

O *ser-com* tecnologias digitais manifestado por licenciandos em Matemática em uma atividade de Modelagem Matemática

DOI: <https://doi.org/10.33871/rpem.2025.14.33.9451>

Vitória Fenilli Vidaletti¹
Thalia Falquievicz Corassa²
Rodolfo Eduardo Vertuan³

Resumo: Este relato apresenta uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática habituados a realizar atividades de caráter investigativo. A atividade foi inspirada por um contexto real, não matemático, acerca de um assunto que vem causando impactos positivos na sociedade e no meio ambiente, a utilização de energia solar fotovoltaica. O intuito deste trabalho é descrever o desenvolvimento da atividade que se encaminhou para uma investigação matemática, bem como as estratégias utilizadas pelos estudantes e as discussões que emergiram nos grupos, tecendo reflexões. Constatamos de maneira significativa o papel desempenhado pelas tecnologias digitais, em especial pelos *softwares* de plotagem gráfica, no decorrer de todo o processo de investigação na atividade, bem como o modo natural como se desenhou sua utilização no decorrer da resolução do problema, denotando um *ser-com* tecnologias em sala de aula por parte dos modeladores. Destacamos, ainda, a importância da interação entre estudantes, professores mediadores e as tecnologias digitais que propiciou um ambiente de construção de conhecimentos, não só, mas principalmente, matemáticos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação Inicial. Energia Solar Fotovoltaica.

Being-with digital technologies manifested by pre-service Mathematics Teachers in a Mathematical Modeling Activity

Abstract: This report presents a Mathematical Modeling activity developed with students from a Mathematics Degree course accustomed to carrying out investigative activities. The activity was inspired by a real, non-mathematical context, about a subject that has been causing positive impacts on society and the environment, the use of photovoltaic solar energy. The purpose of this work is to describe the development of the activity that led to a mathematical investigation, as well as the strategies used by students and the discussions that emerged in the groups, creating reflections. We significantly noted the role played by digital technologies, especially graphic plotting software, throughout the entire investigation process into the activity, as well as the natural way in which their use was designed during the resolution of the problem, denoting a *being-with* technologies in the classroom by modelers. We also highlight the importance of interaction between students, mediating teachers and digital technologies that provided an environment for building knowledge, not only, but mainly, mathematics.

Keywords: Mathematical Education. Initial Formation. Photovoltaic Solar Energy.

¹ Doutoranda em Educação em Ciências e Educação Matemática, na Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Unioeste, campus Cascavel. E-mail: vitoria_fenilli@hotmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2273-645X>.

² Mestranda em Educação em Ciências e Educação Matemática, na Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Unioeste, campus Cascavel. E-mail: thaliacorassa@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5752-4871>.

³ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Toledo, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UTFPR, campus Londrina e Cornélio Procopio, e do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática da Unioeste, campus Cascavel. E-mail: rodolfovertuan@yahoo.com.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0695-3086>.

Introdução

O impacto da degradação do meio ambiente tem provocado discussões e a conscientização de parte da sociedade, refletindo no crescimento do setor de energias renováveis⁴, que são consideradas fontes de energia limpas por emitirem menos gases de efeito estufa (Alves, 2019). Dentre essas fontes de energias renováveis, destacamos a energia solar fotovoltaica que apresenta um crescimento em diversos países nos últimos anos, incluindo o Brasil. De acordo com Zilles *et al.* (2012) o crescimento da indústria fotovoltaica decorreu com o desenvolvimento da tecnologia a partir do século XX e sua “expansão no mercado mundial foi acelerada com a utilização dessa tecnologia em aplicações aeroespaciais, militares e, posteriormente, para a geração de eletricidade, tanto na forma distribuída como em grandes centrais” (Zilles *et al.*, 2012, p. 13).

A energia solar fotovoltaica se constitui em uma energia limpa e renovável que utiliza a radiação solar transformando-a em energia elétrica. Zilles *et al.* (2012) afirmam que essa transformação é considerada um fenômeno físico conhecido como *efeito fotovoltaico* que “ocorre em certos materiais semicondutores com capacidade de absorver a energia contida nos fótons presentes na radiação luminosa incidente, transformando-a em eletricidade” (Zilles *et al.*, 2012, p. 13).

Nesse artigo, descrevemos o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática⁵, bem como as estratégias utilizadas pelos estudantes e as discussões que emergiram nos grupos, tecendo reflexões. A atividade em questão foi inspirada em um contexto real envolvendo a utilização da energia solar fotovoltaica e encaminhou-se para uma situação de caráter investigativo, desenvolvida com estudantes em formação inicial do sétimo semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Toledo.

A inspiração para a elaboração da atividade decorreu do fato de que a família de um dos autores desse trabalho resolveu adquirir energia solar fotovoltaica, que além de ser uma energia limpa e renovável, tem o intuito de minimizar os gastos com energia elétrica dos consumidores. Diante desse contexto, passamos a nos questionar se essa aquisição foi compensatória, do ponto de vista econômico, devido ao alto investimento em aderir o sistema fotovoltaico, que pode ser composto por equipamentos que transformam a energia do sol em energia elétrica, por meio de

⁴ As fontes de energia renováveis são consideradas inesgotáveis, pois os elementos utilizados como matéria-prima são naturais e podem ser recompostos na natureza (Alves, 2019).

⁵ Neste trabalho, adotaremos os termos Modelagem Matemática e Modelagem como sinônimos.

painéis solares compostos por células fotovoltaicas (Alves, 2019).

O texto que segue apresenta aspectos da Modelagem Matemática e sua relação com a formação inicial conforme o entendimento de alguns autores sobre o tema. Em seguida, descreve o relato da atividade de Modelagem desenvolvida em sala de aula no Ensino Superior, bem como as estratégias utilizadas pelos estudantes e as discussões que emergiram nos grupos, tecendo reflexões concernentes ao desenvolvimento dessa atividade, contexto em que se destaca o uso das tecnologias digitais e o modo de os estudantes se relacionarem com ela no desenvolvimento da atividade.

Modelagem Matemática e a Formação Inicial de Professores de Matemática

A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática apresenta na literatura diferentes modos de concebê-la, sendo investigada por diversos pesquisadores da área que a caracterizam de acordo com suas concepções. Para Biembengut (1999, p. 20) a Modelagem é entendida como “[...] o processo que envolve a obtenção de um modelo”. Barbosa (2001, p. 6) assume a Modelagem como “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Já Burak (2017) a concebe como uma metodologia de ensino. Neste trabalho, entendemos a Modelagem na concepção de Almeida e Vertuan (2011), como “uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática” (Almeida; Vertuan, 2011, p. 22).

