

## O USO ESTRATÉGICO DO DESENHO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

DOI: <https://doi.org/10.33871/rpem.2024.13.31.9224>

Talita Dutra da Hora<sup>1</sup>  
Lourdes Maria Werle de Almeida<sup>2</sup>

**Resumo:** O artigo tem como objetivo investigar como o uso do desenho pode colaborar para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. O quadro teórico considera aspectos da modelagem matemática e seu uso na sala de aula, bem como elementos relativos ao uso do desenho como conhecimento estratégico. A investigação, de cunho qualitativo, refere-se a atividades de modelagem matemática desenvolvidas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. A análise dos dados foi inspirada nos procedimentos da análise qualitativa de conteúdo. O processo analítico permite inferir que a busca por soluções para o problema definido em cada atividade foi mediada pelo conhecimento estratégico do uso de desenhos. Embora os estudantes tenham construído desenhos espontâneos, em alguns momentos foi a partir da intervenção da professora que essa construção se tornou eficiente para as demandas da atividade de modelagem. Resultados apontam que, classificados como situacionais ou como esboços, os desenhos construídos promovem ações em diferentes fases do desenvolvimento das atividades, sendo evidenciados processos cognitivos e metacognitivos subjacentes à construção do desenho. É possível concluir, portanto, que a introdução da modelagem matemática nos iniciais pode encontrar no uso estratégico do desenho um suporte para encorajar professor e estudantes.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Anos Iniciais. Desenho. Conhecimento Estratégico.

### The Strategic Use of Drawing in Mathematical Modeling Activities

**Abstract:** The article aims to investigate how the use of drawing can contribute to the development of mathematical modeling activities. The theoretical framework considers aspects of mathematical modeling and its use in the classroom, as well as elements related to the use of drawing as strategic knowledge. The investigation, of a qualitative nature, refers to mathematical modeling activities developed by students in the 5th grade of Elementary School. Data analysis was inspired by the procedures of qualitative content analysis. The analytical process allows us to infer that the search for solutions to the problem defined in each activity was mediated by the strategic knowledge of the use of drawings. Although the students constructed spontaneous drawings, at times it was through the intervention of the teacher that this construction became efficient for the demands of the modeling activity. Results indicate that, classified as situational or as sketches, the constructed drawings promote actions in different phases of the development of the activities, evidencing cognitive and metacognitive processes underlying the construction of the drawing. It is possible to conclude, therefore, that the introduction of mathematical modeling in the initial grades can find in the strategic use of drawing a support to encourage teacher and students.

**Keywords:** Mathematical Modeling. Early Years. Drawing. Strategic Knowledge.

### Introdução

Discussões relativas à inclusão da modelagem matemática nas aulas de matemática têm

<sup>1</sup> Mestre em Ensino pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN). Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) Cornélio Procópio – PR. E-mail: [talitadutra96@gmail.com](mailto:talitadutra96@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1433-2095>.

<sup>2</sup> Doutora em Engenharia de Produção. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM). Universidade Estadual de Londrina (UEL). Londrina – PR. E-mail: [lourdes@uel.br](mailto:lourdes@uel.br). ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8952-1176>.

crescido nas últimas décadas. No que se refere, particularmente, à Educação Básica, documentos normativos, como por exemplo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao organizar o campo da matemática, propõe um ensino de matemática que favoreça “o estabelecimento de conjecturas, a formulação e resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos e ferramentas matemáticas (Brasil, 2017, p. 264), alinhando-se com o que se vislumbra para o ensino de matemática mediado pela modelagem matemática.

De fato, conforme já sugere Ubiratan D’Ambrosio, a modelagem matemática,

tem como ponto de partida a realidade, a partir da qual selecionamos variáveis, construímos um modelo, procedemos para sua análise matemática, verificamos resultados por meio de procedimentos de controle e reformulamos o modelo, repetindo a análise e o controle até chegarmos a uma percepção satisfatória dos fatos e fenômenos selecionados (D’Ambrosio, 2015, p. 44).

A inclusão da modelagem matemática, assim caracterizada, nas aulas, portanto, requer que os estudantes desenvolvam atitudes de investigação que permeiam a elaboração e a resolução de um problema concernente à situação da realidade que se deseja estudar. Essa investigação propõe desafios associados a competências para quantificar características não matemáticas e construir um modelo matemático da situação (Blum, 2015; Almeida, 2022). Como meio de enfrentamento dos desafios que atividades de modelagem matemática podem propor aos estudantes, pesquisas têm apontado a importância de mobilizar estratégias cognitivas e metacognitivas para amparar os encaminhamentos requeridos (Blum, 2015; Almeida; Castro, 2023).

Particularmente, Corrêa (2021), refere-se ao chamado conhecimento estratégico como um tipo de conhecimento metacognitivo<sup>3</sup> que inclui o repertório de conhecimentos do estudante em relação a sua própria aprendizagem e das estratégias que usa quando vai resolver problemas. Rellensmann *et al.* (2022), neste contexto, considerando especificidades da modelagem matemática quando introduzida nos anos iniciais da escolarização, sugerem o uso de desenhos como um tipo de conhecimento estratégico que, em atividades de modelagem, compõe uma estratégia específica que pode ser um suporte para o estudante na resolução do problema.

O uso de desenhos em atividades de modelagem matemática, entretanto, por um lado, pode não se dar de modo espontâneo (Rellensmann *et al.*, 2022), havendo necessidade de esse uso ser mobilizado mediante intervenção do professor. Por outro lado, também não é qualquer

---

<sup>3</sup> O conhecimento metacognitivo inclui o conhecimento sobre as demandas de uma tarefa, o conhecimento sobre suas próprias capacidades para dominar uma tarefa e o conhecimento sobre as estratégias disponíveis (Flavel, 1979).

tipo de desenho que proporciona ao estudante entender a situação-problema e servir como meio de avançar no desenvolvimento da atividade (Van Meter; Firetto, 2013).

Levando em consideração essas discussões já identificadas na literatura, a presente pesquisa se propõe a olhar para a produção de desenhos dos estudantes dos anos iniciais e investigar como eles colaboram para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. As argumentações apresentadas resultam de pesquisa empírica realizada com estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental que, ao desenvolver atividades de modelagem usam desenhos para mediar seus encaminhamentos.

### **Modelagem Matemática e a Sala de Aula**

Em termos gerais, a modelagem matemática tem em uma situação da realidade a sua origem e tem como característica essencial a possibilidade de abarcar a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à Matemática, caracterizando-se como um conjunto de procedimentos que constituem estratégias de ação do modelador em relação a um problema (Almeida, 2018; Blum, 2015).

Na sala de aula, a modelagem matemática pode ser uma alternativa às práticas habituais, que, mediando ensino e aprendizagem, leva os estudantes, sob a orientação do professor, a problematizar e investigar situações da realidade e a pensar e discutir meios, fundamentados na matemática, para solucionar problemas (Tortola; Almeida, 2022). Esse encaminhamento, em linhas gerais, conduz os estudantes a realizar uma leitura da realidade e a produzir uma estrutura matemática, um modelo matemático, para expressar suas impressões e conclusões a respeito da situação que investigam.

O modelo matemático, conforme sugere Lesh (2010), é um sistema que: inclui variáveis; expressa relações entre variáveis; requer operações que indicam como essas variáveis se relacionam; e, por fim, segue regras e padrões definidos no interior desse sistema (algébrico, aritmético, geométrico, gráfico, por exemplo). Assim, um modelo matemático, pode ser uma equação, uma função, mas também um gráfico, uma tabela, um desenho, um conjunto de operações, dependendo do nível de escolaridade em que a atividade de modelagem está sendo realizada e dos objetivos do professor. Sendo o foco da presente pesquisa a modelagem matemática realizada por estudantes do Ensino Fundamental, os modelos construídos têm essas características: são figuras, desenhos e a representação algébrica de cálculos envolvendo as operações conhecidas pelos estudantes neste estágio da escolarização.

