revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ensino de matemática através da resolução de problemas: reflexões sobre a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM)

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.XXXX.X.XX.X-XX

Augusto Cesar de Castro Barbosa[1]
Cláudia Ferreira Reis Concordido[2]
Marcus Vinicius Tovar Costa[3]
Altemar Falcão da Cunha[4]

Resumo: Em 2012, a Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro criou a disciplina RPM, com o propósito de desenvolver nos estudantes a capacidade de pensar matematicamente, potencializar o raciocínio lógico e estimular a criatividade. Esta disciplina foi oferecida, entre 2013 e 2017, para turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e do 2º ano do Ensino Médio. Foi elaborado um caderno de atividades a fim de oferecer suporte aos estudantes e professores. Neste trabalho fazemos um breve exame deste material na parte das razões trigonométricas, a partir da visão de alguns dos principais estudiosos dos preceitos da resolução de problemas. A análise deste material mostra incoerência, pois o conteúdo é iniciado com revisões dos assuntos abordados e não com os problemas e as atividades e avaliações, na sua maioria, não são exatamente problemas e sim, exercícios de reconhecimento. Este material serviu de base para a elaboração de uma sequência didática que foi aplicada em uma escola da rede municipal do Rio de Janeiro. A experiência envolveu três turmas do 9º ano, sendo em apenas uma delas utilizada a resolução de problemas. Como forma de avaliação da viabilidade dessa abordagem, foi realizado um teste com as três turmas e os resultados indicam um rendimento ligeiramente melhor da turma em que a resolução de problemas foi aplicada. Esses resultados sugerem que seria interessante, do ponto de vista do processo de ensino-aprendizagem, que a prefeitura do Rio de Janeiro considerasse a possibilidade de criar uma disciplina nos mesmos moldes.
Palavras-chave: Resolução de Problemas; Disciplina RPM; SEEDUC; Trigonometria.

Mathematics teaching trough problem solving: reflections on the subject Mathematical Problem Solving (MPS)

Abstract: In 2012, the State Department of Education of Rio de Janeiro created the MPS subject, with the purpose of developing students' ability to think mathematically, enhance logical reasoning, and stimulate creativity. This subject was offered between 2013 and 2017 to classes from the 6th to the 9th grade of elementary school and the 2nd year of high school. An activity booklet was created to provide support to both students and teachers. In this work, we present a brief examination of this material in the section on trigonometric ratios, from the perspective of some of the main scholars of problem-solving principles. The analysis of this material reveals inconsistencies, as the content begins with reviews of the topics covered, rather than starting with problems. Furthermore, most of the activities and evaluations are not truly problems, but rather exercises of recognition. This material served as the foundation for the creation of a didactic sequence that was applied in a municipal school of Rio de

[1] Doutor em Física pela Universidade Federal Fluminense – UFF. Professor Titular do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ. E-mail: accb@ime.uerj.br – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5094-1509.
[2] Doutora em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ. Professora Associada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ. E-mail: concordido@ime.uerj.br – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0767-9170.
[3] Doutor em Física pela Universidade Federal Fluminense – UFF. Professor Associado do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ. E-mail: marcus.tovar@ime.uerj.br – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9029-2507.
[4] Mestre em Matemática (PROFMAT) pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ. Professor do Ensino Fundamental II na Prefeitura do Município do Rio de Janeiro. E-mail: altemarfc@gmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8465-8261.

Janeiro. The experience involved three 9th-grade classes, with problem-solving being implemented in only one of them. As a way to evaluate the feasibility of this approach, a test was conducted with all three classes, and the results show a slightly better performance in the class where problem-solving was applied. These results suggest that it would be interesting, from the perspective of the teaching-learning process, for the City of Rio de Janeiro to consider the possibility of creating a subject based on the same model.
Keywords: Problem Solving; RPM subject; SEEDUC; Trigonometry.

1 Introdução

A Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC) criou em 2012 a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM), como resposta ao baixo rendimento dos estudantes em Matemática nas avaliações de larga escala, quanto aos descritores relacionados à resolução de problemas (Rio de Janeiro, 2013; Brasil, 2020; Mussato et al, 2022). Além de melhorar o desempenho dos estudantes nas diversas avaliações, a SEEDUC esperava desenvolver neles habilidades e competências que repercutissem nas outras disciplinas da rede, viabilizando a formação de cidadãos preparados para lidar com as diversas situações do dia a dia, onde o raciocínio matemático seja necessário (Gomes; Castro Barbosa; Concordido, 2017). A Secretaria ressaltava que a disciplina RPM não devia ser considerada como uma ampliação da carga horária da disciplina de Matemática, pois foi criada como uma disciplina à parte da de Matemática, com planejamento próprio e que não visava introduzir novos conceitos, e sim retomá-los. A disciplina RPM, que era oferecida do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e no 2º ano do Ensino Médio, deixou de ser ofertada em 2018.

Por outro lado, os estudantes do município do Rio de Janeiro não encontram uma disciplina semelhante a esta em sua grade curricular. Caso houvesse a implementação da disciplina RPM nas escolas municipais, eles teriam a oportunidade de maior contato com a abordagem de resolução de problemas.

Para o uso na disciplina RPM foi elaborado o Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas da SEEDUC (Rio de Janeiro, 2013a). Temos como objetivo deste trabalho examinar este material adotado no âmbito da RPM, especificamente, na parte destinada às razões trigonométricas. Desse material foram extraídas questões para compor uma sequência didática sobre relações trigonométricas num triangulo retângulo.

Este trabalho traz o relato da experiência realizada em uma escola da rede municipal do Rio de Janeiro localizada no bairro de Realengo. A experiência envolveu três turmas do 9º ano dessa escola, sendo que em apenas uma delas foi utilizada a resolução de problemas. Dados comparativos extraídos de testes com a turma que empregou esta abordagem e com outras duas em que o ensino se deu da forma convencional são analisados.

A metodologia se insere no campo da pesquisa qualitativa, de traço interpretativo, exploratório e descritivo (Gil, 2022), e com abordagem baseada também na análise de conteúdo (Bardin, 2011).

Com a análise mencionada fazemos uma reflexão sobre a viabilidade de implantação nas escolas da rede municipal do Rio de Janeiro de uma disciplina nos moldes da RPM.

2 A resolução de problemas

Resolver problemas sempre foi um desafio imposto ao ser humano, envolvendo elementos tais como controle de estoque, otimização de recursos, construção de edificações, criação de artefatos, etc.

