revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

# APLICAÇÃO DE DERIVADA PARA IDENTIFICAR DESCARGAS PARCIAIS EM CABOS DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA SUBTERRÂNEA

**DOI:** https://doi.org/10.33871/rpem.2024.13.32.8823

Eliane Suely Everling Paim[1]
Maurício de campos[2]
Airam Teresa Zago Romcy Sausen[3]
Paulo Sérgio Sausen[4]
Manoel Osório Binelo[5]

**Resumo:** O cálculo diferencial e integral é uma das principais disciplinas que compõem a grade curricular dos primeiros anos dos cursos de Engenharia. Isso ocorre porque esse campo de estudo demanda aperfeiçoamento no raciocínio lógico, e o ensino da derivada constitui-se como uma das bases necessárias para tal, porém, a forma teórica e desvinculada de problemas do cotidiano com que é ministrada, dificulta seu entendimento. Outra dificuldade é que as aplicações na área de engenharia são embasadas em sistemas discretos, dificultando a aplicação do conhecimento previamente adquirido. Nesse contexto, com o presente trabalho visa-se oferecer uma alternativa aos docentes embasada em resolver problemas do cotidiano da engenharia, partindo de sistemas discretos. Trata-se de uma aplicação da derivada para identificação de descargas parciais em cabos de redes de distribuição de energia elétrica subterrânea. Na parte de procedimentos metodológicos, partiu-se do modelo de um dos padrões de descarga parcial de uma rede real encontrado na literatura, na sequência foi incorporado o padrão de modelo da descarga parcial em um conjunto de dados de uma rede também real, e posteriormente foi utilizada derivação de sistemas discretos no tempo para identificação das descargas parciais. Os resultados obtidos a partir das simulações computacionais demonstram que essa estratégia de ensino relacionada à aplicação da derivada é eficaz na detecção de descargas parciais e pode ser integrada ao ensino de cálculo diferencial e integral, conectando os conceitos teóricos às aplicações práticas nas engenharias.

**Palavras-chave:** Derivada. Cabos subterrâneos. Descargas parciais.

[1] Doutoranda em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ). Docente do Instituto Federal Catarinense (IFC), Campus Concórdia. E-mail: eliane.paim@ifc.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9775-1753.

[2] Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), professor pesquisador da Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI) e professor adjunto I da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), atuando como docente do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional. É bolsista de produtividade Desen. Tec. e Extensão Inovadora do CNPQ - Nível 2. E-mail: campos@unijui.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8691-2913.

[3] Doutora em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), professora adjunta III da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), atuando como docente do programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional. É bolsista de produtividade Desen. Tec. e Extensão Inovadora do CNPQ - Nível 2. E-mail: airam@unijui.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6499-4145.

[4] Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), professor adjunto II da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), atuando como docente do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional. É bolsista de produtividade Desen. Tec. e Extensão Inovadora do CNPQ - Nível 2. E-mail: sausen@unijui.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9863-8800.

[5] Doutor em Engenharia de Teleinformática pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e professor da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ) atuando como docente do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional. Email: manuel.binelo@unijui.edu.br. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7639-7663.

revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

# APPLICATION OF DERIVATIVES IN THE IDENTIFICATION OF PARTIAL DISCHARGES IN UNDERGROUND POWER DISTRIBUTION NETWORK CABLES

**Abstract:** Differential and integral calculus is one of the core subjects in the curriculum of the early years of Engineering programs. This is because this field of study requires improvement in logical reasoning, and the teaching of derivative forms one of the essential foundations for it. However, the theoretical approach, often disconnected from the real-world problems, makes its understanding more difficult to understand. Another challenge is that applications in the engineering field are based on discrete systems, making it difficult to apply previously acquired knowledge. In this context, this work aims to offer teachers an alternative based on solving everyday engineering problems, starting from discrete systems. It involves the application of derivatives for identifying partial discharges in underground power distribution network cables. In the methodological procedures section, a model of one of the partial discharge patterns from a real network found in the bibliography was used. Subsequently, the partial discharge model pattern was incorporated into a dataset from another real network, and discrete-time derivation was then applied for the identification of partial discharges. The results obtained from computer simulations demonstrate that this teaching strategy related to the application of the derivative is effective in the partial discharges detection and may be integrated into the differential and integral calculus teaching, connecting theoretical concepts to practical applications in the engineering field.
**Keywords:** Derivative. Underground cables. Partial discharges.

## Introdução

Um dos maiores desafios do professor, na visão de Ferreira e Buriasco (2021), é fazer com que os estudantes se “envolvam” com as tarefas propostas em aula. A causa do pouco envolvimento, muitas vezes, relaciona-se a contextos artificiais das tarefas em que as atividades são propostas, sem contar com a participação ativa e criativa dos estudantes. Com isso, pode ser difícil os alunos conseguirem estabelecer relações entre o que aprendem na escola (ou na disciplina) e aquilo que podem desenvolver fora dela. Em relação ao cálculo diferencial e integral, essa afirmação corresponde ao que tem sido evidenciado em várias publicações. Conforme Felippe *et al*. (2019), uma quantidade significativa dos alunos, mesmo após cursar as disciplinas de cálculo diferencial e integral, aprende apenas os fundamentos teóricos, não conhecendo a aplicabilidade dos conceitos em seu próprio curso. Um tópico que merece destaque dentro desse componente é a derivada, tanto por sua aplicabilidade quanto pelo fato de que é considerada um dos conceitos fundamentais do cálculo. Conforme Gonçalves e Reis (2013), a abordagem conceitual desse estudo pode ser explorada a partir de diversos focos: derivada como um limite; como inclinação da reta tangente a uma curva em um ponto dado, além de situações que envolvem taxa de variação, máximos e mínimos, etc. Porém, conforme Felippe *et al*. (2019), os sistemas utilizados especificamente nos cursos de Engenharia operam com base em dados discretos no tempo, o que impossibilita utilizar na prática as técnicas estudadas na sala de aula, no primeiro ano do curso. Além disso, os autores destacam que, ao deixar de mencionar a aplicabilidade de determinado conteúdo, o professor pode estar contribuindo para a desmotivação e o desinteresse do aluno.

