

O ENSINO DE DIVISÃO DE FRAÇÕES A PARTIR DA MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

DOI: <https://doi.org/10.33871/rpem.2024.13.32.9087>

Yslane Reis Santos Bomfim¹
Evanilson Landim²
Lucília Batista Dantas Pereira³

Resumo: O ensino de frações apresenta desafios decorrentes de abordagens tradicionais centradas em regras prototípicas, principalmente no contexto da divisão. No entanto, é possível aprimorar, significativamente, o processo educativo a partir de métodos mais eficazes. A Modelagem Matemática, quando tratada como uma Tendência em Educação Matemática, é uma ferramenta metodológica que pode contribuir para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos pelos estudantes. Diante disso, esta pesquisa tem como objetivo principal analisar a aprendizagem da divisão de frações por estudantes a partir do 7º ano do Ensino Fundamental por meio da Modelagem Matemática. A investigação é considerada de natureza básica estratégica, com abordagem qualitativa e propósito exploratório e foi desenvolvida a partir de uma Revisão Sistemática da Literatura, cujos resultados serão apresentados neste trabalho. A pesquisa revelou a escassez de estudos sobre o tema, destacando as dificuldades no ensino e na aprendizagem da divisão de frações. Ademais, constatou-se a ausência de trabalhos envolvendo a Modelagem Matemática nesse contexto; contudo, a análise proporcionou *insights* relevantes, reforçando a necessidade de intervenções nessa área.

Palavras-chave: Divisão de frações. Modelagem Matemática. Ensino. Aprendizagem.

TEACHING FRACTION DIVISION FROM MATHEMATICAL MODELING: A SYSTEMATIC REVIEW OF THE LITERATURE

Abstract: The teaching of fractions presents challenges resulting from traditional approaches centered on prototypical rules, especially in the context of division. However, it is possible to significantly enhance the educational process by adopting more efficient methods. Mathematic Modeling, when treated as a Tendency in Mathematics Teaching, is a methodological tool that can contribute to the development of mathematical concepts for students. In view of this, the research holds as its main objective to analyze what is learnt in the division of fractions by students, beginning from the seventh year of Primary School and using Mathematical Modelling. A basic and strategic approach, as well as being qualitative and investigative, it was developed from a Systematic Revision of Literature. The research revealed scarce material on the subject, highlighting difficulties in the teaching of the division of fractions, alongside its learning process. Besides this, the absence of works involving Mathematical Modeling in this context was registered. All in all, the analysis provided relevant insights, giving emphasis to the need for interventions in this area.

Keywords: Division of fractions. Mathematical Modeling. Teaching. Learning.

¹ Mestranda em Educação no Programa de Pós-Graduação em Formação de Professores e Práticas Interdisciplinares (PPGFPPPI). Licenciada em Matemática pela Universidade de Pernambuco (UPE). E-mail: yslane.reis@upe.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7738-2057>

² Doutor em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professor Adjunto da Universidade de Pernambuco (UPE). E-mail: evanilson.landim@upe.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2742-4850>

³ Doutora em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Professora Adjunta da Universidade de Pernambuco (UPE). E-mail: lucilia.batista@upe.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1901-2768>

Introdução

A aprendizagem dos conceitos referentes às frações tem sido uma dificuldade recorrente entre os estudantes, que, muitas vezes, concluem a Educação Básica sem ter ao menos desenvolvido habilidades fundamentais concernentes a esse saber. Por ser um conceito previsto para ser desenvolvido de forma mais explícita durante o Ensino Fundamental, há uma preocupação constante por parte dos docentes e pesquisadores a respeito das metodologias, que devem ser utilizadas na construção desses conhecimentos: “[...] não devemos ensinar frações do modo que tem sido ensinadas e ainda são ensinadas” (Lopes, 2008, p. 2).

O cenário percebido é de que o ensino das frações tem sido fortemente explorado de forma mecanizada, pautado na ênfase de regras e procedimentos prototípicos, principalmente quando se trata das operações fracionárias, sobretudo, a divisão. De acordo com Silva e Almouloud (2008, p. 70), dentre as quatro operações, a divisão é aquela na qual os estudantes mais demonstram dificuldades. Contudo, os autores acreditam que há a possibilidade de a divisão de frações ser ensinada de maneira significativa, mobilizando saberes anteriores, a partir da ideia de “quantos cabem” e das especificidades dos números naturais.

Nesse panorama, as Tendências em Educação Matemática, especificamente a Modelagem Matemática, podem contribuir para o desenvolvimento do conceito de divisão de frações pelo estudante. A Modelagem Matemática é uma Tendência que se baseia, essencialmente, em construir os saberes matemáticos por meio da apreciação do contexto social, estimulando um ambiente investigativo, favorável à aprendizagem (Bassanezi, 2015).

A partir da utilização dessa Tendência, é possível que o estudante faça correlações dos conteúdos aprendidos no ambiente escolar com o seu cotidiano ou com outros contextos. Tambarussi e Klüber (2016, p. 133) acreditam que a inserção da Modelagem Matemática na sala de aula “pode significar uma visão mais ampla para o ensino de Matemática, sem que ela fique restrita a um conjunto de fórmulas a serem decoradas ou a um conjunto de conteúdos sem relação com o cotidiano do aluno”.

Este trabalho resulta de uma preocupação com o ensino e com a aprendizagem de frações, que surgiu após o desenvolvimento de uma investigação de Iniciação Científica, quando foi realizada uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) para identificar as proposições da literatura a respeito dos saberes fração, número fracionário e número racional nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ao longo do estudo, notou-se a necessidade de intervenções pedagógicas relacionadas a esses conteúdos, uma vez que a forma como os conteúdos são ensinados, tem gerado obstáculos à aprendizagem (Bomfim; Landim, 2022).

Somado a isso, uma outra pesquisa subsequente analisou a relevância do uso da Modelagem Matemática como metodologia facilitadora para a aquisição de conteúdos da geometria plana. Depois de identificar as características e possibilidades de ensino com essa Tendência da Educação Matemática, foram desenvolvidas e vivenciadas Propostas de Ensino estimulando a participação dos estudantes e promovendo a reflexão e a criticidade (Bomfim; Pereira, 2023).

Após o desenvolvimento das duas pesquisas, observando as dificuldades relacionadas às frações, especificamente no que concerne à operação de divisão e às contribuições atribuídas ao uso da Modelagem Matemática, foi estabelecida a questão norteadora desta investigação: *“De que maneira a aprendizagem de divisão de frações por estudantes a partir do 7º ano do Ensino Fundamental pode ser otimizada com o emprego da Modelagem Matemática?”*

Com o intuito de responder à questão supracitada, a pesquisa teve como objetivo principal analisar a aprendizagem da divisão de frações por estudantes a partir do 7º ano do Ensino Fundamental por meio da Modelagem Matemática. Para tanto, foi realizada uma RSL, a fim de identificar se há estudos recentes que tratam do ensino de divisão com frações empregando a Modelagem Matemática.

Nas seções seguintes, serão apresentados alguns apontamentos que a literatura vem destacando a respeito do ensino e da aprendizagem de frações, reflexões sobre a aprendizagem da divisão de frações no Ensino Fundamental, discussões sobre a Modelagem Matemática e o estudo das frações. Em seguida, a metodologia utilizada neste estudo, os resultados obtidos na RSL e as devidas considerações finais.

O que algumas pesquisas apontam sobre o ensino e a aprendizagem de frações

Como já foi discutido, a maneira como as frações vêm sendo abordadas em sala de aula tem sido ineficaz ao desenvolvimento dos seus conceitos e as pesquisas vêm, cada vez mais, confirmando essa percepção. Courey *et al.* (2012) ressaltam que o domínio do conteúdo de frações é uma dificuldade presente na esfera educacional, sendo que o maior obstáculo para esse problema se encontra no déficit da sua compreensão. Ainda, esses autores acreditam que a compreensão do significado dos símbolos matemáticos é algo essencial para a aprendizagem e que esse entendimento pode variar de acordo com a cultura.

Essa ação de construir significados para os símbolos pode ocorrer por meio de “manipulações com ferramentas culturais, como objetos físicos, imagens, diagramas, gestos,

gráficos de computador, marcas escritas e expressões verbais” (Courey *et al.*, 2012, p. 253). Eles argumentam que a aprendizagem efetiva se dá quando os estudantes têm oportunidade de fazer conexões e construir significados sobre determinado conteúdo.

