

EVIDÊNCIAS DO POSITIVISMO NO ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NO SÉCULO XIX NO BRASIL¹

DOI: <https://doi.org/10.33871/rpem.2024.13.31.9214>

Circe Mary Silva da Silva²

Resumo: O objetivo do trabalho foi identificar a influência do filósofo francês Auguste Comte (1798-1857) no ensino da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral nas instituições de ensino militares e de engenharia no século XIX no Brasil. Usando a metodologia bibliográfico-analítica, tomou-se como corpus documental livros de Comte, livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral, cadernos de ex-alunos do curso de engenharia da Escola Militar e Escola Politécnica, currículos, programas de Cálculo Diferencial do século XIX e questões de exames, os quais foram analisados segundo o modelo das estruturas semióticas desenvolvido por Richard (2004). Constatou-se que houve uma tênue apropriação das propostas de Comte no ensino de Cálculo Diferencial e Integral no Brasil.

Palavras-chave: Ensino da matemática. História da educação matemática. Auguste Comte. Escola Politécnica.

EVIDENCE OF POSITIVISM AND TEACHING OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS IN THE 19TH CENTURY IN BRAZIL

Abstract: The objective of the study was to identify the influence of the French philosopher Auguste Comte (1798-1857) in Brazilian mathematics education, in the 19th century in Brazil, especially in the disciplines of Differential and Integral Calculus in military and engineering educational institutions. Using the bibliographic-analytical methodology, Comte's books, Differential and Integral Calculus textbooks, notebooks of former students of the engineering course at the Military School and Polytechnic School, curricula, Differential Calculus programs from the 19th century were taken as a documentary corpus. and exam questions, which were analyzed according to the semiotic structures model developed by Richard (2004). It was found that there was a tenuous appropriation of Comte's proposals in the teaching of Differential and Integral Calculus in Brazil.

Keywords: Mathematics teaching. History of mathematics education. Auguste Comte. Polytechnic School.

Introdução

A impressão dominante que tive, e talvez correspondente a uma verdade positiva, é esta: o homem, ali, é ainda um intruso impertinente. Chegou sem ser esperado nem querido - quando a natureza ainda estava arrumando o seu mais vasto e luxuoso salão. E encontrou uma opulenta desordem [...] (CUNHA, 2019, p. 1).

¹ Este artigo é uma versão aprofundada de uma aula - O positivismo e o ensino do Cálculo Diferencial e Integral no Brasil no século XIX- proferida por ocasião do Bicentenário da Independência e a convite da Sociedade Brasileira de História da Matemática. Está disponível no YouTube <https://www.youtube.com/live/i4IXsvCDfaA?si=biEdJG6EUNmFfoX1>.

² Licenciada em Matemática pela PUCRS; Mestre em Matemática pela UFF; Doutora em Pedagogia pela Universidade de Bielefeld (Alemanha); Pós-doutora pela Universidade Nova de Lisboa; Professora aposentada pela UFES; atuando como professora voluntária na Universidade Federal de Pelotas e Universidade Federal do Mato Grosso. E-mail: cmdynnikov@gmail.com – ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4828-8029>

Este extrato do texto *À margem da história*, em que Euclides da Cunha poeticamente comenta a sua impressão da Amazônia, fez-me refletir sobre o positivismo introduzido no Brasil dos oitocentos, e o parodiar – uma filosofia intrusa que aportou num lugar em desordem – essa impertinente que deixou seus rastros. No presente texto, essa será a temática abordada.

O termo positivismo, atualmente muito discutido na educação e ciências sociais, parece ter pouca relação com a História da Educação Matemática. Entretanto, no século XIX, as fontes secundárias como Mendes (1913), Lins (1964), Paim (1974), entre outros, indicam que eles estiveram em proximidade, uma vez que, principalmente os docentes militares de matemática, aderiram ao positivismo de Auguste Comte (1798-1857) e iniciaram a sua propagação em aulas de matemática, incluindo aquelas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Pretende-se nesse artigo problematizar como, no século XIX, a disciplina de CDI foi ensinada com a voz de Comte reverberando nessas aulas (Chervel, 1990).

Com o auxílio da teoria das transferências culturais (Espagne, 1999), podemos entender melhor os movimentos de circulação de ideias, que ocorreram no século XIX entre França e Brasil. Essa teoria trata de como um saber produzido em um determinado local é transferido para outro e, neste, é apropriado e divulgado. Não apenas o positivismo aportou ao Brasil, no século XIX; o mesmo aconteceu com outras teorias como Darwinismo, teoria de Spencer, Evolucionismo e, Espiritismo, como doutrina religiosa. Entender o contexto que, no país, permitiu a entrada dessas ideias será também preocupação neste texto.

Além desse aporte teórico, a cultura escolar nos auxilia a compreender as apropriações que ocorrem no âmbito da sala de aula. O livro didático é um elemento estruturante da cultura escolar: está presente na escola como as cadeiras enfileiradas na sala de aula, o quadro negro, verde ou branco, entre outros (Vidal, 2009). O conhecimento deste passado pode nos levar a entender quais eram os saberes ensinados na sala de aula. No intuito de interpretar e historicizar práticas culturais no universo escolar, o livro didático foi um dos focos da presente investigação. O caderno é outro elemento estruturante que integra o ensino e a aprendizagem em sala de aula (Vidal, 2009). Ele diz respeito àquilo que foi de fato ministrado na escola. As reflexões de Benito (2010) sobre a cultura material são muito pertinentes e nelas ele inclui os cadernos escolares, dizendo que se pode aprender a partir deles acerca de coisas que são produzidas na escola. Em acervos públicos e particulares encontram-se cadernos, nos quais estão registros pessoais de alunos que, por essa via, deixaram para a posteridade os seus testemunhos escritos. Os cadernos trazem informações que os livros não conseguem dar por terem sido produzidos no exterior da sala de aula e não em seu interior, como os cadernos.

Integraram o corpus documental desta investigação os seguintes livros: o primeiro volume da Filosofia Positiva (Comte, 1830) e Geometria Analítica (Comte, 1843), livros didáticos de Cálculo Diferencial e Integral (Lacroix, 1812); Serret (1886) e Sonnet (1884), currículos da Academia Militar, programas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral da Escola Politécnica do Rio de Janeiro, questões de exames, tese de conclusão de curso na Escola Central, cadernos de ex-alunos da Academia Militar, Escola Militar e Escola Politécnica.

Os dados encontrados foram analisados e cotejados a fim de neles identificar as ideias e propostas pedagógicas de Comte. A análise dos dados apoia-se, parcialmente, na abordagem de Richard (2004), que considera necessário, para uma descrição da linguagem, a identificação das unidades significantes, das formas e regras de conexão dessas unidades, assim como a realização dos objetivos dessa conexão. A identificação dessas unidades significantes foram as seguintes: citações de Comte; definição de matemática de Comte; classificação das ciências segundo Comte; divisão da matemática segundo Comte; classificação das funções; concepções de derivada; simbologia comtiana.

Nos livros didáticos e cadernos escolares transparecem não apenas os saberes matemáticos, mas as imposições ideológicas ou as tensões sociais das culturas presentes ou micro-mundos regionais. A partir do paradigma indiciário, foram identificados os rastros do positivismo de Comte nos elementos estruturantes que fazem parte da cultura escolar e mesmo depois de terem se passado vários anos desde a introdução dessa doutrina em terras brasileiras, o que constitui um desafio em termos de interpretação.

O positivismo de Auguste Comte

Uma filosofia diretamente oriunda das ciências encontrará provavelmente seus mais perigosos inimigos naqueles que as cultivam hoje. A principal fonte desse deplorável conflito consiste na especialização cega e dispersiva que caracteriza profundamente o espírito científico atual (Comte, apud Silva, 2023, p. 35).