Neste contexto, instigar os estudantes a terem atitudes de investigação frente às situações problemáticas, implica colocá-los na “[...] condição de quem faz matemática, de quem precisa elaborar um problema, elencar hipóteses, pensar em um plano de ação que verifique (ou não) a validade dessas hipóteses, monitorar os encaminhamentos de resolução, enfim, de quem precisa pensar matematicamente [...]” (Vertuan, 2013, p. 24). Isso faz com que pratiquem e revisitem os conhecimentos matemáticos já adquiridos, enquanto se colocam a discutir novos conhecimentos, mesmo que a situação-problema seja inicialmente não matemática.

Ao se trabalhar com atividades de caráter investigativo e abordar situações do contexto real, oriundas das vivências e interesse dos estudantes, é possível motivar e propiciar uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos, além de contribuir para a construção de conhecimentos, não só matemáticos.

Nesse sentido, a Modelagem Matemática “[...] tende a potencializar a presença da reflexão, do diálogo e da crítica nas aulas de matemática, por favorecer que os estudantes

passem a investigar, por meio da matemática, situações da sua vivência e interesse” (Schrenk; Vertuan, 2022, p. 197).

No que concerne à Modelagem Matemática na formação inicial dos estudantes, Oliveira e Klüber (2017) explicitam que a Modelagem Matemática auxilia no desenvolvimento pessoal e profissional de futuros professores. Os autores ainda relatam que a Modelagem contribui para o desenvolvimento crítico do professor, ao refletir sobre o mundo e os segmentos sociais, além de possibilitar ao professor consciência de suas responsabilidades e atribuições na docência, “[...] reconhecendo-se como sujeito que será formador de ideias, ideologias e produtor de conhecimento científico” (Oliveira; Klüber, 2017, p. 6).

Em concordância aos autores supracitados, Vertuan, Silva e Borssoi (2017) relatam a formação inicial como uma oportunidade de reflexão sobre a ação do professor no desenvolvimento de atividades de Modelagem, contribuindo para que considerem as atividades abertas como possibilidades reais para o contexto de sala de aula. Além disso, destacam as aprendizagens obtidas ao refletirem sobre as ações dos alunos durante a vivência de atividades de Modelagem.

Frente a breve incursão no contexto da Modelagem Matemática e sua relação com a formação inicial, relatamos a seguir a atividade desenvolvida com os estudantes da graduação, tecendo reflexões concernentes às suas ações durante a realização da atividade.

Relato da Atividade Desenvolvida

A atividade intitulada “Energia solar fotovoltaica – produção *versus* consumo” foi desenvolvida em uma turma formada por seis estudantes em formação inicial do sétimo semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Toledo, na disciplina de Modelagem Matemática⁶, totalizando três horas-aula.

Para a coleta de dados, utilizamos diário de campo, fotos e os registros escritos dos estudantes. A partir das anotações no diário de campo e das fotos, selecionamos episódios relacionados às ações dos alunos no desenvolvimento da atividade e que se mostraram cruciais para o desenvolvimento da atividade.

A atividade foi encaminhada pelos autores, os quais fazem parte do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, campus Cascavel, visto que um dos autores é professor regente do Programa

⁶ A disciplina é desenvolvida na perspectiva da Educação Matemática, em que um dos autores atua como regente.

e do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Toledo. Neste contexto, a disciplina intitulada Modelagem Matemática ministrada no Programa de Pós-Graduação solicitava a aplicação de uma atividade de Modelagem no âmbito da Educação, de acordo com o nível de ensino escolhido pelos pós-graduandos.

Ao chegarmos à sala, o professor regente nos apresentou e explicou que o motivo da inserção na aula seria para desenvolver uma atividade de Modelagem com a turma. Explicitamos que a inspiração para a elaboração dessa atividade decorreu da inquietação de um dos autores, referente ao fato de que sua família resolveu adquirir energia solar fotovoltaica com o intuito de minimizar os gastos com energia elétrica consumida, mas que havia um desconforto de sua parte, já que surgiu o questionamento se essa aquisição foi compensatória, do ponto de vista econômico, devido ao alto investimento em aderir ao sistema fotovoltaico.

Iniciamos a discussão referente à situação-problema questionando se conheciam a cidade de Tupãssi-PR. Em seguida, apresentamos o sistema fotovoltaico (Figura 1), com seis placas de 460 Watt (W) de potência cada, instalado na residência em questão, localizada nessa cidade.

Figura 1: Sistema fotovoltaico instalado na cidade de Tupãssi - PR



Fonte: Autores (2024).

Posteriormente, explicitamos alguns detalhes a respeito da utilização da energia produzida pelo sistema em relação a algumas variáveis que a permeiam, sendo elas: a constância na quantidade de eletrodomésticos da residência e a produção em quilowatt-hora (kWh) que os painéis fotovoltaicos produzem no período de um ano. Além disso, consideramos que a geração de energia por meio das placas solares visa uma produção maior do que o consumo, ou seja, nem toda energia produzida seria consumida.

Considerando que a quantidade de eletrodomésticos da residência supracitada permaneceu a mesma por aproximadamente um ano, algumas inquietações em relação ao custo-benefício da aquisição surgiram. Em vista disso, as situações-problema visavam interrogar:

Qual o consumo mínimo para que seja vantajoso adquirir os painéis fotovoltaicos?

Qual a quantidade de energia em kWh que não está sendo utilizada, ou seja, armazenada na Companhia Paranaense de Energia Elétrica (Copel)?

Para que os estudantes pudessem criar estratégias para solucionar essas questões, apresentamos a fórmula para calcular a produção de energia, por cada placa durante o mês, representada por:

$$\frac{(Potência \times média(kWh \times m^2 \times dia) \times rendimento) \times 30}{1000}$$

Explicando que a variável média (kWh.m².dia) pode ser encontrada no site⁷ do Centro de Referência para as Energias Solar e Eólica Sérgio de S. Brito (CRESESB) que apresenta tal variável por cidade, desde que sejam fornecidas a latitude e longitude da cidade procurada.