Riconscente (2013) destaca que, nos Estados Unidos, as metodologias de ensino utilizadas em sala de aula para ensinar frações têm se mostrado ineficazes à aprendizagem da maioria dos estudantes. Uma dificuldade recorrente apresentada por eles é o reconhecimento de frações como números em que a maneira de representar o numerador sobre o denominador é interpretada de forma equivocada, sendo, muitas vezes, entendido como dois números inteiros separados por um traço.

Shin e Bryant (2015) indicam, em seu estudo, que, dentre as maiores dificuldades apresentadas pelos estudantes estão a classificação de frações e a identificação de equivalência entre elas, o que revela uma falta de compreensão a respeito do tema, levando a provocar equívocos quando se deparam com questões desse tipo. Nesse contexto, eles defendem que uma das competências que os professores devem ter é a capacidade de realizar intervenções que enfatizem o desenvolvimento de conceitos, proporcionando a exploração de situações que estimulem a criticidade matemática. Ademais, Wilkerson *et al.* (2014) tratam da importância de representar um conteúdo das mais variadas formas, pois essas relações matemáticas, de certo modo, ajudam na construção conceitual dos estudantes.

O domínio dos conhecimentos conceituais e procedimentais dos conteúdos matemáticos são imprescindíveis à aprendizagem. Dessa forma, é fundamental que o ensino de um tipo de conhecimento não seja demasiadamente superior ao outro, sendo importante a sua exploração de forma equilibrada, haja vista que uma aprendizagem sólida requer a constante relação entre os saberes. Jordan *et al.* (2017, p. 623) salientam que “os conceitos e procedimentos de fração estão interligados; adquirir conhecimento de conceitos de fração apoia o aprendizado de procedimentos e vice-versa”.

Para Jucá (2019, p. 2), nota-se, dentro do contexto escolar, que o ensino das frações “[...] é feito quase de forma mecânica, com memorização de regras e pouca compreensão conceitual do seu sentido”. Assim, as crianças e adolescentes recorrem a estratégias técnicas para resolver os problemas propostos, sem refletirem sobre o porquê de estarem utilizando um determinado procedimento, e quando os docentes deixam de explorá-lo, muitos deles acabam abstraindo esses conceitos matemáticos, o que prejudica o desenvolvimento de outros conteúdos correlacionados em anos posteriores.

Na maioria das pesquisas referentes ao estudo das frações, são apontados obstáculos no

ensino e na aprendizagem, além de intervenções ou instruções metodológicas voltadas ao avanço dos estudantes nesse tema. O fato é que essas dificuldades não são constatadas apenas na sala de aula, mas advém, também, de fatores externos, como os saberes docentes, os recursos de aprendizagem utilizados, as práticas pedagógicas incorporadas, exemplos que refletem diretamente nesse processo e que carecem de ressignificação.

A aprendizagem de divisão de fração no Ensino Fundamental

Os documentos curriculares (Brasil, 2017; Pernambuco, 2019) sugerem que o estudo das frações seja iniciado a partir do 4º ano do Ensino Fundamental. Inicialmente, deve ocorrer a exploração de situações mais simples, mediante a utilização de representações numéricas decimais. Além disso, ressaltam a importância de associar o conteúdo a diversos contextos que permitam a sua evolução.

No 5º ano, é recomendado dar uma ênfase maior aos números racionais na forma decimal, utilizando a decomposição e representação na reta numérica. Ainda, nesse ano escolar, também, devem ser exploradas as habilidades de identificação de frações equivalentes, a comparação e ordenação de representações fracionárias na reta numérica, o cálculo de porcentagens associado às frações e a resolução e a elaboração de problemas, envolvendo as operações dentro desse campo numérico. No 6º ano, a expectativa é que o trabalho com essas operações tenha continuidade e, de modo particular, recomenda-se trabalhar os significados parte-todo e quociente da divisão. Já no 7º ano, devem ser incrementadas as interpretações de frações associadas à razão e operador, além de continuarem sendo explorados os números racionais, tanto na forma fracionária, quanto na decimal. No 8º ano, espera-se que o estudante seja capaz de transformar uma fração geratriz em uma dízima periódica e vice-versa.

Apesar de as recomendações curriculares apontarem que o ensino de frações inicia-se a partir do 4º ano, nos anos anteriores, são identificadas algumas habilidades que já estimulam esse campo do conhecimento. Os problemas envolvendo dobro, metade, triplo, terça, quarta, quinta e décima parte são exemplos de situações que corroboram para o desenvolvimento do conceito de frações.

Como se nota, o estudo das frações começa desde os anos iniciais e se estende ao longo de todo o Ensino Fundamental, necessitando que a sua exploração varie de situações mais simples até as mais complexas, incluindo uma diversidade de contextos que propiciem ao estudante compreender as diferentes facetas que alcançam tal conceito. Contudo, ao analisar o

cenário educacional, percebeu-se uma discrepância entre as expectativas curriculares e o que, realmente, é vivenciado. Lopes (2008) apontou, como exemplos ortodoxos dados ao ensino das frações, a ênfase que ocorre nos anos iniciais aos tipos de frações aparentes, impróprias e mistas, em que as crianças ainda não compreenderam o conceito por trás desse tipo de fração, mas foram expostas a ele de forma antecipada. Isso acaba atrapalhando o processo de aprendizagem, visto que pode limitar e distorcer os significados inerentes às frações.

Lopes (2008) salientou, também, que os contextos apresentados em alguns livros didáticos não condizem com a realidade cotidiana dos estudantes, algo que acaba por dificultar uma aprendizagem significativa. Ainda que esse estudo anteceda os documentos curriculares vigentes, em muitos casos, percebeu-se a presença dessas adversidades no contexto escolar.

O ensino das operações com frações deve ocorrer nos 5º e 6º ano do Ensino Fundamental. Entretanto, é comum que estudantes apresentem dificuldades em realizar os procedimentos relacionados a esse saber, mesmo em anos posteriores à escolarização. Ao tratar, especificamente, da divisão de frações, essa é a operação em que, frequentemente, apresentam-se mais obstáculos, dada a ausência de intuitividade durante a abordagem do saber e de aplicações no mundo real (Lopes, 2008; Moriel Junior; Wielewski; Carrilo, 2019).

Segundo Moriel Junior, Wielewski e Carrilo (2019), não se sabe com precisão em que contexto histórico a divisão de frações surgiu. No entanto, a sua importância já era evidente em civilizações antigas, como na China e no Egito, nas quais a sua utilização era perceptível durante a resolução de problemas práticos da época. Um exemplo disso é a divisão de terras às margens do rio Nilo. Ao longo do tempo, a divisão de frações se formalizou como um conceito matemático, sendo definida de maneira mais rigorosa nos conjuntos numéricos.

Toledo e Toledo (1997, p. 145) mostraram que a divisão é associada a duas ideias distintas, a saber: a ideia de repartir igualmente e a ideia de medir, na qual, a primeira é trabalhada com mais ênfase. Van de Walle (2009, p.177) destacou que, quando “o tamanho do conjunto é desconhecido”, trata-se de uma situação de partição e quando “a quantidade de conjuntos é desconhecida, mas o tamanho dos conjuntos é conhecido”, refere-se ao contexto de medida.

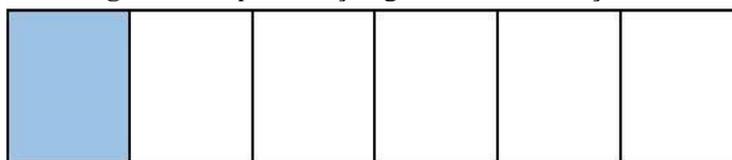
Por exemplo, ao distribuir 15 laranjas para 3 amigos, precisa-se dividir a quantidade total das laranjas em 3 conjuntos diferentes para descobrir o tamanho de cada conjunto, ou seja, definir quantas laranjas cada um irá receber. Nesse caso, a divisão está sendo explorada a partir da ideia de repartir igualmente. Já no caso de trabalhar com a ideia de medida, reformulando a situação apresentada, tem-se a mesma quantidade de laranjas, agora dividida em grupos de 5

laranjas por grupo e deve-se encontrar a quantidade de grupos que podem ser formados com essa mesma característica. Isso significa dizer que, ao dividir 15 por 5, é necessário analisar quantas vezes 5 cabe em 15 para obter o resultado. Transferindo essas ideias para o campo dos números fracionários, Bertoni (2009, p. 89) reitera:

Assim como ocorria com a divisão de números naturais, também a divisão de números fracionários, ou racionais positivos está associada a situações de partilha e de medida. Na partilha, temos a divisão equitativa; na medida, temos a formação de grupos ou porções de tamanho pré-determinado. Um ponto a ressaltar é que a divisão como partilha nem sempre será possível com frações; mas a divisão como formação de grupos de tamanho fixado (medida) será sempre aplicável.

