

APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: O QUE APONTAM ALGUMAS PESQUISAS ACADÊMICAS BRASILEIRAS

DOI: <https://doi.org/10.33871/2024.13.30.187-211>

Rafaella Freitas de Vargas¹
Fabiane Cristina Höpner Noguti²

Resumo: O presente trabalho, de abordagem qualitativa de cunho bibliográfico, tem como objetivo apresentar o levantamento de descrições e informações de pesquisas acadêmicas produzidas no Brasil a partir de um mapeamento, cuja temática envolve o processo de aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Primeiramente, o *corpus* de análise constituía-se de 497 pesquisas obtidas em meio digital nas seguintes plataformas: Catálogos de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, através de uma busca, em ambos os sites, utilizando-se como descritores: “matemática” AND “ensino fundamental” AND “álgebra”. Com o intuito de limitar a busca, foi necessário criar critérios de exclusão. Após o refinamento, o *corpus* de análise constituiu-se de dez pesquisas, uma tese de doutorado e nove dissertações de mestrado. Desta forma, para compor os dados de análises, cada trabalho foi fichado, tendo como base o resumo e os dados bibliográficos. As pesquisas mapeadas abordam a preocupação dos autores com a aprendizagem dos estudantes em Álgebra. Em virtude disso, com o apoio de diferentes metodologias, os autores dos trabalhos mapeados, buscaram evidenciar algumas dificuldades dos alunos em construir conhecimentos algébricos. Com isso, como resultados, as pesquisas apontam por exemplo, as dificuldades dos alunos em se desprender do pensamento aritmético, dificuldades na utilização correta da linguagem e simbologia algébrica, assim como, demonstram apresentar noções algébricas, mas apresentam dificuldades para representá-la em linguagem algébrica.

Palavras-chave: Educação Básica. Matemática. Mapeamento.

LEARNING ALGEBRA IN THE FINAL YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL: WHAT SOME BRAZILIAN ACADEMIC RESEARCH POINTS

Abstract: The present work, with a qualitative approach of bibliographic nature, aims to present the survey of descriptions and information of academic research produced in Brazil from a the learning process of algebra in the final years of elementary school. First, the corpus of analysis consisted of 497 researches obtained in digital media in the following platforms: Catalogs of Theses and Dissertations of the Coordination of Improvement of Higher Education Personnel and Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations, through a search, in both sites, using as descriptors: "mathematics" AND "elementary school" AND "algebra". In order to limit the search, it was necessary to create exclusion criteria. After the refinement, the corpus of analysis consisted of ten researches, a doctoral thesis and nine master's dissertations. Thus, to compose the analysis data, each work was recorded, based on the summary and bibliographic data. The researches mapped approach the concern of the authors with the learning of the students in Algebra. Because of this, with the support of different methodologies, the authors of the mapped works, sought to highlight some difficulties of the students in building algebraic knowledge. With this, as a result, the research points out for example, the difficulties of students

¹ Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) da Universidade Federal de Santa Maria. Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). E-mail: rafaellafreitasdevargas@gmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0229-7544>.

² Doutora em Educação Matemática. Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). E-mail: fabiane.noguti@ufsm.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6191-7232>.

in detaching from arithmetic thinking, difficulties in the correct use of language and algebraic symbology, as well as, demonstrate but present difficulties to represent it in algebraic language.

Keywords: Basic Education. Mathematics. Mapping.

Introdução

Pensando na formação inicial dos professores de matemática, observou-se enquanto aluna de graduação, dificuldades enfrentadas pelos acadêmicos do curso em disciplinas que continham conteúdos algébricos. A partir desta observação, sentiu-se a necessidade de pesquisar e compreender se as dificuldades em Álgebra acometem também os alunos da Educação Básica, em especial os alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Uma vez que percebe-se que dificuldades relacionadas à aprendizagem da Álgebra, podem se prolongar pelos próximos períodos escolares.

Muitas vezes, a aversão dos alunos aos conteúdos matemáticos se dá pela forma como estes são apresentados em sala de aula. Neste sentido, no que se refere ao ensino da Álgebra, os conceitos nem sempre são trabalhados de uma forma que se consiga perceber a sua necessidade e utilidade. De acordo com Silveira (2015, p. 17) é necessário trabalhar a matemática de um modo que o aluno entenda “seus estranhamentos na relação com a disciplina, ajudando-o a interpretar esse estranhamento e conduzindo-o num movimento de redescoberta/reconstrução dos conceitos matemáticos”. Em consequência, o aluno compreenderá os conceitos matemáticos a partir da atribuição de sentido para o que lhe está sendo ensinado, podendo fazer uma leitura do mundo em que vive, interpretando-o matematicamente. Além disso, até mesmo o não entendimento da linguagem apresentadas em definições e/ou enunciado de problemas matemáticos, podem se configurar como uma barreira de aprendizagem. Essas dificuldades podem levar o estudante ao erro ou, até mesmo, à não tentativa de solucionar um problema.

Em vista disso, é imprescindível que ocorra comunicação entre professor e aluno na sala de aula, é por meio daquilo que o aluno diz ou expressa que o professor pode compreendê-lo. Além disso, a escrita do estudante na matemática e, particularmente, na Álgebra, aponta para os problemas que ele encontra ao lidar com a simbologia, uma vez que, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), o objeto central da Álgebra são os símbolos.

Nesse contexto, a presente pesquisa de abordagem qualitativa subsidiada pelo procedimento metodológico bibliográfico, tem como objetivo apresentar o levantamento de descrições e informações de pesquisas acadêmicas produzidas no Brasil, a partir de um

mapeamento, cuja temática envolve o processo de aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Para tal propósito, os dados foram coletados a partir do preenchimento de um fichamento adaptado de Fiorentini, Passos e Lima (2016), contendo categorias de análise, a saber: problemática, questão investigativa, objetivos, procedimentos metodológicos, contextos e sujeitos, procedimentos e categorias e/ou eixos de análise, principais referenciais teóricos e autores e principais resultados da pesquisa.

Diante disso, a busca pelos elementos que possibilitem alcançar o objetivo anteriormente enunciado constituiu a primeira movimentação da autora, na busca pelo conhecimento das dificuldades dos alunos em relação à Álgebra, para a escrita de uma pesquisa de mestrado. Além da seção discorrida, na segunda seção, apresenta-se na sequência algumas referências que embasam o estudo sobre erros e dificuldades dos alunos em Álgebra; na terceira seção, define-se a metodologia utilizada; na quarta, realiza-se uma análise e reflexão dos dados; na quinta seção, apresenta-se as considerações finais e, por fim, as referências utilizadas ao longo deste trabalho.

Erros e dificuldades em álgebra

Na maioria das vezes, os conteúdos matemáticos são apresentados aos alunos sem levar em consideração a participação destes no processo de construção do conhecimento. Geralmente, os conceitos são colocados na lousa para que os estudantes transcrevam em seu caderno, seguidos da explicação por meio de exemplos e exercícios semelhantes aos exemplos. Quando submetidos a este tipo de ensino, os alunos, em geral, aprendem uma matemática insignificante, sem vínculo com a sua realidade. Desse modo, a matemática vista na escola se torna desinteressante do ponto de vista do aprendiz, levando-o a decorar procedimentos e técnicas para atingir um bom desempenho na disciplina. No entanto,

[...] a escola deve propiciar atividades para as crianças no sentido de fazer com que elas construam uma aprendizagem significativa na álgebra formal. Se não se introduzir a álgebra de maneira significativa, conectando os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem, se aos objetos algébricos não se associar nenhum sentido, se a aprendizagem da álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação (ARAÚJO, 2008, p. 336).