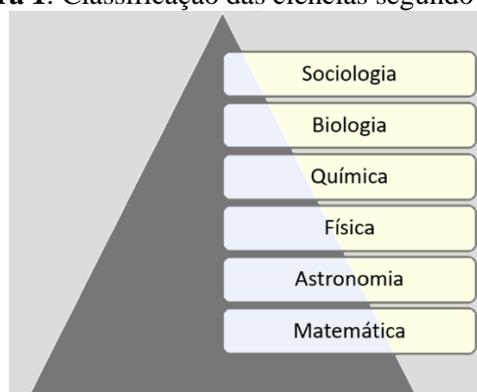
Na epígrafe acima, Comte alertou para o perigo que ele corria ao construir sua Filosofia Positiva apoiada nas ciências e com um espírito de generalidade. O Positivismo, que tem raízes no século XVIII, com o iluminismo e empirismo, surgiu na França no período de 1830 a 1842, que foi quando Comte escreveu sua obra *Curso de Filosofia Positiva*. Essa obra deu origem ao termo Positivismo. Comte estabeleceu duas leis fundamentais: a lei dos 3 estados e a lei enciclopédica. Na primeira lei, ele classificou o desenvolvimento humano segundo uma tipologia por ele esboçada, a qual compreenderia três níveis: o estágio teológico ou fictício; o metafísico ou abstrato e o científico ou estágio positivo. No primeiro estado, o homem procura

explicações para os fenômenos da natureza, utilizando a imaginação para buscar respostas às suas indagações, seja na natureza, nas divindades ou em seres espirituais. Tem-se então o fetichismo, o politeísmo e monoteísmo. No estado metafísico, ele deixa de usar a imaginação como fonte de explicação para os fenômenos, passando a utilizar a argumentação, buscando as causas primeiras. Pode-se dizer que, nesse estado metafísico, ele passa a substituir, na política, os reis por juízes. E, finalmente, o estado científico ou estado positivo é caracterizado por Comte como antimetafísico. Em outras palavras, há três modos de filosofar, sendo que o espírito positivo não tem a pretensão de procurar a causa geradora dos fenômenos, que seria, segundo ele, uma via sem saída:

[...] no estado positivo, o espírito humano, reconhecendo a impossibilidade de obter noções absolutas, renuncia a procurar a origem e o destino do universo, a conhecer as causas íntimas dos fenômenos, para preocupar-se unicamente em descobrir, graças ao uso combinado do raciocínio e da observação, suas leis efetivas, a saber, suas relações invariáveis de sucessão e similitude (Comte, 1975, p. 21).

A segunda lei que ele propõe é a lei da hierarquia das ciências. De acordo com Comte, é possível classificar todos os fenômenos por meio de um pequeno número de categorias naturais. Para alcançar a ordenação dessas ciências, é preciso procurar um princípio na comparação das diferentes classes de fenômenos. Essa ordem é determinada pelo grau de simplicidade ou, o que vem a ser o mesmo, o grau de dependência sucessiva dos fenômenos. Os fenômenos, os mais simples, são também necessariamente os mais gerais. Portanto, é pelo estudo dos fenômenos, os mais gerais ou mais simples, que se deve começar e ir progressivamente para os mais complicados ou particulares, se quisermos conceber a filosofia de forma metódica (Silva, 2023). As ciências são, então, por ele classificadas na ordem apresentada na Figura 1.

Figura 1: Classificação das ciências segundo Comte



Fonte: Silva, 2023.

Comte não dá uma definição de matemática, entretanto entende-se que para ele “ [...] os objetos da matemática são funções” (Silva, 2023, p. 73). No terceiro capítulo da Filosofia Positiva, Comte separa a matemática em matemática abstrata e concreta. A parte abstrata consistiria naquela que é unicamente instrumental, não passando de uma extensão admirável da lógica “natural sujeita a uma certa ordem de deduções. A Geometria e a Mecânica devem, ao contrário, ser consideradas como verdadeiras ciências naturais, assim como todas as ciências da observação” (Comte, 1975, p. 70). Para Comte, Joseph Fourier compreendeu essa relação ao fornecer uma boa possibilidade de interpretação abstrata, tomando como exemplo um fenômeno concreto, qual seja, o calor. Ele conseguiu isso, representando o fenômeno do calor através de equações diferenciais. Além disso, ele elaborou uma teoria geral do desenvolvimento de funções através de séries trigonométricas.

O Cálculo Diferencial e Integral no Curso de Filosofia Positiva

O cálculo das funções indiretas está necessariamente dividido em duas partes [...] em dois cálculos completamente separados, mas por sua natureza intimamente ligados” (Comte, 1830, p. 273).

Na epígrafe acima lê-se a denominação preferida de Comte para o CDI – Cálculo das funções indiretas – que, às vezes, ele chama de Análise Transcendente. As duas partes separadas a que se refere são Cálculo Diferencial (CD) e Cálculo Integral (CI). É no primeiro volume do Curso de Filosofia Positiva (1830), em que trata da Filosofia da Matemática, que ele irá abordar o CDI. Para entender o pensamento comtiano, é preciso ter em conta que esse não é um livro convencional de matemática, mas um livro não é um livro que apresenta considerações teóricas, de aspectos epistemológicos e históricos da matemática. Na 4ª lição, destaca-se a definição de função - que pode ser abstrata ou concreta - assim como a classificação geral das funções. “*Eu denomino de abstratas as funções que exprimem um tipo de dependência entre determinadas grandezas que podem ser representadas em números, sem denominar qualquer procedimento onde ocorra esse tipo de dependência*” (Silva, 2023, p. 92). Ele classifica as funções em dois grupos: diretas e indiretas (conforme Figura 2).

Figura 2: Classificação das funções

1 ^{er} couple	$\begin{cases} 1^{\circ} y = a + x \dots \text{fonction somme,} \\ 2^{\circ} y = a - x \dots \text{fonction différence,} \end{cases}$
2 ^{me} couple	$\begin{cases} 1^{\circ} y = ax \dots \text{fonction produit,} \\ 2^{\circ} y = \frac{a}{x} \dots \text{fonction quotient,} \end{cases}$
3 ^{me} couple	$\begin{cases} 1^{\circ} y = x^a \dots \text{fonction puissance,} \\ 2^{\circ} y = \sqrt[a]{x} \dots \text{fonction racine,} \end{cases}$
4 ^{me} couple	$\begin{cases} 1^{\circ} y = a^x \dots \text{fonction exponentielle,} \\ 2^{\circ} y = \log_a x \dots \text{fonction logarithmique,} \end{cases}$
5 ^{me} couple(1)	$\begin{cases} 1^{\circ} y = \sin x \dots \text{fonction circulaire directe,} \\ 2^{\circ} y = \arcsin x \dots \text{fonction circulaire inverse.} \end{cases}$

Fonte: Comte (1830, v. 1, p. 173).

Entretanto, é na 6^a lição que ele irá abordar com minúcias as considerações filosóficas sobre o Cálculo das funções diretas. É uma apresentação histórica e crítica, cujo propósito é em comparar as três abordagens principais do conceito de derivada no século XVIII, além de expor seu ponto de vista de como o cálculo deva ser ensinado. Justifica a inserção, feita por Leibniz, dos elementos infinitamente pequenos como sendo necessários por terem facilitado a descoberta das leis analíticas, embora não deixe de mencionar que eles são elementos estranhos à análise. Pouquíssimas são as simbolizações que ele utiliza, entre elas, aparece $t = \frac{dy}{dx}$, onde dy e dx são diferenças infinitamente pequenas e t é a tangente trigonométrica de um ângulo; usa também $t = L \frac{\Delta y}{\Delta x}$, em que L é o símbolo de limite.

Assim ele se refere à concepção de Cálculo de Leibniz: "A análise transcendente, tal como Leibniz a formulou, constitui, sem dúvida, o mais alto pensamento que o espírito humano até o momento alcançou" (Silva, 2023, p. 79). O cerne do cálculo infinitesimal está nas equações diferenciais, uma vez que o objeto de estudo desse cálculo é a montagem das equações que compõem o "[...] ponto de partida imprescindível sobre todas as investigações analíticas" (Silva, 2023, p. 80).

Comte constatou que os diversos métodos do cálculo infinitesimal, que vinham se desenvolvendo desde os antigos até Lagrange, eram métodos equivalentes, mas com diferentes perspectivas. Ele descreve, então, três concepções do Cálculo Infinitesimal: a de Leibniz, a de Newton e a de Lagrange. "A unidade completa do Cálculo e seu caráter puramente abstrato pode ser encontrada somente na concepção de Lagrange [...], mas, em seu estado atual, oferece

dificuldades demasiadas para sua aplicação” (Silva, 2023, p. 80). Afirma que, para conhecer realmente a análise transcendente, não é suficiente observar as três concepções básicas; é preciso, também, habituar-se a seguir os três métodos quase que independentemente um do outro, de acordo com as necessidades (Silva, 2023). Este é o conselho de Comte a todos aqueles que desejam formar um juízo filosófico a respeito do cálculo: “Em todas as outras partes da ciência matemática, a consideração de diversos métodos para uma única classe de questões pode ser útil, independentemente do interesse histórico que ela apresente, mas aqui, ao contrário, ela é indispensável” (Comte, 1975, p. 124).