Nas escolas, ainda hoje, problemas matemáticos são apresentados sistematicamente aos estudantes. Se, por um lado, resolver problemas pode prepará-los adequadamente para enfrentar situações cotidianas, por outro, gera enormes obstáculos durante esse processo de preparação. Como exemplo de adversidades, podemos citar a dificuldade de interpretar corretamente enunciados, uma vez que a maioria dos estudantes não consegue transformar a situação-problema em um esquema matemático a ser solucionado (Coutinho *et al*., 2016). Outro exemplo é a pouca habilidade em estabelecer estratégias que levem à solução.

Cabe aqui salientar a diferença entre exercício e problema. O exercício pode ser entendido como uma tarefa que o estudante realiza de uma forma puramente mecânica, em que técnicas de resolução são automatizadas (Onuchic, 1999). Já no problema o estudante não conhece previamente o algoritmo que fornece a solução. Para obtê-la é preciso uma estratégia que envolva interpretação, poder de decisão e raciocínio dedutivo (Costa, 2008). Dessa forma, o estudante desenvolve sua capacidade de relacionar conhecimentos, aumenta sua habilidade para resolver problemas, conecta melhor suas ideias e aprende “como pensar” (Allevato; Onuchic, 2019).

O primeiro nome que se destaca no estudo de heurísticas para a resolução de problemas é o do matemático George Polya, que em sua obra mais famosa, A Arte de Resolver Problemas, estabelece quatro etapas que devem ser seguidas na busca da solução. A primeira envolve a compreensão do problema, isto é, entender as hipóteses e definir corretamente as variáveis. Na segunda etapa deve-se estabelecer um plano, o que pode implicar a utilização de diferentes estratégias. A terceira etapa consiste na execução do plano. A quarta e última etapa é fazer o retrospecto, isto é, checar o resultado para verificar se está de acordo com os dados do problema

(Polya, 2006).

Na década de 1980, pesquisas sobre resolução de problemas começaram a ser desenvolvidas com maior intensidade. Três concepções acerca da utilização da resolução de problemas em sala de aula se destacaram: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para a resolução de problemas e ensinar por meio da resolução de problemas. A primeira concepção tem como objetivo que os estudantes aprendam a resolver problemas. Na segunda o interesse é desenvolver no estudante a capacidade de transpor o que aprende de um contexto para outro, aplicando o conteúdo estudado para resolver problemas. Ao ensinar por meio da resolução de problemas, o problema é o ponto de partida, estimulando o processo de construção do conhecimento (Schroeder; Lester, 1989 *apud* Onuchic, 1999).

No Brasil as pesquisas sobre resolução de problemas avançaram especialmente na década de 1990, com a prevalência da concepção de ensino por meio da resolução de problemas, e forte influência na elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Allevato e Onuchic (2021) apresentaram um roteiro, criado pelo Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP[5]), composto por uma sequência de atividades, com o objetivo de auxiliar os professores no uso desse esquema em sala de aula, que posteriormente foi ampliado por elas: proposição do problema (problema gerador); leitura individual pelos estudantes; leitura em conjunto (pequenos grupos); resolução do problema; observação das atividades dos grupos e incentivo à aprendizagem; registro das resoluções na lousa; discussão com todos os estudantes; busca do consenso; formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas (Martins; Andrade, 2021).

Ainda hoje, estudos sobre a resolução de problemas são desenvolvidos. Andrade (2017) introduz a expressão Exploração de Problemas, que engloba tanto a proposição, quanto a resolução de problemas. Ele entende que o foco principal dessa abordagem deve estar "centrado no desencadeamento da realização de algum trabalho efetivo que, a partir da mediação-refutação do professor e dos próprios alunos, possa se chegar à solução e muito além dela" (Martins; Andrade, 2021, p. 283). Para os autores, é fundamental que o professor valorize as ideias e a autonomia dos estudantes, especialmente na proposição de novos problemas.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a importância da proposição de problemas, uma vez que a encara como uma forma privilegiada da atividade matemática:

---

[5] O GTERP é um grupo ligado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (UNESP – Rio Claro), criado em 1992, que gera atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de resolução de problemas e formação de professores.

> [...] processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (Brasil, 2018, p. 266).

Vale observar que não se encontram na BNCC orientações precisas que indiquem a forma de utilizar a resolução de problemas como um processo na aprendizagem da Matemática. Segundo Proença, Campelo e Santos (2022, p. 12), a BNCC, ao indicar habilidades "para resolução de problemas", explicita uma posição em relação ao ensino "mais preocupada em levar os alunos a aplicarem/utilizarem a Matemática estudada", uma concepção próxima à do ensino para a resolução de problemas, de acordo com Schroeder e Lester (1989 apud Onuchic, 1999). Proença, Campelo e Santos (2022, p. 13) afirmam ainda que essa "falta de uma apresentação clara de como abordar a resolução de problemas em sala de aula" pode levar os professores a "seguir a resolução de problemas com uma visão técnica, ou seja, simplesmente de aplicação de conteúdos para resolver problemas".

Tendo em vista o mau desempenho dos estudantes nas avaliações de Matemática em larga escala, além da necessidade de melhor prepará-los para resolver problemas, a SEEDUC criou em 2012 a disciplina Resolução de Problemas Matemáticos (RPM). O documento de Orientações Curriculares da disciplina RPM trouxe como motivo para sua criação o fato de que a resolução de problemas pode ser considerada como um importante recurso para o ensino da Matemática, tanto pelo meio acadêmico, quanto pelos PCN (Gomes; Castro Barbosa; Concordido, 2017). Com isso, a SEEDUC esperava desenvolver nos estudantes habilidades e competências que repercutissem nas outras disciplinas da Rede, contribuindo para uma melhor formação dos estudantes, visando cidadãos preparados para lidar com situações do dia a dia que necessitam do raciocínio matemático. Para servir como uma orientação aos professores, a SEEDUC preparou um material específico para uso nesta disciplina.