Desta forma, ao ser inserido no contexto algébrico, é necessário que o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico do aluno sejam despertados e, para que isso ocorra, é importante o professor conhecer possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos ao verem, pela primeira vez, esse assunto. Assim sendo, de acordo com Oliveira (2018, p. 35) “A álgebra consiste em um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade”.

Por conseguinte, muitas vezes os alunos manifestam suas dificuldades por meio de erros. Esses erros vem sendo objeto de estudos de muitos pesquisadores e um deles é Lesley Booth. De acordo com Booth (1995), algumas barreiras de aprendizagem se configuram em Álgebra, pelo fato de os alunos carregarem para o contexto algébrico dúvidas não sanadas no contexto aritmético. Portanto,

Para compreender a generalização das relações e procedimentos aritméticos é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam aprendidos dentro do contexto aritmético. Se não forem reconhecidos, ou se os alunos tiverem concepções erradas a respeito deles, seu desempenho em álgebra poderá ser afetado. Nesse caso, as dificuldades que o aluno tem em álgebra não são tanto de álgebra propriamente dita, mas de problemas em aritmética que não foram corrigidos (BOOTH, 1995, p. 33).

Tais rupturas, podem ser ocasionadas pelo fato de a Aritmética ser vista como a área em que se estuda os números e operações, e a Álgebra como abrangendo os cálculos com letras. Em Aritmética, o aluno aprende que, ao operar dois números, tem como resultado um terceiro número já na Álgebra, é preciso se apropriar da sua linguagem, saber representar e resolver situações, sem a necessidade de apresentar um número como resultado.

Desta maneira, o início da aprendizagem da Álgebra exige dos estudantes um certo grau de abstração e, também, ter a capacidade de reformular o significado e a manipulação dos símbolos vistos em Aritmética. Para Schoen (1995, p. 137) “As mentes dos alunos não são tábulas rasas quando eles começam o primeiro ano de álgebra”. Ou seja, segundo o autor, os estudantes já possuem conhecimentos adquiridos em anos anteriores, concepções e crenças a respeito da Álgebra. Neste sentido, Ponte (2005) ressalta que, uma das dificuldades evidenciada, pelos alunos, é a compreensão das mudanças de significado na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos $+$ e $=$, também, em Aritmética, por exemplo, o número 23 tem significado aditivo ($20 + 3$), enquanto que em Álgebra $2x$ tem um significado multiplicativo ($2 \times x$) bem como “[...] em aritmética $3 + 5$ indica uma “operação para fazer” (cujo resultado

é 8), mas em Álgebra $x + 3$ representa uma unidade irredutível (enquanto não se concretizar a variável x)” (PONTE, 2005, p. 39).

Outra diferença entre Aritmética e Álgebra, ressaltada por Booth (1995) é o uso de letras para indicar valores, por exemplo, a letra m pode ser utilizada em Aritmética como unidade de medida, ou seja, metros e, em Álgebra, pode ser usada para representar o “número” de metros. Booth (1995) evidencia ainda que, muitos alunos carregam do contexto aritmético para o contexto algébrico a dificuldade de usar parênteses, a autora exemplificou uma situação no qual apresenta um retângulo com a medida dos lados p e $a + m$, respectivamente. A tendência é que o aluno dê como resposta para a área do retângulo $p \times a + m$, ignorando a necessidade do uso de parênteses. Ponte (2005, p. 39) afirma que “Alguns exemplos dessas dificuldades têm a ver com o uso de letras para representar variáveis e incógnitas, não conseguindo ver a letra como representando um número desconhecido e não percebendo o sentido de uma expressão algébrica”.

Lins e Gimenez (1997) defendem a ideia de que quanto mais cedo é iniciado o trabalho com Álgebra, menos dificuldades apresentarão os alunos em conteúdos algébricos. Desta forma, Aritmética e Álgebra poderiam ser trabalhadas juntas, de modo que uma desse significado à outra. No entanto, ressaltam que a Aritmética deve anteceder a Álgebra, porém

Por outro lado, isso não deve ser interpretado como uma afirmação de que a álgebra deve preceder a aritmética, pelo motivo simples de que há todo um conjunto de experiências aritméticas, extraescolares que as crianças trazem consigo ao iniciar o trabalho escolar; o que devemos buscar é a coexistência da educação algébrica com a aritmética de modo que uma esteja implicada no desenvolvimento da outra (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 159).

Acredita-se que a Álgebra e Aritmética devam ser trabalhadas desde cedo, pois quando o aluno chegar nos anos finais do Ensino Fundamental já estará familiarizado com a linguagem algébrica, podendo se aprofundar nos conteúdos mais avançados. Nesta perspectiva, de acordo com a BNCC nos anos finais do Ensino Fundamental,

[...] os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas (BRASIL, 2018, p. 270-271).

Portanto, conforme foi exposto, os erros e dificuldades dos alunos em Álgebra são

recorrentes e, por isso, é importante que ao perceber estes e outros tipos de impasses, o professor busque interpretações, haja vista, que o erro faz parte do processo de construção do conhecimento e não que o erro seja uma simples manifestação de falta de conhecimento, interesse ou problemas de aprendizagem.

Metodologia

A partir dos apontamentos feitos, neste trabalho apresentam-se dados coletados por meio de um mapeamento de pesquisas relacionados à aprendizagem de Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Tendo o intuito de conhecer as contribuições de pesquisas relacionadas a Álgebra, localizamos trabalhos de mestrado e doutorado que estão sendo produzidos no Brasil, a partir de uma busca no site Catálogos de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior³ (CAPES) e, também, na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações⁴ (BDTD). Nesse sentido, entendemos o mapeamento de pesquisa como:

[...] um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016, p. 18).

Em virtude disto, este trabalho é de abordagem metodológica qualitativa pois, segundo Gerhardt e Silveira (2009) nesta o pesquisador não se preocupa em quantificar valores, mas sim, explicar o motivo das coisas. Ainda, pode ser caracterizada como bibliográfica, pois é desenvolvida em material já elaborado (GIL, 2002). Além disso, envolve o levantamento e descrições de informações, seguindo a ordem descrita por Gil (2002),

a) escolha do tema; b) levantamento bibliográfico preliminar; c) formulação do problema; d) elaboração do plano provisório de assunto; e) busca das fontes; f) leitura do material; g) fichamento; h) organização lógica do assunto; e i) redação do texto (GIL, 2002, p. 59-60).

Desta forma, tendo como tema a aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental, a busca que originou os dados foi realizada no dia 22 de outubro de 2022, através

³ Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 16 nov. 2022.

⁴ Disponível em: <https://bdtd.ibict.br/vufind/>. Acesso em: 22 nov. 2022.

de uma busca nos sites, utilizando-se como descritores: “matemática” AND “ensino fundamental” AND “álgebra”. Com esse conjunto de palavras foram encontrados um total de 197 trabalhos na Capes e 300 na BDTD.