Em relação à aprendizagem, Ferreira e Buriasco (2021), após revisarem várias pesquisas, inferem que o contexto no qual uma questão matemática é apresentada exerce um importante papel nas resoluções dos estudantes, podendo, às vezes, determinar o seu sucesso ou insucesso. Para tanto, credita-se ser importante desenvolver materiais que possam proporcionar o entendimento do conteúdo sobre derivada não somente como um conteúdo isolado, mas como uma aplicação relacionada à área de conhecimento dos cursos (no caso, de engenharia).

Diante do exposto, com o presente relato visa-se oferecer uma alternativa aos educadores embasada em resolver problemas do cotidiano das engenharias a partir de sistemas discreto no tempo[6]. Essa alternativa trata-se da aplicação da derivada para identificação de descargas parciais em cabos de redes de distribuição de energia elétrica subterrânea. Como a base para a aplicação dessa ferramenta proposta é composta por tecnologias digitais, cabe abordar as principais e mais recentes discussões sobre os vários trabalhos presentes na literatura especializada relacionados às particularidades da incorporação das tecnologias à prática docente. Em relação ao termo tecnologias, conforme Kenski (2013), entende-se como o conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade. Fontes (2019), por sua vez, aduz que a maneira como aprendemos está relacionada à tecnologia (vídeo, calculadora, lápis, celular, oralidade, etc.) e à forma de comunicação (gestos, expressões corporais, textos, imagens, etc.) que utilizamos durante os processos de ensino e aprendizagem.

Ainda sobre o mesmo assunto, Borba, Chiari e Almeida (2018) sinalizam que humanos se apropriaram das diferentes mídias e que estudantes, tutores e professores começam a usá-las da maneira para as quais inicialmente não foram pretendidas nem projetadas e enfatiza o papel da tecnologia na produção de conhecimento. Além disso, salientam que agora o conhecimento não é construído apenas para os alunos, mas também por eles. Essa construção é adquirida não apenas pelo acesso à informação, mas também pela interação que ocorre entre alunos, tutores e professores. Em conformidade, Ruas *et al*. (2023) evidenciam que o uso de ferramentas digitais na sala de aula se solidifica no enfoque de que as tecnologias digitais são meios de proporcionar

[6] Explicação na seção “Os sistemas discretos e a derivada”.

a compreensão dos conteúdos abordados. Mas Kenski (2013) alerta que tão importante quanto as tecnologias e os procedimentos pedagógicos mais modernos, o que faz a diferença qualitativa é a capacidade de adequação do processo educacional aos objetivos que levaram a pessoa, seja usuário, leitor ou aluno, ao encontro desse desafio de aprender.

Por fim, no que se refere à organização, este trabalho está assim estruturado: primeiramente, são abordadas as aplicações e as dificuldades dos alunos ao estudar derivada, acrescido de uma base histórica sobre o tema; na sequência é realizada contextualização sobre descargas parciais (DPs) e sistemas discretos; após os procedimentos metodológicos, uma aplicação da derivada é apresentada, seguida da síntese dos resultados e considerações finais.

## Aplicações da derivada e dificuldades

Particularmente, observa-se uma carência de trabalhos que abordam aplicações da derivada. Com o objetivo de modelar situações cotidianas por meio do cálculo diferencial e integral, Gomes *et al*. (2019) desenvolveram uma pesquisa na qual evidenciaram que é possível modelar situações cotidianas através de funções reais, resolvendo-as por meio das ferramentas de cálculo, especialmente as derivadas. As aplicações vão desde otimizar o comprimento de um varal até localizar pontos de uma sala com melhor ângulo de visão. Já no trabalho de Fellipe *et al*. (2019) foi desenvolvido um algoritmo a partir do estudo do processamento de imagens, mais especificamente a detecção de bordas de uma imagem para realizar medições de objetos em tempo real. Os autores inferem que aplicações visuais e concretas do conteúdo teórico podem facilitar o aprendizado e o rendimento dos alunos. O método expositivo faz com que alguns alunos utilizem grande parte de sua capacidade de abstrair para compreender determinados conceitos, mas outros têm dificuldade em construir seu próprio conhecimento e compreender a importância da matemática na prática de engenharia.

No trabalho de Vaz e Laudares (2011), os autores também pesquisaram sobre a abordagem dos conceitos de limite, derivada e integral em cursos de engenharia e constataram que a tendência dos professores de matemática, enquanto ministram o conteúdo, é chegar rápido ao cálculo algébrico. Assim, há uma preferência na abordagem da definição formal e nos cálculos operacionais.

No trabalho de Vieira (2013), são discutidas as dificuldades epistemológicas e metodológicas do ensino de cálculo diferencial e integral, ao mesmo tempo em que é debatido sobre a rápida evolução tecnológica e sua utilização no ensino. O autor reconhece não ser possível abrir mão do uso de tecnologias informáticas pela sua importância na construção de significados e também como recurso potencial na mediação das dificuldades de natureza epistemológica.

Em pesquisa realizada por Junqueira e Manrique (2019), por sua vez, é interpretado que a dificuldade dos estudantes frente ao cálculo 1 possa estar na matemática, mas não em um conteúdo restrito da área. Ponderam ainda que ações pontuais com a finalidade de resolver um ou outro foco específico dessa problemática, podem não ser suficientes. É preciso que se compreenda uma atitude assumida e coordenada coletivamente, a qual deve surgir da corresponsabilidade dos sujeitos envolvidos nesse processo de construção de conhecimento, considerando-se corresponsáveis estudantes, professores e instituição. Já no trabalho de Souza e Santos (2021), as autoras reconhecem a complexidade do tema e salientam que a ação pedagógica precisa se dar em múltiplas frentes.