Explicitamos também que, para o rendimento, deveria ser considerado 80% da capacidade de produção de energia das placas, visto que os painéis não produzem sua capacidade máxima devido às danificações do sistema no decorrer do tempo (Pinto, 2018). Além dessas informações, fornecemos aos estudantes, no momento da aula, os dados da energia consumida pela residência, durante os meses em que o sistema fotovoltaico já se encontrava instalado, representada pela Tabela 1 abaixo. Esses dados foram estabelecidos nas leituras mensais realizadas pela empresa Copel.

Todos esses dados foram fornecidos por considerarmos que o tempo para a aplicação da atividade era ínfimo, o que implicava na impossibilidade de os estudantes encontrarem esses dados por meio da investigação. Assim, apresentamos a situação inicial para que os estudantes criassem estratégias de resolução e chegassem a uma situação final, em concordância com Almeida, Silva e Vertuan (2022, p. 12) que afirmam que uma atividade de Modelagem “pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final”.

⁷ Disponível em: <http://www.cresesb.cepel.br/index.php?section=sundata&>. Acesso em: 27 de nov. 2023.

Tabela 1: Dados da energia consumida.

Mês	kWh
Janeiro	119
Fevereiro	111
Março	128
Abril	122
Maio	122
Junho	140
Julho	150
Agosto	125
Setembro	123
Outubro	131

Fonte: Autores (2024).

Desse modo, os estudantes se dividiram em dois grupos para o desenvolvimento da atividade (Figura 2). Esse movimento de trabalho em grupo “reforçou o processo de interação social, haja vista que tinham a necessidade de se reunir para [...] discussão sobre os vários aspectos inerentes ao trabalho. Reunidos em grupo eles compartilharam ideias e fizeram recorrência aos conteúdos matemáticos” (Klüber, 2010, p. 108-109).

Figura 2: Divisão dos grupos para a realização da atividade



Fonte: Autores (2024).

Ao compreenderem a situação-problema iniciaram as discussões sobre como poderiam proceder para resolvê-la e começaram a realizar as pesquisas na internet com intuito de coletar mais dados. Esse movimento em que os estudantes buscam compreender o tema e coletar informações sobre ele, pode ser caracterizado como o início da fase de inteiração. Essa etapa em termos da atividade de Modelagem Matemática “[...] representa um primeiro contato com a

situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação” (Almeida; Silva; Vertuan, 2022, p. 15).

De início, ambos os grupos utilizaram o *software Microsoft Excel* para dispor os dados de modo que conseguissem vislumbrá-los amplamente. Organizaram nas colunas os dados da energia consumida, disponibilizados por nós, e da produção de energia, coletados por eles. Em seguida, calcularam com auxílio do *software* a média desses dados, concluindo que a vantagem seria o resultado da diferença entre esses valores. Porém, depararam-se com algumas divergências:

A1⁸: Mas se utilizarmos uma única média para todos os meses do ano não faz sentido a radiação solar ser uma variável, já que ela varia mês a mês de acordo com as estações do ano.

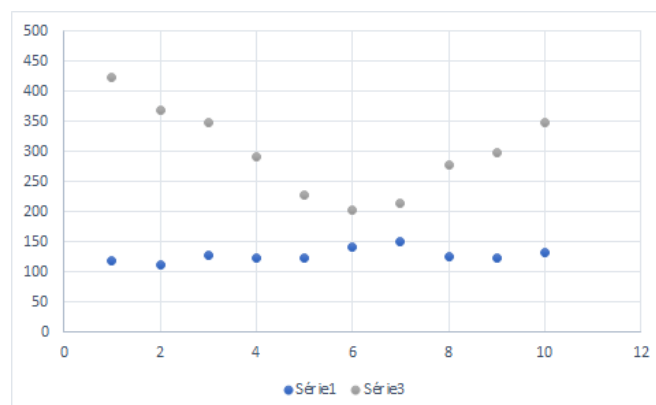
P: Isso mesmo! Se o site nos informa a radiação solar de cada mês, como podemos utilizar essa informação para calcular a energia produzida pelas placas?

A2: Calculando a produção de cada mês separadamente.

A partir desse diálogo, perceberam a necessidade de calcular a energia produzida por mês durante o ano. Novamente utilizaram o *Excel* para dispor os dados e calcular a diferença entre a energia produzida e consumida, concluindo que o consumo mínimo para se tornar vantajoso seria a maior diferença entre a produção e o consumo, aproximadamente 300 kWh.

Nesse momento, indagamos os estudantes se havia a possibilidade desses cálculos serem expostos de uma maneira diferente, de modo a ampliar a visualização dos dados. Concluíram, então, que uma melhor representação dos dados seria por meio de gráficos conforme a Figura 3, representando as duas linhas de tendência, da energia produzida e da energia consumida.

Figura 3: Energia produzida e energia consumida



Fonte: Autores (2024).

⁸ A1: Aluno 1; A2: Aluno 2... e assim consecutivamente. P: Professor.

A partir da visualização gráfica, iniciaram as discussões referentes a uma possível função que representaria esses dados:

A2: A energia consumida não pode ser considerada linear, os pontos estão muito parecidos no decorrer do ano. Podemos dizer que é uma função constante?

A1: Mas como dizer que é constante se os pontos não são os mesmos?

A3: É... Para dizermos que é uma função constante precisamos descobrir um ponto que ao traçar a função represente todos dados. Então vamos fazer uma média dos dados da energia consumida.

A4: Essa é fácil! Mas e a energia produzida? É uma função modular?

P: Modular? Por que você a considera modular?

A2: Eu acho que é uma função periódica, seno ou cosseno.

P: Por que acha que é uma função periódica?

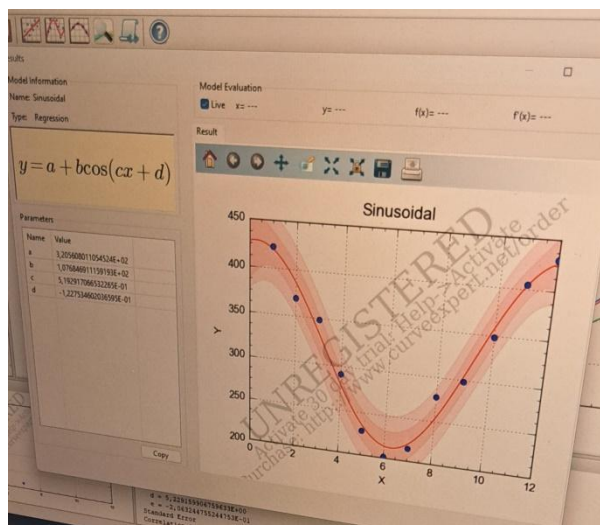
Por meio dessas reflexões, os estudantes consideraram que a utilização de *softwares* seria uma alternativa mais rápida e prática para encontrar a função que melhor se ajustasse aos dados. Os *softwares* auxiliam na visualização e interpretação de gráficos e funções na atividade de Modelagem Matemática, “[...] de modo que os alunos [podem] aplicar seus conhecimentos matemáticos e interpretá-los de distintas maneiras [...]” (Magalhães; Almeida, 2017, p. 3).