A ordem a ser seguida no ensino, segundo ele, é a seguinte: o ponto de partida é conhecer as três concepções de derivadas segundo Leibniz, Newton e Lagrange e, a seguir: 1º) aprender a diferenciar as funções analíticas explícitas; 2º) aprender a diferenciar as funções analíticas implícitas. Diz, também, que é preciso separar as derivadas de uma só variável e as de várias variáveis. Além disso, destaca que é preciso conhecer as dez diferenciais fundamentais da figura 2. Segundo ele: “a perfeita universalidade do Cálculo Diferencial dá a segurança de poder diferenciar, em qualquer ordem, todas as funções analíticas conhecidas” (Comte, 1830, p. 290). As aplicações eram um tema muito caro para Comte, já que, segundo ele, era fundamental não perder de vista a estreita relação entre o abstrato e concreto isso, ele chama a atenção para as principais aplicações do cálculo: desenvolvimento em séries de funções de uma ou mais variáveis e a teoria geral dos máximos e mínimos. Na 7ª lição, o objetivo é discutir sobre o Cálculo Integral. Ele traz uma sequência, que considera racional, a ser seguida para o ensino desta parte do Cálculo:

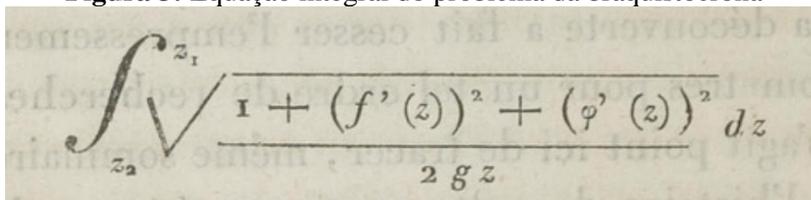
[...] vemos que a integração das fórmulas diferenciais explícitas de uma única variável de primeira ordem é a base necessária de todas as outras integrais que só conseguimos levar a cabo o mais possível para que se enquadrem neste caso elementar, o único que, obviamente, pela sua natureza, pode ser objeto de tratamento direto. Esta integração simples e fundamental é muitas vezes denotada pela expressão conveniente de quadraturas, enquanto qualquer integral deste tipo $\int f(x) dx$, pode, de facto, ser considerado como representando a área de uma curva cuja equação em coordenadas retilíneas seria $y = f(x)$ (Comte, 1830, p. 302-303).

As notações usadas para a integral vão desde o S maiúsculo até o símbolo \int , que foi introduzido por Leibniz, em 1696. Conforme Cajori (1993, v.2, p. 196), “Sem uma notação bem desenvolvida, o cálculo diferencial e integral não poderia desempenhar sua grande função na matemática moderna”.

A ordem de apresentação do CI é semelhante à proposta para o CD. Inicialmente aprender a integrar as funções explícitas, depois as implícitas; começar pela integração de funções de

uma variável, para após introduzir as de várias variáveis. Considera que, do ponto de vista filosófico, os vários processos de quadratura não apresentam uma visão geral sobre a integração, “consistem em artificios simples de cálculos” (Comte, 1830, p. 304). Em relação a isso, ele considera uma exceção o método de integração inventado por Jean Bernouilli que é a integração por partes. A integração em séries infinitas, tema ainda pouco desenvolvido à época, é por ele considerado algo extremamente imperfeito, embora importante. Mesmo utilizando poucas notações matemáticas nessas lições, ele soube dar crédito a Fourier, que introduziu uma simbologia para a integral definida. Ele dá como exemplo a equação da braquistócrona, usando a expressão da Figura 3. A notação da integral definida com os dois limites expressos no símbolo fora proposta por Fourier, em 1822, no livro *Teoria Analítica do Calor*. Fourier assistiu às aulas de Comte em Paris e o uso dessa notação pelo filósofo é resultado de seu conhecimento atualizado.

Figura 3: Equação integral do problema da braquistócrona



$$\int_{z_2}^{z_1} \sqrt{\frac{1 + (f'(z))^2 + (\varphi'(z))^2}{2gz}} dz$$

Fonte: Comte (1830, p. 320).

Em 1843, Auguste Comte apresentou dois programas de ensino, no apêndice do seu livro sobre Geometria Analítica, em que propõe um programa de Álgebra e outro de CDI (Comte, 1843, p. 590). Nas considerações preliminares deste último programa, ele indica a necessidade de apreciar a noção de equação, após a distinção das funções diretas em abstratas e concretas (constatou-se que o conceito de função é o ponto de partida do autor). Ele prosseguiu indicando a necessidade de abordar a concepção de Leibniz do método infinitesimal, a concepção de Newton ou método dos limites ou das fluxões, a concepção de Lagrange ou método das derivadas, bem como de comparar essas três concepções (Comte, 1843, p. 591).

Essa insistência em introduzir o CD apresentando as três concepções de derivada merece ser comentada. A abordagem que Comte traz sobre o CDI, ao ser por ele considerada como a parte mais importante da matemática, não poderia ser apresentada apenas como algo já pronto e acabado. Para promover uma discussão aprofundada, ele apela para a história da matemática, trazendo a contribuição de cada matemático, as vantagens e desvantagens de cada abordagem no ensino, as limitações e imperfeições das definições. Com isso, ele atribui significado ao conceito mais importante do Cálculo. Com certeza, trata-se de uma abordagem distinta daquela

que Lacroix ou outros autores trouxeram em seus livros didáticos. Entretanto, avaliar se essa abordagem seria apropriada para uma primeira disciplina num curso de engenheiros, isso é outra reflexão a ser feita.

Retornaremos a essa discussão depois do próximo item, que procura dar uma ideia de como o CDI foi introduzido no ensino superior no Brasil.

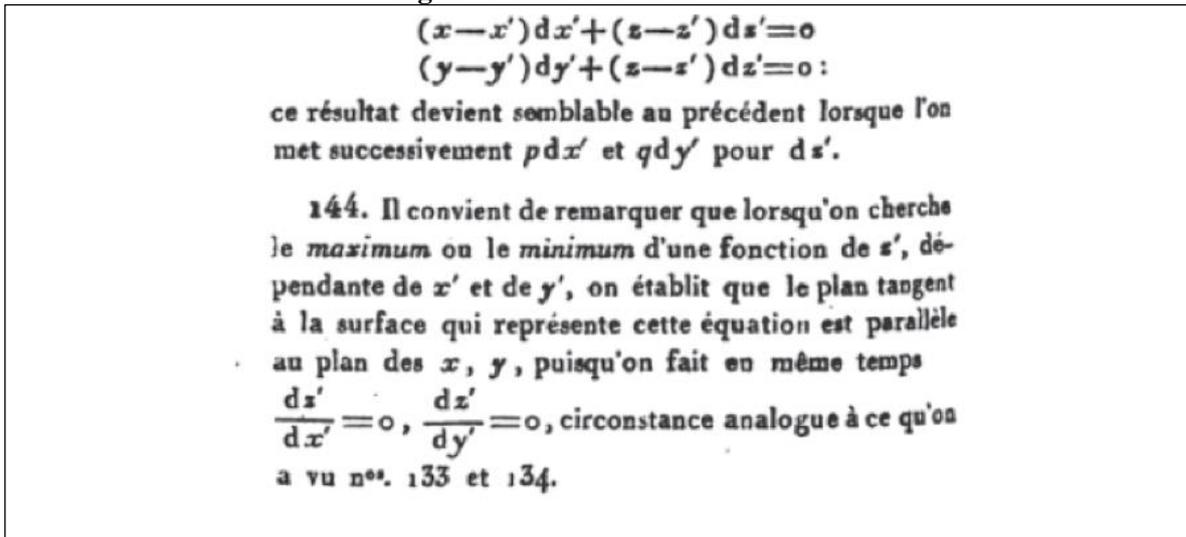
O livro de CDI de Lacroix no ensino superior no Brasil

No Brasil, a educação superior oficialmente começou, no início do século XIX, com a criação da Academia Real Militar. Até 1808, devido ao fato de não haver instituições de ensino superior no Brasil, a elite dominante e a pequena burguesia enviavam seus filhos para estudar na Europa, principalmente em Coimbra. No governo de Dom João VI (1808-1820), foram criadas diversas instituições de ensino superior, cursos cirúrgicos, academias militares, academia de marinha, biblioteca pública, jardim botânico etc., mas não foi elaborado nenhum plano global de ensino para o País. A instituição que praticamente centralizou os estudos superiores de matemática no Brasil, no século XIX, foi a Academia Real Militar do Rio de Janeiro, que posteriormente sofreu transformações e tomou-se Academia Militar, Escola Militar, Escola Central e, finalmente, Escola Politécnica. Portanto, o ensino da matemática superior no Brasil iniciou-se, em 1810, na Academia Real Militar do Rio de Janeiro. Essa instituição refletiu, em sua fase inicial de atividades, uma clara influência portuguesa, principalmente no que se refere à estrutura curricular.

