio de linguagem natural, ou por representações icônica, ou seja, um tipo de diagrama denominado grafo.

As estratégias de pensamento para se produzir conhecimento a partir de atividades lúdicas como o Jogo da Onça podem ser exploradas, interpretadas e resolvidas matematicamente usando esse conceito muito simples: o grafo; um conjunto de pontos, os vértices, alguns dos quais estão ligados por curvas, as arestas. Os vértices são usados para representar as diferentes situações do jogo e as arestas para descrever as possíveis passagens de uma situação para a outra. Portanto, a teoria algébrica dos grafos é um ramo da matemática em que os métodos algébricos são aplicados a problemas sobre grafos. Isso contrasta com as abordagens geométricas, combinatórias ou algorítmicas.

A esse respeito, podemos citar um problema de matemática resolvido por Leonhard Euler em 1736, cuja solução originou a teoria dos grafos: o problema das pontes de Köenisberg. Os habitantes de Köenisberg (hoje Kaliningrado) se perguntavam se seria possível atravessar as sete pontes do Rio Prega, sem passar duas vezes na mesma ponte, retornando ao ponto de partida, representado na figura 4, a seguir.

Figura 4 – Representação da Ponte de Köenisberg



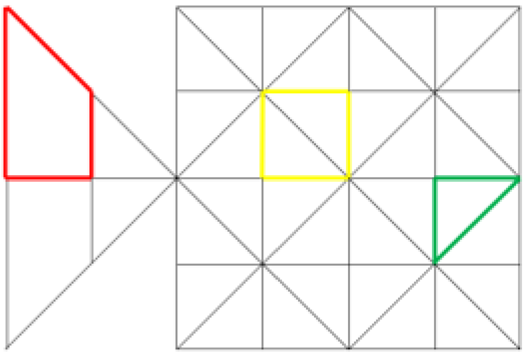
Fonte: Adaptação dos autores

Para buscar a solução do problema, Euler usou um raciocínio muito simples. Transformou os caminhos em linhas e suas intersecções em pontos, criando possivelmente o primeiro grafo da história. Assim sendo, na seção a seguir comentaremos sobre a interpretação das estratégias algébrico-geométricas dos movimentos do Jogo da Onça.

5 O tabuleiro e o jogo

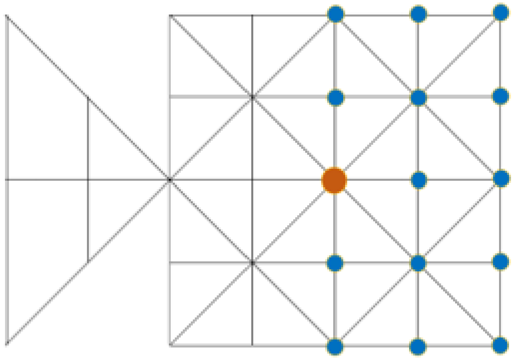
É um jogo de estratégia com duas linhas de ação no mesmo tabuleiro. A onça precisa escapar dos cachorros e os capturar. Os cães, em conjunto, tentam encurralar a onça com trabalho de grupo. Começa o jogo quem representa a onça; os jogadores se alternam, um movimento por vez. As posições iniciais estão indicadas na figura 5 a seguir. A onça é a bolinha vermelha da figura 6.