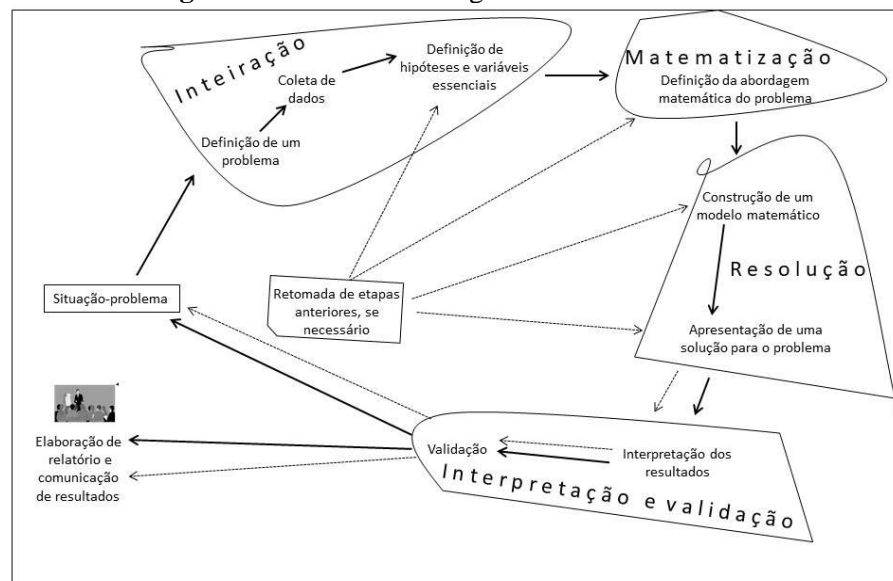
Os procedimentos relativos à interlocução entre matemática e realidade elucidada pela

modelagem matemática são, em geral, associados a fases ou etapas de modelagem que costumam ser indicados em esquemas reconhecidos como ciclos de modelagem matemática.

Almeida, Castro e Silva (2021) caracterizam seis fases e as alocam em um ciclo de modelagem matemática desenvolvida na sala de aula: inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação; elaboração de um relatório e comunicação de resultados (Figura 1).

A inteiração, segundo esses autores, refere-se ao ato ou efeito de inteirar-se, de informar-se sobre a situação a ser estudada; a matematização consiste na tradução do problema real em um problema matemático e implica o uso de uma linguagem matemática; na resolução o estudante resolve o problema matemático; na interpretação de resultados e validação, dá-se a interpretação dos resultados e a validação da resposta obtida para o problema real; finalmente, na sala de aula, os estudantes compartilham seus resultados, defendem seus procedimentos e respostas e produzem um relatório.

**Figura 1:** Ciclo de modelagem matemática



Fonte: Almeida, Castro e Silva (2021)

A transição entre as diferentes fases de uma atividade de modelagem matemática pode configurar um desafio e, além do uso de conceitos e métodos, demanda, dos estudantes, estratégias para a superação de dificuldades emergentes (Blum, 2015; Almeida; Castro, 2023). Neste contexto, Rellensmann *et al.* (2022) apontam o traçado de desenhos como possível suporte à resolução de um problema definido em uma situação da realidade.

### Conhecimento Estratégico e a Estratégia de Construir um Desenho

Segundo Corrêa (2021, p.44) o conhecimento estratégico diz respeito ao conjunto de

“táticas de resolução, aplicabilidade e eficácia referentes às demandas da tarefa e do contexto para atingir os resultados pretendidos”. Assim caracterizado, o conhecimento estratégico orienta o estudante na seleção da estratégia mais adequada e dos procedimentos que podem tornar eficiente a realização de uma atividade.

Neste contexto, Borkowski, Chan e Muthukrishna (2000) propõem o conhecimento de estratégias específicas como meio de identificar em que circunstâncias uma determinada estratégia pode ser utilizada, como ela pode ser executada e quais características podem promover seu uso eficiente. Assim, se uma estratégia for eficaz em uma determinada atividade, o conhecimento específico da estratégia é fortalecido, favorecendo seu uso em atividades semelhantes, ampliando e enriquecendo o repertório estratégico do estudante.

O uso do desenho é uma estratégia que faz parte deste arsenal de possibilidades de que o indivíduo pode se valer para alcançar os objetivos de uma tarefa cognitiva e que decorrem de conhecimento estratégico (Flavel, 1976; Corrêa, 2021).

Rellensmann *et al.* (2022), propõem o desenvolvimento do uso do desenho como um conhecimento estratégico capaz de promover o uso eficiente do desenho em atividades de modelagem matemática e fortalecer, gradualmente, a capacidade do estudante de selecionar e usar a estratégia de construir um desenho de maneira apropriada. Usar assim o desenho implica em conhecer as características do desenho que representa adequadamente a estrutura de um problema (por exemplo, a representação correta de objetos e a indicação de informações numéricas pertinentes).

Van Meter e Firetto (2013) sugerem uma estrutura para explicar processos cognitivos e metacognitivos subjacentes à construção de um desenho com finalidades específicas na sala de aula. Segundo esses autores, a construção de um desenho associado à resolução de um problema não é algo simples e requer do estudante constantes idas e vindas entre representações internas (mentais) e representações externas (símbolos usados no desenho). De acordo com esses autores, o processo de construir um desenho inicia-se com uma representação superficial, buscando por elementos essenciais da situação ou tarefa. Em seguida, os estudantes estabelecem conexões entre os elementos selecionados, formando uma representação proposicional da situação. Esta transição refere-se a um processo de organização dos elementos selecionados, buscando por relações estruturais. A partir da representação proposicional, os estudantes tentam compreender a situação fazendo algumas idealizações com base em seu conhecimento prévio, caracterizando um modelo preliminar (em geral, mental) da situação. Esse modelo preliminar é traduzido em uma imagem perceptiva da situação, que é externalizada pela construção de um desenho.

Essa estrutura pressupõe processos recursivos entre as etapas e o estudante pode voltar a estágios anteriores para esclarecer relações entre as informações. Além disso, segundo Van Meter e Firetto (2013), é possível que aspectos das representações superficial e proposicional sejam traduzidos diretamente em uma imagem perceptiva, caso em que os estudantes aceleram a construção do desenho. Assim, a ação de construir um desenho envolve processos cognitivos de seleção, organização, integração e compreensão de informações descritas na situação em estudo o que, segundo Rellensmann *et al.* (2022), favorece a resolução de um problema.

Zúñiga (2013) considera que, ao se deparar com um problema, o estudante se envolve em um contexto real e, algumas vezes, próximo a ele, para então criar uma representação pictórica que permite visualizar uma forma de proceder na resolução.

Diferentes tipos de desenhos podem ser construídos pelos estudantes para apoiar o processo de resolução de um problema, sendo sua variação de acordo com características específicas, podendo ser classificados como desenhos situacionais, esboços ou desenhos matemáticos (Rellensmann *et al.*, 2022).

Os desenhos situacionais retratam com detalhes a situação de estudo em que os objetos são representados de acordo com sua aparência física. Esse tipo de desenho pode apoiar o estudante na compreensão e estruturação do problema, de modo que informações implícitas podem tornar-se aparentes no desenho, favorecendo a visualização de elementos matemáticos (Rellensmann *et al.*, 2022).

O desenho como esboço consiste em um traçado inicial e simplificado de um objeto ou de uma situação, geralmente expresso por meio de linhas e traços grosseiros que podem evoluir para um desenho mais elaborado. Neste tipo de desenho, não há a preocupação de representar a situação com riqueza de detalhes ou exatidão, visto que inclui uma visão geral de algo em que o foco não está na estética (Rellensmann, Schukajlow e Leopold, 2019). Segundo Bräuer, Leiss e Schukajlow (2021), ao resolver um problema, os estudantes podem utilizar um esboço como estratégia para entender os objetos e suas relações, servindo de apoio para a matematização da situação, na medida em que aspectos matemáticos implícitos podem emergir quando da produção de um esboço relativo à situação, favorecendo a identificação de elementos adequados para a construção de um modelo matemático.

O desenho matemático, por sua vez, caracteriza-se como uma representação dos elementos e informações matemáticas essenciais da situação em estudo. Nele são sistematizadas características pertinentes em que as informações que estão implícitas na descrição do problema podem tornar-se aparentes no desenho, contribuindo para que os estudantes façam inferências sobre a sua resolução. Um desenho matemático pode auxiliar na observação de conceitos e

métodos matemáticos que até então estavam despercebidos. Os objetos e as suas conexões são indicados nos desenhos por meio de números, variáveis, setas sinalizando distância, diagramas, gráficos, tabelas, entre outros (Rellensmann *et al.*, 2022).

Na sala de aula, os diferentes tipos de desenhos construídos pelos estudantes, podem incluir características mistas, de modo que um mesmo desenho pode incluir informações matemáticas, da situação e traços esboçados. A este respeito, Rellensmann *et al.* (2022) consideram que um desenho pode ser classificado de acordo com a predominância e fidelidade dos objetos representados, sendo situacional se incluir mais informações relativas à situação e matemático se incluir mais informações matemáticas. No entanto, Rellensmann *et al.* (2022) salientam que o desenho matemático exige um nível de abstração mais elevado, pois deve se concentrar na estrutura matemática daquilo que pretende representar.