Antes mesmo de começar o curso, Francisco Cordeiro da Silva Torres, engenheiro e lente dessa escola, iniciou a tarefa de tradução do *Tratado Elementar de Cálculo Diferencial e Integral* de Silvestre Lacroix. Ele foi editado no Brasil em 1812, sendo o primeiro livro de Cálculo a ser adotado no país. A Figura 4 evidencia que a tradução feita por Torres segue estritamente o livro de Lacroix.

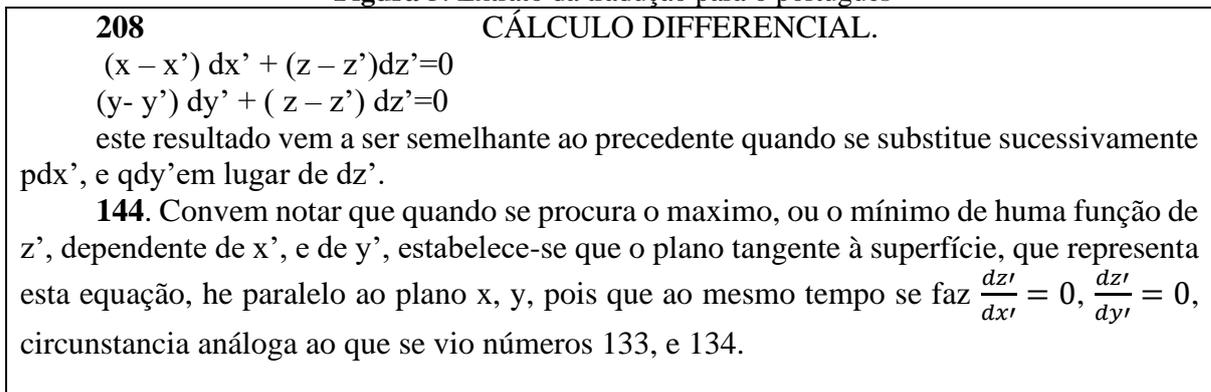


Figura 4: Extrato do livro de Lacroix



Fonte: Lacroix (1802, p. 186).

Figura 5: Extrato da tradução para o português



Fonte: Tratado Elementar de Cálculo Diferencial e Integral (1812, p. 208).

As Figuras 4 e 5 têm especial interesse no contexto desta pesquisa porque mostram, além da tradução praticamente literal do livro de Lacroix, o que era ensinado nessa época no Brasil. Considerando que a prática escolar era seguir passo a passo o livro de Lacroix, pode-se afirmar que o uso do livro recomendado era parte integrante da cultura escolar, conforme Julia (2001).

O livro de Lacroix continuou a ser indicado para o ensino do CDI e, em 1837, permanecia o mesmo, sem alterações. Até essa época, o controle estatal sobre a indicação dos livros de cálculo permanecia. Isso mais uma vez reforça uma prática comum na cultura escolar da Academia Militar, qual seja, a permanência por muitos anos de programas e livros recomendados.

Na década seguinte, o livro de Lacroix CDI ainda é adotado no ensino de CDI, segundo dá conta um caderno manuscrito, datado de 1846, do aluno da Academia Militar – Francisco Carlos da Luz (1830-1906). Importa assinalar que os cadernos pertencem à cultura material da escola. Como diz Benito (2017), os espaços, os tempos, os atores, os materiais e os contextos

são alguns componentes da cultura da escola. Os cadernos não são apenas um produto de atividades realizadas na escola, mas pertencem a realidade material, mostram o que se faz em sala de aula (Vinão, 2008).

Em uma das páginas desse caderno, o autor inseriu a data “19 de setembro de 1846”, lá encontra-se a seguinte definição: “Cálculo integral é o inverso do Cálculo diferencial ou é o que tem por objeto de voltar dos coeficientes diferenciais ou das diferenciais para as funções da qual eles ou elas dependem” (Manuscrito ...). Esta é uma definição muito próxima daquela do livro de Lacroix (1814, p. 1): “145. O Cálculo integral é o inverso do diferencial: o seu objeto é voltar dos coeficientes diferenciais às funções, de que eles derivam”. A numeração que aparece em alguns parágrafos do caderno coincide com as que constam no livro de Lacroix. Segue uma numeração para cada subtítulo, por exemplo, no caderno aparece “182. Da integração de funções irracionais”, enquanto em Lacroix, o subtítulo é “Da integração das quantidades logarítmicas e exponenciais” (Lacroix, 1814, p. 83). A alteração das expressões significa que as apropriações foram modernizadas, em lugar de “quantidades” o professor utilizou mais amplamente a palavra “funções”, conforme Comte. Assim, estes são vestígios muito fortes de que as aulas continuavam a ser orientadas pelo livro de Lacroix, provavelmente sendo utilizada a versão traduzida para o português em 1814.

Os livros de Lacroix foram usados na Academia Militar tanto em suas edições traduzidas quanto nas edições em língua francesa. Livros em francês faziam parte do acervo da Academia Militar à época. Até metade do século XIX, o que se constata é um predomínio dos livros de Lacroix no ensino militar e de engenharia. Já na segunda metade do século, outros autores, como Serret (1886) e Sonnet (1884), aparecem.

Um rastro da disciplina de CDI foi encontrado no periódico *A ideia: Jornal de Ciências e Letras*³ (RJ), em 1875. Lá aparece a transcrição das aulas do professor Domingos de Araujo e Silva, com o título *Resumo das lições de análise dadas na Escola Politécnica*. Como o estilo de escrita diferia muito daquele de Lacroix, procuramos identificar se existia algum livro de CDI, à época, com essa abordagem. Assim, após aproximadamente cinquenta anos de presença do autor Lacroix, surge uma nova referência para o CDI – Joseph Alfred Serret (1819-1885) – com o livro *Cours de Calcul Différentiel et integral*, com primeira edição em 1868. O livro de CDI de Serret, como ele afirma no Prefácio, substancialmente reproduz as aulas que ele

³ Os redatores principais do jornal foram Teixeira de Souza e Miguel Lemos. O primeiro número surgiu em julho de 1874 e o último em outubro de 1875. Infelizmente, não estão completas as notas de aula de Domingos de Araujo e Silva.

ministrou sobre essa disciplina na Faculdade de Ciências de Paris, na Universidade de Sorbonne.

O ensino do Cálculo Diferencial e Integral – rastros da Filosofia Positiva de Comte

[...] folheando há pouco, meus velhos cadernos de cálculo transcendente, onde se traçam as integrais secas e recurvas ao modo de caricaturas mal feitas, de esfinges, e onde o infinito, tão arrebatador no seu significado imaginosos [...] Assim nos andávamos nós daqueles bons tempos: pela positividade em fora [...] (Cunha, 2009, p. 9).

A epígrafe acima é de Euclides da Cunha ao relembrar seu tempo de estudos. É pertinente trazer personagens que se destacaram tanto na vida militar quanto na literatura, pois são exemplos da influência do positivismo em diferentes esferas.

No jornal do Rio de Janeiro – O Globo, um artigo de Miguel Lemos, seguidor do positivismo, começa da seguinte maneira: “Fala-se muito, entre nós, do positivismo. Data, porém, de pouco tempo a introdução da nova filosofia no meio intelectual do nosso país” (Lemos, 1876, p. 3).

Nesse artigo, ele faz uma síntese da introdução das ideias comtianas no país, citando o livro de Luiz Pereira de Barreto – As Três Filosofias - em que aborda o positivismo, mas que se mantém praticamente desconhecido do público, exceto por alguns professores de matemática. Segundo ele, uma mudança ocorreu na Escola Central, onde as ideias positivistas eram mais visíveis. Entretanto, ele não refere qual teria sido o teor dessa mudança. Em 1878, Silvio Romero, em seu livro a Filosofia no Brasil, inicia afirmando que, nos três primeiros séculos de existência, a filosofia positivista foi “totalmente estranha” no país (Romero, 1878, p. 1).

Tudo indica que a influência das ideias de Comte não foi expressiva até a década 1850, permanecendo Lacroix como o autor de referência para o ensino de CDI. A partir de 1850, com a instituição do grau de doutor na Escola Militar e posteriormente na Escola Central, começam a surgir trabalhos de tese trazendo alguma referência ao nome de Comte. Exemplo disso é a tese de Manoel Maria Pinto Peixoto, de 1853, sobre um “Estudo dos Princípios do Cálculo Infinitesimal”. Ali o autor diz:

Citarei as seguintes palavras de Auguste Comte: “Dans toutes les autres parties de la Science mathématique, la considération de diverses methodes pour une seule classe de questions peut être utile, même independamment de l’intéret historique qu’elle presente; mas ele n’est point indispensable; ici, au contraire, ele est strictement nécessaire” (Peixoto, 1853, p. 47).