3 Exame do material criado pela SEEDUC para a disciplina RPM

O material proposto pela SEEDUC para a disciplina RPM tem a forma de caderno de atividades pedagógicas, com uma versão para o estudante e outra para o professor. Há um para cada bimestre do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e para o 2º ano do Ensino Médio. Cada caderno contempla 3 aulas com um novo assunto por aula (de dois tempos de 50 minutos) e cada uma é composta por uma explicação básica e atividades. O professor é orientado a estimular os estudantes a lerem o texto com a explicação em um tempo de aula e depois resolverem as atividades no outro. O professor deve atuar como tutor na realização das atividades com a turma, incentivando a autonomia dos estudantes, mediando as trocas de conhecimento, provocando reflexões e tirando dúvidas que venham a surgir. Ao final de cada assunto, para reforçar a aprendizagem, é proposta uma avaliação do conteúdo e uma pesquisa pedagógica para seu aprofundamento. Além dos cadernos pedagógicos, a SEEDUC dispunha aos professores, no portal eletrônico Conexão Professor, materiais de apoio pedagógico, compostos basicamente de videoaulas.

A fim de avaliar o material, pelas diretrizes elaboradas pelo GTERP, foi escolhido como amostra o Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorreguladas – 03 – 9º ano – Ensino Fundamental – 3º bimestre, Aula 02 – As razões trigonométricas (Rio de Janeiro, 2013a, p. 10-16), conteúdo a ser trabalhado na ocasião nas turmas citadas, conforme planejamento anual da disciplina.

Na versão do professor, o Caderno traz sete orientações didático-pedagógicas para realização das atividades de cada aula pelos estudantes, ou seja, procedimentos sugeridos aos professores para cada atividade no caderno do estudante. O primeiro e o segundo procedimentos orientam os professores a lhes explicar a forma de organização desse material e que sua proposta é que desenvolvam as atividades de maneira autônoma, eventualmente com suporte de um professor. No terceiro procedimento o professor é orientado a reproduzir as atividades para que os estudantes possam realizá-las de forma individual ou em duplas, o que segue o roteiro do GTERP. No quarto, a orientação é exibir vídeos ou *sites* sugeridos como material de apoio, caso isso seja possível na escola.

O quinto procedimento sugere que o professor peça que os estudantes leiam o texto base e tentem compreender os conceitos, ou seja, eles devem fazer uma revisão dos conteúdos abordados nos problemas. No entanto, o ensino através da resolução de problemas preconiza que se deve começar por uma situação-problema, relativa ao assunto tratado, e as técnicas matemáticas são desenvolvidas enquanto se encontram as respostas para ela. No sexto, eles devem resolver as questões, e, no sétimo, é orientado que apresentem as soluções para que sejam debatidas com a turma, o que vai ao encontro da etapa “plenária” do roteiro do GTERP. Vale destacar que, enquanto entre as últimas etapas do roteiro do GTERP, o professor deve registrar formalmente na lousa a resolução do problema, nos procedimentos para se trabalhar com a disciplina RPM, o professor é orientado apenas a colocar o gabarito.

O Caderno se inicia com exemplos de situações-problema que podem ser resolvidas com razões trigonométricas, tais como medir a distância entre as margens de um rio. Em seguida, o material relembra conceitos, como os nomes dos lados de um triângulo retângulo;

depois são revistas as definições de seno, cosseno e tangente. Mais adiante, é apresentado um exemplo resolvido de como se encontram seno, cosseno e tangente de um dado ângulo.

A seguir, há uma tabela trigonométrica e, logo após, uma situação-problema resolvida, em que se deve calcular a altura de um prédio a partir de um observador que se encontra a certa distância dele. São então propostas quatro questões. As três primeiras, segundo a classificação de Dante (2011), são exercícios de reconhecimento, pois nelas o estudante deve identificar conceitos já vistos. Na quarta questão o estudante deve calcular a que distância de um muro a base de uma escada deve ser colocada para que forme um ângulo de 45º com o solo. Essa questão pode ser considerada um problema de aplicação (Dante, 2011), pois é contextualizada e retrata uma situação real do dia a dia resolvida com o uso da Matemática.

Como avaliação, o Caderno apresenta cinco questões, das quais só duas abordam razões trigonométricas e não são, verdadeiramente, problemas e sim exercícios de reconhecimento. Já a pesquisa sugerida no material propõe duas atividades sobre o tema: em uma o estudante deve apresentar exemplos de situações reais, onde se pode utilizar razões trigonométricas para medir grandes alturas e distâncias; na outra, deve pesquisar sobre instrumentos que medem grandes distâncias através de ângulos conhecidos.

O exame desse material mostra certa incoerência perante o que dizem os principais teóricos em resolução de problemas, pois se inicia com revisões dos assuntos abordados, e não com os problemas. Além disso, as atividades e avaliações, na sua maioria, não são exatamente problemas, e sim exercícios de reconhecimento.

Apesar da crítica em relação à forma como os Cadernos sugerem que a disciplina RPM seja conduzida, dada a sua importância, entendemos que ela deveria não só permanecer na grade curricular da SEEDUC, mas também ser incorporada ao elenco de disciplinas das escolas da rede municipal do Rio de Janeiro. Nesse sentido, esse trabalho propõe algumas recomendações: (i) o ideal seria que a disciplina RPM deixasse de ser uma disciplina à parte da disciplina regular de Matemática; (ii) todo material disponibilizado deveria ser revisado para melhor se adequar ao que propõem os principais estudiosos do tema; (iii) a disciplina deveria ser estendida a todos os anos do Ensino Médio e do segundo segmento do Ensino Fundamental; (iv) oferecer capacitação para que todos os professores possam aplicar corretamente esse tipo de abordagem.

4 Percurso Metodológico

Depois do que foi exposto, é possível concluir que criar atividades voltadas para uma aula, sob a perspectiva da resolução de problemas, não é uma tarefa fácil. É preciso se pensar em escolher problemas nos quais o conhecimento de determinado assunto seja construído pelos estudantes enquanto tentam resolvê-los, pois o mais importante será fazer com que aprendam a raciocinar e não apenas a aplicar algum algoritmo previamente memorizado.

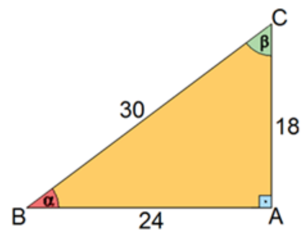
Propõe-se aqui um conjunto de problemas para se trabalhar razões trigonométricas da Unidade Temática Geometria. Este assunto é normalmente tratado no 3º bimestre do 9º ano do Ensino Fundamental. É descrito ainda como se deu a implementação dessas atividades em uma turma e quais foram as dificuldades apresentadas pelos estudantes. Após sua realização, a turma passou por um teste de avaliação, juntamente com outras duas turmas que não foram submetidas a esse esquema de aula, tendo tido apenas aulas convencionais sobre o mesmo conteúdo. É importante mencionar que as três turmas tiveram aulas com o mesmo professor e que aulas convencionais neste contexto se referem àquelas em que, após a apresentação do conteúdo no quadro, pelo professor, seguem exercícios de fixação.