Figura 5. tabuleiro do jogo da onça



Fonte: elaboração dos autores

Figura 6: alocação das peças



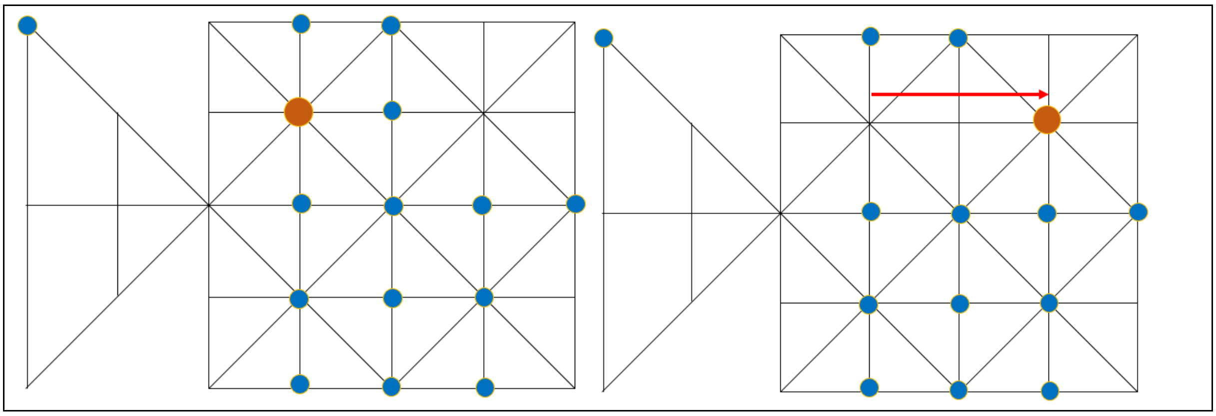
Fonte: elaboração dos autores

O jogo apresenta uma particularidade intrigante. Enquanto a maioria dos jogos de tabuleiro destinam a mesma quantidade de peças a ambos os jogadores, no Jogo da Onça enquanto um adversário inicia com 14 peças, denominadas cachorros, o outro inicia com apenas uma, a onça, que inicialmente fica alocada no vértice central da parte quadrada do tabuleiro. A equidade neste jogo é alcançada pela jogabilidade das peças, o que remete ao poderio próprio do felino brasileiro. Contudo, o jogo também ilustra como o uso inteligente dos recursos pode gerar vitória em nossas empreitadas contra a onça.

O jogo é baseado na movimentação das peças pelo tabuleiro. Uma movimentação consiste em levar uma peça até um vértice vizinho que não possua peça alocada. A onça pode realizar capturas de cachorros. Uma captura só é possível caso o vértice adjacente à onça esteja ocupado por um cachorro, mas o vértice imediatamente depois do cachorro, no mesmo seguimento de reta, não possua alocação. Após a captura, a peça de cachorro é removida do tabuleiro.

Os objetivos dos jogadores também são distintos. O jogador que controla a onça inicia a partida e precisa capturar cinco cachorros para vencer. Já o jogador que controla os cachorros deve encurralar a onça, ou seja, não permitir nenhuma movimentação, para assim vencer a partida. O jogo é considerado empatado caso uma mesma posição se repita quatro vezes.

Figura 7 – Movimento de captura

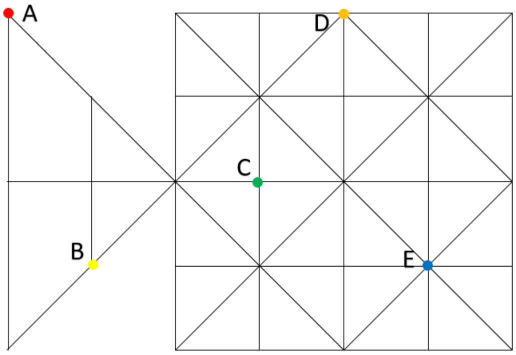


Fonte: elaboração dos autores.

Algumas considerações posicionais precisam ser feitas para que tenhamos mais rigor na análise realizada na seção seguinte. Para tal, realizaremos neste primeiro momento a caracterização dos vértices do tabuleiro, baseado na regra de movimentação. Essa caracterização nos permite discutir de modo mais minucioso as possíveis estratégias tomadas durante empasses que surjam nas partidas. Note que existem cinco tipos de vértices, com base no número de vértices adjacentes. Para facilitar a leitura, chamaremos eles de vértices A, B, C, D e E.

- Um vértice A possui 2 vértices adjacentes;
- Um vértice B possui 3 vértices adjacentes;
- Um vértice C possui 4 vértices adjacentes;
- Um vértice D possui 5 vértices adjacentes e
- Um vértice E possui 8 vértices adjacentes.

Figura 8 – Tipos de vértices



Fonte: elaboração dos autores.

Observe que, por se tratar de um jogo posicional, ter espaço para determinar uma estratégia de movimentação é fundamental desde o primeiro movimento. O tabuleiro conta com 31 vértices, a tabela a seguir apresenta um quantitativo a partir da caracterização realizada.