Tendo em vista o vasto número de pesquisas e o intuito de limitar a busca ao interesse da pesquisadora, foi necessário criar critérios de seleção. Nesta perspectiva, no site da Capes, descartou-se 78 trabalhos desenvolvidos no âmbito de mestrados e doutorados profissionais e profissionalizantes e 71 trabalhos anteriores a Plataforma Sucupira⁵, restando 48 trabalhos para posterior análise. Realizou-se o mesmo procedimento no site da BDTD, utilizando os mesmos critérios de descarte, exceto trabalhos anteriores a Plataforma Sucupira, uma vez que a BDTD é mais antiga, restando 33 trabalhos.

Cabe ressaltar que o quantitativo de trabalhos ainda era grande, sendo necessário portanto, reduzir ainda mais a busca. Para tanto, foram selecionados apenas aqueles trabalhos de mestrado ou doutorado acadêmico que abordem as dificuldades dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental em Álgebra. Para efetivar esse critério foram analisados o título, palavras-chave e resumo de cada pesquisa.

A partir disso, foram selecionadas dez pesquisas que tivessem mais relação com o objetivo proposto. Por consequência, optou-se por não mapear pesquisas que envolvessem outra área de conhecimento que não a Álgebra (13 pesquisas); formação inicial e/ou continuada de professores (6 pesquisas); pesquisas com foco em análise de livro didático ou pesquisa documental (15 pesquisas); atividades algébricas desenvolvidas com uso de software, jogos, robótica ou criptografia (9 pesquisas); pesquisas desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental (14 pesquisas); pesquisas com enfoque em Ensino Médio ou Educação de Jovens e Adultos (EJA) (2 pesquisas) e pesquisas quantitativas e/ou pesquisas qualiquantitativas (12 pesquisas).

O Quadro 1 apresenta, em ordem cronológica, os trabalhos selecionados para o mapeamento assim como, o título, o tipo de pesquisa (dissertação (D) ou tese (T)), autor, orientador, ano de publicação e Instituição de Ensino Superior (IES) pela qual foi desenvolvida.

Quadro 1: Pesquisas selecionadas para o mapeamento

P	Título	Tipo	Autor	Orientador(a)	Ano	IES
1	Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de	D	Nathalia Tornisiello Scarlassari	Anna Regina Lanner de Moura	2007	UNICAMP

⁵ Teve início em maio de 2012, ferramenta que coleta informações, realiza análises, avaliações e serve como base de referência.



	ensino em alunos da 6ª série do Ensino Fundamental					
2	Investigação Matemática: uma análise da sua contribuição na construção de conceitos algébricos	D	Sandra Aparecida de Oliveira Baccarin	Cristiano Alberto Muniz	2008	UNB
3	Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na 6ª série do Ensino Fundamental: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos	D	Tatiane Déchen	Cármem Lucia Brancaglioni Passos	2008	UFSCAR
4	Iniciação a prática de letramento algébrico em aulas exploratório-investigativas	D	Fernando Luís Ferreira Fernandes	Dário Fiorentini	2011	UNICAMP
5	Aspectos do pensamento algébrico e da linguagem manifestados por estudantes do 6º ano em um experimento de ensino	D	Edilaine Pereira da Silva	Angela Marta Pereira das Dores Savioli	2013	UEL
6	Análise das estratégias e erros dos alunos do 9º ano em questões de álgebra baseadas no Saresp de 2008 a 2011	D	Alessandro Gonçalves	Barbara Lutaif Bianchini	2014	PUC-SP
7	Pensamento narrativo na aprendizagem matemática: estudo com alunos do Ensino Fundamental na resolução de atividade de álgebra	T	Maurílio Antônio Valentim	Maria Helena Palma de Oliveira	2015	UNIAN
8	O movimento de ensinar a aprender álgebra no Ensino Fundamental	D	Caroline Rodrigues Trindade	Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes	2017	UFMS
9	Investigando o pensamento algébrico à luz da teoria dos campos conceituais	D	Aiana Silveira Bilhalva	Daniela Stevanin Hoffmann	2020	UFPEL
10	Pensamento algébrico em tarefas com padrões: uma investigação nos anos finais do Ensino Fundamental	D	Rayssa de Moraes da Silva	Jadilsom Ramos de Almeida	2021	UFPE

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras a partir dos sites Capes e BDTD.

Dos trabalhos mapeados, foram encontrados uma tese e nove dissertações, produzidas em diferentes anos de 2007 a 2021, sendo que no ano de 2008 verificou-se duas publicações na perspectiva aqui analisada.

Em relação as pesquisas selecionadas para o mapeamento, destaca-se em primeiro lugar, a Região Sudeste, com cinco publicações no estado de São Paulo, sendo uma tese e quatro

dissertações. Em segundo lugar, destaca-se a Região Sul, com três dissertações. Em relação as Regiões, Centro-Oeste e Nordeste, encontrou-se uma pesquisa em cada.

Análise dos dados

A seguir, serão tratadas outras características relevantes e em comum das pesquisas selecionadas, sejam elas: problemática, questão investigativa e objetivos; procedimentos metodológicos; contextos e sujeitos; principais referenciais teóricos; categorias e/ou eixos de análise e conclusões. Ressalta-se que, todos os dados expostos ao longo deste capítulo, referem-se aos resultados que os autores apresentaram em seus trabalhos.

a) Problemática, questão investigativa e objetivos das pesquisas

Esta seção busca analisar a definição dos autores em relação a problemática, questão investigativa e os objetivos apresentados em cada um dos trabalhos selecionados. Identificou-se que a trajetória dos pesquisadores foi fundamental para a escolha da questão investigativa, ou ainda a preocupação, como professores, sobre a aprendizagem dos estudantes em relação a Álgebra. Assim como, a organização desse ensino por meio de diferentes metodologias, sempre destacando-a como fundamental para o desenvolvimento dos alunos. Isto posto, pudemos observar que nove pesquisas evidenciam a questão investigativa. Vejamos, de acordo com os autores, cada uma delas, conforme disposto no Quadro 2.

Quadro 2: Questão investigativa das pesquisas

Autor	Questão investigativa
Scarlassari (2007)	Que tipo de dificuldades alunos da 6ª série do Ensino Fundamental apresentam em uma situação B de ensino de álgebra, comparativamente a alunos da mesma série que passaram por uma situação A de ensino de álgebra?
Déchen (2008)	Quais indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico são revelados por estudantes de 6ª série a partir da comunicação estabelecida em sala de aula?
Fernandes (2011)	Como se dá o desenvolvimento da linguagem e do letramento algébricos de alunos de 7º ano, inseridos em um ambiente de exploração e investigação em aulas de Matemática?
Silva (2013)	Que aspectos de pensamento algébrico e da linguagem podem ser manifestados por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem problemas em um Experimento de Ensino?
Gonçalves (2014)	Quais são as estratégias utilizadas, as dificuldades e os erros cometidos pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II ao resolverem questões de Álgebra que estão presentes nos relatórios pedagógicos do Saresp dos anos de 2008, 2009, 2010 e 2011?