As atividades foram desenvolvidas em 2 dias, com duas aulas de 50 minutos cada por dia, no terceiro bimestre letivo com 45 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental da turma 1901 de uma escola municipal localizada na zona oeste do Rio de Janeiro, RJ. Cabe ressaltar que as atividades e a avaliação ocorreram antes que o assunto razões trigonométricas tivesse sido tratado. A aula em que o material da SEEDUC foi utilizado foi preparada seguindo o roteiro desenvolvido pelo GTERP.

No primeiro dia, a turma foi dividida em grupos de 4 e 5 estudantes, tendo o professor permanecido todo o tempo em sala para auxiliar sempre que necessário. Fora explicado para a turma que, após as aulas cujo tema seria razões trigonométricas, haveria uma avaliação e, como motivação, o professor atribuiria uma pontuação. Seguindo o roteiro do GTERP, os estudantes receberam as folhas com as atividades e foi solicitado que cada um fizesse a leitura individual da primeira atividade. Nela, deveriam somente preencher os valores das medidas dos segmentos solicitados para formar as razões trigonométricas respectivas aos ângulos $\propto$ e β de três triângulos retângulos (Figura 1).

Figura 1 - Um dos três triângulos da Atividade 1

ÂNGULOS / RAZÃO	$A\hat{B}C = \alpha$	$A\hat{C}B = \beta$
SENO	$\frac{AC}{BC} =$	$\frac{AB}{BC} =$
COSSENO	$\frac{AB}{BC} =$	$\frac{AC}{BC} =$
TANGENTE	$\frac{AC}{AB} =$	$\frac{AB}{AC} =$



Fonte: Os autores.

Após todos preencherem a tabela com os valores dos segmentos, os estudantes deveriam responder a duas perguntas: (a) O que podemos perceber em relação aos valores obtidos em cada uma das razões encontradas? (b) A partir do que foi visto no item anterior, como podemos expressar seno, cosseno e tangente em função dos catetos e hipotenusa de triângulos retângulos?

O objetivo da primeira pergunta foi verificar se os estudantes perceberiam que as razões trigonométricas dependiam unicamente dos ângulos, não importando o tamanho dos lados dos triângulos retângulos. Na segunda pergunta, o objetivo foi verificar se saberiam expressar seno, cosseno e tangente em termos dos catetos e da hipotenusa. Após concluírem as respostas, foi solicitado que um representante de cada grupo expressasse as conclusões a que o grupo havia chegado. Este procedimento foi repetido em cada atividade. A maioria dos grupos chegou às conclusões corretas, porém, alguns tiveram problemas para identificar os lados do triângulo retângulo. Na etapa de formalização dos conteúdos, conforme o roteiro do GTERP, essas dúvidas quanto à identificação dos lados do triângulo retângulo foram sanadas.

A segunda atividade trazia uma aplicação na qual deveriam encontrar o comprimento de uma rampa, a partir da altura e do ângulo com o solo:

> Uma rampa de 3m de altura forma com o solo um ângulo de 30º.
> (a) Represente esta situação por meio de um desenho.
> (b) Encontre o valor do comprimento da rampa.

O primeiro item tinha o objetivo de verificar se eram capazes de perceber, através da construção de um desenho, um triângulo retângulo; no segundo, se conseguiriam aplicar razões trigonométricas para solucionar o problema.

A maioria dos grupos teve problemas para fazer o primeiro item e necessitou de ajuda, pois muitos estudantes não conseguiam enxergar um triângulo retângulo na situação apresentada. Antes que iniciassem a resolução do segundo item, foi apresentada uma tabela trigonométrica com os senos, cossenos e tangentes dos ângulos notáveis, com a qual a maioria conseguiu concluir o segundo item corretamente.

No segundo dia, foi solicitado aos mesmos grupos que lessem a terceira atividade, em que deveriam encontrar a altura de um prédio a partir das sombras do prédio e de um poste:

> A sombra de um prédio, em um terreno plano, em uma determinada hora do dia, mede 15m. Nesse mesmo instante, próximo ao prédio, a sombra de um poste de altura 5m mede 3m. Determine a altura, em metros, do prédio.

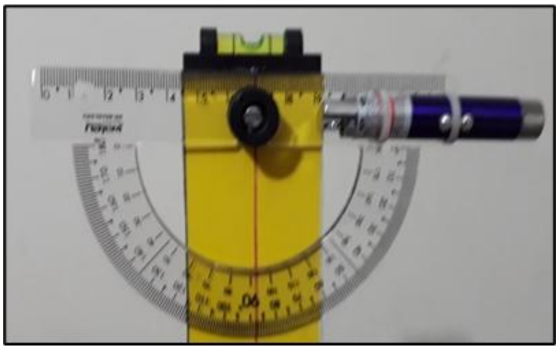
O objetivo era verificar se seriam capazes de representar corretamente a situação através de um desenho e solucionar o problema. Mais uma vez, os grupos tiveram dificuldades para representar o problema através de um desenho. Como o problema não mencionava a medida de nenhum ângulo, alguns grupos tiveram dificuldades para identificar qual relação trigonométrica deviam utilizar. Foi solicitado que representantes dos grupos que haviam utilizado a tangente para solucionar o problema explicassem na lousa sua resolução. Apenas três grupos ainda tiveram problemas para chegar à resposta correta, pois inverteram cateto oposto com cateto adjacente ao utilizar o conceito de tangente. Após a resolução formal na lousa pelo professor, todas as dúvidas foram esclarecidas.

Antes de solicitar que lessem a quarta atividade, foi apresentado um *slide* sobre o teodolito, instrumento de precisão óptico que mensura ângulos verticais e horizontais, sendo aplicado em diversos setores, como na navegação, na construção civil, na agricultura e na meteorologia. Em seguida, foi apresentado um teodolito artesanal (Figura 2 e Figura 3), utilizando um transferidor, um nível, um apontador laser, uma haste de madeira e uma lata para base, para as atividades que se seguiram.

Figura 2 - Teodolito artesanal

Fonte: Os autores.

Figura 3 - Zoom do topo do teodolito



Fonte: Os autores.