Diante das reflexões supracitadas, as diferentes tecnologias digitais podem ser consideradas aliadas no desenvolvimento de atividades de Modelagem, pois auxiliam em todo processo, desde a investigação até a resolução do problema, além de propiciar a otimização do tempo que seria destinado para procedimentos manuais, como construções gráficas e cálculos. Em outras palavras, “a dinamicidade de inúmeros *softwares* livres, hoje disponíveis no mercado, pode auxiliar alunos e professor na construção de gráficos e na observação da influência dos parâmetros bem como na realização de cálculos” (Almeida; Silva; Vertuan, 2022, p. 31).

Desse modo, o primeiro grupo inseriu os dados no *software CurveExpert Basic*⁹, que permite a seus usuários obter um modelo que se ajuste aos dados de forma eficaz. Assim, encontraram a função cosseno juntamente com seus parâmetros, ou seja, os valores de seus deslocamentos, ilustrados na Figura 4.

⁹ Disponível para download em: <https://www.curveexpert.net/download/?target=CurveExpert-Basic>. Acesso em: 28 de nov. 2023.

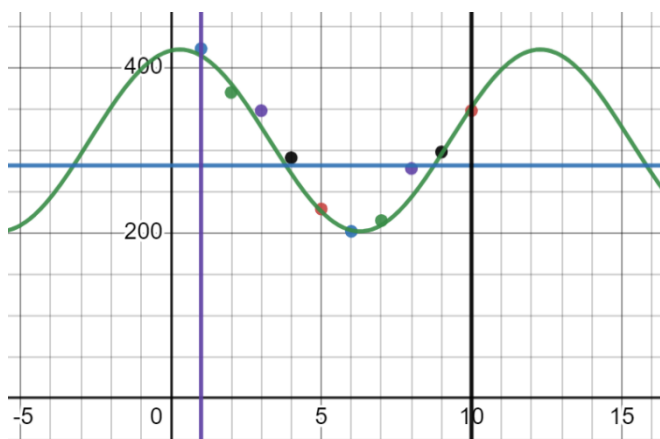
Figura 4: Função trigonométrica ajustada aos dados da energia produzida (grupo 1)



Fonte: Autores (2024).

O segundo grupo, em concordância com o primeiro, utilizou uma função periódica para ajuste dos dados, porém optou por trabalhar com a função seno, visto que os deslocamentos auxiliam nos ajustes necessários. Inseriram os pontos e a função trigonométrica seno no *software Desmos*¹⁰ e, por meio de controles deslizantes, definiram os deslocamentos, ajustando-os aos pontos, conforme Figura 5.

Figura 5: Função trigonométrica ajustada aos dados da energia produzida (grupo 2)



Fonte: Autores (2024).

Ambos os grupos conseguiram visualizar graficamente e analisar a verificabilidade de seus resultados. Diante disso, ao refletirem sobre a próxima pergunta “Qual a quantidade de

¹⁰ Disponível em: <https://www.desmos.com/calculator?lang=pt-BR>. Acesso em: 28 de nov. 2023.

energia em kWh que não está sendo utilizada, ou seja, armazenada na Copel?” identificaram a facilidade em respondê-la:

P: Como podemos calcular a quantidade de energia que não está sendo utilizada?

A5: Se a gente descobriu que será vantajoso a partir das diferenças entre produção e consumo não dá para simplesmente somar essas diferenças?

P: Sim, mas como podemos realizar esse cálculo de acordo com o gráfico? Vocês descobriram a curva que representa a produção e o consumo, como podemos calcular os kWh existentes entre essas duas curvas?

A6: Derivadas?

A3: Integrais?

P: Vamos lá. Nós temos duas curvas e queremos descobrir a área definida por elas.

A4: Integral definida?

Novamente por meio da tecnologia, utilizando o *Desmos* para calcular a integral definida entre as curvas, o primeiro grupo encontrou um valor aproximado de 1500 kWh armazenado na Copel ao longo dos dez meses analisados. Em contrapartida, o segundo grupo estimou um valor aproximado, para doze meses, de 2200 kWh.

Visto que a atividade foi desenvolvida em uma turma de Licenciatura, ou seja, futuros professores, instigamos os alunos se seria possível resolver a situação-problema sem o auxílio das tecnologias, dado que em muitas situações nos vemos sem os recursos das tecnologias digitais nas salas de aulas, principalmente no âmbito da Educação Básica. Além do que, entendemos pertinente refletir sobre o fazer e *pensar-com* tecnologias e o fazer e *pensar-sem*¹¹ o auxílio das tecnologias digitais: o que muda? É importante os fazeres e pensares diferentes?

P: Vocês resolveriam essa atividade sem o uso das tecnologias digitais?

A5: Sim, só daria mais trabalho. Se essas tecnologias existem e são de fácil acesso por que não utilizar para ganhar tempo?

P: Mas será que estamos preparados para inserção desses recursos em sala de aula? Sabemos utilizá-lo de forma correta?

A3: Ela auxilia até o ponto de saber fazer, mas não na interpretação.

A2: Precisamos ter conhecimento necessário para saber validar o que a tecnologia apresentou.

A4: Algumas tecnologias precisam pagar.

P: O sujeito que utiliza a tecnologia é o problema, quer respostas rápidas sem aprender. Pensar com a tecnologia pode acarretar uma dificuldade para pensar sem ela, porém não se faz Modelagem sem tecnologias.

O argumento "não se faz Modelagem sem tecnologias" reflete a realidade de que, na Educação Matemática contemporânea, os sujeitos são formados em uma relação ontológica

¹¹ Ainda, podemos nos questionar se é possível considerar que alguém que utiliza tecnologias digitais ou vive em um mundo com tecnologias digitais consegue pensar-sem essas tecnologias apenas por não estar fisicamente utilizando algum recurso ao desenvolver uma tarefa?

com as tecnologias digitais. A Modelagem, como prática pedagógica, está intrinsecamente ligada ao *ser-com-tecnologias-digitais* e ao processo de *cyberformação*¹², pois as tecnologias não são apenas ferramentas auxiliares, mas parte constitutiva do ser em seu ato de aprender, pensar e ensinar (Rosa; Mussato, 2015).