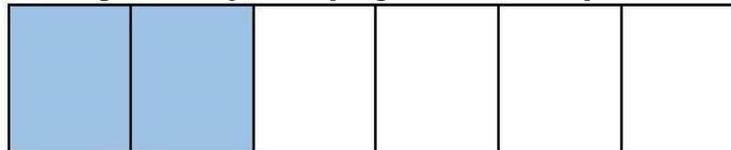
A partir dessa autora, nota-se que, na divisão de números fracionários, há uma certa limitação, uma vez que a ideia de repartir igualmente não pode ser aplicada em qualquer contexto fracionário, e por esse motivo, é necessário que os professores analisem as situações que utilizam durante o ensino de divisão fracionária para que não venha à tona esse entrave. A interpretação de divisão fracionária atrelada à ideia de medida pode ser compreendida de forma análoga à divisão de números naturais. A título de exemplo, tem-se a situação em que um indivíduo deve comer apenas $\frac{1}{6}$ de uma tapioca que está dividida em três pedaços iguais. Para saber a quantidade de pedaços que ele pode comer, deve-se analisar quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe em $\frac{1}{6}$. Na Figura 1, tem-se a representação geométrica da fração $\frac{1}{6}$ e na Figura 2 está representada a fração $\frac{1}{3}$.

Figura 1: Representação geométrica da fração $\frac{1}{6}$



Fonte: Elaboração dos autores.

Figura 2: Representação geométrica da fração $\frac{1}{3}$



Fonte: Elaboração dos autores.

Ao se observarem essas figuras e suas respectivas representações, é possível perceber que $\frac{1}{3}$ é equivalente ao dobro de $\frac{1}{6}$. Nesse caso, verifica-se que, em $\frac{1}{6}$, cabe metade de $\frac{1}{3}$, ou seja, ao dividir $\frac{1}{6}$ por $\frac{1}{3}$, tem-se a fração $\frac{1}{2}$ como resultado. Portanto, para comer $\frac{1}{6}$ da tapioca, é necessário dividir um dos três pedaços ao meio.

Na situação ora ilustrada, $\frac{1}{6}$ representa o dividendo, $\frac{1}{3}$ representa o divisor e $\frac{1}{2}$ o quociente. Se o cálculo fosse realizado de forma convencional a partir do algoritmo comumente empregado, a operação realizada seria:

$$\frac{1}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

A operação de divisão de frações, geralmente, é ensinada nas escolas a partir de uma perspectiva tecnicista, explicitando apenas como o cálculo é realizado, sem acompanhar nenhuma explicação sobre a sua utilização. Silveira e Silva (2013, p.12) relataram que, em muitos casos, os docentes não sabem como justificar os procedimentos, levando as regras matemáticas a serem vistas pelos estudantes como algo sem explicação, algo mágico.

Dessa maneira, os conteúdos acabam sendo reduzidos aos cálculos memorizados, prejudicando, assim, o desenvolvimento do conhecimento conceitual, que, no caso da divisão de frações, habitualmente, é omitido. Portanto, a reflexão contínua sobre práticas pedagógicas é crucial para garantir uma compreensão profunda e significativa das frações, promovendo o desenvolvimento conceitual dos estudantes ao longo de sua trajetória educacional.

A Modelagem Matemática e o estudo das frações

Os estudos voltados especificamente para o tema da Modelagem Matemática destacam que não há uma definição única para o termo. Contudo, Meyer, Caldeira e Malheiros (2013, p. 78) afirmam que “as concepções apresentadas evidenciam convergências com base em estudos empíricos sobre o tema”. A Modelagem no ensino de Matemática iniciou suas aplicações no século XX a partir da discussão de métodos para o ensino de Matemática entre matemáticos puros e aplicados.

No Brasil, o seu surgimento sucedeu-se com base nos estudos e perspectivas de Paulo Freire e Ubiratan D’ Ambrosio, que priorizavam os aspectos sociais no ambiente escolar, no final da década de 1970. A partir da década de 1980, a disseminação de estudos por diversos autores, envolvendo a Modelagem, contribuiu para que ela se tornasse uma linha de Pesquisa na Educação Matemática (Biembengut, 2009; Meyer; Caldeira; Malheiros, 2013). Desse modo, a Modelagem Matemática discutida neste trabalho é entendida como sendo um recurso pedagógico que permite ao indivíduo perceber os elementos matemáticos que o cercam no seu dia a dia, compreendendo a importância e o papel dessa disciplina no mundo (Tambarussi; Klüber, 2016; Silva; Veronez, 2021).

No que concerne aos estudos sobre o ensino e a aprendizagem das frações empregando a Modelagem Matemática, ainda são poucos, dada a quantidade de produções encontradas na literatura. Isso, provavelmente, se deve ao fato de que “o uso direto das frações tende a se tornar cada vez mais raro” (Lopes, 2008, p. 5). Além disso, o autor relata que, em 1937, foi realizada uma investigação a respeito da utilização social e comercial das frações por Wilson e Dalrympe, na qual os resultados apontaram que o uso das frações no cotidiano é limitado às metades, terços, quartos, doze avos, sendo que a divisão de frações, dificilmente, aparece.

Ainda que o emprego das frações não seja tão evidente no cotidiano, Lopes (2008) ressaltou que isso não significa que elas devam ser abolidas; pelo contrário, é necessário o reconhecimento da sua importância em contextos que não são utilizados com tanta frequência no dia a dia, mas que alcançam outras demandas e objetivos. Nesse panorama, serão referenciados alguns trabalhos que apresentam essa relação da Modelagem Matemática com o estudo das frações.

Soares *et al.* (2011, p. 83) trazem uma sugestão de proposta para o ensino de Matemática de professores de cursos superiores que visa à união dos conhecimentos teóricos com situações reais. No caso do estudo, o tema da atividade escolhida foi a música e a sua exploração permite trabalhar conhecimentos fracionários. O uso da Modelagem Matemática pelos autores tem o “intuito de melhorar a qualidade do aprendizado entre os futuros professores e, conseqüentemente, a qualidade do ensino nas escolas ao passo que estes assumam as responsabilidades que lhes cabem.”

Ao longo do texto, são mostrados, detalhadamente, as explicações concernentes aos conhecimentos sobre as notas musicais e como esses saberes poderiam ser relacionados com as frações. Nota-se de forma predominante o estímulo a representações advindas do constructo parte-todo e a utilização da operação adição de frações. Mesmo não tendo sido apresentados os resultados referentes à aplicação da proposta, dado que essa etapa ainda não havia ocorrido, a partir das informações trazidas no texto, há uma expectativa referente à sua potencialidade.

Pereira e Madruga (2020) abordaram dois modelos de planos de aula que utilizavam notas musicais para o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica, nos quais, além do tema, foram destacados os objetivos, o conteúdo, a metodologia, o cronograma e a avaliação. Os autores defenderam a possibilidade de inserção da Modelagem nesse nível escolar fazendo o uso de modelos que associam as práticas sociais e culturais dos estudantes.

O primeiro modelo de proposta apresentado oportuniza o ensino de noções básicas sobre um instrumento musical e, em paralelo, o estudo de representações fracionárias, adição de

frações e é destinada a estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental como uma aula introdutória do conteúdo ou uma revisão. Uma das justificativas para o uso desse tema associado às frações é “[...] possibilitar aos estudantes a percepção do conteúdo matemático interagindo com outras vertentes aparentemente bem distintas como a música” (Pereira; Madruga, 2020, p. 31).