Em escala internacional, as dificuldades dos alunos na aprendizagem da derivada também são abordadas. Em trabalho desenvolvido por Hashemi *et al*. (2014) o objetivo foi investigar as razões das dificuldades enfrentadas pelos alunos na compreensão conceitual da derivação. O resultado mostrou que as principais razões para as dificuldades dos alunos na compreensão conceitual da derivada se originam mais no entendimento do aspecto simbólico e menos na representação gráfica, na falta de conexão lógica e na inabilidade para lidar com generalizações e nas dificuldades de gerar conexões entre os aspectos simbólico e gráfico.

Em uma pesquisa realizada por Habre e Abboud (2006), evidenciou-se que quando foi utilizada uma proposta através de aplicações experimentais, a abordagem se mostrou impopular para a grande maioria dos estudantes, mas foi gratificante para outros. Os resultados da pesquisa mostraram também que, nas avaliações finais, a maioria dos alunos não conseguiu definir a derivada geometricamente, e ponderam que o motivo possa ser porque as definições matemáticas sejam tradicionalmente analíticas, criando obstáculos na mente dos estudantes.

Outro trabalho foi desenvolvido por Illanes e Breda (2023) através da implementação de um design instrucional enfatizando o ensino da derivada para alunos de graduação em engenharia de negócios com utilização de tecnologias digitais. Os resultados indicaram que a proposta supera algumas das dificuldades de aprendizagem dos alunos como interpretação da função derivada e sua representação geométrica, otimização de funções econômicas e a aplicação da função derivada em funções marginais.

No trabalho de Çetin (2009), é reconhecida a estratégia que empreende esforço para tentar ajudar os alunos a relacionar conceitos matemáticos e de cálculo, com experiências anteriores e estruturas de conhecimento já existentes. Mas também pode ser benéfico procurar trazer para a sala de aula exemplos da vida real em vez de simplesmente fazer os alunos estudarem e aplicarem fórmulas.

As dificuldades aqui listadas resumidamente podem ser identificadas em vários outros relatos na literatura, principalmente relacionados à resistência dos acadêmicos quanto às disciplinas matemáticas e ao desconhecimento de como os conteúdos podem ser úteis para eles.

## Elementos históricos

A abordagem conceitual da derivada em sua forma atual foi introduzida pela primeira vez por volta de 1666 por Isac Newton (1643-1727), e alguns anos depois por Gottfriend Leibniz (1646–1716), em contextos independentes um do outro. A notação desenvolvida por Leibniz apresentou-se mais eficiente para as aplicações do conceito de cálculo, pois, tal como explicam Haghjoo *et al*. (2020), enquanto Newton examinou a derivada sob o ponto de vista físico, Leibniz usou-a para derivar a inclinação da reta tangente em curvas na perspectiva geométrica.

A questão de encontrar a tangente de uma curva é, historicamente, de especial importância, pois, ao que parece, foi isso que Newton considerou quando teve um *insight* sobre como utilizar tangentes para estudar o movimento dos planetas. O método para a determinação foi desenvolvido pelo seu antecessor Isaac Barow (1630-1677) e consistia no limite de uma corda com os pontos aproximando-se entre si (IME - USP, 2023). A determinação da tangente a uma curva, conforme Boyer (1996), estava relacionada com a razão das diferenças das ordenadas e das abscissas, quando estas se tornassem infinitesimais.

Dentre as várias críticas aos “novos métodos” implementados no século XVII, destacam-se as do bispo e filósofo George Berkeley (1685-1753) que em 1734 publicou “O Analista”, no qual criticava a falta de rigor matemático nos estudos de seus antecessores. Isso desencadeou uma busca entre os matemáticos da época pela fundamentação do cálculo, resultando na separação entre pesquisas matemáticas e físicas, bem como na necessidade de incluir o ensino do cálculo nas escolas, estabelecidas logo após a Revolução Francesa. Nessa linha, surgiram os trabalhos de Leonhard Euler (1707-1783) e Johann Bernoulli (1667-1748) sobre a estruturação da análise e de Jean D’alembert (1717-1783) e Benjamin Robins (1706-1751) sobre a ideia de limite. Conforme Guimarães (2019) o registro histórico revela-nos que os conceitos modernos de derivada e integral ganharam forma antes mesmo do conceito de limite. Para que o conceito de limite fosse estabelecido como é hoje, foram necessários muitos séculos.

Hoje, conforme Leme (2016), os livros didáticos de Cálculo trazem apenas fragmentos de sua história, pois não conseguem retratar o árduo caminho que a humanidade percorreu para chegar às definições apresentadas, mostrando apenas uma síntese da produção humana de um conhecimento científico, que foi moldado por recorrentes aperfeiçoamentos de sua estrutura para chegar aos resultados utilizados nos dias atuais.

Outro enfoque sobre o conteúdo histórico é mencionado por Marinho (2018) quando destaca que ele surge como um elemento motivador do conhecimento, já que nele estão as raízes do conhecimento matemático a ser construído pelos alunos.

## A derivada

O cálculo diferencial e integral atingiu um grau de importância devido a sua vasta aplicação nas diferentes áreas do conhecimento. Especificamente sobre a derivada, conforme já mencionado, ela apresenta vários significados: a derivada como um limite, como declividade da reta tangente, como uma função, como velocidade e como taxa de variação.

Para melhor compreensão, considerar uma curva C correspondente a uma equação $y = f(x)$. Para encontrar a reta tangente a essa curva C em um ponto $P(a, f(a))$, é necessário considerar um ponto próximo $Q(x, f(x))$, onde $x \neq a$. A inclinação da reta secante é $PQ$ e é dada por $m_{PQ} = \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$. Já a reta tangente a uma curva $y = f(x)$ em um ponto $P(a, f(a))$ é a reta que passa por $P$ e tem inclinação $m = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ desde que o limite exista.