Valentim (2015)	A relação indissociável entre pensamento e linguagem traz elementos que podem auxiliar no entendimento da construção de significados e interpretações em resoluções de conteúdos algébricos? O pensamento narrativo e suas especificidades, expressos pelos alunos nos diálogos, auxiliam no processo cognitivo da aprendizagem matemática?
Trindade (2017)	Partindo do movimento lógico histórico da Álgebra, em que medida se dá a aprendizagem de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem?
Bilhalva (2020)	Como ocorre a manifestação do pensamento algébrico na resolução de situações-problema que exploram relações e comparações entre padrões compondo parte do Campo Conceitual Algébrico (CCA)?
Silva (2021)	Quais são as formas de pensamento algébrico mobilizadas por alunos dos anos finais do ensino fundamental ao responderem uma tarefa de generalização de padrões?

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras.

Observou-se que Baccarin (2008) não apresenta com clareza a questão investigativa, a pesquisadora evidencia mais de uma pergunta, bem como outras três inquietações. Além disso, podemos observar que Valentim (2015), possui duas questões investigativas (Quadro 2). Verifica-se que, na maioria das pesquisas, os autores buscaram evidenciar indícios do pensamento e da linguagem algébrica. Posteriormente, buscamos analisar se os objetivos estão explícitos nos trabalhos, conforme disposto no Quadro 3.

Quadro 3: Objetivo das pesquisas

Autor	Objetivos
Scarlassari (2007)	Objetivo geral e questão investigativa: Que tipo de dificuldades alunos da 6ª série do Ensino Fundamental apresentam em uma situação B de ensino de álgebra, comparativamente a alunos da mesma série que passaram por uma situação A de ensino de álgebra?
Baccarin (2008)	Objetivo geral: Analisar o desenvolvimento de atividades que envolvam vários processos de investigação ou resolução num contexto matemático, buscando identificar a ocorrência de formação de conceitos algébricos por meio da ação do sujeito. Objetivos específicos: Identificar a presença da formação de conceito algébrico nas situações propostas e teoremas em ação, tendo por base a Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud; Analisar o grau de complexidade e imprevisibilidade dos procedimentos resolutivos em que os alunos envolvem-se na construção de conceitos em ação; Analisar o papel da investigação na construção do conhecimento matemático; Analisar o processo de constituição do ambiente de investigação; Delinear conceitualmente investigação matemática no contexto escolar.
Déchen (2008)	Objetivo principal: Identificar indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos por alunos. Segundo objetivo: Identificar algumas potencialidades e limites da utilização de tarefas exploratório-investigativas no atual contexto educacional
Fernandes (2011)	Objetivo principal: Compreender como se dá o desenvolvimento do letramento algébrico de alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública no interior do estado de São Paulo. Objetivos específicos:



	<p>(i) descrever e/ou narrar o processo de produção e negociação de sentidos e significados dos alunos no trabalho de exploração e investigação, que contempla as tarefas de cunho algébrico e a mediação do professor nesse processo;</p> <p>(ii) interpretar e analisar o processo de utilização e constituição da linguagem algébrica, mediante o desenvolvimento de um letramento algébrico, a partir da atividade algébrica realizada pelos alunos;</p> <p>(iii) analisar as aulas exploratório investigativas como práticas de letramento.</p>
Silva (2013)	Objetivo geral: Identificar, analisar e discutir aspectos do pensamento algébrico manifestados por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem problemas em um Experimento de Ensino.
Gonçalves (2014)	Objetivo: Analisar as estratégias utilizadas com foco nos erros cometidos pelos alunos ao resolverem um instrumento elaborado por nós, contendo 13 questões de Álgebra retiradas dos relatórios pedagógicos do Saresp dos anos de 2008 a 2011
Valentim (2015)	Objetivo geral: Descrever e analisar as relações que se estabelecem entre pensamento e linguagem, nos processos de aprendizagem de conteúdos algébricos, ou seja, na construção de significados e no auxílio de explanações, interpretações e, principalmente, nas resoluções matemáticas de alunos de 6º e 9º anos do EF de uma escola municipal em Juiz de Fora, MG. Objetivo específico: Analisar o pensamento narrativo expresso verbalmente pelos alunos nos diálogos ocorridos durante a aplicação de atividades de introdução à álgebra nas séries escolares amostradas, assinalando a sua especificidade na aprendizagem da matemática como processo cognitivo.
Trindade (2017)	Objetivo investigativo: Investigar a aprendizagem de alunos do 7º ano, quanto à Equação do 1º grau, a partir dos pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE). Ações investigativas: Pesquisar, no movimento lógico histórico, como se deu a construção do conceito de Equação do 1º Grau; Identificar indícios de aprendizagens expressas pelos estudantes. Objetivo formativo: Organizar um espaço de aprendizagem voltado à apropriação de conhecimento sobre equação do 1º grau a partir de situações desencadeadoras de aprendizagem.
Bilhalva (2020)	Objetivo geral: Identificar as manifestações de invariantes operatórios e de representações do CCA nessas resoluções – complementando a terna (conjunto de situações, conjunto de invariantes e conjunto de representações simbólicas), apresentada por Vergnaud (2009). Objetivo específico: Identificar se e como acontecem os processos de identificação e expressão de regularidades e invariâncias e de expressão de generalização nas resoluções de alunos.
Silva (2021)	Objetivo geral: Identificar as formas do pensamento algébrico mobilizadas por estudantes dos anos finais do ensino fundamental ao responderem uma tarefa de generalização de padrões. Objetivos específicos: Identificar os meios semióticos que os estudantes emergem para objetivar suas ideias – pois assim será possível identificar suas formas de pensamento algébrico mobilizadas; Identificar a estratégia utilizada pelo estudante para resolver o problema – o que oportunizará a definição de se o aluno está pensando algebricamente ou não; Identificar a presença dos três elementos caracterizadores do pensamento algébrico (indeterminação, denotação e analiticidade) nas respostas dos estudantes.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras.

Todas as pesquisas trazem seus objetivos de forma clara, embora tenham sido

encontradas algumas especificidades como, por exemplo, 50% dos trabalhos possuem objetivo geral e objetivos específicos (P2, P4, P7, P9 e P10), 10% dos trabalhos apresentam apenas um objetivo geral (P5), 10% dos trabalhos apresentam um objetivo sem esclarecer se é objetivo geral ou específico (P6), 10% possuem um objetivo principal e um segundo objetivo (P3), 10% possuem um objetivo investigativo, duas ações investigativas e um objetivo formativo (P8) e, 10% classifica como objetivo geral a questão investigativa (P1).

Observou-se que uma das características em comum das pesquisas, evidenciadas na problemática, na questão investigativa ou nos objetivos, é a preocupação dos autores com o ensino e a aprendizagem de matemática, com foco principal em como os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, compreendem questões algébricas e desenvolvem o pensamento algébrico em diferentes contextos de ensino.

b) Procedimentos metodológicos das pesquisas

Com o intuito de conhecer as metodologias utilizadas pelos pesquisadores, analisamos os seguintes aspectos relacionados aos procedimentos metodológicos: abordagem metodológica, natureza da pesquisa, tipo de pesquisa e instrumentos de produção de dados. De acordo com os autores, as dez pesquisas analisadas são de abordagem qualitativa. Nesta perspectiva, de acordo com Gil (2008) a análise qualitativa,

[...] depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Pode-se, no entanto, definir esse processo como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório (GIL, 2008, p. 133).

Desta forma, uma pesquisa qualitativa, não objetiva contabilizar dados, mas sim, compreender os procedimentos e o comportamento dos sujeitos envolvidos. Quanto às explicações dos pesquisadores sobre a natureza de suas pesquisas, 50% dos trabalhos não foram classificados (P3, P5, P6, P7, P8), 10% delas são consideradas de natureza prática (P1), 20% foram classificadas de natureza prática pedagógica (P4, P9) e 20% são consideradas de natureza empírica (P2, P10).