Quadro 1: Classificação e contagem dos vértices

Tipo	Quantidade
A	02
B	15
C	05
D	03
E	06

Fonte: Elaborada pelos autores.

Devido a organização do tabuleiro em duas partes com quantidades distintas de vértices e de tipos de vértices, podemos analisar a média de movimentações por partes. Para facilitar o entendimento, chamaremos a parte triangular do tabuleiro de parte 1 e a parte quadrada do tabuleiro de parte 2. A tabela a seguir apresenta as quantidades de vértices classificadas pelo tipo destes vértices.

Quadro 2: Classificação e contagem dos vértices por partes

	Parte 1	Parte 2
A	02	00
B	03	12
C	01	04
D	00	03
E	01	06
Total	07	25

Fonte: Produção dos autores.

Calculando a média aritmética da quantidade de vértices adjacentes por partes, concluímos que a parte 1 possui aproximadamente 3,57 adjacências por vértice e a parte 2 possui 4,6 adjacências por vértice. Logo, uma estratégia plausível para quem joga com os cachorros é levar a onça até a parte 1, haja vista que ela possui, em média, uma adjacência a menos por vértice, o que facilita o encurralamento.

É fácil perceber que sempre teremos pelo menos 11 alocações no tabuleiro. Este fato se deve à jogabilidade da onça. Lembre-se que para ela vencer é necessário que sejam capturados 5 cachorros. Isso quer dizer que, mesmo que ela capture 4 cachorros, ainda será possível que ambos vençam a partida. Como, inicialmente, existem 14 cachorros, caso sejam capturados 4, restarão 10 cachorros e uma onça. De quantos modos podemos alocar estas peças no tabuleiro? Utilizando uma combinação simples, temos $\binom{31}{11} = \frac{31!}{11!\cdot 10!} = 56.767.924.713.532.032.000$ casos, o que torna inviável analisar cada um deles. Entretanto, foge ao escopo deste trabalho classificar os casos. Na próxima seção apresentaremos três situações distintas, mas que exigem engenhosidade e percepção aritmética e posicional.

6 Três situações problema que podem ocorrer no Jogo da Onça

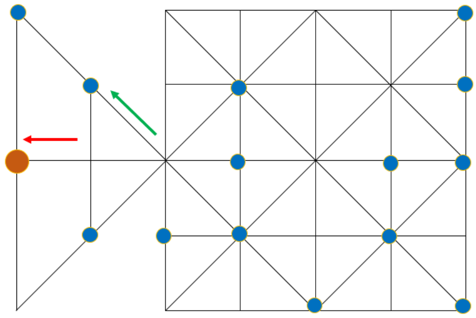
O Jogo da Onça, como foi relatado anteriormente, possibilita uma infinidade de reordenações das peças o que garante a existência de infindos casos a serem analisados. Para otimizar o nosso trabalho, sem perder o foco ao qual nos propomos, optamos por analisar três situações problema derivados de partidas disputadas amistosamente. Esta seleção foi feita considerando uma movimentação de bloqueio de captura, uma movimentação de vitória dos cachorros e um movimento fortuito da onça.

6.1 Situação 1: A onça encurralada

O jogo faz alusão a natureza em toda a sua dinâmica, sobretudo na *força* das peças, por isso que o número de cachorros, inicialmente no jogo é tão discrepante se comparado a quantidade de onças, o que também justifica as diferentes regras para a vitória. Ao considerar que a onça precisa capturar cinco cachorros, enquanto estes, que não podem capturar, precisam impossibilitar a onça de fazer movimentações dentro do tabuleiro.

Imagine a situação da figura 9, onde a onça inicia a jogada (seta vermelha) e os cachorros jogam em seguida (seta verde).