Por definição, a derivada da função $f$ em um número $a$, denotada por $f'(a)$ é $f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ se o limite existir. Uma maneira equivalente de enunciar essa definição, é partir de $h = x - a$ com $h$ tendendo a zero se e somente se $x$ tender a $a$ é $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$. Ao considerar a variação do número $a$ e substituindo-o por $x$ obtém-se $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ como sendo agora a derivada de uma função de $f$.

Agora considerar que a variável $y$ dependa da variável $x$. Assim $y$ é uma função de $x$ ou seja $y = f(x)$. Se $x$ variar de $x_1$ para $x_2$, então essa variação de $x$ é $\Delta x = x_2 - x_1$ e a variação correspondente de $y$ é $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$. Já o quociente dessas diferenças é $\frac{\Delta y}{\Delta x} =$

$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ e corresponde a taxa (média) de variação de $y$ em relação a $x$ no intervalo $[x_1, x_2]$. O limite dessas taxas médias de variação é chamado taxa (instantânea) de variação de $y$ em relação a $x$ em $x = x_1$ e é dado por $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x_2 \to x_1} \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$.

E para completar essa explanação, apesar da importância de vários outros teoremas, será apresentado somente o teorema da continuidade uma vez que, na sequência, serão mencionadas especificações da derivada para sistemas discretos no tempo.

Teorema: Se uma função $f$ for derivável em $x_1$ então f será contínua em $x_1$. A demonstração desse teorema pode ser consultada em Leithold (2002).

## Os sistemas discretos e a derivada

Conforme já mencionado, o conceito de derivada estudado nos anos iniciais dos cursos de Engenharia não abrange sistemas discretos no tempo. No entanto, processadores digitais modernos, têm sido utilizados para implementar uma variedade de sistemas, devido a sua velocidade, capacidade computacional e flexibilidade. Sistemas desse tipo requerem uso de sistemas em tempo discreto. Então, aqui será apresentada uma base para esse tópico, uma vez que a estratégia de ensino relacionada à aplicação da derivada que será desenvolvida na sequência é baseada em um conjunto de dados em tempo discreto.

Nesse contexto, importante lembrar que no cálculo diferencial e integral, ao tratar-se de sistemas contínuos, se o sinal $f(x)$ ou $x(t)$ é descontínuo em $x = x_0$ ou em $t = t_0$, então $f(x)$ ou $x(t)$ não é derivável (no sentido usual) em $x_0$ ou $t_0$, respectivamente.

Conforme Silveira (2014), no entanto, com o auxílio do impulso unitário $\delta(t)$, pode-se generalizar o conceito usual de derivada para sinais que apresentam saltos de descontinuidade.

Portanto, para o caso de um conjunto de dados discretos no tempo, serão, na sequência, incluídos outros tópicos, dentre eles a definição de sinais e sistemas em tempo discreto, impulso unitário e derivada para sistemas discretos.

a) Sinais em tempo discreto: são denotados por $x[n]$ e são sinais que podem representar um fenômeno para o qual a variável dependente é inerentemente discreta. Podem ser caracterizados por funções (reais ou complexas) representadas como entrada do sistema cujo domínio é o conjunto dos inteiros $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$.
b) Sistemas em tempo discreto: são sistemas cujas entradas e saídas são sequências enumeráveis de escalares reais ou complexos. O objetivo do sistema é transformar um

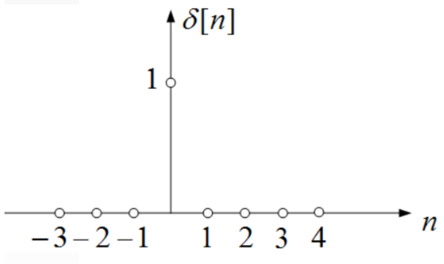
sinal de entrada $x[n]$ em um sinal de saída $y[n]$ de maneira controlada. Matematicamente, um sistema é representado pela transformação dada por $y[n] = H\{x[n]\}$. Os sistemas são representados esquematicamente conforme a Figura 1, a seguir.

**Figura 1**: Representação de sistemas em tempo discreto


Fonte: Adaptado de Nalon (2009).

c) Impulso unitário (também chamado de delta de Dirac): é uma força de grande magnitude, aproximadamente constante, que atua no sistema por um curto período de tempo. Conforme Oppenheim e Willsky (1997), sua definição é representada por $\delta[n] = \begin{cases} 1 & se\ n = 0 \\ 0 & se\ n \neq 0 \end{cases}$. Na Figura 2, é apresentado o gráfico de uma função $\delta[n]$. A resposta do impulso geralmente é representada por $h[n]$.

**Figura 2**: Gráfico da função impulso unitário no tempo




Fonte: Nalon (2009).

Importante salientar também que um sinal em tempo discreto proveniente de amostragem de $x[n]$ pode ser expresso por $x[nT]$, onde $T$ é o intervalo ou período de amostragem.

Uma operação que se mostra relevante em sistemas em tempo discreto é a diferença de uma sequência. Conforme Nalon (2009), essa diferença que é usada para estimar a derivada com intervalos entre as amostras de $T$ é definida como a variação entre suas amostras subsequentes, ou seja $\Delta x[n] = x[n] - x[n-1]$.

Portanto, a aproximação para a derivada é dada por $y[n] = \lim_{T \to 0} \frac{1}{T}\{[x[n] - x[n-1]]\}$ em que $\frac{1}{T}$ é a frequência de amostragem dada normalmente em amostras por segundo.

**Descargas parciais**

No interior da isolação dos cabos ocorrem as descargas parciais (DPs), que originam a deterioração elétrica. De acordo com a IEC 60270 (2000), DPs são descargas elétricas localizadas que ligam apenas parcialmente o isolamento entre os condutores e que podem ou não ocorrer adjacentes a um condutor. Geralmente, elas resultam de concentração de esforço excessivo elétrico local no isolamento ou na superfície. Em complemento a essa contextualização, Rodrigues (2019) define-as como descargas elétricas localizadas, que não chegam a percorrer todo o caminho dentro de um material isolante colocado entre dois condutores submetidos a uma diferença de potencial. São pulsos de corrente de alta frequência que ocorrem, de maneira repetitiva, no interior dos sistemas isolantes de equipamentos de alta tensão.