Além disso, o uso de desenhos como estratégia para resolver problemas pode se dar espontaneamente ou por uma intervenção estratégica do professor. O uso espontâneo diz respeito a uma construção intuitiva do estudante, ou seja, sem a mediação do professor. Em contrapartida, a construção de um desenho pode ser motivada por uma intervenção estratégica do professor, instigando os estudantes a construir um desenho para resolver um problema, ou dar *feedbacks* aos estudantes quanto à ausência de objetos relevantes e suas representações no desenho (Rellensmann, Schukajlow e Leopold, 2019). De acordo com Rellensmann *et al.* (2022), a intervenção estratégica do professor visa contribuir com a efetividade do uso de desenhos, de modo a estimular uma abordagem estratégica da tarefa e auxiliar os estudantes a superar uma possível dificuldade no processo de resolução, preservando sua autonomia. Tanto os desenhos espontâneos quanto aqueles instruídos são considerados estratégicos, pois envolvem processos cognitivos e metacognitivos que descrevem informações visuais ou espaciais da situação de estudo, configurando-se como exteriorização de uma forma de imagem esboçada na mente (Van Meter; Firetto, 2013).

### **Aspectos Metodológicos**

A pesquisa, tendo por base a metodologia de pesquisa qualitativa, segue uma abordagem descritiva e interpretativa e tem como característica essencial a compreensão do fenômeno investigado (Moraes, 2003). Nesse sentido, a análise dos dados foi inspirada nos procedimentos da análise qualitativa de conteúdo, proposta por Mayring (2014).

A análise qualitativa de conteúdo pode ser entendida como uma técnica de análise de dados guiada por etapas adaptadas em conformidade com os objetivos de pesquisa na intenção de buscar a compreensão do fenômeno investigado (Mayring, 2014). Primeiramente, realiza-se

a transcrição dos dados (áudios, vídeos, entrevistas, anotações em diário de campo e relatório entregue pelos grupos). Em seguida, delimita-se a direção da análise em relação ao objetivo pretendido, buscando indicativos do uso do desenho no desenvolvimento das atividades e, a partir da transcrição, foram identificadas as unidades de análise. Por fim, utiliza-se a técnica explicativa para análise dos dados, que consiste em usar a literatura para descrever e interpretar o que foi explorado e observado no material de análise em que a descrição e interpretação desses elementos oferece indicativos para a discussão.

Na investigação da colaboração do desenho para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática foi realizada uma pesquisa empírica com uma turma de vinte e cinco estudantes do quinto ano do Ensino Fundamental, cujas idades estão entre dez e treze anos. Em aulas regulares de matemática, cuja professora é uma das autoras do presente artigo, foram desenvolvidas atividades de modelagem matemática, sendo os estudantes agrupados em cinco grupos. No presente texto, são apresentadas duas dessas atividades, tendo como tema a arborização da escola e climatização da sala de aula. Para a atividade com tema arborização da escola, são analisados o desenvolvimento realizado pelos grupos Grupo 3 (G3), cujos integrantes foram codificados como A10, A18, A21, A22, A23 e Grupo 5 (G5) em que os estudantes A1, A4, A5, A11, A25 estão incluídos. Na atividade com tema climatização da sala de aula é considerada a resolução do Grupo 4 (G4), composto pelos estudantes A12, A14, A15, A20, A24. A seleção dessas atividades e a escolha dos grupos se deu pelo potencial dos desenhos construídos e das informações obtidas por meio de registros escritos e gravações.

## **Os Desenhos dos Estudantes nas Atividades de Modelagem Matemática**

### **Atividade 1: Arborização da Escola**

O tema Arborização da Escola foi proposto pela professora a partir de um projeto envolvendo a temática Educação Ambiental na Escola. Para esta atividade foram apresentados aos estudantes dados relativos à arborização urbana na cidade e no entorno da escola. A atividade teve início com uma discussão orientada pela professora incluindo questões como: As árvores são importantes? Quantas árvores há na escola? Essa arborização está adequada? Quais são possíveis benefícios dessas árvores para a comunidade escolar? Os estudantes manifestaram então interesse em investigar a temática e planejar a arborização a ser realizada na escola. Para iniciar o estudo da situação na sala de aula, a professora apresentou informações conforme consta no Quadro 1.

#### **Quadro 1: Situação-problema Arborização da Escola**





### Arborização da Escola

O prédio da escola encontra-se em processo de ajustes e finalizações, e ainda não possui arborização em suas áreas. Dentre vários aspectos positivos da arborização, destaca-se o conforto térmico associado à umidade do ar, à redução dos níveis de poluição e à melhoria da infiltração da água no solo. Uma maneira de otimizar os benefícios proporcionados pelas árvores é plantá-las respeitando distanciamentos e disposições adequadas para cada espécie. De modo geral, para as espécies que podem ser plantadas na área próxima à escola, o espaçamento entre uma árvore e outra deve respeitar a distância mínima de 3 metros. A arborização implantada de forma mal planejada pode proporcionar danos à rede elétrica, calçadas, muros e telhados. Desta forma, é essencial a escolha de espécies adequadas. É possível ver detalhes de espécies de árvores indicadas para arborização urbana na Tabela a seguir.

Espécie	Nome Popular	Altura (metros)	Valor Unitário
<i>Thevetia peruviana</i>	Chapéu-de-napoleão	4-5	R\$38,00
<i>Bauhinia forficata</i>	Pata-de-vaca	5-8	R\$22,90
<i>Caesalpinia pulcherrima</i>	Flamboianzinho	3-4	R\$20,90
<i>Senna bicapsularis</i>	Canudo-de-pito	3-4	R\$27,90
<i>Lagerstroemia</i>	Estremosa	5-8	R\$32,90

Fonte: Apolinário (2009)

**Problema:** Levando em consideração as informações apresentadas e os benefícios que as árvores podem proporcionar à escola, pense você: Quantas árvores são necessárias para arborizar as áreas livres da escola? Quanto custará essa arborização?



Fonte: Dados da pesquisa

A partir da leitura e conversa sobre a situação da arborização na escola, os estudantes foram organizados em cinco grupos. Considerando a extensão do texto, no artigo é discutida a resolução de dois grupos, do Grupo 3 (G3), cujos integrantes foram codificados como A10, A18, A21, A22, A23 e do Grupo 5 (G5) em que os estudantes A1, A4, A5, A11, A25 estão incluídos.

A partir das informações sobre as espécies, foram definidos os espaços em que as árvores seriam plantadas. Cada grupo estabeleceu critérios e estratégias para determinar quantas árvores seriam necessárias para a arborização, levando em consideração as informações recebidas. Considerando a extensão das áreas livres na escola, cada grupo definiu uma área a ser arborizada, sendo elas: laterais (1) e (2), jardins (3) e (4) e estacionamento (5), conforme identificadas na imagem do Quadro 1.

Os estudantes do grupo G3 consideraram, inicialmente, que as informações apresentadas pela professora não seriam suficientes para responder às questões, sendo necessário conhecer as medidas de cada região a ser arborizada. Acompanhados pela professora, os estudantes realizaram medições no espaço previamente escolhido por cada grupo, conforme indica a Figura 2.

**Figura 2:** Coleta de dados realizada pelos estudantes



Fonte: Dados da pesquisa

A partir da obtenção das medidas de cada região, algumas discussões foram iniciadas mediadas por questionamentos feitos pela professora: O que vocês podem fazer agora que conhecem as medidas dos espaços que serão arborizados? A escolha das espécies de árvores seguirá algum critério ou serão escolhidas ao acaso? Como será realizado o plantio?

Os estudantes começaram a expor suas ideias e dentre elas as informações selecionadas que consideraram relevantes: a cada três metros será plantada uma árvore; a escolha da espécie se dará de acordo com a estatura que a árvore pode atingir e o local do plantio; as árvores serão escolhidas de acordo com o menor custo.

A seleção de informações direcionou os estudantes à matematização da situação, visando encontrar meios para determinar a quantidade necessária de árvores para a arborização da escola e o custo aproximado. Neste momento, as variáveis envolvidas na situação foram colocadas em evidência (distância mínima entre as árvores e medidas do espaço a ser arborizado). O diálogo a seguir evidencia a iniciativa dos estudantes de construir um desenho para representar os elementos envolvidos na situação e a Figura 3 ilustra esse momento.

A22: [...] Vamos ver: a gente tem que descobrir quantas árvores dá para plantar nessa lateral. (Leitura da atividade em voz alta. Durante a leitura sublinha e anota na folha de resolução a indicação de distância mínima necessária entre uma árvore e outra (Figura 3).