Usando materiais manipuláveis, buscou-se atrair a atenção dos estudantes para aplicações práticas sobre razões trigonométricas, facilitando o processo de ensino-aprendizagem. Após receberem instruções de como utilizar o teodolito, foram levados à área externa da escola para que pudessem medir ângulos e, assim, calcular a altura de estruturas da escola. Esta atividade foi bastante eficiente em contextualizar o assunto, trazendo maior significado para a aprendizagem.

A quarta atividade foi dividida em dois itens, o primeiro tinha o objetivo de verificar se os estudantes eram capazes de representar a situação corretamente, através da construção de um desenho; no segundo, se haviam compreendido, de fato, o que havia sido feito como atividade externa:

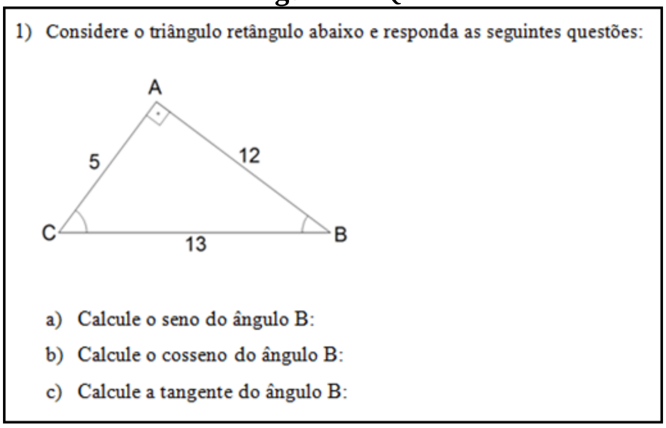
> Você precisa medir a altura de um prédio. Para isso, se afasta 50 metros dele. Dentro do seu campo de visão e com ajuda de um instrumento que mede ângulos, chamado teodolito, você verificou que o ângulo formado entre a linha do horizonte e o topo do prédio é de 50º. Sabe-se que a altura do instrumento é igual a 1,50m.
> (a) Represente a situação acima por meio de um desenho.
> (b) Qual a altura do prédio? (utilize tg 50º = 1,19)

Desta vez, todos os grupos conseguiram representar a situação corretamente através de um desenho e a maioria chegou à altura correta do prédio, sem nenhuma ajuda.

5 Teste de avaliação e análise dos resultados

Nesta etapa, as três turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, 1901, 1902 e 1903, foram submetidas a um teste com cinco problemas que envolveram razões trigonométricas. A turma 1901 fez o teste logo após as aulas com a resolução de problemas, enquanto as demais realizaram o teste após a aula convencional. Realizaram o teste 35 estudantes da turma 1901, 23 da turma 1902 e 20 da turma 1903. Cabe destacar, mais uma vez, que a intenção da avaliação foi comparar o desempenho das turmas com a finalidade de comprovar a eficácia do método.

Figura 4 - Questão 1


1) Considere o triângulo retângulo abaixo e responda as seguintes questões:

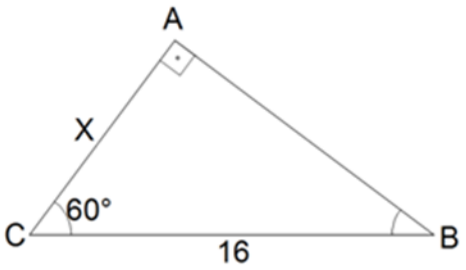
a) Calcule o seno do ângulo B:
b) Calcule o cosseno do ângulo B:
c) Calcule a tangente do ângulo B:

Fonte: Os autores.

Segundo a classificação de Dante (2011), a primeira e a segunda questões não eram propriamente problemas e sim exercícios de reconhecimento. Na primeira, o objetivo principal foi saber se os estudantes se lembravam dos conceitos de seno, cosseno e tangente (Figura 4) e, na segunda, se saberiam utilizar o conceito mais apropriado dentre esses três para encontrar o valor de X (Figura 5).

Figura 5 - Questão 2

2) Calcule o valor de x no triângulo retângulo abaixo:

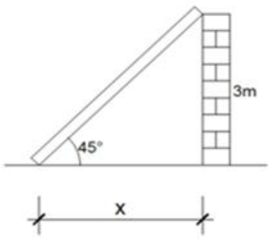


Fonte: Os autores.

A terceira e a quarta questões podem ser consideradas como problemas de aplicação, pois são situações-problema contextualizadas presentes no dia a dia. O objetivo principal de ambas foi verificar se os estudantes seriam capazes de solucionar o problema aplicando os conceitos de razões trigonométricas aos desenhos que cada problema trazia, conforme a Figura 6 e a Figura 7.

Figura 6 - Questão 3

3) Antônio precisa acessar o topo de um muro de 3 metros de altura. Para isto, ele precisa apoiar uma escada neste muro, conforme figura abaixo. Para sua segurança, a escada deve formar um ângulo de 45° com o solo. Sabendo disso, a que distância do muro Antônio deve colocar a base(x) da escada?



Fonte: Os autores.

Figura 7 - Questão 4

4) Para medir a altura de um prédio, um engenheiro mediu, com um aparelho, o ângulo que o topo do prédio forma com a linha horizontal, como mostra a figura. Sabendo que o aparelho tem 1,5m de altura e está a 20m do prédio, qual a altura desse prédio? (Utilize tg 50° = 1,19)

Fonte: Os autores.

A quinta e última questão, formada por duas perguntas, também é um problema de aplicação, porém o estudante deveria esboçar o próprio desenho para representar a situação. Ele deveria utilizar os conceitos de razões trigonométricas para responder a primeira pergunta e, a partir desta, aplicar o Teorema de Pitágoras para responder a segunda. Logo, o objetivo desta questão foi verificar se os estudantes seriam capazes de traduzir uma situação-problema para linguagem matemática, criando o próprio desenho, e se saberiam associar os conceitos recém trabalhados a outros vistos anteriormente, Figura 8.