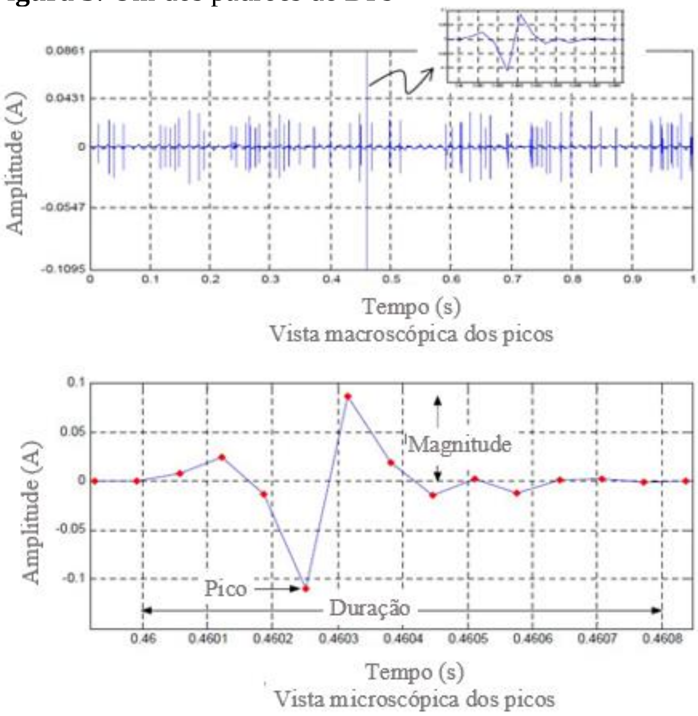
As principais patologias que acarretam a ocorrência das DPs, conforme Densley (2001), são os fatores de envelhecimento (térmico, elétrico, mecânico, químico e ambiental), as rachaduras e as vedações defeituosas nas bainhas dos cabos, a entrada de umidade no dielétrico (ou isolante do cabo), a corrosão ou as vedações defeituosas, dentre outros fatores.

Em relação ao sistema de proteção, faltas não detectáveis por esse sistema podem levar a falhas nos componentes do sistema de energia. DPs em cabos de energia subterrânea são conhecidas como um dos tipos mais significativos de faltas que podem não ser detectadas pelos equipamentos de proteção convencional da rede. E esse é um dos principais motivos que levam à degradação dos cabos e, com o tempo, às interrupções no fornecimento de energia aos consumidores. Conforme Mousavi e Butler-Purry (2009), as DPs inicialmente são incipientes, mas no decorrer do tempo vão se tornando catastróficas.

**Procedimentos metodológicos**

O processo de identificação de distúrbios começa com a preparação de um conjunto de dados adequados à aplicação da derivada. Para se obter esses dados, foi escolhido na literatura técnica um dos padrões de DPs embasados em dados reais. Portanto, na Figura 3 é apresentado esse padrão característico de DPs estudado em Mousavi e Butler-Purry (2009). Na parte superior do destaque da Figura 3, é mostrado um modelo em que vários picos com duração e magnitude diferentes se manifestam na performance do sinal de alta frequência. Já na parte inferior é mostrado o modelo de pico das DPs com realce. Os picos são aumentos súbitos e temporários na voltagem quando do fornecimento de energia elétrica, resultando em uma tensão momentânea na linha de alimentação. Para obter o sinal amostrado na Figura 3, Mousavi e Butler-Purry (2009) realizaram uma análise de um conjunto de dados adquiridos a partir de um circuito alimentador de média tensão subterrâneo, composto por cabo isolado em polietileno reticulado.

**Figura 3**: Um dos padrões de DPs




Fonte: Adaptado de Mousavi e Butler-Purry (2009)

Em O'Haver (2020), é apresentada uma aplicação para detecção de picos em sinais discretos no tempo utilizando a derivada. Ele discorre que determinar picos em sinais brutos pode ser difícil, mas a tarefa torna-se mais simples ao calcular a derivada do sinal digitalizado. A esse recurso foi acrescentado um elemento chamado limiar (do inglês *threshold*) de inclinação no(s) ponto(s) em que o sinal original excede um certo mínimo predeterminado para detectar os picos desejados. O autor menciona que além da localização dos picos, a derivada primeira tem a propriedade de amenizar os problemas com ruídos e estimar dados dos picos como altura e largura. Para testar os processos, O'Haver (2020) utiliza algoritmos no Matlab®.

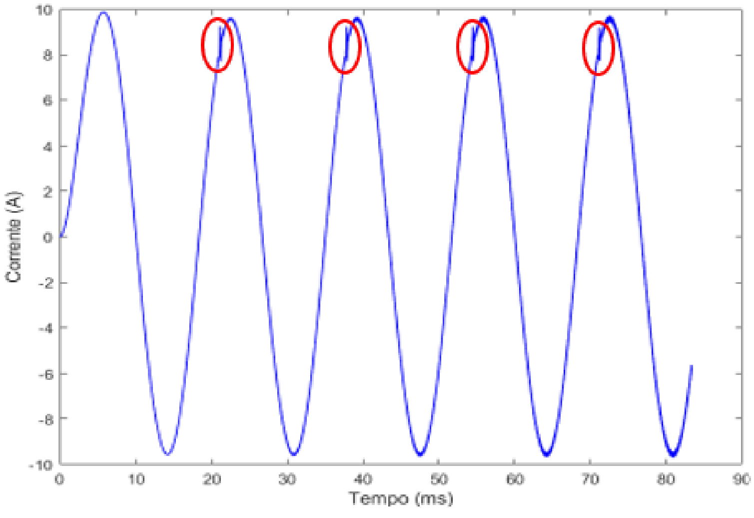
Para as simulações desse trabalho, um sinal de tensão com frequência de 60 Hz foi gerado utilizando o software Simulink/Matlab® (planilhas do Microsoft Excel® também podem ser utilizadas para essa finalidade). O sinal foi criado a partir de uma rede real do sistema radial seletivo da companhia de energia elétrica CEEE - Grupo Equatorial, localizada em Porto Alegre - RS. Para cada caso, um arquivo contendo 5.001 amostras foi gerado, sendo essas amostras consideradas como vetores de entrada de correntes nas simulações. O sinal foi amostrado a cada 0,017 ms e, a esse sinal gerado, incorporou-se o padrão de DPs apresentado na Figura 3. O resultado pode ser observado na Figura 4 e na Figura 6. O recurso utilizado para capturar os dados do padrão de sinal de DPs foi o aplicativo WebPlotDigitizer®.