A21: A medida da lateral é 30m de comprimento e 4m de largura. Vamos simular como se fosse o espaço aqui no papel. (Começa a medir com a régua a folha de sulfite e desenha um retângulo para representar o espaço a ser arborizado) – então como o comprimento é de 30 m, vamos usar 30 cm, a largura de 4 m, vamos riscar 4 cm.

A18: Ah... Deu para entender agora! Nessa parte de dentro as árvores serão plantadas. Dá para a gente ir medindo a distância entre uma e outra fazendo desse jeito. (se referindo a sugestão de A21 de utilizar um raciocínio proporcional as medidas reais).

**Figura 3:** Estudantes realizando o traçado de desenhos para a atividade Arborização da Escola

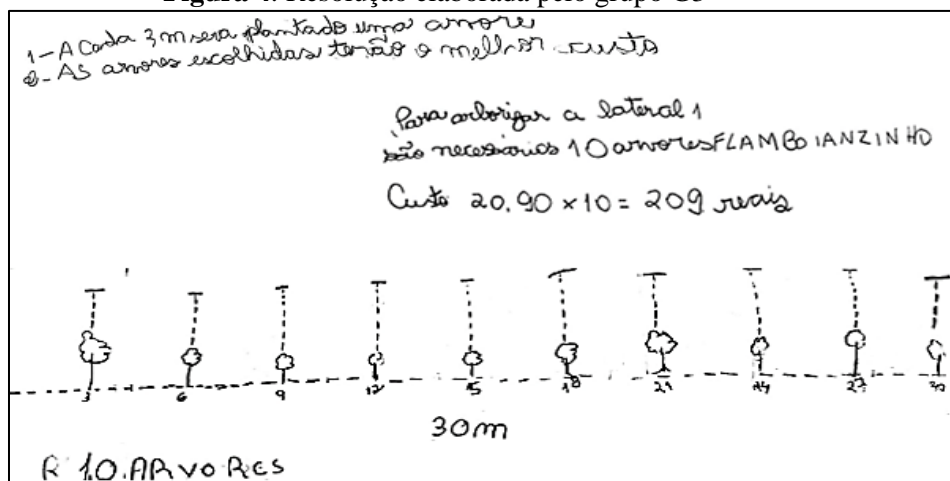


Fonte: Dados da pesquisa

O diálogo do grupo G3 sinaliza a ativação e mobilização de processos cognitivos de seleção, organização e estruturação de informações, conforme caracterizados por Van Meter e Firetto (2013), em que os estudantes buscaram por elementos essenciais da situação investigada por meio de leituras exploratórias, identificaram os objetos e as informações numéricas relevantes para a resolução do problema e organizaram essas informações no desenho, estabelecendo relações por meio de uma estruturação a partir da qual compreenderam especificidades da situação investigada.

Esse movimento promoveu a iniciativa de representar e explicar a situação por meio da construção de um desenho (Figura 4). A estratégia viabilizou aos estudantes encontrar meios para resolver o problema, influenciando na matematização e na obtenção do modelo matemático.

**Figura 4:** Resolução elaborada pelo grupo G3



Fonte: registro escrito do grupo G3

O que se pode caracterizar como modelo matemático nessa situação inclui o próprio desenho em que os estudantes, ao mesmo tempo que traçaram com riqueza de detalhes as informações descritas na situação, também incluíram informações matemáticas que foram conhecendo no decorrer da exploração do problema e das medições que realizaram na lateral (1). O traçado realizado pelo grupo associa-se a uma ideia de proporcionalidade, em que a linha

seccionada possui 30cm e corresponde ao local que se pretende arborizar e que equivale a 30m de comprimento. Além disso, os estudantes utilizaram a mesma regra para representar a distância de 3m, necessária entre uma árvore e outra, que no desenho corresponde a 3cm.

A partir desse encaminhamento, o grupo G3 evidenciou que para a arborização da lateral (1) serão necessárias aproximadamente dez árvores. Os estudantes optaram pela espécie Flamboianzinho (ver Quadro 1) devido ao menor custo, estimado em duzentos e nove reais.

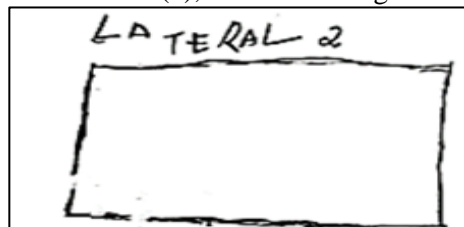
O desenho da Figura 4 indica uma conexão com a situação real em que os objetos representados – árvores e espaço a ser arborizado – incluem detalhes e semelhanças relativas às suas características físicas, o que segundo Rellensmann, Schukajlow e Leopold (2019), caracteriza-o como desenho situacional. O desenho situacional, além expressar detalhes da situação desenhada, também inclui informações matemáticas relevantes do que está sendo desenhado, como é o caso da medida do espaço e a distância necessária entre as árvores, nessa situação.

Os estudantes do grupo G5, por sua vez, iniciaram o processo de matematização discutindo estratégias que permitissem determinar a quantidade de árvores necessárias para a arborização da lateral (2). Dentre os encaminhamentos por eles mencionados, surgiu uma ideia de representação figural para a situação. No entanto, a estratégia não foi acolhida pelo grupo e os diálogos sinalizam que alguns estudantes não consideram o desenho uma boa estratégia para subsidiar a resolução do problema, conforme sinaliza o diálogo a seguir.

A5: Então, como a gente vai saber quantas árvores cabem nessa lateral?

A25: A gente tem essas informações (indica com dedo as informações anotadas no relatório do grupo).

A1: Vamos tentar fazer um desenho dessa parte, é como se fosse essa figura. (Estudante realiza o traçado de um esboço de um retângulo, representando como lateral (4), conforme Imagem a seguir).



A11: Não! Acho que não precisa.

A4: Podemos fazer a conta direto.

A1: E o que nós vamos calcular?

A25: Dá para pegar os 40m da lateral e fazer menos 3 que é a distância para plantar as árvores.

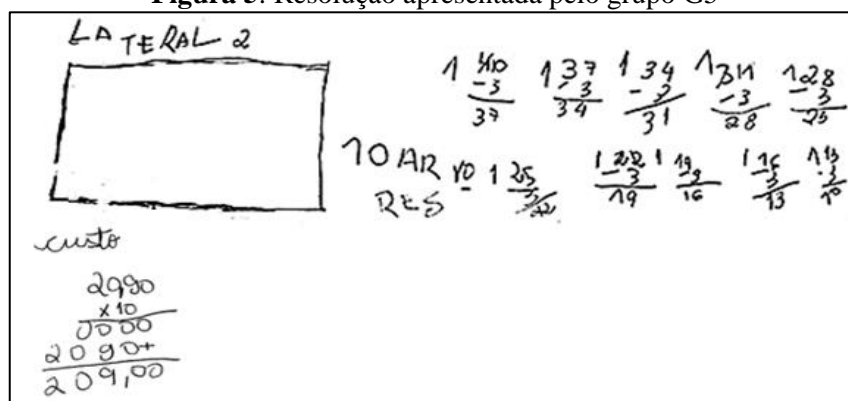
A5: Sim. Daí nós vamos diminuindo de 3 em 3 para saber a quantidade de árvores.

Neste momento, os estudantes do grupo procuraram entender a situação e familiarizar-

se com os aspectos relevantes, identificando a distância mínima necessária entre uma árvore e outra e a medida do espaço a ser arborizado. Entretanto, conforme apontam Rellensmann, Schukajlow e Leopold (2019), a ausência de relações e informações relevantes para a situação no desenho, pode servir como indício para indicar uma possível dificuldade de compreensão dos estudantes, pois evidencia uma tentativa de representar a estrutura do problema investigado.

A representação inicial realizada pelo grupo G5 é expressa por meio de traços grosseiros, em que os objetos relevantes, suas relações e informações numéricas não são incluídas no desenho. Considerando essas particularidades, o desenho construído se caracteriza como um esboço uma vez que os números e suas relações com a situação podem ser visualizados como objetos figurados expressos por linhas e figuras que se unem para representar algo (Bräuer; Leiss; Schukajlow, 2021). Os procedimentos dos estudantes associados a esse diálogo são apresentados na Figura 5.