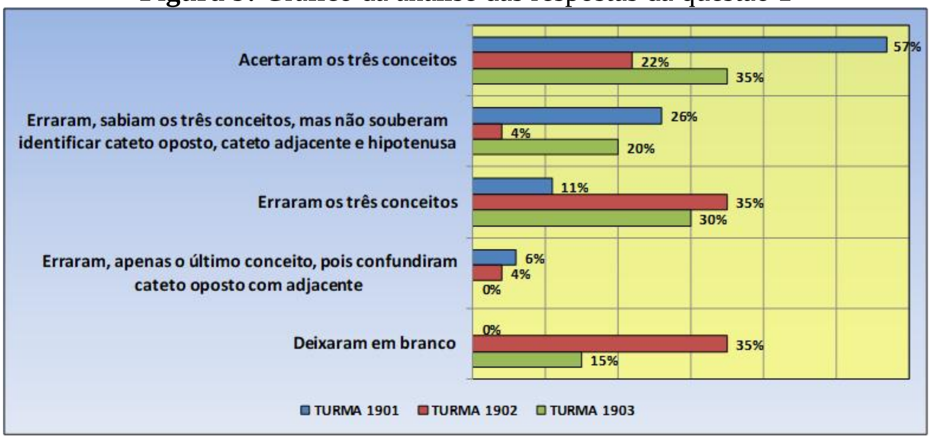
Figura 8 - Questão 5

5) Um avião levanta voo em *B* e sobe fazendo um ângulo de 15° com a horizontal. A que altura estará e qual a distância percorrida, quando alcançar a vertical que passa por uma igreja *A*, situada a 2 km do ponto de partida? Faça um desenho que represente a situação e calcule o que foi pedido. (Utilize tg 15° = 0,27)

Fonte: Os autores.

Passaremos a examinar o desempenho dos alunos em cada uma das questões da avaliação. Analisando as respostas dadas à 1ª questão, constatou-se que o maior índice de acertos foi da turma 1901, em que mais da metade dos estudantes (57%) respondeu corretamente aos três itens. A turma 1902 foi a que obteve o maior percentual (35%) de estudantes que erraram os três itens da questão e ainda o maior percentual (35%) dos que deixaram a questão em branco (Figura 9).

Figura 9: Gráfico da análise das respostas da questão 1

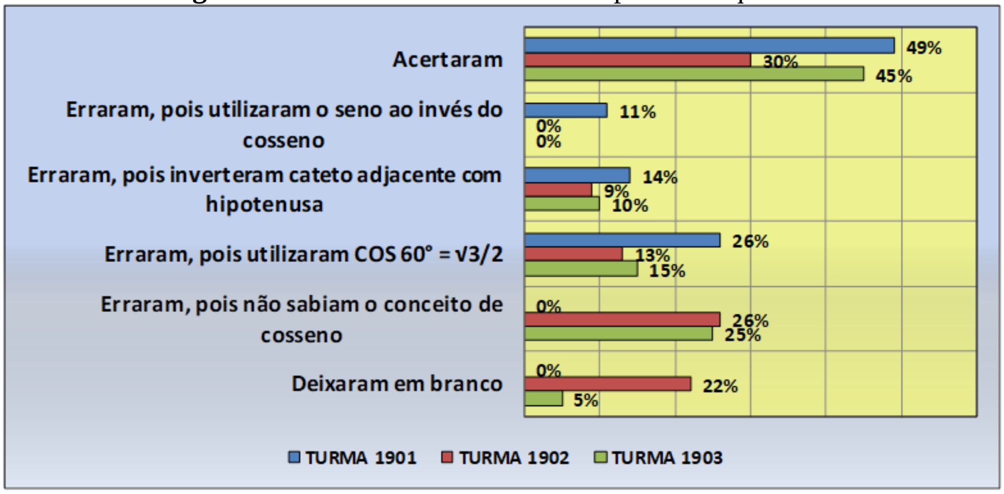


Fonte: Os autores.

Dentre os principais erros, cabe destacar aqueles em que os estudantes pareciam saber os conceitos de seno, cosseno e tangente, porém não sabiam identificar corretamente cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa.

Na 2ª questão, observou-se que a turma 1901 foi a que obteve o maior percentual de acertos (49%), mas foi seguida de perto pela 1903 (45% de acertos), e a 1902 obteve o pior resultado – 30% de acertos (Figura 10). A turma 1902 também foi a que obteve o maior percentual de questões em branco (22%). Dentre os principais erros observados, destaca-se a utilização errada do valor do cosseno de 60º. Na 3ª questão, constatou-se que a turma que obteve o maior percentual de acertos (20%) foi a 1903, porém com uma pequena diferença para a 1901 que obteve 17% de acertos.

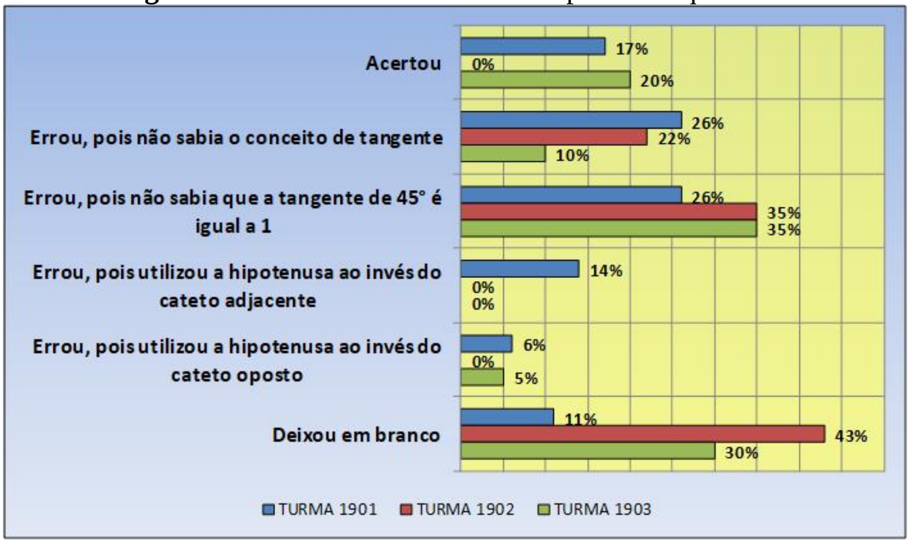
Figura 10 - Gráfico da análise das respostas da questão 2



Fonte: Os autores.

No entanto, a turma 1903 obteve um percentual de 30% de estudantes que deixaram a questão em branco, enquanto na 1901 o percentual foi de apenas 11%. Em geral, as três turmas obtiveram um rendimento bastante baixo nesta questão, sendo que nenhum estudante da 1902 conseguiu acertar (Figura 11). Dentre os principais erros, destacam-se aqueles decorrentes de desconhecer o valor da tangente de 45°.