Para gerar o arquivo de dados dos resultados, foi aplicado o recurso da derivada, específica para um conjunto de dados discretos no tempo. Após a utilização da derivada, foi transformado o resultado em valor absoluto, facilitando a visualização dos distúrbios de DPs. O valor absoluto ou módulo de um número $a$ pode ser definido como $|a| = \begin{cases} x \ \ se \quad x \geq 0 \\ -x \ \ se \ x \ < 0 \end{cases}$, sendo que o valor da variável $a$ resultante será sempre um valor positivo.

## Resultados e discussões

Na Figura 4, inicialmente é apresentado o sinal de corrente com destaque para a ocorrência das DPs. É possível identificar os distúrbios ocorrendo em quatro pontos distintos durante aproximadamente 85 ms.

**Figura 4**: Sinal de corrente com a presença de quatro DPs




Fonte: O autor.

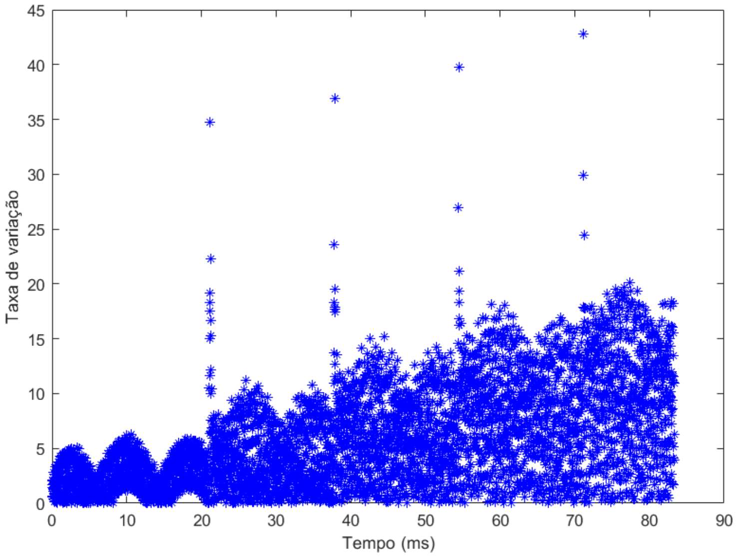
revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A intensão aqui foi utilizar um recurso que pudesse identificar as DPs assim que elas ocorressem. Esse sistema é necessário porque a quantidade de dados gerados a cada segundo em que o sistema de energia está operando é expressiva, dificultando, com isso, a identificação das DPs.

Então, a partir de um sinal digitalizado, é aplicada a derivada para identificação dos distúrbios. O sinal de corrente (A) corresponde à variável de entrada $x[n]$ e a saída refere-se ao resultado da taxa de variação $y[n]$ em tempo discreto.

Empregar o recurso da derivação é importante, uma vez que essa ação torna o distúrbio realçado. Na Figura 5, é apresentado o gráfico com o resultado de cálculo da derivada e o realce representando as quatro DPs.

**Figura 5**: Gráfico correspondente à derivada dos valores de corrente.

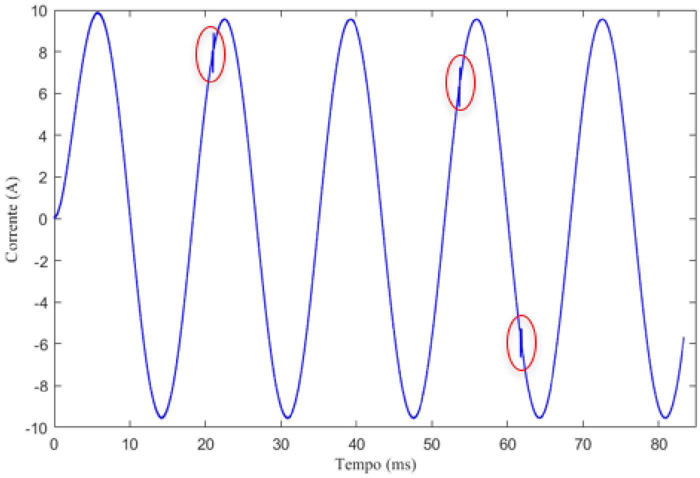



Fonte: O autor.

Nessa Figura 5, pode-se observar o destaque no período em que as DPs ocorrem, coincidindo exatamente com o período em que ocorreram os distúrbios, conforme Figura 3. Também é possível conferir o intervalo do tempo para identificar quando os distúrbios ocorreram. Portanto, sempre que os valores da taxa de variação forem $\geq 20$ é possível observar na vizinhança dos pontos o distúrbio acontecendo, e, portanto, para esse caso, pode-se considerar a ocorrência de DPs identificadas.

A partir dessa condição elaborou-se uma nova simulação, em que um novo conjunto de dados – também contendo 5.001 amostras – foi apresentado, mas agora somente com três DPs e em locais diversos, diferentemente do que foi apresentado na Figura 4. Esse novo conjunto de dados está representado na Figura 6 a seguir, com grifos onde ocorrem as DPs.