Em relação ao tipo de pesquisa quanto aos procedimentos, 20% são classificadas de acordo com os autores como pesquisa do tipo participante (P2 e P10), 10% como pesquisa da própria prática (P4), 10% é considerada estudo de campo (P3), 10% como estudo de caso (P9) e as demais pesquisas (50%) não foram classificadas pelos seus autores quanto aos

procedimentos (P1, P5, P6, P7 e P8). Agora, vejamos, no Quadro 4, os instrumentos utilizados para coleta de dados.

Quadro 4: Instrumentos de produção de dados

Classificação	Pesquisa
Entrevista estruturada	7
Entrevista semiestruturada	1, 3
Questionário fechado	7
Diário de Campo	1, 2, 3, 4, 5, 8
Relato ou narrativa	4
Vídeogravação e/ou áudiogravação	2, 3, 4, 5, 7, 8, 10
Observação	5, 7
Uso de protocolo ou ficha para coleta de dados	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
Fotografias	4, 8

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras.

Primeira observação que podemos fazer de acordo com Quadro 4, é que a pesquisa de Gonçalves (2014) utilizou um único instrumento de coleta de dados, enquanto as demais utilizaram mais de um instrumento. Além disso, as dez pesquisas utilizaram protocolo ou ficha para coleta de dados.

Nesta perspectiva, Baccarin (2008), Déchen (2008), Fernandes (2011), Silva (2013), Trindade (2017) e Valentim (2015) propuseram aos sujeitos investigados que em grupos resolvessem questões. Enquanto isso, Bilhalva (2020), Gonçalves (2014) e Silva (2021) optaram pelo trabalho individual. Scarlassari (2007) propôs a dinâmica indivíduo-grupo-classe “[...] na qual os alunos pensam nas questões propostas individualmente, depois em pequenos grupos e, para finalizar, há uma discussão com a classe toda [...]”. (SCARLASSARI, 2017, p. 68). Destaca-se que todos os autores que usaram esse instrumentos como coleta de dados, trouxeram em seus trabalhos os registros deixados pelos alunos.

Outro instrumento utilizado com frequência pelos pesquisadores foi videogravação e/ou áudiogravação. Estes instrumentos fizeram parte de sete pesquisas e, inclusive, algumas trouxeram as transcrições das falas dos alunos. Seis pesquisas utilizaram o diário de campo para coletas de dados. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), o diário de campo é um instrumento onde o pesquisador registra suas observações, fazendo descrição das pessoas e do cenário, retrata episódios e relata diálogos. A entrevista estruturada e o questionário fechado foi uma opção para Valentim (2015), visando conhecer um pouco do público investigado e supostas influências do meio, no caso os responsáveis e os professores. Entrevista semiestruturada, observação e fotografias foram utilizadas cada um em duas pesquisas. O relato ou narrativa foi instrumento de coleta de dados na pesquisa de Fernandes (2011), pois contou com o apoio de

uma auxiliar de pesquisa para as filmagens e no atendimento aos alunos.

Desta forma, percebemos que os instrumentos utilizados para coleta de dados condizem com a classificação feita pelos autores. Ressalta-se, também, que mais da metade das pesquisas não deixaram explícito a natureza e o seu tipo, o que dificulta ao leitor a compreensão do que está sendo exposto.

c) Contextos e sujeitos das pesquisas mapeadas

Buscando identificar o contexto e os sujeitos das pesquisas selecionadas acerca da aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental, analisamos as explicações dadas por cada autor. Pode-se perceber que todas as pesquisas tiveram os seus contextos explícitos, sendo possível identificá-los como: escola privada (P1, P2 e P3), escola pública estadual (P4 e P9), escola pública municipal (P5, P7 e P8) e Núcleo de Estudos Avançados e Científico⁶ (NEAC) (P10). Vejamos no Quadro 5 o contexto e sujeitos das pesquisas.

Quadro 5: Contexto e sujeitos das pesquisas

P	Sujeitos	Contexto
1	Alunos da 6ª série.	A situação A ocorreu em uma escola da Rede particular de ensino da cidade de Piracicaba. A situação B ocorreu em uma escola estadual da cidade de Campinas.
2	Uma turma de 7º, com 25 alunos sendo 6 alunos com 11 anos, 18 com 12 anos e um aluno com 13 anos.	Colégio Privado de Brasília.
3	Dois turmas de 6ª série, formada por alunos com idade entre 11 e 12.	Escola Particular da cidade de Americana, no interior do estado de São Paulo.
4	Dois classes de 7º ano. Os alunos, em sua maioria, possuíam idades entre 11 e 13 anos.	Escola Estadual Jornalista Roberto Marinho, localizada no bairro Jardim Renascença, pertencente ao distrito de Nova Aparecida, em Campinas, São Paulo.
5	13 alunos do 6º ano com idade entre 11 e 14 anos.	Escola Pública do município de Palotina – PR.
6	15 alunos do 9º ano.	A escola situa-se na cidade de São Bernardo do Campo, Região Metropolitana da Cidade de São Paulo.
7	Alunos de 6º e 9º anos, com faixa etária entre 11 e 14 anos.	Escola Municipal Santa Cândida, de Juiz de Fora, localizada na Zona da Mata, estado de Minas Gerais.
8	35 alunos de duas turmas de 7º ano, com idades entre 12 e 15 anos.	Escola Municipal de Ensino Fundamental Teófilo Teodoro Streck, Novos Cabrais – RS.
9	Onze alunos do 8º ano.	Escola pública localizada no município de Canguçu – RS.
10	A atividade do estudo em questão foi realizada com dezenove estudantes. Eles tinham idades variadas de 11 a 17 anos.	Estudantes do Núcleo de Estudos Avançados e Científicos (NEAC), pois era possível encontrar alunos do 6º ao 9º ano em uma única turma, facilitando a nossa coleta de dados.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras.

⁶ Projeto que reúne alunos matriculados em escolas municipais do Cabo de Santo Agostinho/RE.

Os sujeitos das pesquisas foram caracterizados pelos autores em todas elas. Assim, pode-se classificá-las de acordo com o respectivo ano escolar: 6º ano (P1, P3, P5, P7 e P10), 7º ano (P2, P4, P8 e P10), 8º ano (P9 e P10) e 9º ano (P6, P7 e P10). Notemos que a pesquisa (P7) foi desenvolvida com alunos de mais de um ano escolar, 6º e 9º anos, assim como, (P10) com alunos do 6º, 7º, 8º e 9º anos.

Neste sentido, Valentin (2015) procurou observar se o período escolar pode influenciar o conhecimento das representações simbólicas. Já Silva (2021), investigou todos os anos finais do Ensino Fundamental, devido a crença do autor de que os alunos destes anos já estariam acostumados a investigar regularidades e sequências, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco (PCPE) de 2012, os alunos começam a investigar esse tipo de tarefa desde o 1º ano do Ensino Fundamental.