**Figura 5:** Resolução apresentada pelo grupo G5



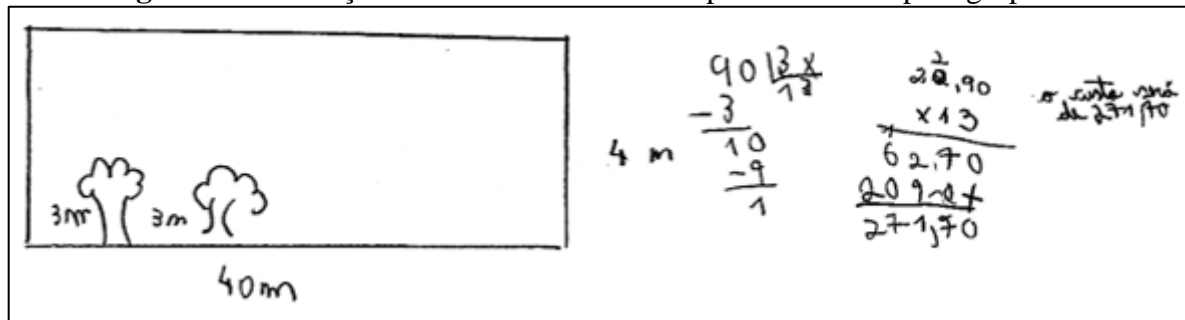
Fonte: Registro escrito do G5

O modelo matemático nesse caso é resultado das operações aritméticas, em que os estudantes associam a medida do espaço a ser arborizado (40m) a uma subtração entre a distância necessária entre uma árvore e outra (3m). Com esse procedimento, os estudantes evidenciaram que para arborização da lateral (2) seriam necessárias, aproximadamente, dez árvores sendo a espécie escolhida o Flamboianzinho.

O grupo, entretanto, não foi preciso ao utilizar esse critério, de modo que associam apenas 10 árvores para a arborização do espaço, não se atendo que a partir da informação considerada de que uma árvore seria plantada a cada 3 metros e de acordo com as medições realizadas, um número maior de árvores poderia ser considerado para a arborização do espaço. Então, a professora realizou uma intervenção, fornecendo um *feedback* aos estudantes quanto a ausência de informações relevantes no desenho e levanta os seguintes questionamentos: É

possível visualizar a situação no desenho construído? O desenho construído pode ser complementado? É sugerida então, pela professora a construção de um desenho que represente a situação, visando determinar a quantidade de árvores necessárias para arborização do espaço, conforme Figura 6.

**Figura 6:** Construção de desenho e revisão de procedimentos pelo grupo G5



Fonte: Relatório do grupo G5

Nesse caso a orientação da professora permitiu que os estudantes avançassem na matematização e utilizassem o desenho como instrumento de auto avaliação que guia a ressignificação, ou ainda, um instrumento de *feedback*, pois o processo recursivo orientado pelo desenho serviu de base para a compreensão e representação da situação. Esta evidência corrobora com a estrutura do funcionamento cognitivo proposta por Van Meter e Firetto (2013), sinalizando a mobilização de estratégias metacognitivas mediante as demandas do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, em que a partir de um esboço inicial, o grupo G5 determinou uma quantidade de árvores necessária para arborização da lateral (2), mas após uma auto avaliação desse desenho, optou por outro encaminhamento, chegando à conclusão de que um número maior de árvores é necessário. As informações do desenho, entretanto, precisam ser complementadas com os cálculos para determinar a quantidade de árvores a ser plantadas na lateral (2).

O desenho construído pelo grupo G5, inclui tanto características matemáticas, como por exemplo, a representação de um retângulo para se referir ao espaço a ser arborizado e sua dimensão, quanto características situacionais, como a representação de árvores e a indicação do espaçamento entre elas. Considerando a assertiva de Rellensmann, Schukajlow e Leopold, (2019) de que o desenho matemático deve se concentrar na estrutura matemática do problema, o desenho do grupo pode ser classificado como situacional, ainda que, diferentemente do desenho do outro grupo, não inclua o número total de árvores.

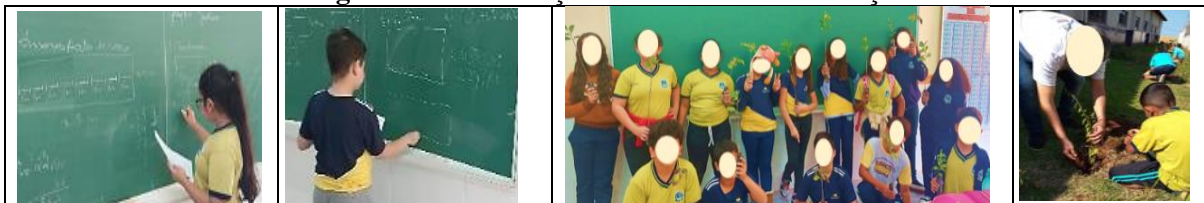
O desenho construído por G5 sinaliza uma fragilidade no processo de matematização, uma vez que os estudantes consideram uma distância inicial de 3m para o plantio da primeira

árvore (Figura 6), quando na verdade, a primeira árvore poderia estar no início da linha. Para matematização, fundamentaram-se em operações aritméticas de divisão entre a medida do espaço a ser arborizado (40m) e a distância necessária entre uma árvore e outra (3m) (Figura 6). Nesse momento, os estudantes evidenciaram que para arborização da lateral (2) seriam necessárias aproximadamente treze árvores, que para a espécie selecionada, implica em um custo de R\$271,70.

Para socialização dos resultados, cada grupo escolheu um representante para apresentar os encaminhamentos realizados. A partir das resoluções apresentadas pelos grupos G3 e G5, evidenciou-se que para a arborização das laterais (1) e (2) serão necessárias cerca de 23 árvores e os estudantes de ambos os grupos fizeram a escolha da espécie levando em consideração o menor valor. Assim, os estudantes optaram por árvores do tipo Flamboianzinho, totalizando para a arborização das laterais, um custo aproximado de R\$480,70.

Para validação dos resultados, a pedido da escola, o secretário do Meio Ambiente do município realizou uma avaliação dos espaços a serem arborizados e evidenciou que para arborização das laterais (1) e (2) seriam necessárias 21 mudas. Logo, as resoluções encontradas foram consideradas satisfatórias. A figura 7 indica os momentos de socialização dos resultados e validação.

**Figura 7:** Comunicação dos resultados e validação



Fonte: Dados da pesquisa

## **Atividade 2: Climatização da Sala de Aula**

A atividade Climatização da sala de aula foi desenvolvida em atendimento a uma queixa dos estudantes relacionada a um problema enfrentado na sala de aula: a sensação térmica. Questionados pela professora sobre causas desse desconforto térmico enfrentado na sala, os estudantes citaram alguns fatores, segundo suas experiências cotidianas, como: poucos ventiladores, falta de arborização, quantidade excessiva de estudantes no espaço, uniforme escolar, entre outros. A partir dessa conversa, deu-se início a uma discussão na sala em que os estudantes começaram a expor fatores que consideraram pertinentes para a climatização da sala de aula, dentre eles, a instalação de aparelhos de ar-condicionado, conforme evidencia o diálogo a seguir.

A14: Poderia mudar o modelo do uniforme, fazer uma regata [...].

A9: Ah, acho que só um ar condicionado para dar jeito.

A11: É verdade, quando a gente entra em um banco é fresquinho [...].

P: Vocês concordam que deveriam colocar um ar condicionado na sala?

A16: Sim! Mas deve ficar caro.

A7: A gente tinha que pesquisar o preço, daria até para fazer uma promoção na escola para arrecadar o dinheiro.

Durante o diálogo, os estudantes manifestaram interesse em investigar como se daria a instalação de aparelhos de ar-condicionado na sala. Para subsidiar a formulação do problema a ser investigado, realizaram pesquisas no laboratório de informática (Figura 8) baseados na situação escolhida. O problema que se propuseram resolver é: Quantos aparelhos de ar-condicionado são necessários para a climatização da sala de aula? Qual é o custo para instalação destes aparelhos?

**Figura 8:** Estudantes no laboratório de informática



Fonte: Dados da pesquisa

Para complementar as informações coletadas no laboratório, os estudantes realizaram um orçamento com uma empresa da região a respeito de características dos aparelhos de ar-condicionado, como modelos, valores e a potência de refrigeração. As informações coletadas constam no Quadro 2.

**Quadro 2:** As informações sobre a situação

#### **Climatização da sala de aula**

De acordo com o Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), novembro de 2023 foi marcado por uma intensa onda de calor que deixou um recorde histórico de temperatura no país. As altas temperaturas associadas a um ambiente sem climatização adequada podem ocasionar algumas consequências, como irritabilidade, estresse, cansaço e sonolência. Esses fatores acabam interferindo no dia a dia dos estudantes nas salas de aula. A curto prazo, o desconforto térmico pode ser mediado pela instalação de aparelhos de ar-condicionado, os quais contam com um sistema interno capaz de transformar o ar quente do ambiente externo em ar frio, proporcionando o bem-estar.