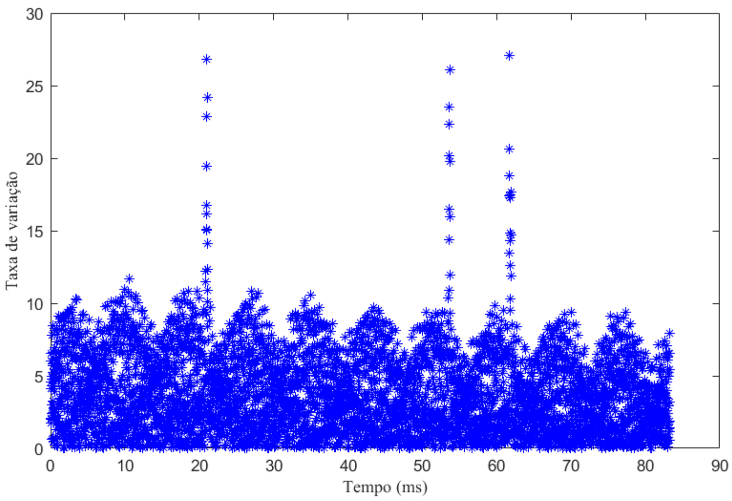
**Figura 6**: Sinal de corrente com a presença de três DPs




Fonte: O autor.

Já na Figura 7 é apresentado o gráfico com o resultado da taxa de variação após a determinação da derivada.

**Figura 7**: Gráfico correspondente à derivada dos valores de corrente




Fonte: o autor.

Na Figura 7 também é possível conferir o intervalo do tempo em que os distúrbios aconteceram. Portanto, sempre que os valores da taxa de variação forem $\geq 15$ é possível observar na vizinhança dos pontos a ocorrência do distúrbio (ou DPs).

Observa-se que essa estratégia de ensino relacionada com a aplicação da derivada se apresenta como uma alternativa simples e com baixo custo computacional que pode ser usada para a identificação de distúrbios (ou DPs) e pode ser uma opção para o ensino nas aulas de cálculo diferencial e integral quando se trabalham tópicos sobre derivada. A partir desses resultados, é possível aprofundar esse tópico utilizando outros recursos (como *machine learning*, *depp learning*, redes neurais artificiais, etc.) para refinar os resultados. No entanto, o intuito aqui foi buscar uma alternativa para auxiliar os professores de cálculo diferencial e integral no desenvolvimento das ideias de derivada de forma aplicada e também possibilitar aos estudantes a efetiva compreensão da derivada como uma aplicação dentro de sua área de conhecimento.

## Considerações finais

Temas relacionados à reprovação e ao desinteresse pela disciplina de cálculo diferencial e integral têm sido foco em publicações tanto no Brasil quanto no exterior. Uma das principais queixas dos alunos nessa disciplina refere-se à falta de aplicabilidade nas aulas, o que resulta em desmotivação, reprovação e evasão. Então, o objetivo deste trabalho foi oferecer uma alternativa aos docentes embasada em resolver problemas do cotidiano da engenharia a partir de sistemas discretos. Trata-se de uma aplicação da derivada para identificação de descargas parciais em cabos de redes de distribuição de energia elétrica subterrânea.

Em relação às vantagens deste recurso, destacam-se o baixo custo computacional e a facilidade na implementação. Importante ressaltar também, conforme Engelbrecht, Llinares e Borba (2020) que a integração das tecnologias permite que os docentes criem experiências de aprendizagem que atraiam os alunos de forma ativa e significativa para o conteúdo da disciplina.

Além disso, o conhecimento relacionado à derivada não deve se limitar à abordagem conceitual e aos tópicos aqui mencionados. Portanto, a proposta é de que o aprofundamento dos estudos deva avançar.

Espera-se que esta iniciativa possa motivar os profissionais acadêmicos das disciplinas de cálculo diferencial e integral a utilizar recursos que possam conjugar teoria a problemas reais de forma que seus alunos consigam vivenciar o conhecimento da derivada, minimizando as dificuldades de aprendizagem.

## Agradecimento

Ao Instituto Federal Catarinense, pelo apoio e incentivo à qualificação profissional dos

servidores.

**Referências**


BORBA, M. Santana de Souza CHIARI, A. S. S. Aparecida and ALMEIDA, H. R. F. L. Interactions in virtual learning environments: new roles for digital technology. **Educational Studies in Mathematics (Springer),** v. 98, p. 269–286, 2018. Doi: 10.1007/s10649-018-9812-9.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blucher Ltda., 1996.

ÇETIN, N. The Ability of Students to Comprehend the Function Derivative Relationship with Regard to Problems from Their Real Life, **Primus**, v. 19, p. 232-244, mai. 2009. Disponível em: https://doi.org/10.1080/10511970701686987. Acesso em: 11 out. 2023.

DENSLEY, J. Ageing mechanisms and diagnostics for power cables - an overview, **IEEE Electrical Insulation Magazine**, v. 17, p. 14-22, 2001. Doi:10.1109/57.901613. Disponível em: https://ieeexplore.ieee.org/document/901613. Acesso em: 15 dez. 2023.

ENGELBRECHT, J., LLINARES, S.; BORBA, M.C. Transformation of the mathematics classroom with the internet. **ZDM Mathematics Education (Springer)**, v. 52, p. 825–841, 2020. Doi: 10.1007/s11858-020-01176-4.

FELIPPE, A. C. *et al*. Visão computacional no ensino da derivada: um estudo sobre a medição de objetos utilizando imagens. **Revista de Ensino de Engenharia**., v. 38, n. 3, p. 3-15, 2019. Disponível em: http://www.repositorio.ufop.br/jspui/handle/123456789/14532. Acesso em: 12 out. 2023.