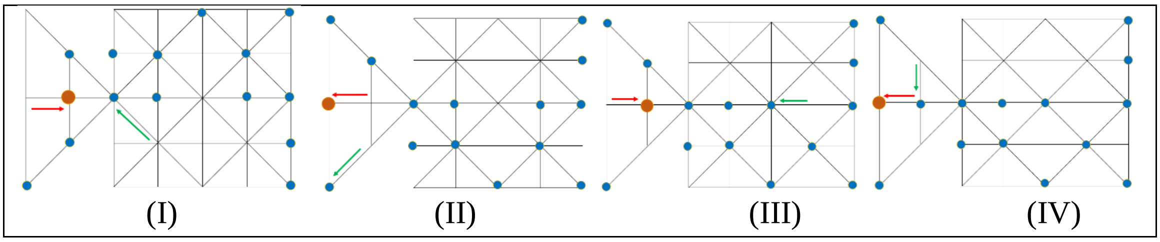
Figura 9 – Situação 1



Fonte: elaboração dos autores

Neste momento do jogo, algumas observações podem ser feitas. Note que a onça não conseguiu capturar nenhum cachorro, e que eles levaram a onça até a parte 1 do tabuleiro, reduzindo a média de movimentações dela. Então, quais movimentações os cachorros devem fazer? Quais movimentações diminuiriam a vantagem? A onça poderia retornar a parte 2? Todas estas indagações são pertinentes.

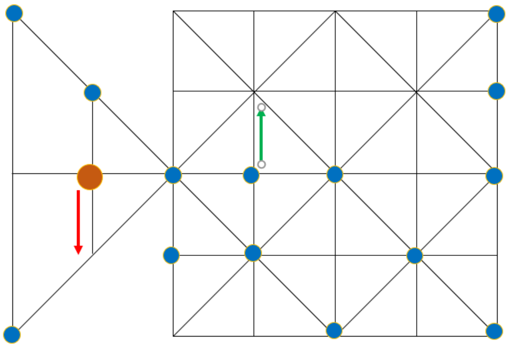
Figura 10 – Desenvolvimento da situação 1



Fonte: elaboração dos autores

Inevitavelmente, nesta situação a onça foi encurralada pelos cachorros. Nesta situação, em (III), a onça possuía duas movimentações. Conforme a figura 11 apresenta, caso a onça tivesse escolhido a outra possibilidade, isto poderia abrir margem para um eventual empate.

Figura 11 – Movimentação alternativa em (III)



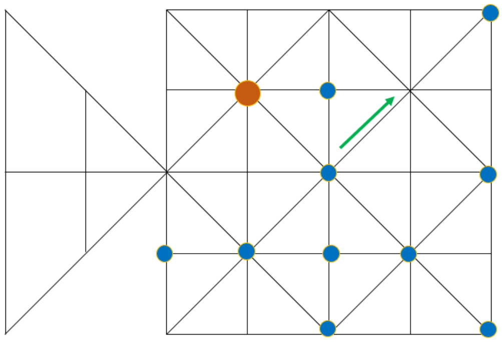
Fonte: elaboração dos autores

Deste ponto da partida, bastava que a onça regressasse ao centro da parte 1 e que os cachorros movimentassem peças na parte 2, em vista de que a onça não capturasse nenhuma peça. Desta forma, a onça poderia voltar a posição da figura 11 e buscar repetições para garantir um empate.

6.2 Situação 2: O cachorro escapa da captura

A situação apresentada a seguir difere da anterior em vários aspectos, tanto pela vantagem posicional quanto pela vantagem material da onça, que já capturou quatro cachorros e está a uma peça da vitória. Contudo, a estratégia utilizada pelos cachorros não permitiu a conclusão da partida na rodada, conforme a figura 12.

Figura 12 – Situação 2



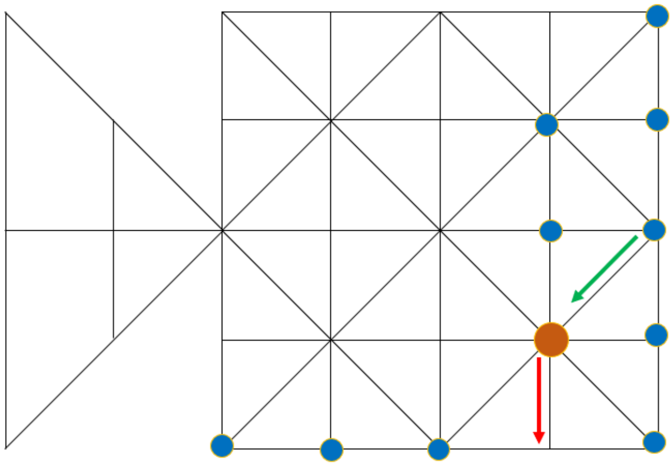
Fonte: elaboração dos autores.