Para Dechén (2008), a escolha da 6ª série foi por ser esta tradicionalmente a série em que se inicia o ensino da Álgebra simbólica. Já para Silva (2013), a escolha do 6º ano é por se tratar de um momento do currículo em que o aluno traz alguns conhecimentos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e, ainda não passou pelo ensino de Álgebra formal. Para Fernandes (2011), um dos motivos para escolha de uma classe de 7º ano foi,

[...] a situação nelas diagnosticada e que, de modo geral, parece ocorrer em boa parte das escolas públicas, pelo que lemos em notícias ou conversamos com colegas professores e professoras da escola pública: “alunos que não sabem nada”; “faltam pré-requisitos”; “que não sabem tabuada”, e por aí vai... Apesar das possíveis dificuldades que os alunos tenham, há algo a ser feito. Além disso, contemplar a Álgebra é fundamental, pois as maiores dificuldades apresentadas pelos alunos encontram-se na fase em que eles entram em contato com os conteúdos tradicionalmente chamados de algébricos (FERNANDES, 2011, p. 14).

De acordo com Bilhalva (2020), a escolha por uma turma de 8º ano se deu pelo fato de que os alunos poderiam estar familiarizados com a Álgebra, tendo em vista que conforme com os Planos de Ensino de Matemática da escola, o trabalho com Álgebra começa no 7º ano.

Logo, verifica-se que os autores deixaram explícito o contexto e os sujeitos envolvidos na pesquisa. Destaca-se um maior interesse em pesquisar o 6º e o 7º anos do Ensino Fundamental, buscando evidenciar como se dá o processo de inserção dos alunos em conteúdos algébricos.

d) Procedimentos e categorias ou eixos de análise das pesquisas

Nesta seção olharemos para o modo como foram feitas a análise dos dados obtidos, para isso verificou-se os procedimentos e categorias ou eixos de análise utilizados por cada pesquisador. Exceto Silva (2021), 90% das pesquisas utilizaram categorias de análise, blocos de análise ou eixos de análise, assim descritos pelos autores.

Scarlassari (2007) realizou uma comparação entre as dificuldades apresentadas pelos sujeitos da situação A e as dificuldades dos sujeitos da situação B. Para a situação A, a autora destaca oito categorias de dificuldades: tradução literal; equivalência de expressões; tradução de expressões que indicam movimento ou variação; princípio de equivalência; significado de operação matemática; relação operacional entre as expressões; noção de unidade e tipos de linguagem. Para comparar os dados, a autora precisou agrupar as categorias da situação A em cinco categorias mais amplas e uma categoria que foi acrescentada posteriormente. Conforme apresentado no Quadro 6.

Quadro 6: Categorias das situações A e B

Categorias da situação B	Categorias da situação A
1) Tradução literal	1) Tradução literal
2) Variável	2) Equivalência de expressões 3) Tradução de expressões que indicam movimento ou variação
3) Operacionalidade	4) Princípio de equivalência 5) Significado de operação matemática 6) Relação operacional entre as expressões
4) Unidade	7) Noção de unidade
5) Linguagem	8) Tipos de linguagem
6) Campo de variação	

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras.

Baccarin (2008) buscou analisar minuciosamente as produções dos alunos, organizando-as de forma cronológica para que se pudessem acompanhar as dificuldades e as evoluções dos estudantes, separando aquelas que considerou mais relevante ao trabalho, de acordo com as seguintes categorias: o convite a falar, a expressar e a opinar; a diversidade de procedimentos e registros; evidências de fragmentos do processo de formação de conceitos algébricos; a investigação proporcionando situações a-didáticas; a investigação matemática agindo como uma aprendizagem reflexiva do aluno; a construção de um ambiente de investigação como processo de reflexão-crítica e formação: conversando com a colaboradora; a constituição do ambiente de investigação.

Déchen (2008) ressalva que optou por agrupar alguns dados em três blocos, chamados blocos de análise, construídos de forma descritiva e analítica. Os blocos foram constituídos da seguinte forma: (1) o movimento da aula investigativa e os indícios do pensamento e da

linguagem algébricos; (2) os movimentos da sala de aula que geraram conflitos e dificuldades; (3) o conflito entre o pensamento e a linguagem. De acordo Déchen (2008), o primeiro bloco tinha como foco mostrar os indícios da formação do pensamento e da linguagem algébrica no movimento da aula. No segundo bloco, a autora focou em mostrar os conflitos vividos pela professora durante sistematização da tarefa devido a diferença do pensamento e da linguagem usados por ela e aqueles usado pelos estudantes. E, no terceiro bloco, a autora apresenta o conflito gerado pelos diferentes caminhos utilizados pelos alunos para tentar chegar à Álgebra simbólica.

Fernandes (2011), em sua pesquisa, considerou duas dimensões como categorias de análise, que se mostraram fundamentais na iniciação dos alunos no mundo do letramento algébrico. Desta forma, Fernandes (2011, p. 26) tomou como eixos de análise dois aspectos:

1º) A mediação realizada pelo professor e auxiliar de pesquisa em diferentes momentos das aulas, dando atenção especial ao momento de socialização/sistematização das apresentações no processo de letramento algébrico; 2º) A constituição de um letramento algébrico, tendo como foco de análise e interpretação as crenças, valores e saberes mobilizados pelos alunos e a produção de sentidos e a negociação de significados desenvolvidos por eles durante a atividade investigativa e no momento de socialização/sistematização de suas produções (FERNANDES, 2011, p. 26).

O autor ressalta que o primeiro eixo de análise foi constituído a partir dos objetivos, pois em pesquisas anteriores ficou evidente a importância da mediação do professor no desenvolvimento e na construção da linguagem algébrica dos alunos. O segundo eixo de análise se constituiu a partir das observações do autor em relação a facilidades dos alunos em se expressar oralmente e sua resistência em escrever.

Silva (2013) organizou os dados em agrupamentos e, em seguida, os classificou por critério de semelhança, conseguindo identificar três categorias que sintetizam e organizam as informações obtidas na pesquisa. Para o critério de categorização, a autora buscou agrupar de acordo com modo de pensar dos alunos: modo algébrico de pensar; modo de pensar limitado por crenças e rotinas; pensamento ingênuo.

Gonçalves (2014) buscou destacar as estratégias utilizadas pelos alunos ao solucionarem questões do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo⁷ (SARESP), identificando os erros cometidos e classificando-os de acordo com as seguintes categorias:

⁷ Avaliação aplicada pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo com a finalidade de produzir um diagnóstico da situação da escolaridade básica paulista. Os alunos do 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio têm seus conhecimentos avaliados por meio de provas com questões de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Humanas, Ciências da Natureza e Redação.

dados mal utilizados; interpretação incorreta de linguagem; inferências logicamente inválidas; teoremas ou definições distorcidos; falta de verificação da solução e erros técnicos. De acordo com Gonçalves (2014), a categorização facilita compreensão das estratégias que os alunos utilizam e os erros que cometem ao resolverem questões.

Através das análises dos pensamentos narrativos recolhidos durante a pesquisa, Valentim (2015), propôs três subcategorias de análise: o pensamento narrativo matemático como diálogo, que se subdivide em: o diálogo como mediação no espaço da zona de desenvolvimento proximal e o diálogo na enunciação; o pensamento narrativo matemático como expressão de técnica; e o pensamento narrativo matemático como expressão de conceitos em formação.

Com a intenção de apresentar dados produzidos, Trindade (2017), organizou-os em quatro eixos de análise: fluência, variável, campo de variação e igualdade, que segundo a pesquisadora, coincidem com nexos conceituais considerados como relevantes para a apropriação do conceito de equações polinomiais do primeiro grau.