Analisando essa tese, vê-se que ele segue a orientação de Auguste Comte de abordar o cálculo diferencial seguindo as concepções de Leibniz, Newton e Lagrange sobre o Cálculo Diferencial. Outras teses com influência de Comte, segundo Silva (2003), foram as de Augusto Dias Carneiro (1855); Philippe Hippolite Aché (1862); Aristides Galvão de Queiroz (1868); José Marins da Silva (1869); Ezequiel dos Santos Junior (1872). Entretanto, não se pode afirmar, com base nos documentos encontrados que Comte fosse muito conhecido nas escolas militares e de engenharia à época.

Entre os professores de matemática da Escola Militar e Escola Politécnica, foi Benjamin Constant Botelho de Magalhães (1836-1891) o positivista que mais propagou o positivismo entre seus alunos (Silva, 2023). Os primeiros contatos que ele teve com as ideias de Comte ocorreram em 1857, quando comprou o primeiro volume da *Filosofia Positiva*. Dois anos depois, tornou-se examinador de Matemática dos candidatos à matrícula nos cursos superiores do Império. Esse emprego ele manteve até 1876 (Silva, 2023).

No ano de 1873, Benjamin Constant prestou concurso para repetidor de matemática da Escola Militar e, nesse concurso, afirmou a sua adesão ao positivismo, comunicando, além disso, que iria orientar seu ensino segundo a filosofia positivista. Como a função de repetidor era mal remunerado e sem esperanças de progressão na carreira acadêmica da Escola Militar, ele aceitou, em 1874, o convite para ministrar uma disciplina do curso de ciências físicas e matemáticas na Escola Politécnica recém-fundada em substituição à Escola Central.

Em notas manuscritas de Benjamin Constant (pertencentes ao acervo do arquivo do Museu Casa Benjamin Constant), em 1876, encontram-se questões de exame para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, por ele ministrada em caráter interino. Importante lembrar que as avaliações, assim como os conteúdos e as práticas, são constituintes de uma disciplina (Chervel, 1988). Por meio das avaliações conhecemos o que era realmente ensinado, diferentemente do que ocorre com os livros, cujo conteúdo poderia ou não ter sido seguido rigorosamente pelo professor.

O CDI juntamente com a Geometria Analítica integrava a 1ª cadeira do 2º ano do Curso Geral da Escola Politécnica. Na Figura 6, pode-se ler parte dos pontos para o exame de 1876, para a prova oral.

Figura 6: Pontos para exame de CDI em 1876

Analyse transcendente ou indirecta; sua importância e seu destino geral; diferenças essenciais entre a analyse transcendente ou indirecta e a analyse ordinária ou directa. Ideias gerais sobre os diferentes pontos de vista sob as quaes tem sido considerada a analyse transcendente. 1º concepção de Newton ou methodo dos limites ou das flexões. 2º concepção de Leibnitz ou methodo infinitesimal. 3º Concepção de Lagrange ou methodo das derivadas. Divisão essencial da analyse transcendente ou em dous cálculos opostos, apreciação sumaria do destino de cada um; classificação das suas questões fundamentaes. Divisão geral das questões da analyse

transcendente em 3 classes distintas, justificação d'essa divisão, Funções diferenciaes de uma ou mais variáveis independentes e sua classificação. Classificação das equações diferenciaes a duas ou mais variáveis. Regras de diferenciação das 10 funções elementares. Regras de diferenciação das funções de função ou funções compostas. Diversos processos de integração. Regras elementares de integração.

Fonte: Fundo Benjamin Constant (REG-377), Museu Casa Benjamin Constant.

Visivelmente, os pontos tratam de questões teóricas do CDI prescritos por Comte, tais como: as divisões da análise transcendente conforme aparece na Filosofia Positiva, em 1830; as três concepções de derivada e as classificações que eram abundantes na abordagem de Comte para a Análise Transcendente.

Nem sempre as questões de exame foram apenas teóricas. O caderno de Euclides da Cunha (sem data) mostra uma tarefa de integração – resolver a integral definida $\int \frac{7x^3}{5x^4} dx$ que ele resolve e acrescenta entre parênteses – “dado em exame”.

Em 1874, com mais uma reforma da organização dos cursos militares, ocorreu a transformação da Escola Central em Escola Politécnica. Foi criado um curso geral de 2 anos, dos seguintes cursos especiais: 1) de ciências físicas e matemáticas; 2) de ciências físicas e naturais; c) de engenheiros geógrafos; d) de engenheiros civis; e) de engenheiros de minas; f) de artes e manufaturas. Esta reforma separou definitivamente o ensino da engenharia do ensino militar. O curso de bacharelado em ciências físicas e matemáticas tinha, também, como primeira disciplina o CDI. E foi talvez a partir dessa organização, que o CDI passou a constituir-se como primeira disciplina dos cursos superiores de matemática.

No programa de CDI de 1879 da Escola Politécnica, vê-se os seguintes conteúdos referentes ao Cálculo Diferencial: Funções: Diferenciação das funções explícitas de uma só variável (funções simples, funções compostas, diferenciações sucessivas e propriedades das derivadas); diferenciação das funções explícitas de duas ou mais variáveis; diferenciação das funções implícitas de uma ou mais variáveis. Aplicações analíticas do cálculo diferencial com o desenvolvimento das funções em séries, especialmente fórmulas de Taylor e Mac-Laurin; teoria geral dos máximos e mínimos; avaliação dos símbolos indeterminados.

O programa se aproxima muito daquele recomendado por Comte, com maior detalhamento e começando com as noções preliminares ei-lo: Funções em geral e sua classificação; Equações em geral e sua classificação; Ideias gerais dos métodos dos infinitamente pequenos, limites, etc. Concepção de Leibniz ou método infinitesimal; Concepção de Newton ou método dos limites e das fluxões; Concepção de Lagrange ou método das derivadas; Comparação entre essas três concepções.

A análise deste programa segue as recomendações de Comte na sua proposta de um curso de Cálculo de 1843. Mas podemos questionar se de fato o que ali está foi ensinado dessa maneira na Escola Politécnica ou se esse programa foi apenas prescritivo e não foi implementado na prática. Na busca de fontes originais, encontrei com uma minha parceira de pesquisa, Ligia Sad, o caderno de Teophilo Rodrigues da Cunha de 1884, usado na Escola Politécnica. Esse caderno dá sustentação á nossa dúvida sobre a aplicação do programa na prática. Dialogando com Vinão (2008, p. 17), encontra-se uma concepção que se aproxima daquela que defendo: os cadernos constituem “a fonte mais idônea, caso exista, para o estudo do ensino, da aprendizagem e dos usos escolares [...]”.

O caderno de Cunha (1884) encontra-se no acervo da Biblioteca Nacional, seção manuscritos. É uma fonte rica sobre o ensino da disciplina de CDI na Escola Politécnica. De acordo com Viñao, estão na constituição de uma disciplina: um corpo de conteúdos, um discurso e uma prática profissional (Vinão, 2008). À época, o código disciplinar estava fortemente apoiado nos programas, os quais eram constituídos por um corpo bem definido de conteúdos estabelecidos e na indicação do livro- texto utilizado.

Na primeira página desse caderno lê-se questões de exame. Isso revela, além do que era ensinado na disciplina, também a forma de avaliação que consistia em pontos (temas a serem dissertados) que seriam sorteados por ocasião dos exames.

A primeira parte do manuscrito abrange as lições de Geometria Analítica, uma vez que ela e o CDI faziam parte da primeira cadeira do 1º ano do curso na referida instituição.

Um caderno, assim como um livro didático, enseja múltiplas possibilidades de leitura. É de meu interesse, mediante uma leitura apoiada na História Cultural, entender como o CDI foi apropriado pelo docente que ministrou a disciplina. Conforme Chartier (2002, p. 68), o conceito de apropriação remete a “uma história social dos usos e das interpretações, relacionadas às suas determinações fundamentais e inscritos nas práticas específicas que os produzem”.