A climatização da sala de aula não envolve apenas a compra e instalação de aparelhos de ar-condicionado. É preciso fazer um estudo considerando a quantidade de estudantes que permanecem na sala bem como a área da sala a fim escolher a potência adequada do aparelho que pode ser verificada pela quantidade de BTU<sup>4</sup> (*British Thermal Unit*). Quanto mais BTUs ele possuir, maior é a sua capacidade de refrigeração.

Para calcular a quantidade de BTU adequada para refrigerar um cômodo, devemos pensar na sua área

<sup>4</sup> BTU é a sigla para British Thermal Unit ou, na tradução livre, Unidade Térmica Britânica. É uma unidade de medida de potência de refrigeração de um aparelho de ar-condicionado.





uma vez que são necessários 600 BTUs por m<sup>2</sup>. A quantidade de pessoas que frequentam o local também influencia na temperatura obtida com o uso do aparelho. Recomenda-se somar 600 BTUs para cada pessoa. A escolha adequada proporciona maior conforto para o ambiente, resfriamento mais rápido e eficiente, temperatura bem distribuída no espaço e economia com manutenções.

Para estimar os gastos com a refrigeração de uma sala de aula, foram coletados dados com uma empresa local, conforme consta na Tabela a seguir.

**Tabela:** Preços aparelhos de ar-condicionado

Modelo	Quantidade de BTU	Custo (aparelho e instalação)
Split Lg Dual Inverter Voice	9000	R\$ 2519,00
Split Samsung Digital Inverter Ultra	12000	R\$ 2934,00
Split HW Philco	18000	R\$ 3699,00
Split Inverter Samsung WindFree	22000	R\$ 5599,00
Philco split	30000	R\$ 6839,90

Fonte: empresa local

**Problema:** Quantos aparelhos de ar-condicionado são necessários para a climatização da sala de aula? Qual será o custo para instalação destes aparelhos?

Fonte: Dados da pesquisa

Após a coleta de informações e definição do problema, os estudantes, em seus respectivos grupos, se engajaram em discussões a respeito das características e especificidades da situação, buscando estabelecer critérios e estratégias para determinar a quantidade necessária de aparelhos de ar-condicionado para a climatização da sala de aula e o custo aproximado. Nesta atividade, nos referimos à resolução do Grupo 4 (G4), composto pelos estudantes: A12, A14, A15, A20, A24. O diálogo transcrito a seguir dá indícios de como se daria o encaminhamento da atividade pelo grupo.

A24: Eu acho que um aparelho é suficiente. Vamos pegar o mais barato.

A14: A quantidade de estudantes influencia, aqui é quase trinta! Colocar qualquer um não vai resolver.

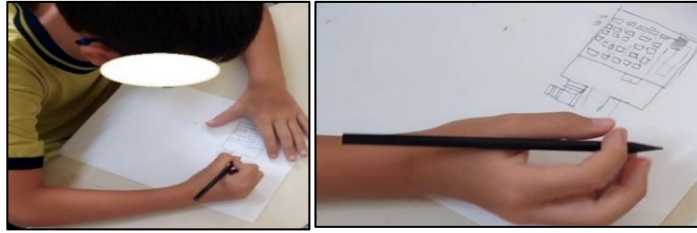
A12: Sempre chega estudante novo, essa quantidade ainda pode aumentar até o fim do ano.

A20: Sim. A gente também vai precisar... – (aluna faz uma leitura das informações coletadas) – do tamanho da sala, podemos usar a trena.

A14: Daí, dos aparelhos que atenderem esses critérios, a gente escolhe o mais barato.

O diálogo sinaliza a intenção dos estudantes em selecionar e organizar as informações relevantes para o estudo da situação. Após as medições na sala de aula com o auxílio de uma trena disponibilizada pela professora, um dos integrantes tomou a iniciativa de propor uma possibilidade para a matematização da situação, conforme sugere a transcrição de diálogo entre os estudantes do Grupo 4.

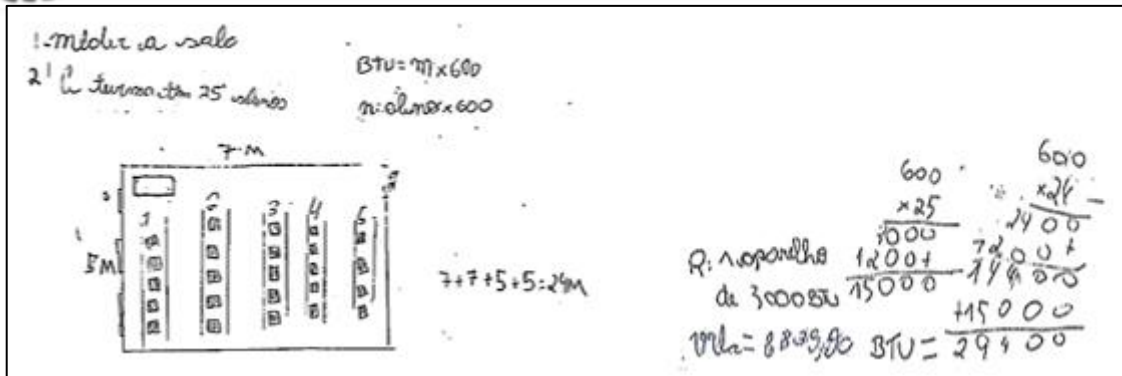
A20: A gente tem isso aqui como a sala de aula, as filas, a mesa da professora [...] – (estudante realiza o traçado de um desenho) – essa parede tem 7m, essa outra parede tem 5m.



- A14: E para saber o tamanho total?  
A20: [...] a gente pode somar tudo.  
A15: Aquela do contorno, né?  
A14: Será que é o contorno mesmo?

O desenho elaborado pelo Grupo 4 apresenta uma conexão com a situação investigada e os objetos desenhados incluem detalhes e semelhanças referentes às suas características físicas. Essas especificidades caracterizam o desenho como situacional (Rellensmann; Schukajlow; Leopold, 2019). Além disso, durante a construção do desenho, os estudantes discutem e especificam as relações entre as medidas coletadas e sua representação. Em uma primeira matematização, fazem uma analogia do desenho construído com uma situação vivenciada em aulas anteriores, envolvendo o conceito de perímetro. Apesar de A14 expressar incerteza quanto ao encaminhamento sugerido, o grupo utiliza essa relação para uma abordagem inicial da situação em que o modelo matemático é fundamentado em operações aritméticas de adição e multiplicação, evidenciando a necessidade de instalação de um aparelho de ar-condicionado com a potência de 30000 BTUs, conforme indica a Figura 9.

**Figura 9:** Resolução apresentada pelo grupo G4



Fonte: Relatório do grupo G4

Nesta primeira matematização, o grupo não se atentou para o fato de que a resolução do problema acionaria o conceito de área e a partir de alguns questionamentos feitos pela professora, o grupo percebeu que a solução apresentada para o problema não representa uma resposta satisfatória à questão e iniciaram uma nova discussão, conforme transcrição a seguir.

P: Então, o que vocês fizeram?

A20: A gente anotou as informações e daí desenhou para entender melhor. Daí nós somamos todas as medidas da sala e usamos a informação dos 600 BTUs para fazer as contas.

P: Essa soma:  $7m + 7m + 5m + 5m$ , o que representa?

A20: É o contorno da sala.

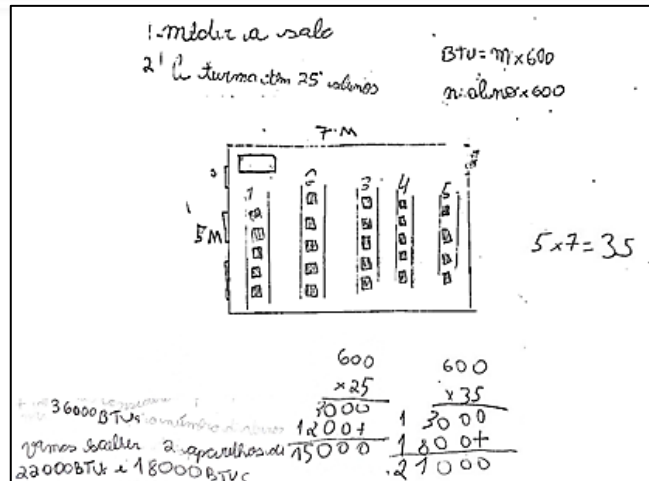
P: Esse contorno é o espaço que a gente ocupa na sala de aula?