Já Faedo (2014) mostra os resultados de uma pesquisa com o objetivo de analisar uma proposta que utilizou a Modelagem Matemática como ferramenta auxiliar para o ensino e a aprendizagem das frações por meio de um modelo matemático construído a partir do tema Bolsa Família. Os participantes foram estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do estado do Paraná, que tiveram palestras com profissionais que discutiram sobre as funções do programa; em seguida, foi estabelecido o que os estudantes poderiam comprar com o dinheiro recebido, dando prioridade aos materiais escolares e à alimentação; e, por fim, os dados obtidos foram discutidos e modelados. Após a aplicação da atividade, o autor destacou que a metodologia empregada obteve resultados positivos e salientou que “o ensino da modelagem voltado para aprendizagem é válido, por meio dele, pode-se ter uma visão diferenciada da educação matemática, visão essa, que resultará em novos desafios, oportunizando a pesquisa, a investigação e a resolução de problemas” (Faedo, 2014, p. 28).

Procedimentos Metodológicos

Neste tópico, serão apresentadas as estratégias metodológicas utilizadas nesta investigação, associando a questão de pesquisa aos caminhos empregados para coletar, estruturar e analisar os dados encontrados durante o desenvolvimento do estudo, que é de natureza básica, sendo considerado como uma pesquisa básica estratégica, uma vez que seu intuito estava associado à “aquisição de novos conhecimentos direcionados a amplas áreas com vistas à solução de reconhecidos problemas práticos” (Gil, 2018, p. 25).

Em relação ao tipo de abordagem, a pesquisa é qualitativa, pois fundamenta-se em uma “perspectiva interpretativa centrada no entendimento do significado das ações de seres vivos, principalmente dos humanos e suas instituições” (Sampieri; Callado; Lucio, 2013, p. 34). Dessa forma, nesse tipo de investigação, o pesquisador tem contato direto com as experiências dos participantes, proporcionando um conjunto de interpretações sobre a relação deles com o objeto de estudo. Embora no presente estudo não tenha sido realizada nenhuma atividade direta com estudantes, ainda assim, entende-se que esses foram o centro da pesquisa, já que todo o seu percurso buscou analisar de que maneira a aprendizagem das frações pode ser otimizada a partir

das contribuições da Modelagem Matemática.

No que concerne ao propósito da pesquisa, essa é classificada como exploratória, pois tem o intuito de possibilitar um conhecimento mais aprofundado sobre o tema (Gil, 2018). Especificamente neste estudo, o interesse está relacionado ao saber divisão de frações, o que será analisado em sua particularidade. Sobre os procedimentos técnicos que foram realizados, configura-se como pesquisa bibliográfica ou de fontes secundárias, que, segundo Marconi e Lakatos (2020), realiza uma busca sobre os estudos já publicados, nos formatos de artigos, livros, teses e dissertações. Ademais, a pesquisa bibliográfica possibilita que os pesquisadores tenham comunicação direta com as produções existentes sobre um determinado tema.

O estudo foi desenvolvido a partir da RSL, realizada com o propósito de identificar e analisar as produções existentes em relação à divisão de frações. De acordo com Galvão e Ricarte (2020), tal tipo de pesquisa apresenta, explicitamente, as bases de dados consultadas, as estratégias de busca, o processo de seleção dos artigos científicos, os critérios de inclusão e exclusão de cada artigo, além de explicitar as limitações de cada artigo analisado e as limitações da própria revisão.

Para o seu desenvolvimento, foram pesquisados artigos publicados em periódicos vinculados ao Portal de Periódicos CAPES/MEC, caracterizado como um repositório digital que disponibiliza uma diversidade de documentos científicos desenvolvidos por pesquisadores de diversos países. Em virtude da variedade de artigos que são encontrados no Portal, optou-se por realizar a pesquisa somente por essa plataforma.

As expressões de busca pretendidas foram: *divisão com fração, operações com fração, modelagem AND fração, modelagem AND divisão com fração, aprendizagem divisão de fração OR ensino divisão de fração* e as suas respectivas expressões no idioma inglês. Para uma análise mais efetiva, os seguintes critérios de inclusão foram adotados: artigos revisados por pares, nos idiomas português e inglês, que apresentavam temática associada à pesquisa e unicidade (que não se repetem), e foram que publicados no período de 2011 a 2021 (últimos dez anos a partir do início da pesquisa). Justifica-se o corte temporal adotado em virtude das pesquisas realizadas em anos anteriores- Lopes (2008), Silva e Almouloud (2008) já apontarem dificuldades voltadas para o ensino e a aprendizagem de frações e a divisão como sendo a operação mais difícil. Nesse sentido, optou-se por identificar se, nos últimos dez anos antecedentes ao ano de desenvolvimento dessa pesquisa, haviam sido elaboradas intervenções nessa área, com enfoque na superação das dificuldades apontadas na literatura.

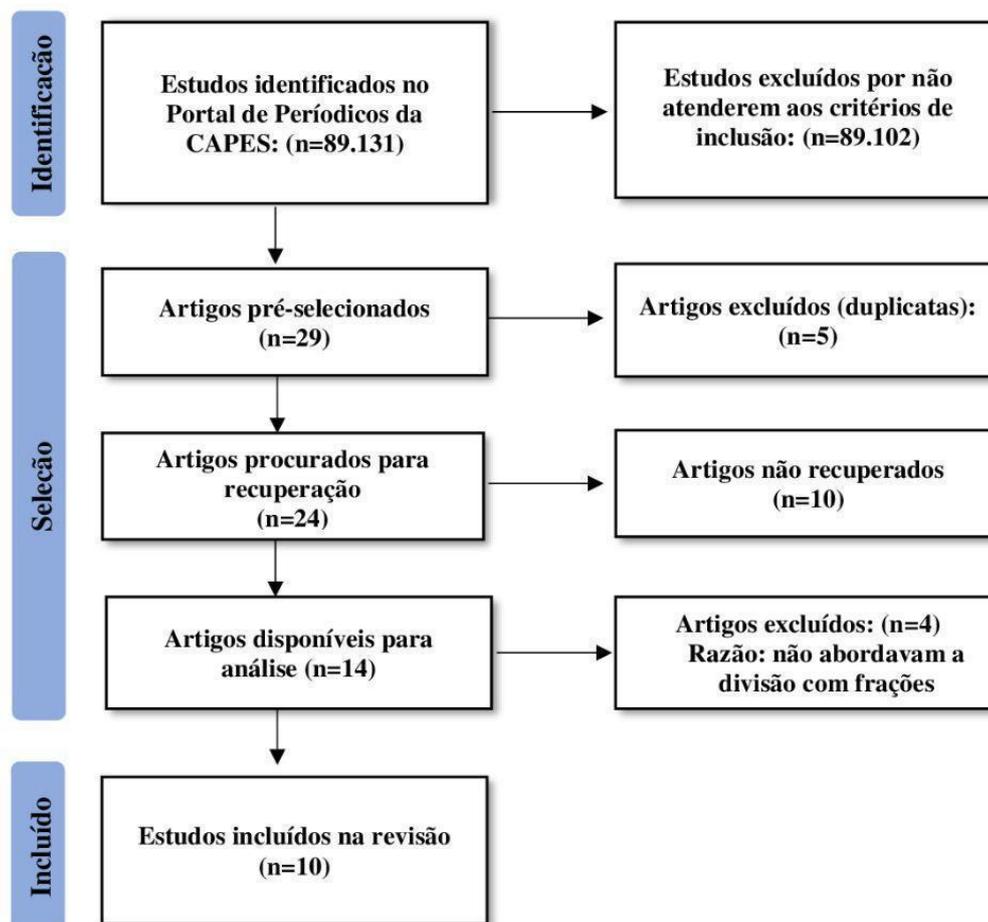
Os resultados obtidos nessa fase foram apresentados de acordo com o que é

recomendado pelos Principais Itens para Relatar Revisões Sistemáticas e Meta-Análises (PRISMA). O método PRISMA tem o intuito de orientar o relato de revisões sistemáticas, que devem ocorrer conforme algumas etapas, a saber: elaboração da questão de pesquisa, pesquisa de estudos na literatura, seleção dos artigos, análise dos dados, avaliação sobre a qualidade das evidências e o relato e a publicação dos dados (Mendes; Pereira, 2020). No tópico seguinte, serão apresentados os principais resultados encontrados na investigação.