O relatado sugere a compreensão do grupo de que as Tecnologias Digitais são partícipes do processo cognitivo, ou seja, não são consideradas somente ferramentas auxiliares e que agilizam o processo educacional, mas condicionam a produção de conhecimento (Rosa; Mussato, 2015). Almeida, Silva e Vertuan (2022) destacam algumas justificativas importantes para o uso de tecnologias digitais na Modelagem Matemática:

a) possibilita lidar com situações-problema mais complexas e fazer uso de dados reais, ainda que estes sejam em grande quantidade ou assumam valores muito grandes; b) permite que a maior parte dos esforços se concentre nas ações cognitivas associadas ao desenvolvimento da atividade de modelagem, considerando que a realização de cálculos, aproximações e representações gráficas é mediada pelo uso do computador; c) possibilita lidar com situações-problema por meio de simulações numéricas ou gráficas, variando a parâmetros nas representações gráficas e (ou) algébricas (Almeida; Silva; Vertuan, 2022, p. 32).

Allevato (2005) corrobora ao afirmar que o ambiente que faz uso de tecnologias para além do papel e caneta pode oportunizar aos estudantes o desenvolvimento de diferentes formas de conhecimento, como: simulação, experimentação e visualização. Além disso, a utilização das tecnologias digitais “emerge como uma possibilidade de o sujeito agir sobre o objeto do conhecimento, tornando possível o estabelecimento de relações que permitam a construção e apropriação de conceitos matemáticos” (Silva; Barone; Basso, 2016, p. 422).

Rosa (2017) aponta que o uso de tecnologias possibilita a ocorrência de experiências vividas no contexto matemático da formação de professores. Essas experiências “são vividas em um mundo fisicamente constituído por bytes, mas que é expresso em cenários de maneira livre, muitas vezes expandindo os já percebidos na realidade do cotidiano mundano” (Bicudo; Rosa, 2010, p. 78). Rosa (2023, p. 197-198) relata que a vivência com Tecnologias Digitais (TD) “[...] se mostra por meio do corpo-próprio que revela sua intencionalidade e revela-se como “*Ser-com-TD*”, que concebe a ideia do ‘ser’ que é verbo, que é movimento e que se identifica e se atualiza com o mundo cibernético”. Assim, as TD são compreendidas como “[...] expressões humanas, são modos de fazer e de pensar, são extensões da intencionalidade,

¹² “[...] formação que compreende o uso de ambientes cibernéticos e de todo aparato tecnológico que a eles se vinculam e/ou produzem, como fator proeminente dessa formação. Ou seja, como meio que interfere significativamente no processo cognitivo e/ou formativo de modo a ampliá-los ou potencializá-los” (Rosa, 2015).

permitem um modo de ser distinto, porém não totalmente estranho (no sentido amplo de um vazio de compreensão) a qualquer sujeito” (Pinheiro, 2022, p. 74).

No entanto, o diálogo anterior também sinaliza uma preocupação que o uso de tecnologias digitais em sala de aula apresenta, o desafio em relação a alguma dependência excessiva, ou seja, os estudantes, por vezes, ficam tão submersos às ferramentas tecnológicas, que podem desenvolver alguma dificuldade de resolver problemas, criar estratégias, tomar decisões, enfim, de pensar, sem a utilização da ferramenta tecnológica. Essa discussão foi depreendida por Rosa (2008) que apresenta em sua pesquisa o *pensar-com-TD* como uma ação intrínseca ao *ser-com-TD*. Na concepção do autor, “[...] as identidades *online* possibilitam o pensar-com-o-ciberespaço de forma a se perceber com ele, assim como, uma forma de pensar-com-o-computador de maneira a [constituir] conhecimento nas relações com o mundo e com os outros” (Rosa, 2008, p. 103). Nessa perspectiva do *pensar-com-TD*, o recurso tecnológico não se apresenta somente como uma ferramenta que agiliza a ação, como por exemplo na resolução de uma situação-problema, mas permite aberturas a novos horizontes na produção e/ou constituição do conhecimento (Rosa, 2023). Com isso, se apresenta o *saber-fazer-com-TD* que “[...] é a expressão cunhada para identificar o ato de agir com TD de forma que ao fazer, me perceba fazendo e reflita sobre isso, [construindo] conhecimento ao mesmo tempo em que me construo como ser” (Rosa, 2015, p. 8).

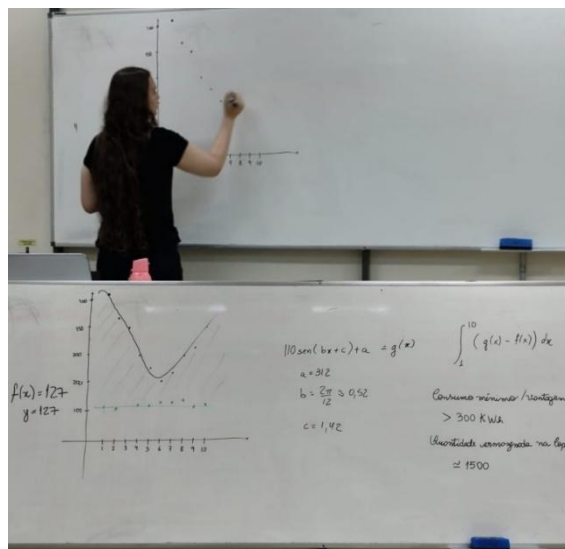
O relato evidencia o modo natural como os estudantes utilizaram as tecnologias no decorrer da atividade, denotando um *ser-com-TD* em sala de aula. Além disso, as estratégias utilizadas para a resolução da situação-problema e a reflexão dos resultados, considerando o auxílio das tecnologias, revelou o *pensar-com-TD* e o *saber-fazer-com-TD* por parte dos estudantes. Em outras palavras, o modo natural atribuído concerne ao modo com que o uso dessas tecnologias foi sendo pensado no decorrer da atividade, o que revela “[...] modos de pensar, os quais, muitas vezes, estão baseados na simulação, na experiência em diferentes mundos e papéis, cuja linguagem se processa em uma mixagem de textos e imagens, entre outras diferenças comunicacionais” (Rosa, 2008, p. 109). Nesse sentido, o *ser-com* permite *pensar-com* e consequentemente, *saber-fazer-com* “[...] que é manifestado pelas ações intencionais efetuadas com o mundo, comigo mesmo e com os outros” (Rosa, 2008, p. 133).