A primeira página do caderno de Theophilo traz considerações semelhantes àquelas feitas por Comte em relação à divisão da matemática em duas partes:

[...] Desta definição tínhamos concluído que a ciência matemática divide-se naturalmente em 2 partes distintas: a matemática concreta, que tem por objeto determinar as relações que ligam as grandezas de um fenômeno qualquer; e a matemática abstrata que tem por objeto uma vez conhecidos estas relações, determinar os valores de uma ou algumas destas grandezas sendo numericamente conhecidos os valores de todas as outras (Cunha, 1884, p. 283).

Seguindo o programa, a 1ª lição aponta para uma estrita observância ao programa de 1879, a começar pela recomendação de Comte de que fossem estudadas as três diferentes concepções do CDI de Leibniz, Newton e Lagrange. O texto avança com a definição de Comte sobre a matemática, assim como a divisão desta em concreta e abstrata. A fim de explicar em que consiste a matemática abstrata e concreta, lê-se no caderno o seguinte:

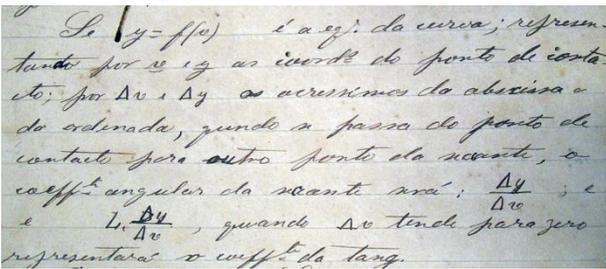
A matemática concreta que tem por objeto determinar as relações que ligam as grandezas de um fenômeno qualquer; e a matemática abstrata, que tem por objeto uma vez conhecidos estas relações, determinar os valores de uma ou algumas destas grandezas sendo numericamente conhecidos os valores de todas as outras. Suponhamos por exemplo, que se tenha de estudar a queda de um corpo, se nós suporemos (sic) para mais facilidade que este corpo cai no vazio, é evidente que o fenômeno considerado neste caso especial apresenta 2 grandezas variáveis, o espaço percorrido pelo corpo e o tempo gasto em percorrê-lo, a 1ª vista se vê que estas grandezas não variam uma independentemente da outra. D'onde se vê que deve existir entre elas uma relação qualquer de modo que dado o valor de uma delas, o valor de outra possa ser determinado, quando se conhece o valor da outra, torna-se então necessário estabelecer em primeiro lugar, isto é, a equação do fenômeno. Esta é a primeira parte, que tem por fim estabelecer a equação do fenômeno não faz parte da matemática abstrata; ao contrário a questão considerada só entra no domínio da matemática abstrata depois de estabelecida a equação. Só a observação e a experiência é que nos pode fornecer as equações dos fenômenos. Representemos por x o valor do tempo e por y o valor do espaço procurado. Se supusermos que o corpo cai durante os tempos $x_0, x_1, \dots, x_n \dots$ e se medirmos diretamente os valores correspondentes aos espaços percorridos durante estes tempos, e se representarmos estes valores por $y_0, y_1, \dots, y_n \dots$ o estabelecimento da equação do problema se reduzirá a saber qual a lei invariável que liga cada um dos números da 2ª série aos da primeira [...] (Cunha, 1884, p. 289-290).

Transcrever essa longa citação encontra justificativa no fato de que ela permite constatar que houve uma apropriação das ideias de Comte, já que o exemplo mostrado é o mesmo que o filósofo francês usou, em seu livro de 1830, para explicar sobre o que trata a matemática concreta e abstrata. Entretanto, o desmembramento do problema foi realizado pelo professor, não constando do texto do 1º volume da Filosofia Positiva (Comte, 1830, p. 126). Além disso, aparece visivelmente a divisão que Comte faz na matemática, qual seja: matemática pura e matemática abstrata.

Na segunda lição, segundo o caderno de Cunha, ele começa com a divisão do CD em duas partes: 1º diferenciação das funções explícitas: 2º diferenciação das funções implícitas, exatamente como proposto por Comte.

É preciso notar a apropriação da abordagem de Comte para derivada, segundo Newton e nas notas do caderno de Cunha.

Figura 7: Concepção de Newton no caderno

	<p>Transcrição: Se $y=f(x)$ é a equação da curva, representando por x e y as coord^{as} do ponto de contato; por Δx e Δy os acréscimos da abcissa e ordenada, quando se passa do ponto de contato para outro ponto da secante, o coeff^{te} angular da secante será: $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ e $L \frac{\Delta y}{\Delta x}$, quando Δx tende para zero representará o coeff^{te} da tang.</p>
---	---

Fonte: Caderno de Teophilo Cunha (1884).

No Curso de Filosofia Positiva, Comte chamou de t o quociente entre Δx e Δy (Figura 8).

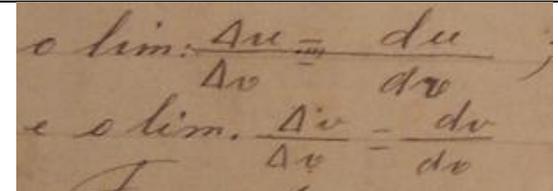
Figura 8: Concepção de Newton em Comte

<p>rapprochât indéfiniment du premier. En nommant Δy et Δx les différences des coordonnées des deux points, on aurait, à chaque instant, pour la tangente trigonométrique de l'angle que fait la sécante avec l'axe des abscisses, $t = \frac{\Delta y}{\Delta x}$; d'où, en prenant les limites, on déduira, relativement à la tangente elle-même, cette formule générale d'analyse transcendante</p> $t = L \frac{\Delta y}{\Delta x}; (1)$	<p>Tradução: Chamando Δx e Δy as diferenças das coordenadas de dois pontos, teríamos, em todos os momentos, para a tangente trigonométrica do ângulo entre a secante e o eixo das abcissas, $t = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ onde, tomando os limites, deduziremos, quanto à própria tangente, esta fórmula geral da $t = L \frac{\Delta y}{\Delta x}$</p>
--	--

Fonte: Comte (1830, p. 250).

Nesse exemplo, temos uma apropriação cuja compreensão é delicada, por um lado, o professor mantém-se fiel ao positivismo, usando a simbologia de Comte, isto é, usa aqui o símbolo L para o limite; por outro lado, em outras partes do caderno aparece o símbolo – lim. - mais usual nos livros da época. No livro de Cálculo Infinitesimal de Sonnet (3ª edição, 1884), o autor utiliza a simbologia que aparece na Figura 9, ou seja, o professor utiliza mais de uma simbologia, com o mesmo significado.

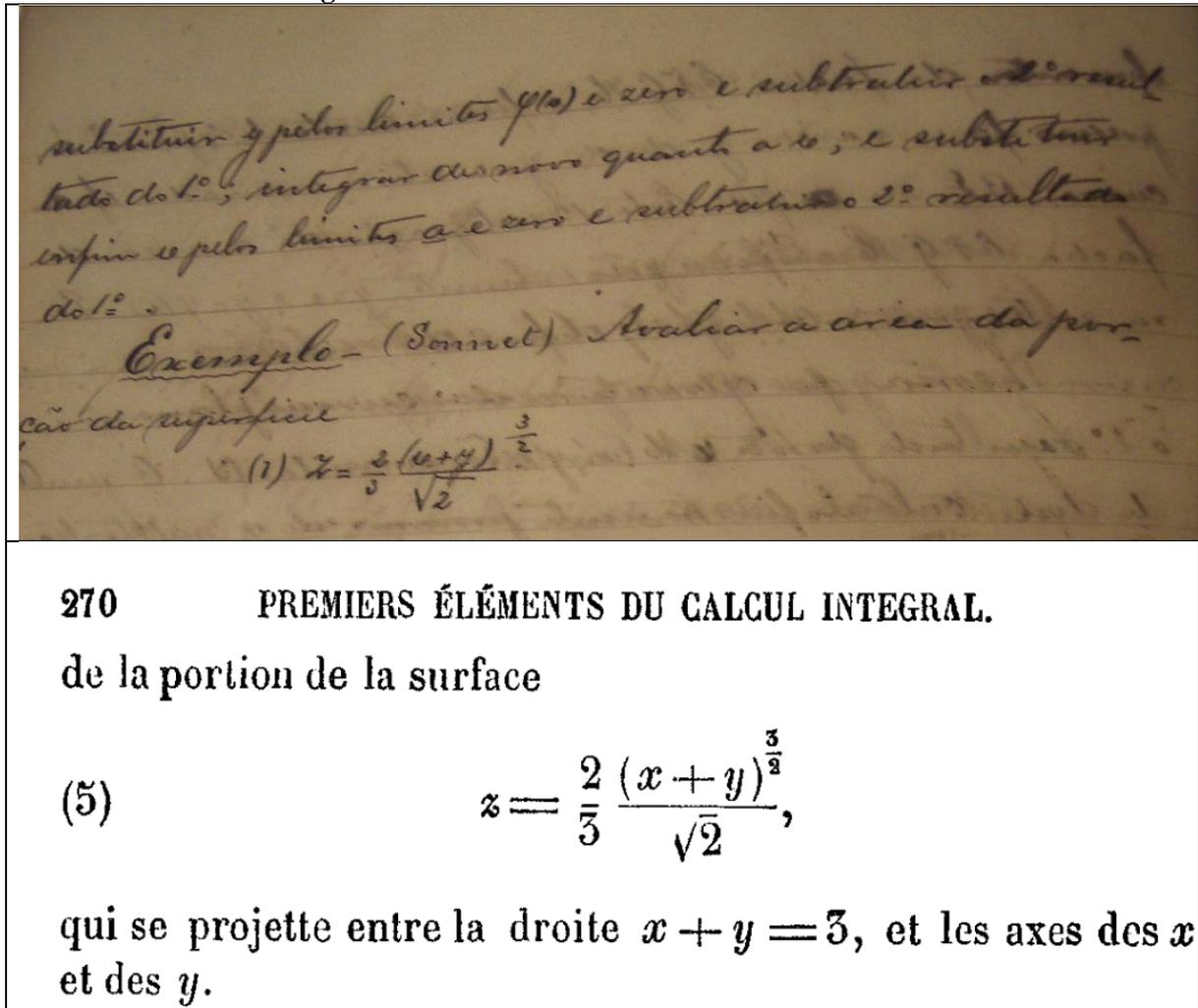
Figura 9: símbolo de limite à esquerda usado no caderno de Cunha e à direita por Sonnet (1884)