Resultados e Discussões

A pesquisa foi realizada identificando artigos publicados em periódicos associados ao Portal de Periódicos da CAPES utilizando as palavras-chave estabelecidas e os critérios de inclusão. Em seguida, foram selecionados dez artigos para leitura e análise a partir da leitura dos resumos. A RSL foi efetuada a partir do acesso livre que a plataforma disponibiliza para todos os usuários. Ao final da busca, foram encontrados 24 artigos que atendiam a todos os critérios de inclusão. Contudo, ao tentar obter o texto completo, 10 deles não possuíam acesso livre, restando apenas 14 artigos disponíveis para a leitura, sendo 12 em inglês e apenas 2 em português. Ao realizar a leitura dos resumos de cada um deles, 10 artigos foram selecionados para uma análise mais aprofundada, conforme é sintetizado no fluxograma indicado na Figura 3.

Figura 3: Fluxograma- Síntese da RSL



Fonte: Adaptado do PRISMA (2020).

Durante a leitura dos artigos, foram destacadas as principais reflexões acerca do tema em questão. Para apresentar as produções que foram analisadas, foi elaborado o Quadro 1, no qual, constam o título, os autores, o ano de publicação, a fonte e o país em que cada estudo foi desenvolvido.

Quadro 1: Artigos analisados na Revisão sistemática

Nº	Título ⁴	Autores/ Ano	Fonte	País de origem
A1	“Problemas de variação” e seu papel no tópico de divisão de frações em exemplos de livros didáticos de matemática chineses	1-Xuhua Sun/ 2011	Revista Educacional de Estudos em Matemática	China
A2	Você está feliz que eu tenha dito “Divisão de Frações”?	1-Alfinio Flores 2-Melina D. Priewe/ 2014	Jornal Ensino de Matemática no Ensino Médio	Estados Unidos

⁴ Tradução nossa



A3	A modelagem de métodos de raciocínio e justificação no ensino de divisão de frações no nível do 4º ano no Vietnã	1-Stephen John Norton 2-Do Thi Purong Thao 3-May The Duy/ 2014	Revista Sala de aula de Matemática Primária Australiana	Vietnã
A4	Dificuldades na Aprendizagem de Frações: Reflexões a partir de uma Experiência Utilizando Testes Adaptativos	1-Alexandre Monteiro 2-Claudia Groenwald/ 2014	Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia	Brasil
A5	Dividindo Frações: Uma Técnica Pedagógica	1- Robert Lewis/ 2016	Revista Professor de Matemática Australiano	Austrália
A6	Promovendo a compreensão de resto na divisão de frações	1- Ismail O. Zemat/ 2017	Revista Professor de Matemática Australiano	Escócia
A7	Problemas de palavras de multiplicação e divisão de frações apresentados por diferentes anos de futuros professores de Matemática elementar	1-Tuba Aydogdu Iskenderoglu/ 2018	Jornal Europeu de Pesquisa Educacional	Turquia
A8	Os registros de representação semiótica de frações em atividades envolvendo tratamento e conversão	1-Cristina Martins Paraol 2-Jeremias Stein Rodrigues/ 2018	Revista Eletrônica da Matemática	Brasil
A9	Construindo uma representação dinâmica informatizada como instrumento para explicação matemática da divisão de frações	1-Anat Klemer 2- Shirley Rapoport 3-Lev-Zamir Hanna/ 2019	Revista Internacional de Educação de Matemática em Ciência e Tecnologia	Israel
A10	Compreensão conceitual dos professores sobre operações com frações: resultados de uma amostra nacional de professores do Ensino Fundamental	1-Yasemin Copur-Gencturk/ 2021	Revista Educacional de Estudos em Matemática	Estados Unidos

Fonte: Elaboração dos autores.

Conforme já havia sido mencionado, houve uma predominância de artigos no idioma inglês. Esse resultado aponta que há uma preocupação recorrente de pesquisadores internacionais a respeito do ensino e da aprendizagem de divisão com frações. Além disso, os anos de publicação estão variando do início ao fim do período estabelecido nos critérios de inclusão, tendo artigos tanto de 2011, quanto de 2021, demonstrando ser um tema que vem gerando discussões a longo prazo. Em relação à fonte, nota-se que as produções advieram de publicações em revistas e jornais, o que, possivelmente, confirma a relevância do tema para a comunidade educacional. A seguir, serão relatadas as principais discussões e contribuições de cada um dos estudos.

A produção A1 observou como os livros didáticos chineses apresentaram exemplos de situações referentes à divisão de frações para entender o emprego da chamada prática de variação matemática. Essa prática consiste em apresentar um determinado problema e ir moldando as informações fornecidas para que possibilite um aprofundamento do conteúdo que está sendo trabalhado. Além disso, as estratégias para resolver a tarefa oportunizam a interligação entre outros conceitos matemáticos. Dessa maneira, ao explorarem situações relacionadas à divisão de frações, os estudantes, também, podem mobilizar, por exemplo, os conceitos de multiplicação, equação, subtração. Para compreender essa metodologia utilizada pelos chineses, a autora comparou livros didáticos chineses com livros americanos (Sun, 2011).

A análise evidenciou que os livros chineses tratavam a divisão de frações como um cálculo inverso da multiplicação de frações, com mais explicações fornecidas sobre o modo como esses dois cálculos estão conceitualmente relacionados e forneciam múltiplas soluções (abordagens algébricas e aritméticas) para a resolução de problemas. Em relação aos livros americanos analisados, esses forneciam, também, a ideia de “inverter e multiplicar” para a divisão de frações, auxiliada por explicações verbais e representações pictóricas, mas não explicaram por que o procedimento funcionava e utilizavam apenas um método de solução.

O estudo A2 traz maneiras pelas quais os professores podem ajudar os estudantes do Ensino Médio a desenvolverem sua compreensão matemática da divisão de frações em um nível mais profundo. Ao longo do texto, Flores e Priewe (2014) apresentaram exemplos de resoluções e estratégias usadas por quatro estudantes sobre problemas de divisão de frações no contexto de porções (quantas porções podem ser formadas com uma determinada quantidade dada) e como eles conseguiram dar sentido a essa operação por conta própria. Os estudantes utilizavam representações gráficas, símbolos e palavras para mostrar a resolução e o valor restante; contudo, ao trabalharem com problemas que continham restante fracionário, notou-se

dificuldade em dar sentido ao resto. Nesse contexto, os autores trazem reflexões acerca disso, mostrando como esse impasse pode ser contornado relacionando a divisão de frações às operações de multiplicação e subtração. Além disso, ressaltam que os docentes precisam estar atentos às situações e indagações que podem estimular o desenvolvimento conceitual da turma, conforme destacado por Shin e Bryant (2015).

A pesquisa A3 deu enfoque para o ensino de um método que justificasse o algoritmo da divisão aos estudantes vietnamitas. Norton, Thao e Duy (2014) reconheceram ser uma área temática relevante internacionalmente e que podia agregar ao repertório de estratégias dos professores para aprofundar a compreensão dos estudantes sobre frações. O método de ensino denominado Raciocínio e Justificação (RJ) parte do que se sabe (divisão por inteiro) e adapta materiais ou modelos visuais em configurações contextuais em uma sequência lógica para encontrar algo que é desconhecido (divisões de frações).

As ações que contemplam esse método foram definidas na seguinte sequência: iniciar com uma estrutura de problema que os estudantes entendam; construir, sobre as estruturas ou conhecimentos existentes, uma estrutura variada; racionalizar e generalizar para formar um algoritmo; confirmar se o algoritmo funciona com soluções conhecidas; praticar o algoritmo em uma variedade de configurações contextuais. Essa sequência foi projetada para favorecer a conceitualização dos estudantes no processo de construir ou criar compreensão enquanto tentam resolver problemas significativos; contudo, o método é altamente centrado no professor, pois é ele quem conduz, explicitamente, os estudantes em uma jornada lógica para construir o algoritmo para a divisão de frações.