Esta situação não ilustra as outras rodadas. Embora a movimentação tenha sido bem calculada, a onça está com a vitória garantida, pois ao ocupar o vértice central da parte 2 ameaça capturar duas peças. Os cachorros só conseguiram proteger mais uma, o que acarretará na vitória da onça, capturando o último cachorro necessário.

6.3 Situação 3: Um movimento mal calculado

A presença de contagem é fundamental em toda a partida, principalmente para a onça, que além de capturar cachorros, precisa verificar quantas movimentações ainda serão possíveis a partir de uma escolha tomada. A vantagem material dos cachorros, que até o último momento será superior a 8 se comparada a única onça presente no tabuleiro, contribui para que um descuido do jogador culmine na perda da partida devido um encurralamento. A figura 13 mostra uma movimentação mal planejada que resultou na vitória para os cachorros.

Figura 13 – Situação 3



Fonte: elaboração dos autores.

Diferente da situação 2, o desfecho da situação 3 garantiu a vitória aos cachorros. O que revela sofisticação no jogo de tabuleiro e imprevisibilidade, se levarmos em consideração apenas o número de peças.

As estratégias desde o início da partida fazem uso de contagem, observação posicional, cálculo de antecipação de rodadas, análise de causa e efeito (se... então...) e engenhosidade na resolução de problemas. A presença da aritmética é perceptível desde a observação das regras, mas a análise destas situações problemas aponta ainda mais complexidade e sugere uma investigação mais aprofundada, em um possível trabalho futuro.

Embora não haja uso de escrita, salientamos a presença de uma aritmética concreta nas três situações expostas nesta seção, no ato de medir, conjecturar capturas ou encurralamentos e calcular movimentações. Todas estas decisões, ao longo dos jogos, asseguram a existência do pensamento algébrico em nível factual, que

> baseia-se em mecanismos de percepção altamente evoluídos e numa sofisticada coordenação rítmica de gestos, palavras e símbolos. A compreensão da regularidade e a imaginação das figuras no decurso da generalização resultam e permanecem ancoradas num profundo processo sensorial mediado, mostrando assim a natureza multimodal do pensamento algébrico factual (Radford, 2010, p.7).

Os outros estratos do pensamento algébrico exigem organizações mentais que não foram evidenciadas com o mesmo destaque nas análises executadas neste trabalho. A perceptível presença de um pensamento tão apurado é convidativa dentro do campo da História da Matemática com artefatos culturais dos povos originários brasileiros que, em sua rica cultura, guardam saberes ancestrais prontos para fortalecer a academia com o seu modo de ser e agir.

7 Reflexões Finais

Neste artigo foi discutido a existência do estrato factual do pensamento algébrico no Jogo da Onça, jogo tradicional indígena brasileiro do povo Paiter-Suruí, principalmente nas estratégias de cálculos necessários a serem estabelecidas durante as partidas, o que corrobora com a conexão entre o jogo e desenvolvimento do pensamento algébrico. O estudo revela a riqueza e a sofisticação das ideias matemáticas atreladas aos saberes ancestrais de povos originários brasileiros. Embora as aplicações entre a proto-álgebra da antiga Mesopotâmia sejam distintas do seu uso lúdico na cultura indígena, a presença de sofisticação na elaboração de estratégias para vencer uma partida, a capacidade de antecipação de jogadas e presença de contagem, evidencia a primeira fase do desenvolvimento de Pensamento Algébrico, a factual (PAF).

Foi apresentado de forma sucinta o que é o pensamento algébrico, citando a sua evidente relação com a álgebra e os precursores dos estudos ligados à ideia. Reiteramos que a definição adotada em todo o texto, pela adequação ao trabalho, tenha sido do pesquisador Luis Radford. Enfatizamos, ainda, que os três estratos tipológicos do pensamento algébrico caracterizados por esse pesquisador não são autoexcludentes entre si.