	$\lim. \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim. \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x).$
<p>Fonte: caderno de Cunha (1884)</p>	<p>Fonte: Sonnet (1884, p. 5)</p>

O caderno de Cunha, documento que nos permitiu acesso àquilo que de fato era ensinado em matemática, permitiu a comprovação efetiva do uso do livro de Sonnet na Escola Politécnica

do Rio de Janeiro. Como diz Bloch (2001, p. 73): “[...] o que entendemos efetivamente por documentos senão um vestígio, quer dizer, a marca, perceptível aos sentidos, deixada por um fenômeno em si mesmo impossível de captar”. A Figura 10 contém duas imagens: a imagem que está posicionada acima é do caderno de Cunha com um exercício proposto; a que está abaixo dela é do livro de Sonnet, apresentando o mesmo exemplo.

Figura 10: Referência ao livro de Sonnet no caderno



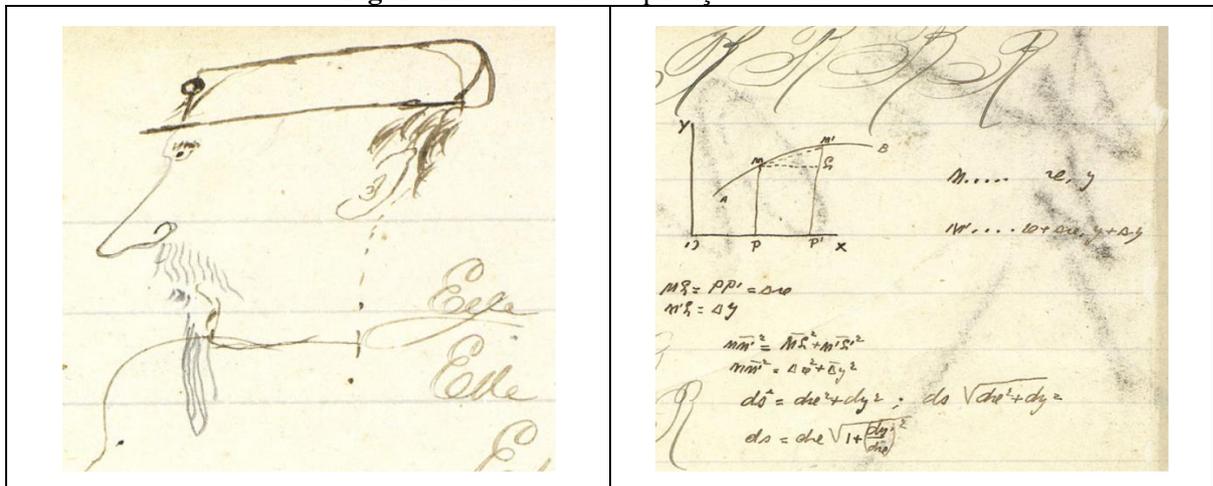
Fonte: Caderno de Cunha (1884) e Sonnet (1886, p. 270).

Como muito bem formulou Mignot (2008, p. 7), os cadernos nos “[...] falam dos alunos, dos professores, dos pais, dos projetos pedagógicos, das práticas avaliativas, dos valores disseminados em palavras e imagens [...]”. O caderno de Euclides da Cunha, que hoje integra o acervo da Biblioteca Nacional e é possivelmente datado de 1885⁴, mostra, além das notas de aula de Cálculo Integral e exercício de aplicação, desenhos do autor (Figura 11). Uma caricatura

⁴ Neste ano, ele frequentava a Escola Militar da Praia Vermelha.

não acabada em que se pode entrever um homem com chapéu e bigode, e onde se lê três vezes a palavra ele, nos leva a pensar sobre quem seria esse personagem rabiscado, qual a razão da repetição da palavra ele? Seria o professor? Seria algum militar por quem ele nutria simpatia ou antipatia? Não conseguimos desvendar esse mistério. Entretanto, sabe-se que à época ele foi expulso por desacato a oficial de patente superior. Euclides da Cunha foi positivista e também escritor reconhecido no país. Curiosamente, nas páginas desse caderno, encontram-se além de exercícios de cálculo integral, também longas narrativas sobre outros assuntos. Por exemplo, sobre José Bonifácio, com a explicação do porquê, segundo o autor, em 1822, o Brasil não poder se tornar uma república.

Figura 11: Caricatura e aplicação da derivada



Fonte: Caderno de Euclides da Cunha, Biblioteca Nacional.

Entre os muitos discípulos de Benjamin Constant encontra-se Licínio Athanasio Cardoso. Em 1888, às vésperas da proclamação da República, ele escreveu um dos primeiros textos sobre a história do ensino no Brasil – *Evolução Matemática no Brasil*. Começou expondo como era o estudo da matemática na Academia da Marinha em 1808, depois, em 1810, na Academia Real Militar, apresentando as várias mudanças curriculares pelas quais essa Academia Real Militar passou. Tratou, também, do surgimento das ideias positivistas nessas instituições:

Foi nas Escolas Militares e Politécnica, onde começaram primeiro a ser conhecidas as ideias do grande pensador francês, que, coordenando a ciência em atenção ao progresso social, fez a sua verdadeira síntese, mandando eliminar do ensino as teorias e desenvolvimentos inúteis à melhora da ordem humana (Cardoso, 1888, p. 10).

Ele atribuiu a Benjamin Constant a responsabilidade pela introdução, ali, dessa filosofia: “De um homem só, lecionando então nas duas escolas, o nosso venerando mestre Dr. Benjamin Constant Botelho de Magalhaes, emanou o primeiro ensino das doutrinas do grande filósofo”

(Cardoso, 1888, p.10). Segundo ele, a partir daí as ideias foram se difundindo entre os “estudiosos” e ainda “[...] pode-se dizer que não há hoje professor de matemática, particular ou público, que deixe de ler Comte, e ser influenciado mais ou menos energicamente pelas doutrinas do grande mestre” (Cardoso, 1888, p. 10). Deixando de lado os exageros de um positivista ortodoxo, parece que houve de fato um alastramento das ideias de Comte. Aqui, Cardoso (1888) identifica dois grandes mestres, o próprio Comte e Benjamin Constant, um pela formulação da filosofia positivista e outro pela sua difusão no Brasil. Cardoso apontou como autores seguidores do positivismo a si próprio, com a obra *Teoria das funções derivadas* e, aos irmãos Moraes e Rego, com o livro *Álgebra*.

Benjamin Constant tomou parte ativa no processo de proclamação da república, liderando os jovens oficiais, e assumiu, após o 15 de novembro, a pasta do Ministério da Guerra. Todavia, ele não parecia ser o homem certo para o cargo, e Deodoro da Fonseca, assim que teve chance, criou um novo ministério e o entregou a Constant. O ministério era um híbrido de ministério da educação e comunicações e chamava-se Ministério dos Negócios da Instrução Pública, Correios e Telégrafos. Tomou posse do novo ministério em junho de 1890. Enquanto ministro, Constant realizou algumas reformas, inspirado na filosofia positivista. Criou também alguns institutos, todos também com curta existência. Com a morte de Constant, em 1891, encerrou-se o primeiro ministério de educação brasileiro. A lei enciclopédica de Comte apareceu nos primeiros 4 anos do curso fundamental, e essa proposta não é casual. Benjamin Constant, intencionalmente, propôs uma observância às ideias comtianas de seguir as ciências positivas, começando pela matemática até a sociologia.