A14: Ah... Eu acho que entendi. A gente fica sentado aqui – (referência ao desenho, Figura 9) – é essa parte de dentro que vai ficar “fresquinha”, dentro da sala!

A20: Bem isso, deu para perceber que tem coisa errada, precisamos calcular toda essa parte (gestos indicando parte interna do desenho, Figura 9).

Nesta situação, o desenho se configurou como um instrumento de *feedback*, possibilitando a identificação e correção de equívocos cometidos na matematização da situação. A partir dos ajustes realizados no modelo matemático, os estudantes evidenciaram que para a climatização da sala de aula seria necessário um aparelho de ar-condicionado com a potência aproximada de 36000 BTUs (Figura 10).

**Figura 10:** Ajustes na matematização do grupo G4



Fonte: relatório do grupo G4

As hipóteses assumidas pelo grupo (h1: a potência de refrigeração do aparelho deverá ser acima da quantidade mínima necessária, pois o número de estudantes poderá aumentar no decorrer do ano letivo; h2: a escolha do aparelho levará em consideração o atendimento das demandas da turma e o menor custo) e a informação de que não havia um aparelho com a potência de 36000 BTUs disponível, levou o grupo a evidenciar a necessidade de dois aparelhos de ar-condicionado, sendo um de potência de 22000 BTUs e outro de 18000 BTUs, totalizando um custo aproximado de R\$ 9298,00, entre compra e instalação.

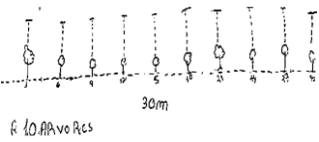
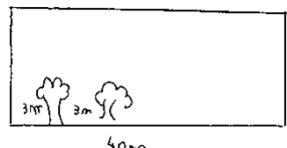
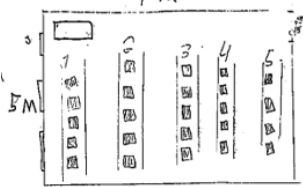
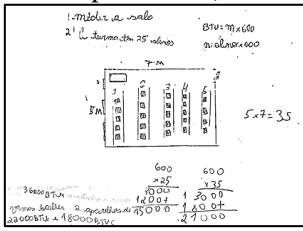
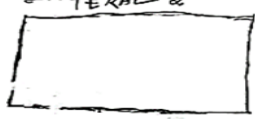

Cada grupo fez uma comunicação dos resultados aos demais estudantes, apresentando os encaminhamentos e resultados obtidos. A validação dos resultados ocorreu mediante comparação com o orçamento disponibilizado pela empresa em que parte dos dados foram coletados. De fato, em visita dos técnicos da empresa à escola, a sugestão foi de que dois aparelhos de ar-condicionado deveriam ser instalados, sendo um de 30000 BTUs e o outro 9000 BTUs, levando a um custo de, aproximadamente, R\$ 9358,90. Os estudantes, entretanto, ponderaram que a proposta da distribuição de aparelhos recomendada pelo grupo é mais adequada uma vez que tem um custo total inferior àquela apontada no orçamento da empresa.

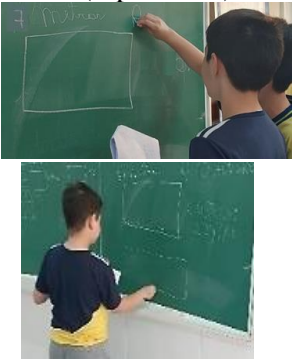
## Discussão e Resultados

As reflexões sobre como os desenhos colaboram para o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, consideram os desenhos elaborados, sua classificação e sua relação com as ações dos estudantes nas atividades. Considerando esse movimento, a partir do agrupamento das ações e discursos dos estudantes, identificamos como o uso de desenhos colaborou para o desenvolvimento das atividades de modelagem (Quadro 3).



**Quadro 3:** Elementos relativos às implicações do uso de desenhos em atividades de modelagem

Indicativos do uso do desenho	Tipo de desenho	Ações dos estudantes	Implicações para a atividade
<p><i>Arborização da Escola</i> A21: Vamos fazer como se fosse o pátio aqui no papel. A18: Nessa parte de dentro as árvores serão plantadas. Dá para a gente ir medindo a distância entre uma e outra.</p>	<p>Desenho situacional (espontâneo)</p> 	<p>Os estudantes construíram desenhos que se referem a objetos com detalhes e semelhanças. Além disso, informações e relações relevantes para a resolução do problema são representadas. Informações matemáticas são associadas às informações da situação.</p>	<p>Os desenhos apoiaram a inteiração com a situação, a compreensão da situação e a matematização</p>
<p><i>Arborização da Escola</i> A25: Tem que colocar como se fosse as árvores aqui [...]. A1: Está faltando o espaço entre uma e outra (se referindo às árvores).</p>	<p>Desenho situacional (motivado pela intervenção da professora)</p> 		
<p><i>Climatização da Sala de Aula</i> A20: A gente tem isso aqui como a sala de aula – (traçado de um desenho para simular a situação). A14: A gente fica sentado aqui – (referência ao desenho). A20: [...] precisamos calcular toda essa parte (gestos indicando parte interna do desenho).</p>	<p>Desenho Situacional (espontâneo)</p>  <p>Complementação entre desenho e cálculos (motivado pela professora)</p> 	<p>Um segundo desenho é realizado para corrigir um equívoco decorrente de uma interpretação da situação no primeiro desenho.</p>	<p>O desenho faz parte do modelo matemático.</p>
<p><i>Arborização da Escola</i> A1: Vamos tentar fazer um desenho dessa parte, é como se fosse essa figura [...]. A21: A gente tentou fazer uma simulação assim [...] (construção de desenho na lousa).</p>	<p>Esboços (espontâneos)</p>  	<p>Os estudantes traçaram esboços na tentativa de simplificar a situação, mas os objetos e relações não são especificadas no desenho.</p>	<p>O desenho proporcionou as simplificações, sendo o espaço real representado no desenho. Nas duas atividades o</p>

<p><i>Climatização da Sala de Aula</i> A20: A sala de aula é como se fosse isso (referência ao desenho). A14: Só depois que a gente percebeu que precisava calcular essa parte de dentro (indicação no esboço).</p>	<p>Esboço (espontâneo)</p> 	<p>Os desenhos do papel são reproduzidos no quadro para compartilhar com os colegas os resultados.</p>	<p>uso do desenho levou a um <i>feedback</i>, que guiou a ressignificação, apoiando a retomada da situação e a explicação de ideias e encaminhamentos</p>
---	--	--	---

Fonte: Construído pelas autoras

Nas duas atividades os estudantes fizeram desenhos com o objetivo de produzir imagens da situação e compreender características que até então não haviam sido percebidas. Assim, o uso de desenhos foi uma estratégia que permitiu encontrar meios para visualizar a situação, fazer contagens, usar proporções para as medidas e resolver o problema.

O processo de construção de desenhos, inicialmente espontâneo, se deu por meio de leituras exploratórias das informações fornecidas e coletadas sobre cada situação. Em seguida, os estudantes selecionaram as informações julgadas importantes para a resolução do problema e as organizaram na folha de resolução. Com a seleção e organização destas informações, estabeleceram relações por meio de uma estruturação a partir da qual compreenderam especificidades da situação e fizeram aproximações ou idealizações. Usando informações e conhecimentos prévios, chegaram ao que Van Meter e Firetto (2013) denominam de modelo preliminar da situação. Esse movimento, em certa medida, serviu como pano de fundo para a iniciativa de representar e explicar a situação por meio da construção de desenhos.

O traçado de desenhos no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática sinaliza uma mobilização do conhecimento estratégico de uso do desenho. De fato, os estudantes usaram a estratégia de fazer um desenho frente as demandas das atividades, aplicaram-na em sintonia com a estrutura da atividade e a utilizaram como meio de resolução do problema.