Na sequência do artigo foi apresentado o Jogo da Onça, cuja criação é atribuída ao povo Paiter-Suruí, que habitam os estados brasileiros de Rondônia e Mato Grosso, bem como na indicação de que tem sua existência concreta em outros territórios da América do Sul como por exmeplo o Peru. Além de apresentar as regras básicas do jogo, foi realizado um estudo sobre o tabuleiro com o intuito de encontrar melhores posições diante de possíveis situações problemas no decorrer de partidas. As ideias acerca do pensamento algébrico proposta por Radford nos auxiliaram na escolha das situações, com o intuito de responder a pergunta: *quais as relações entre o Pensamento Algébrico e os cálculos realizados durante as partidas do Jogo da Onça?*

Em seguida, nas seção de análise de três situações problema no Jogo da Onça, foi apresentado três casos distintos para avaliar diferentes perspectivas e refletir sobre os cálculos que deviam ser feitos durante os jogos. As situações apresentam grau de complexidade distintas e as soluções propostas necessitam de uma quantidade de movimentações diferentes, propiciando mais elaboração de estratégias e, consequentemente, cálculos mentais mais extensos.

As reflexões evidenciaram a existência de pensamento algébrico factual, ou seja, não apresenta fórmulas ou variáveis simbólicas. Embora estes símbolos não sejam precisamente alfanuméricos, para o pensamento algébrico ser caracterizado como simbólico, em nossa análise não foi encontrado vestígio de outros estratos além do factual.

Concluímos, portanto, que os artefatos indígenas, os pensamentos ancestrais, as produções de arqueologia indígena são valorosos atributos em pesquisa sobre história para o ensino de Matemática nesses contextos socioculturais, embora haja baixa incidência de trabalhos voltados para esta temática no cenário atual.

Como sugestão para abordagem no ensino, propomos que os professores possam se utlizar dos encaminhamentos propostos para a elaboração e uso de Unidades Básicas de Problemaização (UBP), propostas por Miguel e Mendes (2010; 2021), quando sugerem que sejam propostos um texto sintético com esclarecimentos básicos sobre o tema (uma espécie de flash discussivo memorialístico).

Em seguida propomos que associem o flash memorialístico a um conjunto de questionamentos, conforme propomos em dois blocos a seguir, para que os estudantes investiguem e problematizem a situação pesquisada, em sala de aula e estabeleçam debates temáticos relativamente ao assunto. Por fim devem sistematizar as conclusões obtidas na pesquisa e no debate, de modo a expressarem o conhecimento produzido nessas ações.

As questões apresentadas nos dois blocos a seguir podem ser adaptadas pelos professores para incrementar suas atividades em sala de aula, tomando como referência a UBP.

Bloco 1: Questões relativas à constituição do jogo

1.Faça uma pesquisa sobre a história do Jogo da Onça.

2. Investigue em quais etnias indígenas forma praticadas ou ainda se pratica o Jogo da Onça.

3. Qual a origem e o significado do Jogo da Onça?

4. Qual a origem do Jogo da Onça?

5. Qual é o significado da Onça?

6. Qual a simbologia da Onça?

7. Descreva sucintamente como se joga o Jogo da Onça. Como se faz o tabuleiro do Jogo da Onça?

8. Verifique se há mais de uma variante do Jogo da Onça e descreva cada uma delas.

9. Quais os procedimentos dos jogadores no Jogo da Onça de acordo com cada variante desse jogo? Quem deve iniciar a partida no Jogo da Onça?
10. Quais os objetos necessários para se jogar o Jogo da Onça?
11. Quem vence a partida do Jogo da Onça?

Bloco 2: Questões relativas aos movimentos do jogo

1. Quantas casas existem no tabuleiro que possibilitam o movimento, tanto da Onça quanto do cachorro, para até 8 casas?
2. Quantas casas existem no tabuleiro que possibilitam o movimento, tanto da Onça quanto do cachorro, para até 5 casas?
3. Quantas casas existem no tabuleiro que possibilitam o movimento, tanto da Onça quanto do cachorro, para até 4 casas?
4. Quantas casas existem no tabuleiro que possibilitam o movimento, tanto da Onça quanto do cachorro, para até 3 casas?
5. Quantas casas existem no tabuleiro que possibilitam o movimento, tanto da Onça quanto do cachorro, para até 2 casas?
6. Faça grafos que representem a trajetória das jogadas realizadas durante uma partida do Jogo da Onça, de modo a descrever o caminho do vencedor.