O trabalho A4 tratou das principais dificuldades de um grupo de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental sobre a temática de frações. A análise dos dados foi realizada durante uma pesquisa de mestrado cujo objetivo era realizar estudos de recuperação utilizando uma sequência didática eletrônica com o tema frações, desenvolvida no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), com base nas dificuldades individuais apresentadas pelos estudantes participantes da pesquisa. Para a coleta de dados foram usados testes adaptativos, que lançavam perguntas aleatórias e modificavam o nível de dificuldade a partir das respostas dos estudantes (Monteiro; Groenwald, 2014).

A investigação ocorreu no laboratório de informática de uma escola no município de Canoas, Rio Grande do Sul, e contou com duas turmas da instituição. Os instrumentos de coleta de dados foram o banco de dados do SIENA, as anotações dos participantes, as gravações de áudio e vídeo, e as observações do pesquisador. Os resultados apontaram que os estudantes

apresentavam dificuldades em questões que envolviam a divisão de frações, principalmente quando o numerador era maior que o denominador, o caso das frações impróprias, evidenciando que não houve uma apropriação conceitual adequada desse tipo de fração, algo que foi destacado por Lopes (2008). Além disso, houve um quantitativo de erros consideráveis sobre o algoritmo das operações de multiplicação e divisão; em muitos casos, os estudantes invertem essas operações.

No texto A5, Lewis (2016) analisou dois motivos para explicar o método utilizado na divisão de frações de repetir a primeira fração e multiplicá-la pelo inverso da segunda. A motivação do estudo se deu a partir de um telefonema de uma professora, que estava ensinando esse método para seus estudantes do 6º ano. Durante as aulas dadas, um estudante a questionou sobre o porquê de inverter a segunda fração, pergunta essa que não costuma ser feita para os docentes e deixou a profissional inquieta, sem saber como responder. Diante disso, foram apresentadas duas explicações, que poderiam ser utilizadas como resposta para tal questionamento. Na primeira delas, destacou que a resolução deve ser iniciada por frações mais simples, questionando quantas vezes uma determinada fração “cabe” em um número inteiro, como ressaltado por Silva e Almouloud (2008); essa ação mobiliza a ideia de medida da divisão, apresentada por Toledo e Toledo (1997) e Van de Walle (2009).

A partir das manipulações, os estudantes são estimulados a perceber que o resultado das frações é o produto do numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração. Como a multiplicação e a divisão são opostas, ao inverter-se a fração, deve-se inverter, também, a operação, que está sendo realizada para chegar ao resultado. A outra explicação está centrada na tentativa de eliminar a segunda fração. Para que isso ocorra, deve-se multiplicá-la pelo seu inverso; ao se multiplicarem ambas as frações, vem à tona o método de repetir a primeira e multiplicar pelo inverso da segunda.

O objetivo da pesquisa A6 foi viabilizar aos professores um método instrucional promissor de modo que favorecesse a compreensão de questões referentes à divisão de frações, percebendo as relações imbricadas entre o resto, o divisor e o quociente. Para isso, o autor desenvolveu uma sequência instrucional, que fez parte de um experimento de ensino, o qual, tinha o intuito de ajudar duas futuras professoras do Ensino Fundamental a desenvolverem uma compreensão sólida sobre as relações existentes dentro da divisão de frações. As tarefas fornecidas na instrução aplicada exigiam que as participantes usassem seus conhecimentos disponíveis sobre frações, divisão de números inteiros e unidades de referência (por exemplo, dias, quilogramas) para divisor, dividendo e resto.

Essa sequência incluía o trabalho com diagramas, envolvendo, respectivamente, atividades contextualizadas de divisão de números inteiros, atividades de divisão de números inteiros, que não possuíam contexto, atividades de divisão de frações contextualizadas e atividades de divisão de frações sem contexto. Durante a instrução, as estudantes não foram ensinadas diretamente; em vez disso, elas foram continuamente indagadas sobre o "porquê" da resposta. Para todos os problemas apresentados na sequência, as participantes, inicialmente, trabalharam nos problemas e os resolveram sozinhas; depois, houve uma discussão de acompanhamento para ajudá-las a refletir sobre o que fizeram. Os resultados apontaram que a instrução aplicada foi eficaz e contribuiu para promover o pensamento das estudantes a respeito do conteúdo em questão (Zembar, 2017).

A investigação A7 forneceu uma análise conceitual dos problemas elaborados por professores de Matemática em formação, no que diz respeito à multiplicação e divisão com frações. A relevância do trabalho foi justificada a partir do fato de que a investigação sobre o conhecimento de frações por professores em formação por meio da elaboração de problemas os ajudará a melhorar a sua compreensão a respeito do tema.

O grupo de estudo foi composto por 213 professores que estavam em diferentes anos de formação no Departamento de Ensino de Matemática Elementar, em uma Faculdade de Educação de uma universidade estadual no leste da Turquia. Para coleta de dados, foi utilizado um teste, contendo seis questões, sendo três de multiplicação e três de divisão. Depois que o teste foi aplicado aos futuros professores, para cada questão, foi solicitado que escrevessem um problema que representasse a operação dada. Os resultados do estudo indicaram que, independentemente do ano de ingresso, os futuros professores do programa tiveram mais sucesso em colocar problemas relacionados à multiplicação do que em problemas relacionados à divisão, apontando para a necessidade de eliminar as deficiências conceituais de divisão com frações demonstradas por eles (Iskenderoglu, 2018).

O estudo A8 retratou uma investigação referente às frações, com base na Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS). A fim de analisar a aprendizagem na resolução de questões envolvendo frações, foi elaborada e aplicada uma atividade diagnóstica com estudantes dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior. A pesquisa ocorreu no estado de Santa Catarina e teve um total de 23 estudantes, sendo 8 deles pertencentes a uma escola da rede municipal e 15 de um instituto federal.

Os resultados apontaram sobre a importância que deve ser dada à TRRS nos processos de ensino e de aprendizagem em Matemática, dado que, se notou uma defasagem relacionada à

compreensão do objeto frações. Desse modo, os docentes devem estar atentos aos possíveis registros que podem ser utilizados em sala de aula. Por fim, Paraol e Rodriguês (2018) concluíram que o ensino de frações, ainda, requer muita dedicação de professores e pesquisadores, de modo que sejam realizadas intervenções eficazes voltadas à compreensão das conversões e dos tratamentos entre frações e seus registros.

Na pesquisa A9, analisou-se o efeito do uso de uma representação dinâmica computadorizada na compreensão dos estudantes e no desenvolvimento do conhecimento dos professores em relação à divisão de frações. O ambiente dinâmico utilizado foi o *Microsoft Excel* do pacote *Office*, em que os estudantes tiveram a oportunidade de construir ilustrações que representassem o processo de divisão. A investigação ocorreu com nove professores, que estudavam em uma faculdade de educação acadêmica israelense e nove estudantes pertencentes aos 5° e 6° anos das escolas em que esses profissionais atuavam. Cada um dos professores formou dupla com um estudante de modo que trabalhassem juntos durante o contato que tiveram com o *Excel*. Como instrumento de coleta de dados, foram utilizados questionários e discussões com os docentes que possibilitaram a comparação da compreensão dos estudantes sobre a divisão de frações antes e após a intervenção. Ao final da experiência, notou-se que o uso de representações visuais contribuiu para eliminar a dependência do algoritmo na resolução de problemas envolvendo a divisão de frações, auxiliando no desenvolvimento da reflexão crítica diante dos conceitos matemáticos (Klemer; Rapoport; Lev-Samir, 2019).

Por último, o trabalho A10 examinou a compreensão dos professores sobre os fundamentos matemáticos concernentes à adição e à divisão de frações, para investigar a compreensão que eles apresentavam sobre cada operação e quais conceitos e representações utilizam em suas explicações. A pesquisa tentou preencher uma lacuna na literatura ao coletar dados de uma amostra nacional nos Estados Unidos com 303 professores de Matemática do Ensino Fundamental, que lecionam em séries nas quais os estudantes têm contato inicial com os conteúdos de frações e aritmética. Ao longo do texto, são apresentadas algumas interpretações que validam o algoritmo da divisão. Os dados do estudo foram coletados nos anos de 2017 e 2018, e os participantes foram selecionados por meio de uma empresa de pesquisa educacional e organizações de desenvolvimento profissional, ocorrendo por meio de duas tarefas respondidas por um questionário *online*. A análise dos dados constatou que os professores precisavam de mais oportunidades de aprendizagem para desenvolver uma compreensão robusta do sentido das regras e procedimentos (Copur-Gencturk, 2021).