Conclusões

O século XIX chega ao seu final com uma apropriação do positivismo na estrutura do ensino da Escola Politécnica e uma tênue presença na disciplina de CDI. Os resultados que as fontes indicam, realizando um cruzamento entre o que era proposto no programa de CDI de Comte, no programa de ensino, nos livros didáticos e no caderno de aluno, é a existência de uma apropriação parcial na abordagem das ideias iniciais do CDI. As unidades significantes propostas para análise apareceram nos dados e foram as seguintes: nome de Comte, citado em teses de matemática para obter o título de doutor na Escola Central; classificação das ciências, segundo Comte, em programas de ensino; divisão da matemática em abstrata e concreta, em programas de ensino; classificações das funções em abstrata e concreta em programas de ensino; apresentação da derivada, segundo as concepções de Leibniz, Newton e Lagrange, em

programas de ensino, pontos de exames e caderno de aluno; e o uso de simbologia com tiana para limite em caderno de aluno. A presença dessas unidades significantes constitui-se em indícios de que houve uma influência da Filosofia Positiva, embora limitada. Apenas foram inseridas aquelas ideias possíveis de serem apresentadas numa disciplina do primeiro ano de um curso de formação de engenheiros. Quem elaborou o programa de ensino de CDI e os professores que ministraram a disciplina apropriaram-se das ideias expostas no primeiro volume do Curso de Filosofia Positiva apenas no que concerne às primeiras discussões filosóficas do CDI.

Há indícios de que o positivismo enquanto filosofia apoiada nas ciências e numa visão sistematizada e classificatória de saberes atraia os professores de matemática militares que ministravam o CDI. Uma possível razão para isso reside na própria hierarquia classificatória que os militares obedecem, com base na organização de uma hierarquia militar em que todos estão divididos entre oficiais gerais, oficiais superiores, oficiais intermediários, oficiais inferiores e praças ou graduados. A ideia dominante no positivismo foi esse princípio classificatório: abstrato e concreto, direto e inverso, objetivo e subjetivo, geral e especial, proposto por Comte. As diferentes divisões das funções matemáticas podem ser metaforicamente comparadas com as posições hierárquicas dos militares.

Além do prescrito por Comte, também usaram livros didáticos de CDI, pois precisavam ensinar as técnicas de derivação, integração e as aplicações desses conceitos, questões essas que não estavam expostas no livro de Comte, por não ser um livro didático de CDI. Na primeira década do século XIX, o ensino de CDI foi totalmente orientado pelos livros de Lacroix, mas gradativamente outras influências fizeram-se sentir, como Comte, Serret e Sonnet.

Benjamin Constant, como professor atuante nas escolas militares e posteriormente como ministro da instrução, exerceu uma influência decisiva entre seus alunos, entre os quais muitos se tornaram adeptos do positivismo, alguns foram autores de livros didáticos e outros divulgadores da filosofia positiva no Brasil. Entretanto, vê-se que Comte influenciou parcialmente o ensino de CDI, sendo suas ideias filosóficas da matemática discutidas apenas como uma introdução ao CDI.

O positivismo, oriundo da França aportado em terras brasileiras, pode ser considerado, para os fins de que se trata este estudo, como uma transferência cultural ocorrida no século XIX entre dois continentes. Os agentes culturais como Benjamin Constant e Licínio Cardoso, entre outros, desempenharam seus papéis para que essa transferência acontecesse; entretanto a

apropriação realizada da concepção de Comte sobre o Cálculo Diferencial e Integral foi limitada e analisada, nesta investigação, no ensino superior.

Referências

BENITO, A. E. **A escola como cultura: experiência, memória e arqueologia**. Campinas: Editora Alínea, 2017.

BLOCH, M. **Apologia da história** ou o ofício do historiador. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.

CARDOSO, L. A. Evolução da Mathematica no Brazil. Secção de Mathematica. **Revista do Instituto Politécnico**, ed. 18, p. 3-13, 1888.

CAJORI, F. **A history of mathematical notations**. 2v. New York: Dover, 1993.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, n. 2, p. 177-229, 1990.

COMTE, A. **Philosophie Première**. Paris: Hermann Editeurs et des Artes, 1975.

COMTE, A. **Cours de Philosophie Positive**. V. 1, Paris: Rouen Frères, Libraires Editeurs, 1830.

COMTE, A. **Traité Élémentaire de Géométrie Analytique a deux et a trois dimensions**. Paris: Carilian-Goëury et Dalmont Ed., 1843.

COMTE, A. **Curso de Filosofia Positiva**. Seleção de textos. São Paulo: Abril Cultural (Os pensadores), 1978.

CUNHA, E. **Uma poética do espaço brasileiro**. Rio de Janeiro: Fundação Biblioteca Nacional, 2009.

CUNHA, E. **Caderno de cálculos**. Coleção Euclides da Cunha. Original. Manuscrito. (AEC 649). Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro. (S.I.,18-)

CUNHA, T. R. **Caderno manuscrito**. Acervo de manuscritos da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, 1884.

ESPAGNE, M. **Les Transferts Culturels Franco-Allemands**. Paris: Presses Universitaires de France, 1999.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**, v. 1 n. 1, p. 9-43, 2001.

LACROIX, S. **Traité Élémentaire de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral**. Paris: Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire, 1802.

LACROIX, S. **Tratado elementar de calculo differencial e integral**. 1. Parte. Tradução de Francisco C. S. A. Torres. Rio de Janeiro: Tipografia Nacional, 1812.

LACROIX, S. **Tratado elementar de calculo differencial integral**. 2. Parte. Tradução de Francisco C. S. A. Torres. Rio de Janeiro: Tipografia Nacional, 1814.

LEMOS, M. Augusto Comte e o Positivismo. **O Globo** (RJ), 26 ago. 1876, p. 3. Disponível em <https://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=369381&Pesq=%22Miguel%20Lemos%22&pagfis=2913>. Acesso em, 20 set. 2021.

LINS, I. **História do Positivismo no Brasil**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1964.

LUZ, F. C. **Caderno manuscrito**. Acervo de manuscritos da Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro, 1846.

MENDES, R. T. **Benjamin Constant** - Esboço de uma apreciação sintética da vida e da obra do fundador da República Brasileira. Rio de Janeiro: Apostolado Pozitivista Brasileiro, 1913.

MOREIRA, H. J. F. **Escola Central**: a academia do Largo de São Francisco de Paula que consolidou o ensino de engenharia civil no Rio de Janeiro. Tese. Programa de Pós-Graduação em História das Ciências. UFRJ, 2014.

PAIM, A. **História das Ideias Filosóficas no Brasil**. São Paulo: Grijaldo, Edusp, 1974.

PEIXOTO, M. M. P. **Estudo dos Principios do Calculo Differencial**. These. Escola Militar do Rio de Janeiro, 1853.

PROGRAMA DE ENSINO. **Escola Politécnica**. Rio de Janeiro: Typografia Nacional, 1880.

PROGRAMA DE ENSINO REFERENTE AOS ANOS DE 1881 E 1882/ESCOLA POLITÉCNICA. Rio de Janeiro: Typografia Nacional, 1882.

ROMERO, S. **A filosofia no Brasil**: ensaio critico. Porto Alegre : Typ. de Deutsche Zeitung, 1878.

SERRET, J. A. **Cours de Calcul Différentiel et Integral**. 3a ed. Paris: Gauthier-Villars, 1886.

SILVA, C. M. S. **Matemática Positivista e sua difusão no Brasil**. E-book, 2ª ed. Vitória: EDUFES, 2023.

SONNET, H. **Premiers Éléments de Calcul Infinitesimal**. Paris: Librairie Hachette et & Cia, 1897.

VIDAL, D. No interior da sala de aula: ensaio sobre cultura e prática escolar. **Currículo sem Fronteiras**, v. 9, n. 1, p. 25-41, 2009.

VIÑAO, A. F. Os cadernos escolares como fonte histórica: aspectos metodológicos e historiográficos. MIGNOT, A. C. V. (Org.). **Cadernos à vista**: escola, memória e cultura escrita. Rio de Janeiro: EdUERJ, 2008, p. 15-34.