Bilhalva (2020), categorizou as resoluções da turma em respostas esperadas e respostas divergentes. As respostas esperadas foram assim classificadas, com base no que se imaginou, antecipadamente serem possíveis resoluções para as situações propostas aos alunos.

Observou-se que, das nove pesquisas que buscaram criar procedimentos de análise que evidenciassem a aprendizagem dos estudantes, relaciona-se aos seguintes conceitos: fragmentos do processo de formação de conceitos algébricos e indícios do pensamento algébrico; conflito entre pensamento e linguagem; dados mal utilizados; interpretação incorreta de linguagem; tradução literal. Identifica-se que através de categorias, eixos e ou blocos de análises, que as pesquisas mapeadas apresentam semelhanças, pois todas possuem a preocupação com a aprendizagem da Álgebra.

e) Principais referenciais teóricos das pesquisas

As pesquisas mapeadas apoiam-se em diversos referenciais teóricos⁸. Lins e Gimenez (1997), tem destaque em seis pesquisas. Na P3, a obra é citada em relação ao ensino de Álgebra, em especial das dificuldades enfrentadas pelo professor em evitar que o ensino desta se resuma à mecanização por exercícios. Nas pesquisas P4 e P8, a obra é citada nas abordagens relacionadas ao ensino da Álgebra. Ao analisar os dados a P7, faz referência aos três métodos

⁸ As cinco obras mais mencionadas nas pesquisas foram: Fiorentini, Miorim e Miguel (1993); Booth (1995); Usiskin (1995); Lins e Gimenez (1997); Kieran (2004).

de resolução de sistemas de equações defendido por Lins e Gimenez (1997) assim como, cita-os por defenderem a ideia de que a Álgebra e a Aritmética podem e devem ser ensinadas juntas e cada vez mais cedo. Ainda, P7, P9 e P10 fazem referência aos autores ao apresentarem uma definição para Álgebra.

Usiskin (1995) é citado em quatro trabalhos. P9 buscou discutir as concepções a respeito da Álgebra e questões relativas ao pensamento algébrico de acordo com Usiskin (1995). Enquanto isso, nas pesquisas P1, P5 e P10, o enfoque é no desenvolvimento do pensamento algébrico e linguagem matemática; questões das lacunas na Aritmética e linguagem algébrica e a Álgebra como Aritmética generalizada.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) são mencionados nas pesquisas: P3, P4 e P6. A pesquisa P3, cita-os ao falar em educação algébrica elementar e que o ensino da Álgebra deve começar desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. P6 e P7, ao falar da evolução da história da Álgebra, concepções da Álgebra e educação algébrica.

A P5, ao falar em Álgebra e pensamento algébrico, fundamenta-se em Kieran (2004). Já a P6, cita Kieran (2004) ao apresentar as concepções antigas e atuais a respeito da Álgebra, bem como, algumas classificações de atividades algébricas. A pesquisa P9, cita Kieran (2004) ao discorrer sobre a Álgebra escolar e suas diferentes concepções e, também, sobre propostas de ensino de Álgebra.

Booth (1995) foi citado em três trabalhos, em P1 ao apontar as dificuldades que os alunos encontram em estabelecer significado para as letras, aceitar respostas algébricas, estudar o princípio de equivalência e tradução literal. Em P5, ao apontar que as dificuldades que os estudantes apresentam em álgebra são recorrentes da atribuição de significados aritméticos para os símbolos. E, por fim, em P10, para reforçar que a Álgebra deve ser vista como uma Aritmética generalizada, que a diferença entre elas é que a Álgebra utiliza as letras para indicar valores.

Desta forma, observou-se que apesar da heterogeneidade dos trabalhos, quanto ao tema de pesquisa, todos apoiaram-se em referenciais que buscam compreender as dificuldades dos alunos quanto ao movimento de ensinar e aprender a Álgebra.

f) Principais resultados das pesquisas

Com a intenção de evidenciar os conteúdos/conceitos algébricos tratados nas dissertações e na tese, apresenta-se o Quadro 7. Além disso, com base nas explicações dos autores, faremos um reconhecimento dos principais resultados obtidos em cada pesquisa.

Quadro 7: Conteúdo/conceitos algébricos

Autor	Conceitos/conteúdos algébricos
Scarlassari (2007)	Nexos conceituais da álgebra elementar: fluência, variável, campo de variação, linguagem, operacionalidade e unidade.
Baccarin (2008)	Conceitos algébricos.
Déchen (2008)	Sequências.
Fernandes (2011)	Generalização de padrões. Explorar a ideia de variável.
Silva (2013)	Conceitos algébricos.
Gonçalves (2014)	Funções do 1º grau; triângulos semelhantes; teorema de Tales; equações do 1º grau; sistemas lineares; operações com polinômios; teorema de Pitágoras.
Valentim (2015)	Sequências e equações do 1º grau com duas incógnitas.
Trindade (2017)	Equações do 1º grau. Com nexos conceituais: fluência, variável, campo de variação e igualdade.
Bilhalva (2020)	Relações e comparações entre expressões numéricas e padrões geométricos.
Silva (2021)	Generalização de padrões.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras.

Scarlassari (2007) buscou discutir que tipo de dificuldades os alunos da 6ª série do Ensino Fundamental apresentam em uma situação B (que se refere ao enfoque e o desenvolvimento de atividades na sala de aula onde os alunos são chamados a pensar e elaborar definições) de ensino de Álgebra, comparando com alunos da mesma série que passaram por uma situação A (abordagem tradicional, manipulação de símbolos e resolução de exercícios seguida da correção) de ensino de Álgebra. Ao final de cada situação, a pesquisadora solicitou aos alunos tanto da situação A, quanto da situação B, que resolvessem uma lista com três exercícios com enfoque tradicional. A autora que buscava verificar se os alunos da situação B conseguiriam resolver as atividades sem ser “treinados” como foram os alunos da situação A, concluiu que os alunos submetidos a situação B de ensino apresentaram um desenvolvimento mais significativo do pensamento e da linguagem algébrica do que os alunos submetidos ao ensino tradicional.

De acordo com Baccarin (2008), as aulas de investigação têm grande potencial nas aulas de matemática, pois propiciam um ambiente de interação e troca. Contribui também, para que o professor compreenda como se dá a construção matemática do estudante e em que momento está a sua aprendizagem.

Déchen (2008), notou que as dificuldades apresentadas pelos estudantes tiveram origem na falta de conceitos (principalmente o de variável). Percebeu também, que os alunos foram induzidos a usar a linguagem simbólica (usada pela professora) antes de desenvolver conceitos

algébricos necessários, porém eles usavam o pensamento aritmético e não sentiam a necessidade de tal linguagem.

Fernandes (2011) relata que, mediante uma dinâmica exploratório-investigativa, os alunos puderam aprofundar seus conhecimentos matemáticos, despertar a capacidade de leitura, analisar e fazer uso de outras representações matemáticas, de modo a produzir sentido e estabelecer relações com atividades algébricas. O autor acredita que seu trabalho oportunizou aos alunos acompanhar o seu próprio desenvolvimento intelectual e, principalmente, sociocultural.