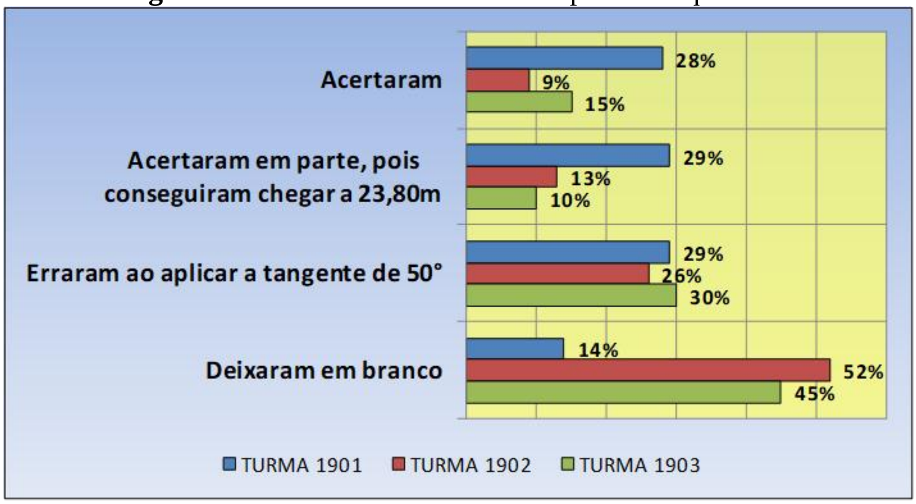
Figura 11 - Gráfico da análise das respostas da questão 3



Fonte: Os autores.

Na 4ª questão, a turma 1901 foi a que obteve o maior percentual de acertos (28%) e apenas 14% de questões em branco, enquanto na 1902 mais da metade (52%) deixou a questão em branco e, na 1903, isso ocorreu com 45% da turma (Figura 12). Logo, pode-se observar que uma boa parte das turmas 1902 e 1903 não sabia como aplicar os conceitos de razões trigonométricas a uma situação-problema um pouco mais elaborada.

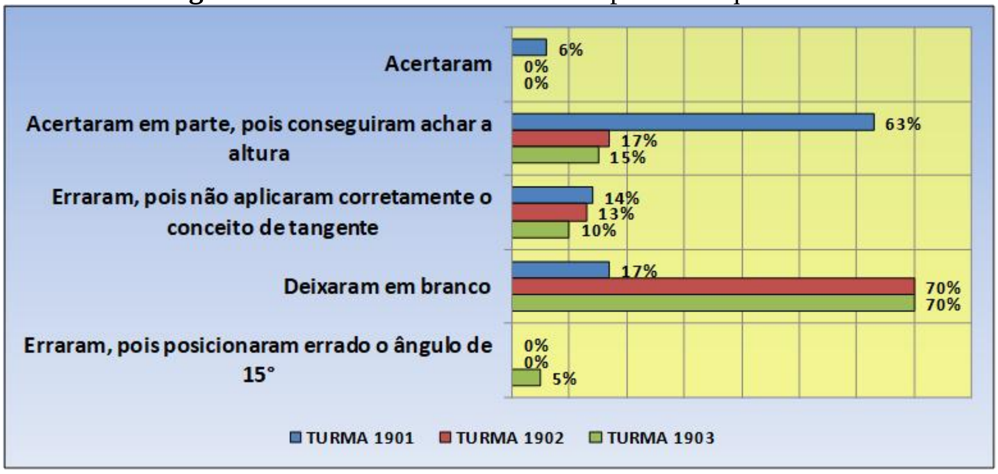
Figura 12 - Gráfico da análise das respostas da questão 4



Fonte: Os autores.

Quanto aos principais erros constatados, destaca-se o de não somar a altura do aparelho (1,50m) ao valor encontrado, depois de aplicar o conceito de tangente, para se chegar à altura correta do prédio (25,30m). Este foi o erro mais cometido pelos estudantes da turma 1901 que não acertaram a questão completamente (30%).

Figura 13 - Gráfico da análise das respostas da questão 5



Fonte: Os autores.

Somente 6% da turma 1901 conseguiram acertar a 5ª questão por completo, enquanto nenhum estudante das turmas 1902 e 1903 acertou. Além disso, 70% da 1902 e da 1903 deixaram a questão em branco, o que ocorreu com somente 17% da 1901 (Figura 13). Nas três turmas houve uma imensa dificuldade de traduzir o problema para um desenho corretamente e associar um conceito recém trabalhado a outros vistos anteriormente. Dentre os principais erros destaca-se aquele em que os estudantes conseguiram esboçar o desenho e aplicar os conceitos de razões trigonométricas para chegar à altura do avião, porém não souberam aplicar o Teorema de Pitágoras para achar a distância percorrida.

No início do experimento, foi previsto utilizar todos os passos propostos no roteiro do GTERP. No entanto, houve uma significativa perda de tempo com as explicações sobre os procedimentos, em cada etapa, que os estudantes deveriam seguir. Com isso, embora a turma tenha passado por todas as etapas previstas, o tempo destinado à plenária ficou reduzido. Nesta etapa, os alunos foram envolvidos em uma discussão acerca das soluções encontradas, em que foram apontados os erros de alguns grupos e algumas das possíveis soluções dos problemas, porém sem o devido aprofundamento.

Vale destacar, por outro lado, o efetivo trabalho colaborativo, preconizado pelo GTERP, em que os alunos, em seus grupos, seguiram as orientações dadas inicialmente, discutindo os melhores caminhos na busca da solução dos problemas, o que permitiu que as ideias fossem compartilhadas e debatidas.

O rendimento da turma 1901, que teve a aula por meio da resolução de problemas, foi ligeiramente superior aos das outras duas, que receberam aulas convencionais. Contudo, é preciso salientar a mudança de comportamento da turma em relação à disposição em discutir e aprender o conteúdo. Isso ocorreu de forma solidária, permitindo, além de uma maior participação, quando comparada às outras turmas, uma maior socialização entre os alunos, em especial, na atividade em que eles utilizaram o teodolito. Estes resultados sugerem que as aulas seguindo essa abordagem podem provocar um melhor rendimento no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e, ao mesmo tempo, servem de incentivo para que novas pesquisas de escopo mais amplo sejam realizadas, a fim de comprovar o fato em um número maior de escolas da rede municipal do Rio de Janeiro.