Em sequência à discussão empreendida com os licenciandos sobre o uso das tecnologias em atividades de Modelagem na condição de futuros professores, solicitamos aos grupos que apresentassem suas resoluções e os modelos matemáticos encontrados para a situação investigada. Entendemos por modelo matemático “uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que investigam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas

visa fomentar a solução de algum problema” (Almeida; Silva; Vertuan, 2022, p. 13).

Por conseguinte, um dos grupos teve a iniciativa de ir até o quadro e explicar detalhadamente os cálculos realizados para responder as interrogações que permeavam a situação-problema, conforme representado na Figura 6. Apresentaram o modelo encontrado e explicaram como definiram os parâmetros e os deslocamentos da função seno, como: amplitude, deslocamento horizontal, vertical e período, além do método que utilizaram para calcular a área definida entre as curvas. Por fim, concluíram que para ser vantajosa a aquisição do sistema fotovoltaico o consumo mínimo teria que ser de 300 kWh mensal, e que a energia armazenada na Copel anualmente era de aproximadamente 1500 kWh.

Figura 6: Socialização das resoluções dos alunos



Fonte: Autores (2024).

O outro grupo preferiu socializar de seus lugares, apresentaram o modelo e explicaram a utilização da função trigonométrica cosseno, além dos cálculos que utilizaram para encontrar os parâmetros e deslocamentos da respectiva função. Desse modo, explicitaram que para ser vantajosa a instalação dos painéis, o consumo mínimo deveria ser de 300 kWh mensal e, aproximadamente 2200 kWh estavam sendo armazenados na Copel anualmente. Vale ressaltar que a divergência entre os resultados obtidos entre os dois grupos em relação à quantidade de energia armazenada se deve ao fato de que o primeiro grupo definiu o intervalo de dez meses (janeiro a outubro), de acordo com os dados da energia consumida, já o segundo grupo definiu o intervalo de doze meses (janeiro a dezembro).

Essa ação em que os estudantes socializam suas soluções e apresentam como interpretaram os dados, em termos das atividades de Modelagem Matemática, configura-se na

fase em que os autores Almeida, Silva e Vertuan (2022) caracterizam como interpretação de resultados. “A interpretação dos resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema” (Almeida; Silva; Vertuan, 2022, p. 16).

Após a socialização das resoluções dos alunos, nós, professores, também explicitamos um outro modo de empreender a investigação. Apresentamos uma solução gráfica desenvolvida com auxílio do *software GeoGebra*, conforme ilustrada na Figura 7, bem como a solução algébrica, que descrevemos em sequência.

Ao dispor dos dados do problema, vislumbramos que a curva que representava a energia consumida se aproximava de uma constante, assim realizamos uma média entre o período de um ano, resultando em função constante $f(x) = 127$. Já a curva que representava a energia produzida descrevia o comportamento de uma função trigonométrica do tipo cosseno. Sabemos que na função cosseno, o parâmetro a do modelo generalizado apresentado abaixo descreve o deslocamento da função no eixo y , o parâmetro b altera sua amplitude, o parâmetro c altera seu período e o parâmetro d descreve o deslocamento no eixo x , de forma que a função é representada como:

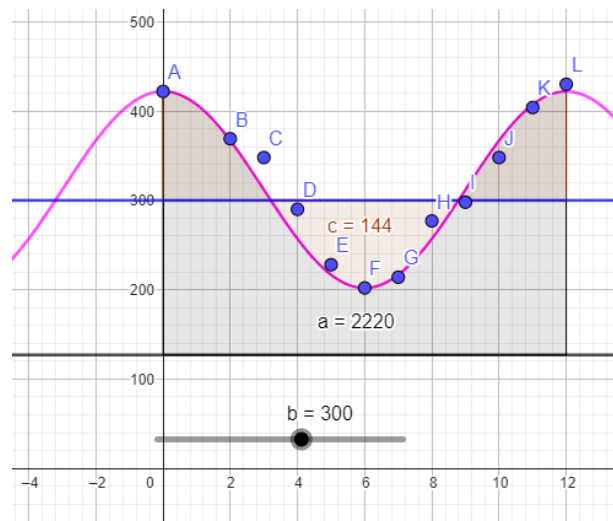
$$f(x) = a + b \cdot \cos(cx) + d$$

Ao analisar os dados obtidos do problema e as características da função, identificamos, primeiramente, o período $\frac{\pi}{6}$. Em seguida, verificamos que o consumo máximo era representado por 422 e o consumo mínimo por 202, sendo possível calcular a amplitude da função subtraindo esses valores e dividindo o resultado por 2, ou seja, $\frac{422-202}{2} = \frac{220}{2} = 110$. Para identificarmos o deslocamento no eixo y subtraímos o consumo máximo pela amplitude, ou seja, $422 - 110 = 312$. E por fim, ao analisar o gráfico obtido percebemos que não houve a necessidade de deslocar a curva no eixo x , assim, o parâmetro d seria zero. Portanto, obtivemos a função que descreve a energia produzida, representada por:

$$f(x) = 312 + 110 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right)$$

Com objetivo de identificar qual seria o consumo mínimo para que a aquisição dos painéis fosse viável, utilizamos a opção de reta com controle deslizante no *Software Geogebra*, representada pela linha azul, conforme Figura 7. Desta maneira, analisamos que o consumo mínimo deveria ser de aproximadamente 300 kWh.

Figura 7: Socialização das resoluções dos professores



Fonte: Autores (2024).

Para identificar a quantidade de energia armazenada, ou seja, a energia que foi produzida, porém não utilizada, realizamos o cálculo da integral definida pela área entre as duas funções.

$$\begin{aligned} & \int_0^{12} (312 + 110 \cos(\frac{\pi}{6}x) - 127) dx \\ & \int_0^{12} 312 dx + 110 \int_0^{12} \cos(\frac{\pi}{6}x) dx - \int_0^{12} 127 dx \\ & [312x]_0^{12} + 110 \int_0^{12} \cos(\frac{\pi}{6}x) dx - [127x]_0^{12} \\ & 3744 + 110 \int_0^{12} \cos(\frac{\pi}{6}x) dx - 1524 \\ & 2220 + 110 \int_0^{12} \cos(\frac{\pi}{6}x) dx = 2220 + 0 = 2220 \end{aligned}$$

em que,

$$\begin{aligned} 110 \int_0^{12} \cos(\frac{\pi}{6}x) dx &= 110 \int_0^{2\pi} \cos(u) \frac{6}{\pi} du \\ &= 110 \cdot \frac{6}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(u) du \\ &= \frac{660}{\pi} [\text{sen}(u)]_0^{2\pi} = \frac{660}{\pi} \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

Por meio do cálculo da integral e da representação gráfica, concluímos que a energia armazenada representava um total de 2220 kWh, resultado muito próximo do obtido por um

dos grupos.