Nota-se que são poucos os estudos que apresentam a divisão de frações como tema

central, uma vez que dos dez artigos selecionados, apenas em seis deles eram discutidos, exclusivamente, a divisão de frações. Nos outros quatro artigos, aparece em conjunto com as outras operações, indicando que há ausência na literatura de trabalhos que analisem, especificamente, essa operação. Por esse motivo, o foco inicial da pesquisa eram trabalhos voltados para o Ensino Fundamental; contudo, devido ao quantitativo de produções disponíveis, optou-se por uma análise mais abrangente, englobando estudos que tratavam, também, do Ensino Médio.

Em relação às discussões trazidas, o artigo A1 difere dos demais por analisar um recurso pedagógico, no caso em questão, o livro didático. Os resultados desta pesquisa mostraram que a forma prototípica de ensinar a divisão de frações parece ser algo que já está imbricado nas metodologias de ensino, tanto é que o livro didático, que, na maioria das vezes, é o material mais utilizado pelo professor, explora o conceito de forma mecanizada.

Já os artigos A1, A2, A3, A4, A6, A8 e A9 utilizaram ou até mesmo sugeriram a exploração de representações visuais durante o ensino e a aprendizagem da divisão, evidenciando a importância de utilizar esse tipo de recurso associado à linguagem Matemática, uma vez que isso pode facilitar a compreensão dos estudantes. No que se refere à análise dos saberes docentes nesse tema, os artigos A7, A9 e A10 abordaram, sobretudo, essa perspectiva, evidenciando que o entendimento dos professores sobre a divisão de frações é limitado, o que interfere diretamente na maneira como eles ensinam, conforme as considerações de Jucá (2019).

Já em relação ao desenvolvimento conceitual dos estudantes, os artigos A2, A4, A6, A8 e A9 destacaram essa perspectiva. Em todos os trabalhos, as observações apontaram para defasagens dos estudantes na divisão, alinhando-se ao que foi destacado por Lopes (2008) e Moriel Junior, Wielewski e Carrilo (2019). Os artigos A3 e A5 trouxeram interpretações à divisão de frações, e uma interpretação comum entre eles foi a exploração da ideia de medição da divisão, estimulando os estudantes a pensarem quantas vezes uma determinada fração cabe em outra.

Após a leitura e análise de todos os artigos, observou-se que, embora se tenha utilizado o termo “modelagem” entre as expressões de busca, o único trabalho em que esse termo aparece junto à divisão de frações é no A3. Contudo, após a análise, percebeu-se que o sentido empregado da palavra não se alinha à Modelagem enquanto metodologia de ensino da Educação Matemática, uma vez que não há o estímulo de um ambiente investigativo e a interação da Matemática com elementos da realidade conforme as ideias ressaltadas por Bassanezi (2015), Tambarussi e Klüber (2016) e Silva e Veronez (2021). Nesse sentido, nenhum dos trabalhos

tratou diretamente da divisão de frações associada à Modelagem Matemática, mas possibilitou uma interpretação mais aprofundada sobre a operação propriamente dita, o que permite um novo olhar para a elaboração e o desenvolvimento de propostas educacionais envolvendo a temática.

É importante ressaltar que os resultados encontrados não anulam a relevância dessa pesquisa; pelo contrário, ao não se identificar nenhum trabalho correlacionando a divisão de frações à Modelagem Matemática, evidencia-se lacunas na literatura e a necessidade de intervenções nessa área. Assim como ressaltado por Galvão e Ricarte (2020), uma das funções da RSL é justamente explicitar as limitações da revisão, e essa foi uma limitação encontrada.

Considerações Finais

Este estudo buscou analisar a aprendizagem da divisão de fração por estudantes a partir do 7º ano do Ensino Fundamental por meio da Modelagem Matemática. A investigação ocorreu por meio de uma Revisão Bibliográfica desenvolvida a partir de uma RSL. O objetivo da RSL foi identificar os estudos presentes na literatura que abordam o ensino de divisão de frações empregando a Modelagem Matemática. Após a análise e o desenvolvimento de todas as etapas, não foram encontrados trabalhos que exploravam a divisão de frações empregando a Modelagem Matemática; contudo, os resultados propiciaram contribuições relevantes.

As discussões trazidas ressaltaram as dificuldades tanto no ensino quanto na aprendizagem de divisão de frações. Por isso, urge a necessidade de oportunizar aos docentes metodologias inovadoras que tenham potencialidades para desenvolver a compreensão dos procedimentos matemáticos utilizados, uma vez que o recurso pedagógico mais usado pelos professores - o livro didático – ainda, aborda alguns conteúdos com ênfase no emprego de regras, procedimentos e algoritmos, podendo prejudicar a conceitualização dos estudantes.

Ademais, foram apontados alguns caminhos que podem auxiliar o docente a desconstruir a perspectiva tradicional da divisão de frações, como a exploração de representações visuais, quer sejam ilustrações, quer sejam gráficos ou diagramas, por exemplo. O uso de representações computadorizadas, também, foi apontado como capaz de favorecer a aprendizagem nesse tema, além de aproximar professores e estudantes das tecnologias digitais. Ainda, foi destacada a importância de observar os questionamentos dos estudantes, principalmente, estimulando reflexões capazes de mobilizar saberes próprios do estudo das frações.

Os resultados refutaram a expectativa inicial de encontrar trabalhos, que explorem a divisão de frações a partir da Modelagem, evidenciando lacunas na literatura e a necessidade de intervenções nessa área. Contudo, foi possível perceber que há a possibilidade de trabalhar a divisão de frações empregando a Modelagem Matemática, uma vez que, mesmo sendo um tema pouco explorado em situações cotidianas, existem ideias implícitas em situações do dia a dia nas quais a divisão de frações vem à tona, considerando a ideia de divisão destacada por Bertoni (2009) e por Silva e Almouloud (2008) relacionada à quantas vezes uma determinada fração cabe em outra. Essa perspectiva indica que tal tendência pode otimizar a aprendizagem de divisão de frações. Desse modo, como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se que sejam desenvolvidas propostas de ensino que mobilizem os saberes conceituais concernentes à divisão de frações, envolvendo a Modelagem Matemática ou outras Tendências da Educação Matemática, para que haja diferentes alternativas metodológicas a serem utilizadas pelos docentes nos processos de ensino e de aprendizagem da temática.

Referências

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: CONTEXTO, 2015. Disponível em: <https://www.editoracontexto.com.br/produto/modelagem-matematica-teoria-e-pratica/1496705>. Acesso em: 10 nov. 2022.

BERTONI, N. E. **Pedagogia: Educação e Linguagem Matemática IV, frações e números fracionários**. Brasília: UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, 2009. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/files/fracoes.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2022.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA- Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, 2009.

BOMFIM, Y.; LANDIM, E. A face invisível da abordagem das frações em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: FIGUEIRA, A. P. C.; NETA LOPES, N. A.; LANDIM, E., orgs. **Formação docente, Educação Inclusiva e Matemática**. Arapiraca: EDUNEAL, 2022, p. 127-144. Disponível em: <https://www.eduneal.com.br/produto/fd-educacao-inclusiva-e-matematica/>. Acesso em 10 nov. 2022.

BOMFIM, Y.; PEREIRA, L. O uso da Modelagem Matemática na aprendizagem dos conceitos da geometria. In: FIGUEIRA, A. P. C.; NETA LOPES, N. A.; LANDIM, E., orgs. **Formação Docente pesquisa e prática em Matemática**. Arapiraca: EDUNEAL, 2023, p. 74-91.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/ SEB, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 15 nov. 2022.

COUREY, S.; BALOGH, E.; SIKER, J.; PAIK, J. Academic music: music instruction to engage third-grade students in learning basic fraction concepts. **Springer: EDUC STUD MATH**, v. 81, n.1, 2012. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-012-9395-9>. Acesso em: 18 nov. 2022.

COPUR-GENCTURK, Y. Teachers' Conceptual Understanding of Fraction Operations: Results from a National Sample of Elementary School Teachers. **Springer: EDUC STUD MATH**, v. 107, n. 3, 2021. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-021-10033-4>. Acesso em: 18 nov. 2022.