6 Considerações Finais

Os problemas sempre fizeram parte do cotidiano do homem que, para evoluir, teve a necessidade de criar métodos para a resolução dos mais variados problemas do dia a dia. Desde a antiguidade a resolução de problemas vem sendo utilizada como ferramenta para se ensinar Matemática, porém com uma visão muito limitada, pois sua utilização se resumia à apresentação de problemas acompanhados de resoluções que envolviam técnicas específicas. Foi com a publicação dos Standards 2000 do *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* que educadores matemáticos passaram a pensar em uma metodologia que ensinasse através da resolução de problemas (Allevato; Onuchic, 2021).

Os Standards 2000 influenciaram os educadores brasileiros que participaram da elaboração dos PCN, o que fez com que o ensino da Matemática através da resolução de problemas recebesse um destaque especial nesses documentos (Onuchic, 2013). No entanto, os PCN não apresentam uma clara orientação sobre como deveria ser implementada essa abordagem, o que gerou a necessidade da criação de roteiros, com maiores esclarecimentos, tais como o do GTERP. Por sua vez, a BNCC apresenta diversas habilidades relacionadas à resolução de problemas, sem, contudo, caracterizá-la como uma metodologia. Também neste documento não se identifica claramente um direcionamento na criação de competências para resolver problemas. Se por um lado, isto pode ser visto como uma vantagem, pois os professores podem, caso desejem, adotar o ensino da Matemática através da resolução de problemas em suas aulas; por outro, as escolas, ao prepararem seus currículos, irão provavelmente se basear nas diretrizes presentes na BNCC, portanto, a abordagem de resolução de problemas pode vir a ser preterida.

As avaliações de larga escala revelam o baixo desempenho dos estudantes brasileiros em relação aos descritores relativos à resolução de problemas. Por este motivo, no Rio de Janeiro, a SEEDUC criou no ano de 2012 a disciplina RPM na matriz curricular da Educação Básica. Em uma pesquisa realizada em 2015, Gomes, Castro Barbosa e Concordido (2017) constataram que uma pequena parcela dos professores não conhecia o principal objetivo da SEEDUC com a disciplina RPM. Esta pesquisa também acusou que a SEEDUC em nenhum momento promoveu a devida capacitação dos professores quanto à forma de se trabalhar esta disciplina. A única orientação dada pela SEEDUC, neste sentido, foi para que os professores investissem algum tempo na exploração de artigos e relatos sobre este tema.

Como foi mencionado, o objetivo deste trabalho foi realizar uma análise do material preparado pela SEEDUC para trabalhar sobre o conteúdo razões trigonométricas, no contexto da disciplina RPM. A avaliação deste material mostrou incoerência, tendo em conta os princípios defendidos por alguns dos principais estudiosos da resolução de problemas. No material, o conteúdo é iniciado com revisões dos assuntos abordados e não com os problemas, como recomendam diversos autores, e as atividades e avaliações, na sua maioria, não são exatamente problemas e sim, exercícios de reconhecimento.

Com a utilização do material da SEEDUC, foram realizadas atividades em três turmas do 9º ano de uma escola municipal do Rio de Janeiro, sobre o tópico razões trigonométricas, sendo que em uma das turmas foi aplicada a resolução de problemas, seguindo o roteiro do GTERP, enquanto nas outras duas seguiu-se o formato convencional. O que se verificou foi um rendimento um pouco melhor dos estudantes submetidos à abordagem baseada na resolução de problemas, quando comparados àqueles das demais turmas.

Acreditamos que, com a implementação adequada da disciplina RPM em escolas da rede do município do Rio de Janeiro, poderia haver ganhos significativos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática em todos os anos do segundo segmento do Ensino Fundamental. Nesse sentido, é necessário que os professores tenham a devida capacitação e a correta orientação para utilizar esse espaço, não para aulas de reforço do conteúdo já abordado, mas para desenvolver nos estudantes a habilidade de resolver problemas.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. **REnCiMa**, v. 10, n.2, p. 01-14, 2019.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? In: Onuchic *et al.* (Orgs.). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021, p. 37-57.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: ONUCHIC, L. R; LEAL Jr, L. C.;

PIRONEL, M. (Orgs.). **Perspectivas para resolução de problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 355-396.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório Brasil no PISA 2018**. Brasília: INEP, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Brasília: MEC, 2018.

COSTA, C. F. **Por que Resolver Problemas na Educação Matemática? Uma Contribuição da Escola da Gestalt**. 2008. Tese (Doutorado em Educação) - PUC, Rio de Janeiro, 2008.

COUTINHO, R. P.; CASTRO BARBOSA, A. C.; CONCORDIDO, C. F. R.; TOVAR COSTA, M. V. Resolução de Problemas em Matemática – uma aplicação. **Ensino, Saúde e Ambiente**, Niterói, v.9, p. 249-268, 2016.

DANTE, L R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2011.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Editora Atlas, 2022.

GOMES, D. A.; CASTRO BARBOSA, A. C.; CONCORDIDO, C. F. R. Ensino de Matemática através da resolução de problemas: análise da disciplina RPM implantada pela SEEDUC-RJ. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.105-120, 2017.

MARTINS, F. C.; ANDRADE, S. Representações Múltiplas no ensino de Álgebra e Resolução de Problemas: aspectos teóricos e práticos. **REMATEC**, Belém, v. 16, p. 277 – 294, 2021.

MUSSATO, S.; ALMEIDA, D. de A.; VOLTOLINI, L.; OLIVEIRA, H. R. de. O Saeb e suas Contribuições quanto à Proficiência em Matemática: um panorama dos anos finais do ensino fundamental na rede pública estadual de Roraima. **REAMEC**, Cuiabá, MT, v. 10, n.1, e22016, jan./abr., 2022.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Ed. UNESP, p. 199-218, 1999.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, RS, v. 20, n. 1, p. 88-104, jun. 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Segunda reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PROENÇA, M. C.; CAMPELO, C. S. A.; SANTOS, R. R. Resolução de Problemas na BNCC: reflexões para a sua inserção no currículo e no ensino de Matemática do Ensino Fundamental. **RENCIMA**, São Paulo, v. 13, n. 6, p. 1-20, 2022.

RIO DE JANEIRO. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo Mínimo**: Orientações Curriculares para RPM. Rio de Janeiro: SEEDUC, 2013.

RIO DE JANEIRO. Secretaria de Estado de Educação. **Resolução de Problemas Matemáticos**: Caderno de Atividades Pedagógicas de Aprendizagem Autorregulada - 03 - Ensino Fundamental - 9º Ano - 3º Bimestre - Versão Professor. Rio de Janeiro: SEEDUC, 2013a.