Com o intuito de propiciar uma reflexão por parte dos estudantes sobre a atividade desenvolvida por eles, foi entregue algumas perguntas para que respondessem individualmente. Em relação às perguntas: “O modelo possui alguma limitação? Existem situações em que o modelo possa não ser apropriado? Como você poderia ajustar o modelo para abordar variações nessa situação modelada?” Algumas respostas são expressas nos relatos: A1: *“Sim, o modelo possui limitações quanto aos dados disponibilizados, uma vez que estamos falando de períodos de tempo. Sim, também vão existir situações onde o modelo possa não ser apropriado, por exemplo, quando os dados coletados se resumem a um curto período de tempo, ou ainda, apenas nos meses de maior (menor) produção. Informações como tempo de vida útil das placas, valor investido, maior período, etc. (sic)”*, A3: *“Supomos que o consumo é constante, se não fosse, teríamos que calcular outro modelo (sic)”*, A5: *“Ele está limitado à incidência de luz de Tupãssi, logo, para outras cidades é possível que o modelo não se encaixe. Creio que um ajuste dos parâmetros da função cosseno basta (sic)”*.

Os relatos explicitam que os estudantes ficaram limitados aos dados disponibilizados, assim, o modelo encontrado por eles, consequentemente, se limitava à situação investigada. Ao refletirem sobre as limitações do modelo e suas possíveis variações descrevem que os dados disponibilizados foram limitados, porém não visualizam a possibilidade de ajustar o modelo para situações generalizadas.

Em relação à pergunta “Quais outros problemas de Modelagem Matemática poderiam decorrer da investigação que acabaram de desenvolver?” Relataram: A3: *“Poderíamos analisar a questão de após quanto tempo o lucro das placas paga o custo (sic)”*, A1: *“Um dos problemas se dá a partir do valor inicial que é investido: depois de quanto tempo o comprador terá retorno financeiro. Caso o consumo venha aumentar, a quantidade de placas instaladas dará conta de suprir essa demanda? Até que ponto? (sic)”*, A4: *“Um problema interessante para desenvolver seria quantos equipamentos é possível utilizar com a quantidade de placas solares (sic)”*.

Nesse contexto, os estudantes pensaram em diferentes situações investigativas que poderiam decorrer da atividade desenvolvida, o que resultou em discussões referentes ao custo-benefício da aquisição da energia solar fotovoltaica. Ao refletirem sobre as soluções da situação-problema proposta, perceberam que a energia que estava sendo consumida era muito inferior ao que deveria ser o consumo mínimo para se tornar vantajosa a aquisição do sistema fotovoltaico. Diante disso, concluíram que a aquisição não foi um bom investimento, pois o custo para instalar o sistema é muito alto e o retorno financeiro em longo prazo, visto que o sistema sofre danificações no decorrer do tempo. Em decorrência a essa discussão, um dos

estudantes relatou que em sua casa também fizeram a aquisição dos painéis, porém a energia consumida ultrapassa de 500 kWh, nesse caso, os estudantes alegam ser compensatória a aquisição, pois terão um retorno financeiro em menos tempo.

Por fim, a última pergunta buscava uma reflexão sobre como a atividade desenvolvida poderia ser adaptada para o Ensino Fundamental e Médio, visto que estávamos trabalhando com uma turma de Licenciatura, em que os estudantes possivelmente irão atuar como docentes nesses níveis de ensino. A2: *“Utilizando o Teorema de Pick para calcular a área é possível aplicar essa atividade no Ensino Médio, pois contempla o conteúdo de Funções Trigonométricas e Função Constante (sic)”*, A3: *“Para calcular a área sem utilizar integrais, é possível utilizar o Teorema de Pick ou o Geogebra (mencionando que a área pode ser calculada por uma integral) (sic)*, A6: *“No ensino superior conseguimos resolver o problema com menos informação, dadas as ferramentas. Assim, para aplicar a atividade no ensino básico seria necessário prover mais informações como comparações dos gráficos e as aproximações que foram feitas (sic)”*.

Os relatos evidenciam as dificuldades destes estudantes do Ensino Superior participantes da experiência ao refletirem sobre possíveis atividades de Modelagem Matemática na Educação Básica, possivelmente por possuírem maior afeição a áreas como Matemática Aplicada e Matemática Pura e direcionarem seus interesses para temas desses campos já no âmbito da graduação, o que frequentemente manifestavam durante a aula.

Ressaltamos que, de acordo com Huf, Burak e Pinheiro (2020, p. 04), os empecilhos para adotar a Modelagem Matemática em sala de aula podem residir na linearização curricular além da “[...] formação imprópria do futuro professor, no âmbito da licenciatura, para o trabalho com a modelagem na Educação Básica [...]”. Nesse sentido, percebe-se que a possível dificuldade dos estudantes com a tarefa de pensar a adequação da atividade para turmas da Educação Básica pode representar dificuldades futuras de se pensar atividades de Modelagem Matemática para a Educação Básica, visto que a realização das práticas de Modelagem tem como princípio “[...] partir do interesse do grupo de pessoas envolvidas” (Burak, 1992, p. 51). Essas dificuldades de associação e/ou adaptação para a Educação Básica podem ser identificadas ao denotarem a utilização do Teorema de Pick para o cálculo da área entre as curvas, visto que a fórmula do teorema é utilizada para calcular áreas de polígonos simples. Atenta-se que essa pode ser uma particularidade da referida turma, o que não temos condições de avaliar, uma vez que nosso contato só se deu com ela e por um curto período.

Algumas Considerações

A atividade de Modelagem Matemática relatada foi inspirada em um contexto real, não matemático, encaminhando-se para uma investigação matemática. Em seu desenvolvimento, o papel desempenhado pelas tecnologias digitais teve uma relevância significativa, visto que a utilização dessas ferramentas forneceu *insights* e apoio à tomada de decisão, destacando sua importância e impacto no delineamento dos próximos passos da investigação matemática.