Referências

ADUGO OU JOGO DA ONÇA: um jogo dos indígenas brasileiros. Ludosofia, 2023. Disponível em: https://ludosofia.com.br/arqueologia/post-2/. Acesso em: 07 de julho de 2024.

BOAVENTURA NETTO, Paulo Oswaldo; JURKIEWICZ, Samuel. **Grafos**: introdução e prática. 2ª edição revista e ampliada. São Paulo: Edgar Blucher, 2017.

BUENO, Cibele de Oliveira Chibante. **Matemática e suas tecnologias**: na escola e na comunidade. Projetos integradores. Manual do professor. São Paulo: FTD. 1ª ed. 2020.

CARDOZO, Ivaneide Bandeira (Ed.). **Códigos e normas Paiter Suruí**. Porto Velho: Edufro, 2014.

CARRAHER, David W.; BRIZUELA, Bárbara M.; SCHLIEMANN, Analúcia D. Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic: Instantiating Variables in Addition and Subtraction. In: Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), 24., 2000, Hiroshima. **Proceedings** [...]. Hiroshima: PME, 2000. v. 10, n. 4, p. 39-55.

D’AMBROSIO, Ubiratan. Literacy, matheracy, and technoracy: a trivium for today. **Mathematical Thinking and Learning**, *1*(2), 131-153. 1999.

GERDES, Paulus. **Geometria Sona de Angola**: Matemática duma tradição africana. Lulu, Morrisville NC 27560, USA. http://stores.lulu.com/pgerdes, 2008.

GERDES, Paulus. Exploration of technologies, emerging from African cultural practices, in mathematics (teacher) education. **ZDM**, v. 42, p. 11-17, 2010.

HØYRUP, Jens. Filosofi og Videnskabsteori på Roskilde Universitetscenter. 3. **Række: Preprints og Reprints** 1994 Nr. 1.

HØYRUP, Jens. **Lengths, Widths, Surfaces**. A Portrait of Old Babylonian Algebra and Its Kin, New York, Springer, 2002.

HØYRUP, Jens. What is "geometric algebra", and what has it been in historiography? **Science Studies**. Department of Communication and Arts. Research output: Contribution to journal› Journal article› Research› peer-review, 2017.

HUIZINGA, Johan. **Homo Ludens**: o jogo como elemento da cultura. Tradução João Paulo Monteiro. 8. ed. São Paulo: Perspectiva, 2014. (Coleção Estudos).

HUXLEY, Julian Sorell. Evolution, cultural and biological. **Yearbook of Anthropology**. Chicago, IL: University of Chicago, 1955.

INSTITUTO SOCIOAMBIENTAL (ISA). Povo Suruí Paiter. pib.socioambiental.org, 2023. Disponível em: https://pib.socioambiental.org/pt/Povo:Surui_Paiter. Acesso em: 10 de fevereiro de 2024.

LIMA, M.; BARRETO, A. **O Jogo da Onça e outras brincadeiras indígenas**. Coleção Infanto-Juvenil. São Paulo, SP: Editora Panda Books, 2005.

MIGUEL, Antonio; MENDES, Iran Abreu. Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games. **ZDM Mathematics Education**, *42*, 381–392, 2010. https://doi.org/10.1007/s11858-010-0255-8

MIGUEL, Antonio; MENDES, Iran Abreu. Mobilizando histórias na formação inicial de educadores matemáticos: memórias, práticas sociais e jogos discursivos. **REMATEC**, Belém, v. 16, p. 120–140, 2021. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p120-140.id324. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/66. Acesso em: 7 jul. 2024.

MORETTI, Vanessa.; RADFORD, Luis. (Orgs.). **Pensamento algébrico nos Anos Iniciais**: diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural. São Paulo. Livraria da Física, 2021.

RADFORD, Luis. **The progressive development of early embodied algebraic thinking.** Mathematics Education Research Journal, 26, 257-277. 2014.

RADFORD, Luis. **Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective.** In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello, F. (Eds.), Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 6) (pp.

XXXIII – LIII). Université Claude Bernard, Lyon, France, 2010.

VERGANI, Teresa. **A surpresa do mundo**: ensaios sobre cognição, cultura e educação. Natal: Flecha do Tempo, 2003.