FERREIRA, P. E. A.; BURIASCO, R. L. C. Tarefas de matemática à luz da educação matemática realística. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, v. 10 n. 22, p. 8–31, 2021. Disponível em: https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.22.8-31. Acesso em: 10 jan. 2024.

FONTES, B. C. **Vídeo, comunicação e Educação Matemática**: um olhar para a produção dos licenciandos em matemática da educação a distância. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro (SP), 2019.

GOMES, T. O.; SILVA, R. C.; MORAIS, L. B. Aplicações do cálculo diferencial no cotidiano. **Revista Semiárido De Visu**, [S. l.], v. 7, n. 3, p. 330–341, 2019. Doi: 10.31416/rsdv.v7i3.82. Disponível em: https://semiaridodevisu.ifsertao-pe.edu.br/index.php/rsdv/article/view/82 Acesso em: 15 dez. 2023.

GONÇALVES, D. C.; REIS, F. S. Atividades investigativas de aplicações das derivadas utilizando o GeoGebra. **Bolema**: Boletim De Educação Matemática, v. 27, n. 46, p. 417-432, ago. 2013. Doi: 10.1590/S0103-636X2013000300006.

HABRE S.; ABBOUD M. Students' conceptual understanding of a function and its derivative in an experimental calculus course. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 25, p. 57-72, dez. 2006. Disponível em: https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.11.004. Acesso em: 20 nov. 2023.

HAGHJOO, S. *et al*. Evaluating-the-Understanding-of-the-University-Students-Basic-Sciences-and-Engineering-about-the-Numerical-Representation-of-the-Average-Rate-of-Change**. International Journal of Educational and Pedagogical Sciences**. v. 14, n. 2, 2020. Doi: 10.6084/m9.figshare.12488879.

HASHEMI N. *et al*. Undergraduate students' difficulties in conceptual understanding of derivation. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**. v. 143, p. 358-366, 2006. Doi: 10.1016/j.sbspro.2014.07.495. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042814044231. Acesso em 24 nov. 2024.

ILLANES, M. K. G.; BREDA, A. Instruction process of the derivative applied in Commercial Engineering students in Chile. **SciELO Preprints**, 2023. DOI: 10.1590/SciELOPreprints.6650. Disponível em: https://preprints.scielo.org/index.php/scielo/preprint/view/6650. Acesso em: 26 sep. 2024.

INTERNACIONAL ELECTROTECHNICAL COMISSION. **IEC 60270**: *High voltage test technique - partial discharge measurements.* IEC: Switzerland, 2000.

IME - USP. **História das derivadas**. Disponível em: http://ecalculo.if.usp.br/historia/historia_derivadas.htm. Acesso em: 31 set. 2023.

JUNQUEIRA, S. M. S.; MANRIQUE, A. L. Experiências de estudantes em cálculo 1. **Linhas críticas**, vol. 25, p. .427-452, 2019. Doi: 10.26512/lc.v25i0.23172.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias**: o novo ritmo da informação. 8 ed. Campinas: Papirus, 2012.

LEITHOLD, Louis. **O Cálculo com Geometria Analítica.** Volume 1, 3. ed. São Paulo: Harbra, 2002.

LEME, J. C. M. **Aprendizagem da derivada: uma perspectiva de análise pelos fluxos do pensamento**. 2016. 117f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

MARINHO, E. R. M. **A história de matemática como motivação para a aprendizagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo**. 2018. 118f. Dissertação (mestre em Ciências) – Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

MOUSAVI, M. J.; BUTLER-PURRY, K. L. A novel condition assessment system for underground distribution applications. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 24, n. 3, p. 1115–1125, 2009.

NALON, J. A. **Introdução ao processamento digital de sinais**. 1 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

O'HAVER, T. C. **Pragmatic introduction to signal processing.** Maryland: Kindle Direct Publishing, 2020. Disponível em: file:///C:/Users/elian/Downloads/IntroToSignalProcessing2020.pdf. Acesso em: 28 dez. 2023.

OPPENHEIM A. V.; WILLSKY, A. S. **Signals and Systems**. London: Prentice-Hall, 1996.

RAMOS, V. V. **Dificuldades e concepções de alunos de um curso de licenciatura em Matemática sobre derivada e suas aplicações.** 2009. 84f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

RODRIGUES, T. B. **Detecção, separação e classificação de sinais de descargas parciais em isolamentos de alta tensão**. 2019. 163f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

RUAS, V. L. O. F.; MACÊDO, J. A.; CRISOSTOMO, E. Integração das tecnologias digitais ao ensino da Matemática: um link do estado do conhecimento para tendências educacionais emergentes. **Educação Unisinos (online)**, v. 27, 2023. Doi: 10.4013/edu.2023.271.17.

SILVEIRA, H. B. **Sinais e sistemas lineares I**. Fonte: paginas.ufsc. UFSC, Florianópolis, 2014. Disponível em:https://hector.paginas.ufsc.br/files/2013/12/Sinais-I-Notas-de-Aula.pdf. Acesso em: 01 nov. 2023.

SOUZA, T. O.; SANTOS, V. M. Cálculo diferencial e integral: relato de uma experiência envolvendo prática audiovisual e estilos de aprendizagem. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, *[S. l.]*, v. 10, n. 22, p. 123–148, 2021. DOI: 10.33871/22385800.2021.10.22.123-148. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6310. Acesso em: 22 set. 2024.

VAZ, I. C.; LAUDARES, J. B. A abordagem dos conceitos de limite, derivada e integral por professores em cursos de engenharia. In: COBENGE2011, 39, 2011, *online*. Blumenau. **Anais eletrônicos** [...] Blumenau: Associação Brasileira de Educação em Engenharia, 2011. Disponível em: http://www.abenge.org.br/cobenge/legado/arquivos/8/sessoestec/art1628.pdf. Acesso em: 05 nov. 2023.

VIEIRA, A. F. **Ensino de cálculo diferencial e integral**: das técnicas ao *humans-whit-media*. 2013. 204f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação (área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.