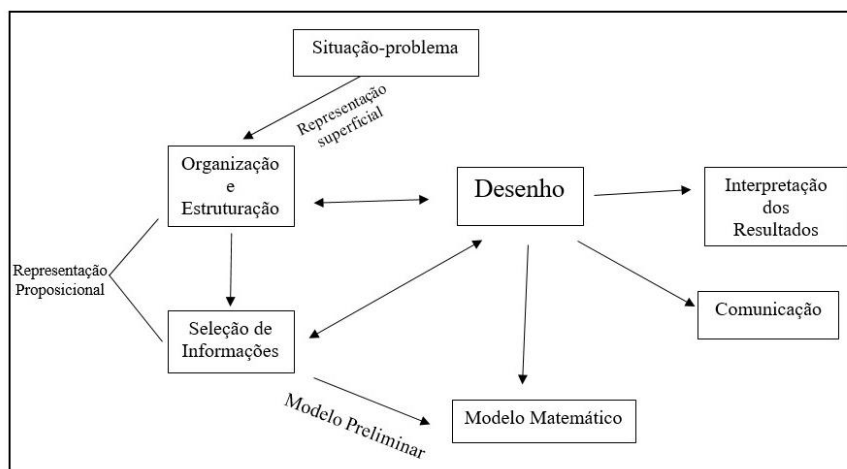
As implicações para a atividade apresentadas na última coluna do Quadro 3 indicam colaborações do uso estratégico do desenho para o desenvolvimento da atividade, sinalizando que elas se estenderam durante as diferentes fases do ciclo de modelagem.

De fato, os desenhos produzidos colaboraram para a compreensão da situação, a matematização e obtenção do modelo matemático, a interpretação dos resultados e explicação de procedimentos e escolhas realizadas no desenvolvimento das atividades. Assim, os desenhos

configuram-se como ferramenta para compreensão, para avançar na matematização, para avaliação e para comunicação. Além disso, a intervenção da professora contribuiu para a eficiência do uso do desenho, o que fortaleceu o repertório de conhecimento dos estudantes, na medida em que os direcionou a examinar o desenho produzido e utilizá-lo como instrumento para retomar etapas, definir novos encaminhamentos e rever a resposta.

Os indicativos dos processos subjacentes à construção de um desenho, estão em sintonia com a estrutura proposta por Van Meter e Firetto (2013), conforme Figura 11.

**Figura 11:** Processo de produção de desenhos no desenvolvimento das atividades



Fonte: Construído pelas autoras

De fato, as ações dos estudantes nas duas atividades de modelagem matemática relativamente à construção de um desenho, sinalizam que essa construção envolve processos cognitivos de seleção, organização, integração e compreensão de informações relativas à situação de estudo, corroborando com a estrutura do funcionamento cognitivo proposta por Van Meter e Firetto (2013).

### Considerações Finais

A investigação da colaboração do uso do desenho para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática identifica implicações desse uso para as ações de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental ao desenvolver atividades de modelagem.

As atividades de modelagem foram desafiadoras para os diferentes grupos, sendo a busca por soluções para o problema definido em cada atividade mediada pelo conhecimento estratégico do uso de desenhos. O processo analítico dos dados permite inferir que os desenhos produzidos colaboraram e incrementaram as ações dos estudantes no desenvolvimento das

atividades, favorecendo a identificação de meios para resolver o problema.

Desenhos espontâneos foram produzidos para visualizar características das situações e, sobretudo, para orientar a busca por respostas para os problemas. Na construção desses desenhos, os estudantes revelam habilidades intra-matemáticas, como por exemplo o uso adequado de proporções entre medidas reais e medidas do desenho. A construção de desenhos assim realizada aponta para a ativação de conhecimento estratégico muito bem articulado com as demandas da atividade de modelagem, apontando para a relevância do uso de desenhos em atividades de modelagem, particularmente nos anos iniciais, em consonância com o que argumentam Rellensmann *et al.* (2022).

Também desenhos menos completos e classificados como esboços por Rellensmann *et al.* (2022), tanto decorreram de interpretações da situação quanto proporcionaram o entendimento dela. Todavia, seu papel para o encaminhamento da atividade só se tornou eficiente pelas intervenções da professora, gerando *feedbacks* que incrementaram a performance dos estudantes para resolver os problemas em cada atividade de modelagem. Neste sentido, o uso do desenho pelos estudantes na presente pesquisa se alinha com o que concluem Rellensmann *et al.* (2022) no que diz respeito à relação entre instruções do professor e implicações do desenho para a atividade de modelagem, sugerindo que esta intervenção aumenta a eficiência do uso do desenho.

O que decorre também da presente pesquisa é que à estrutura do funcionamento cognitivo proposta por Van Meter e Firetto (2013) para a construção de desenhos pode-se associar também estratégias metacognitivas. Esse é o caso do grupo G5 que, a partir de um esboço inicial, determinou uma quantidade de árvores necessária para a arborização de uma lateral, mas após uma autoavaliação do próprio desenho, optou por outro encaminhamento, chegando à conclusão de que um número maior de árvores é necessário.

A partir das implicações do uso do desenho para as atividades de modelagem identificadas na presente pesquisa é possível ponderar que trata-se de uma estratégia de que podem se valer estudantes e professores para lidar com a complexidade que, como sugerem Tortola e Almeida (2022) e Blum (2015), por exemplo, cerca a introdução da modelagem matemática, particularmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, argumenta-se que a introdução da modelagem matemática nos iniciais pode encontrar no uso estratégico do desenho um suporte para encorajar professor e estudantes, fomentando o uso da modelagem matemática que, como indicam Mutti e Klüber (2018), ainda é discreto nos diferentes níveis de escolaridade.



## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; CASTRO, E.V. Metacognitive Strategies in Mathematical Modelling Activities: Structuring an Identification Instrument. **Journal of Research in Mathematics Education**, v. 12, n. 3, p. 210-228, 2023.

ALMEIDA, L. M. W. Uma abordagem didático-pedagógica da modelagem matemática. **Vidya**, v. 42, n. 2, p. 121-145, 2022.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2021.

ALMEIDA, L. M. W.; DE CASTRO, É. M. V.; DA SILVA, M. H. S. Recursos semióticos em atividades de modelagem matemática e o contexto on-line. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 14, n. 2, p. 383-406, 2021.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: Ministério da Educação, 2017.

BÄUER, V.; LEISS, D.; STANISLAW, S. Skizzen zeichnen zu Modellierungsaufgaben – Eine Analyse themenspezifischer Differenzen einer Visualisierungsstrategie beim mathematischen modellieren. **J Mathematik Didaktik** n.42, p. 491–523, 2021.

BORKOWSKI, J. G.; CHAN, L. K.; MUTHUKRISHNA, N. A process-oriented model of metacognition: Links between motivation and executive functioning. In G. Schraw & J. C. Impara (Eds.), **Issues in the measurement of metacognition**. University of Nebraska Press, 2000.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In: CHO, S. J. (Ed), **The Proceedings of the 12<sup>th</sup> Internacional Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes**. New York: Springer, p. 73-96, 2015.

CORRÊA, N. N. G. **Mapeamento da percepção do sistema metacognitivo na aprendizagem em Física**: um estudo dos relatos de estudantes do Ensino Médio. 191fls. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2021.

D'AMBROSIO, U. Mathematical modelling as a strategy for building-up systems of knowledge in different cultural environments. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). **Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences**. New York: Springer, 2015. p. 35-44.

FLAVELL, J. H. Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. **American Psychologist**, v. 34, p. 906–911, 1979.

LESH, R. Tools, Researchable Issues & Conjectures for investigating what it means to Understand Statistics (or Other Topics) Meaningfully. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 2, 16 – 48, 2010.

MAYRING, P. **Qualitative content analysis: theoretical foundation basic procedures and software solution**. Klagenfurt, p. 6-136, 2014.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Aspectos que constituem práticas pedagógicas e a formação de professores em modelagem matemática. *Alexandria*, 11, p. 85-107, 2018.

RELLENSMANN, J.; SCHUKAJLOW, S.; LEOPOLD, C. Measuring and investigating strategic knowledge about drawing to solve geometry modelling problems. **ZDM**, v. 52, p. 97–110, 2019.

RELLENSMANN, J.; SCHUKAJLOW, S.; BLOMBERG, J.; LEOPOLD, C. Effects of drawing instructions and strategic knowledge on mathematical modelling performance: mediated by the use of the drawing strategy. **Applied Cognitive Psychology**. n 36, p. 402-417, 2022.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Configuraciones de actividades de modelación matemática en la Educación Primaria: una construcción apoyada en el Análisis de Contenido. **Paradigma (Maracay)**, p. 329-355, 2022.

VAN METER, P.; FIRETTO, C. M. **Cognitive model of drawing construction. Learning through the construction of drawings**. In SCHRAW, G.; MCCRUDDEN, M. T.; ROBINSON, D. (Eds.), *Learning through visual displays*, p. 247–280, 2013.

ZÚÑIGA, P. G. **Metodología Singapur: el caso del Método del Modelo de Barras. Una mirada Socioepistemológica**. Dissertação (Mestrado em Educação) — Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, 2013.