Assumimos como investigação matemática na Modelagem o processo de desenvolvimento do conhecimento matemático que envolve questionamento, pesquisa, observação, elaboração de hipóteses, testes, entre outros, em que os estudantes podem elaborar questões, planejar linhas de raciocínio de forma diversificada e participar do processo de investigação (Alrø; Skovsmose, 2006).

Vale ressaltar a importância da utilização das tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática na perspectiva do *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD*, pois no mundo cibernético em que vivemos somos constantemente influenciados, de alguma forma, pelas tecnologias. Em outras palavras, faz-se necessário o pensar sobre a utilização das ferramentas tecnológicas, para que não se tornem somente facilitadoras no processo de resolução do problema, mas que permitam a reflexão no processo de produção e constituição do conhecimento, visto que o *pensar-sem* tecnologias digitais talvez não seja mais possível no mundo contemporâneo.

Outro aspecto que se configurou relevante no desenvolvimento da atividade de Modelagem foi a dinâmica de cooperação entre estudantes, professores mediadores e as tecnologias digitais, resultando em uma rede de apoio que subsidiou as investigações. Essa interação propiciou a retomada de conceitos matemáticos e possibilitou um ambiente de construção de conhecimentos, não só matemáticos.

Em suma, a integração das tecnologias digitais não apenas enriqueceu o processo de aprendizado, mas também delineou a possibilidade de novas abordagens para a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida. A interseção entre as habilidades dos estudantes, a orientação dos professores e as potencialidades das ferramentas digitais propiciou uma dinâmica educacional, que exemplifica como a tecnologia pode ser aliada no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos e, ainda, na promoção de uma aprendizagem envolvente, contextualizada e significativa para os estudantes.

Referências

- ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência**. 2005. 370f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W. de; VERTUAN, R. E. Discussões sobre "como fazer" Modelagem Matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W. de; ARAÚJO, J. de L. **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Edue, 2011. p. 19-43.
- ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed., 2ª reimpressão, São Paulo: Contexto, 2022.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ALVES, M. de O. L. **Energia solar: estudo da geração de energia elétrica através dos sistemas fotovoltaicos on-grid e off-grid**. 2019. 75 f. Monografia (Especialização) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Ouro Preto, João Monlevade, MG, 2019.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. **Anais [...]**. Caxambu: ANPED, 2001, p.1-14.
- BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. **Realidade e cibernundo: horizontes filosóficos e educacionais antevistos**. 1 ed. Canoas: Editora da Ulbra, 2010
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática**. Blumenau: Editora da Furb, 1999.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. 1992. 460f. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.
- BURAK, D. Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: Um Olhar sobre seus Fundamentos. **UNION - Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, [S.L.], n. 51, p. 09-26, Diciembre 2017.
- FERREIRA, N. S.; FRANCHI, R. H. de O. Modelagem Matemática e as Tecnologias de Informação como Estratégia para Ensino de Funções na Perspectiva Socio-Crítica. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15, 2011, Campina Grande. **Anais [...]**. Campina Grande: UEPB, 2011. p. 1-12.
- HUF, S. F.; BURAK, D.; PINHEIRO, N. A. M. Modelagem Matemática na Educação Básica: um olhar para o currículo. **Educação Matemática Debate**, [S.L.], v. 4, p. 1-16, 22 jun. 2020.
- KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a educação básica**. Ponta Grossa: Uepg, 2010. p. 97-114.

MAGALHÃES, G. G.; ALMEIDA, L. M. W. de. O uso do Geogebra em atividade de modelagem matemática: uma proposta para o ensino de cálculo. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais [...]**. Cascavel: Unioeste, 2017. p. 1-10.

OLIVEIRA, W. P.; KLÜBER, T. E. O sentido da Modelagem Matemática atribuído à formação inicial de professores. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, 2017, Cascavel. **Anais [...]**. Cascavel: Unioeste, 2017. p. 1-13.

PINHEIRO, J. M. L. Ser-com-geometria dinâmica: contribuições à compreensão do ser-com-tecnologias digitais. **Ensino Tecnologia em Revista**, v. 12, n. 1, p. 70-86, 2022.

PINTO, F. P. M. **Viabilidade econômica de Sistema Fotovoltaico em uma residência na cidade de Arvorezinha-RS**. 2018. 80f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) - Curso de Engenharia Civil, Universidade do Vale do Rio dos Sinos - UNISINOS, São Leopoldo, 2018.

ROSA, M. **A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso à distância**. 2008. 263f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2008.

ROSA, M. Cyberformação com Professores de Matemática: interconexões com experiências estéticas na cultura digital. In: ROSA, M.; BAIRRAL, M. A.; AMARAL, R. B. (Orgs). **Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância: pesquisas contemporâneas**. Natal: Livraria da Física, 2015. p. 57-93.

ROSA, M. Insubordinação criativa e a cyberformação com professores de matemática: desvelando experiências estéticas por meio de tecnologias de realidade aumentada.

REnCiMa: Revista de ensino de ciências e matemática, São Paulo. v. 8, n. 4, p. 157-173, 2017.

ROSA, M. Corpo-próprio, Tecnologias Digitais e Educação Matemática: percebendo-se cyborg. In: BICUDO, M. A. V.; PINHEIRO, J. M. L. (Orgs). **Corpo-vivente e a constituição do conhecimento matemático**. São Paulo: Livraria da Física, 2023. p. 187-227.

ROSA, M.; MUSSATO, S. Atividade-matemática-com-tecnologias-digitais-e-contextos-culturais: investigando o design como processo de cyberformação com professores de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 8, n. 4, p. 23-42, 2015.

SCHRENK, M. J.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática como prática pedagógica. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [S.L.], v. 24, n. 1, p. 194-224, abr. 2022.

SILVA, R. S.; BARONE, D. A. C.; BASSO, M. V. de A. Modelagem matemática e tecnologias digitais: uma aprendizagem baseada na ação. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.18, n.1, p. 421-446, 2016.

VERTUAN, R. E. **Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de Modelagem Matemática**. 2013. 248 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERTUAN, R. E; SILVA, K. P. da; BORSSOI, A. H. Modelagem Matemática em disciplinas do Ensino Superior: o que manifestam os estudantes? **Educere et Educare**, Cascavel, v.12, n.24, p. 1-15, jan./abr. 2017.

ZILLES, R. *et al.* **Sistemas Fotovoltaicos conectados à rede elétrica**. São Paulo: Oficina de Textos, 2012.