Silva (2013) destaca que, através dos registros escritos dos estudantes, foi possível identificar alguns aspectos de pensamento algébrico, com indícios de linguagem sincopada para expressar-se matematicamente, utilizando símbolos convencionais e não convencionais relacionados a conceitos e propriedades. A partir disso, a autora identificou três modos de pensar dos estudantes: o modo algébrico de pensar; um modo de pensar limitado por crenças e rotinas e um modo ingênuo de pensar.

Gonçalves (2014) observou que os alunos procuram resolver os problemas usando estratégias variadas. Identificou que as dificuldades dos alunos estão relacionadas à utilização correta da linguagem e símbolos matemáticos. Há também dificuldades na aplicação do teorema de Pitágoras, transformação de linguagem e semelhança de triângulos. De acordo com as categorias por ele utilizada para a análise dos dados, constatou uma maior frequência de erros por dados mal utilizados e erros técnicos. Além disso, segundo o autor, a criatividade dos alunos e as estratégias mobilizadas por eles ao resolverem as questões mostram o quão importante é o professor, sempre que possível, propor atividades que possibilite os alunos usarem diferentes estratégias de resolução.

Valentim (2015), relata que os resultados mostram que o pensamento narrativo matemático é fundamental para a apropriação do conhecimento. Além disso, ao interagir com o outro, o aluno reflete sobre suas estratégias de resolução, o que propicia a aprendizagem matemática.

Trindade (2017), ao analisar os dados, percebeu a importância de propor situações desencadeadoras de aprendizagem para o ensino de fluência, variável, campo de variação e igualdade. Também, observou o quanto contribuiu para aprendizagem dos alunos e compreensão do movimento lógico-histórico. Além disso, as situações desencadeadoras de aprendizagem oportunizou aos estudantes um momento de compartilhamento de ideias, ao discutirem com seus pares.

Em sua pesquisa, Bilhalva (2020) relata que a manifestação do pensamento algébrico dos alunos foi identificada através das representações nas resoluções das atividades propostas, pois foi possível encontrar invariantes operatórias. Com bases nestas resoluções foi identificado que os alunos compreendem noções algébricas, mas apresentam dificuldades para representá-las em linguagem matemática.

Silva (2021) aponta como principais resultados, a facilidade que os alunos do 6º ano tiveram ao trabalhar com o simbolismo alfanumérico, através de uma atividade que possibilitou a construção de significados para essa linguagem. A autora também menciona os diversos caminhos percorridos pelos alunos para resolverem os problemas propostos.

Considerações finais

O presente trabalho foi realizado com base no seguinte objetivo: apresentar o levantamento de descrições e informações de pesquisas acadêmicas produzidas no Brasil, a partir de um mapeamento, cuja temática envolve o processo de aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental. Para isso, realizou-se um levantamento de dados a partir de um mapeamento de dez pesquisas acadêmicas brasileiras sobre a aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental, a partir de teses e dissertações encontradas no banco de teses e dissertações da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Dentre os trabalhos selecionados, houve um maior indício de pesquisas desenvolvidas com alunos do 6º ano, tendo em vista que nesta fase da aprendizagem os estudantes ainda não tiveram contato com a Álgebra formal. Com relação aos procedimentos metodológicos, foi possível destacar que todas as pesquisas são de natureza qualitativa e apresentam seus objetivos. A questão investigativa, foi evidenciada em nove trabalhos.

Salienta-se que todas as pesquisas aqui analisadas consideram como produto final, as estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver atividades de caráter algébrico. As pesquisas mapeadas abordam diferentes conteúdos algébricos: generalização de padrões, sequências, exploração da ideia de variável, etc. A partir das diferentes abordagens utilizadas nelas, é possível fazer uma reflexão sobre o ensino de Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental pois, fica evidente que propor aos estudantes diferentes estratégias de ensino, ajuda-os a melhor compreender esse tema. Ainda, que para que isso ocorra, é necessário que os professores busquem estratégias que facilitem a aprendizagem dos estudantes, ressignificando suas escolhas em sala de aula.

Além disso, os autores das pesquisas mapeadas evidenciam a possibilidade de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos logo nos primeiros anos do Ensino Fundamental, antes destes terem contato com uma linguagem algébrica formal. Desta forma, esse mapeamento nos proporcionou conhecer um pouco sobre as pesquisas relacionadas à aprendizagem da Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental, levando-nos a evidenciar muito mais do que os objetivos, contextos, sujeitos e procedimentos metodológicos de cada uma. Mas também, reconhecer as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao participarem das atividades propostas e o que ainda pode ser feito a partir dos resultados e contribuições deixadas pelas pesquisas para melhor potencializar a aprendizagem da Álgebra.

Evidentemente que esse assunto é bastante amplo e necessita de muitas pesquisas e estudos que possibilitem a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem da Álgebra. Desta forma, espera-se que o trabalho aqui desenvolvido contribua para futuras pesquisas a serem desenvolvidas nesta área.

Referências

ARAÚJO, E. A. Ensino da álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, 2008. Disponível em <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740>>. Acesso em: 15 jun. 2023.

BACCARIN, S. A. O. **Investigação Matemática**: uma análise da sua contribuição na construção de conhecimento algébricos. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, Brasília, 2008.

BILHALVA, A. S. **Investigando o pensamento algébrico à luz da teoria dos campos conceituais**. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2020.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (org.). **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual. 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 15 jun. 2023.

DÉCHEN, T. **Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na 6ª série do ensino fundamental**: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébricos. 2008. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

FERNANDES, F. L. P. **Iniciação a prática de letramento algébrico em aulas exploratório-**

investigativas. 2011. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

FIorentini, D.; LOrenzato, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FIorentini, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 – 2012 [livro eletrônico]. Campinas: FE/Unicamp, 2016. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pagina_basica/58/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2023.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.). **Métodos de Pesquisa**. 1. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS. 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas S. A, 2002.

GONÇALVES, A. **Análise das estratégias e erros dos alunos do 9º ano em questões de álgebra baseadas no SARESP de 2008 a 2011**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papyrus Editora, 1997.

OLIVEIRA, A. T. C. C. **Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra**. Educação Matemática em Revista, São Paulo, ano 9, n. 12, p. 35-39, jun., 2018. Disponível em: <<http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/emr/article/view/1100>>. Acesso em: 10 jun. 2023.

PONTE, J. P. **Álgebra no currículo escolar**. Educação e matemática, Revista da Associação de Professores de Matemática de Portugal. Lisboa: APM, n. 85, nov/dez, p. 36-42, 2005.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. 2009

SCARLASSARI, N. T. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental**. 2007. Dissertação (Mestrado em educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

SCHOEN, H. L. A resolução de problemas em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (org.). **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual. 1995.

SILVA, E. P. **Aspectos do pensamento algébrico e da linguagem manifestados por estudantes do 6º ano em um experimento de ensino**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, R. M. **Pensamento algébrico em tarefas com padrões: uma investigação nos anos finais do ensino fundamental**. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

SILVEIRA, M. R. A. **Matemática, discurso e linguagens: contribuições para a Educação**

Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

TRINDADE, C. R. **O movimento de ensinar e aprender álgebra no ensino fundamental.** 2017. Dissertação (Mestrado em educação) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

VALENTIM, M. A. **Pensamento narrativo na aprendizagem matemática:** estudo com alunos do Ensino Fundamental na resolução de atividade de Álgebra. 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.