FAEDO, Z. **Modelagem Matemática: Estratégia de ensino na aprendizagem de fração**. (Monografia de especialização em Ensino de Ciências). Medianeira: UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, 2014. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/21813/2/MD_ENSCIE_IV_2014_106.pdf. Acesso em: 20 nov. 2022.

FLORES, A.; PRIEWE, M. Orange You glad i did say "Fraction division"?. **MATHEMATICS TEACHING IN THE MIDDLE SCHOOL**, v. 19, n. 5, 2014. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/10.5951/mathteacmiddscho.19.5.0288>. Acesso em 22 dez. 2022.

GALVÃO, M.; RICARTE, I. Revisão Sistemática da Literatura: Conceituação, Produção e Publicação. Rio de Janeiro: **LOGEION Filosofia da Informação**, v. 6, n. 1, 2020. Disponível em: <https://revista.ibict.br/fiinf/article/view/4835>. Acesso em 08 out. 2024.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas. 2018. 173p.

ISKENDEROGLU, T. Fraction Multiplication and Division Word Problems Posed by Different Years of Pre-Service Elementary Mathematics Teachers. **European Journal of Educational Research**, v. 7, n. 2, 2018. Disponível em: <https://eu-jer.com/fraction-multiplication-and-division-word-problems-posed-by-different-years-of-pre-service-elementary-mathematics-teachers>. Acesso em: 23 dez. 2022.

JORDAN, N.; RESNICK, L.; RODRIGUES, J.; HANSEN, N.; DYSON, N. Delaware Longitudinal Study of Fraction Learning: Implications for Helping Children With Mathematics Difficulties. SAGE Publications: **JOURNAL OF LEARNING DISABILITIES**, v. 50, n. 6, 2017. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0022219416662033>. Acesso em: 18 nov. 2022.

JUCÁ, R. Os saberes e as práticas dos professores dos anos iniciais relacionadas ao ensino das frações. Pará: **REVISTA COCAR**, v. 13, n° 26, 2019. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2512>. Acesso em: 18 nov. 2022.

KLEMER, A.; RAPOPORT, S.; LEV-SAMIR, H. Building a computerized dynamic representation as an instrument for mathematical explanation of division of fractions. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 51, n. 2, 2020. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/335220397_Building_a_computerized_dynamic_representation_as_an_instrument_for_mathematical_explanation_of_division_of_fractions. Acesso em: 23 dez. 2022.

LEWIS, R. Dividing fractions: a pedagogical technique. **AUSTRALIAN MATHEMATICS TEACHER**, v. 72, n. 1, 2016. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1096703.pdf>. Acesso em: 26 dez. 2022.

LOPES, A. J. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações quando tentamos lhes ensinar frações. Rio Claro: **BOLEMA**, v. 21, n. 31, 2008. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2102>. Acesso em: 08 nov. 2022.

MARCONI, M.A.; LAKATOS, E.M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 8.ed. São Paulo: Atlas, 2020.

MENDES, L.O.; PEREIRA, A.L. Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. São Paulo: **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA**, v. 22, n. 3, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/50437>. Acesso em: 30 out. 2022.

MEYER, J.; CALDEIRA, A.; MALHEIROS, A. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

MONTEIRO, A. GROENWALD, C. Dificuldades na Aprendizagem de Frações: Reflexões a partir de uma Experiência Utilizando Testes Adaptativos. Santa Catarina: **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.7, n.2, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/38217>. Acesso em: 26 dez. 2022.

MORIEL JUNIOR, J; WIELEWSKI, G; CARRILO, J. Meta-análise sobre Conhecimento para Ensinar Divisão de Frações. Rio Claro: **BOLEMA**, v.33, n. 65, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/NrSG6nYVZdmkwXY3CbYjHXC/>. Acesso em: 10 nov. 2022.

NORTON, S. THAO, D. DUY, M. The modelling of reasoning and justification methods in the teaching of fraction division at Year 4 level in Vietnam. **AUSTRALIAN PRIMARY MATHEMATICS CLASRRROOM**, v. 19, n. 2, 2014. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/274074654_The_modelling_of_reasoning_and_justification_methods_in_the_teaching_of_fraction_division_at_Year_4_level_in_Vietnam#fullTextFileContent. Acesso em: 04 jan. 2023.

PARAOL, C.; RODRIGUÊS, J. Os Registros De Representação Semiótica De Frações Em Atividades Envolvendo Tratamento E Conversão. Rio Grande do Sul: **REMAT**, v. 4, n. 2, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/3019>. Acesso em: 05 jan. 2023.

PEREIRA, A.; MADRUGA, Z. Música e Modelagem Matemática: Representação de uma escala musical por meio de modelo matemático. São Paulo: **ENSINO DE MATEMÁTICA EM DEBATE**, v.7, n. 1, 2020. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/45029>. Acesso em: 20 nov. 2022.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Currículo de Pernambuco - Ensino Fundamental**. Recife: SEE, 2019. Disponível em: <https://portal.educacao.pe.gov.br/>. Acesso em: 15 nov. 2022.

RICONSCENTE, M. Results From a Controlled Study of the iPad Fractions Game Motion Math. **SAGE Publications: GAMES AND CULTURE**, v. 8, n. 4, 2013. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/1555412013496894>. Acesso em: 18 nov, 2022.

SAMPIERI, R. H; CALLADO, C. F; LUCIO, M. P. B. **Metodologia de Pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013. Tradução: Daisy Vaz de Moraes.

SILVA, M.J.F; ALMOULOU, S.A. As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo. Rio Claro: **BOLEMA**, v. 21, n. 31, 2008. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2105>. Acesso em: 08 nov. 2022.

SILVA, L.; VERONEZ, M. Modelagem Matemática: Uma interpretação a partir de lentes semióticas. Campo Mourão: **REVISTA PARANAENSE DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 10, n. 23, 2021. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6695>. Acesso em: 08 out. 2024.

SILVEIRA, M. R. A. D.; SILVA, P. V. A compreensão de regras matemáticas na formação docente: uma pesquisa sob o ponto de vista da linguagem. Tempe: **ARQUIVOS ANALÍTICOS DE POLÍTICAS EDUCATIVAS**. v. 21, n. 27, 2013. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2750/275029728027.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2022.

SHIN, M.; BRYANT, D. Fraction Interventions for Students Struggling to Learn Mathematics: A Research Synthesis. **SAGE Publications: Remedial and Special Education**, v. 36, n. 6, 2015. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0741932515572910>. Acesso em: 18 nov. 2022.

SOARES, G.; VIANA, M.; BARBOSA, R.; SANTOS, S.; ARAÚJO, T. Música no ensino de frações: uma nova ferramenta apresentada por meio da Modelagem Matemática. Bela Vista: **REVISTA MOSAICUM**, v. 1, n. 14, 2011.

SUN, X. “Variation problems” and their roles in the topic of fraction division in Chinese mathematics textbook examples. **Springer: EDUC STUD MATH**, v. 76, n. 1, 2010. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-010-9263-4>. Acesso em: 05 jan. 2023.

TAMBARUSSI, C. M; KLÜBER, T. E. Formação de professores e a Modelagem Matemática na Educação Básica. In: BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E., orgs. **Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. 2. ed. Ponta Grossa: UEPG, 2016, p.131-145. Disponível em: <https://books.scielo.org/id/b4zpq>. Acesso em: 10 nov. 2022.

TOLEDO, M. TOLEDO, M. **Didática de matemática como dois e dois - a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

VAN DE WALLE, J A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: ARTMED, 2009. Tradução de Paulo Henrique Colonese.

WILKERSON, T.; COOPER, S.; GUPTA, D.; MONTGOMERY, M., MECHELL, S.; ARTERBURY, S.; MOORE, S.; BAKER, B.; SHARP, P. An Investigation of Fraction Models in Early Elementary Grades: A Mixed-Methods Approach. Routledge: **JOURNAL OF RESEARCH IN CHILDHOOD EDUCATION**, v. 29, n. 1, 2015. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1048577>. Acesso em: 18 nov. 2022.

ZEMBAT, I. Fostering Remainder Understanding in Fraction Division. **AUSTRALIAN MATHEMATICS TEACHER**, v. 73, n. 3, 2017. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/320078318_Fostering_remainder_understanding_in_fraction_division. Acesso em: 06 jan. 2023.