

APRENDIZAGENS E APRENDIZADOS DE UM PROFESSOR- PESQUISADOR AO PARTICIPAR DE UMA EXPERIÊNCIA DE *LESSON STUDY* SOBRE O SENTIDO DE ZERO

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.29.386-405>

Andrey Patrick Monteiro de Paula¹
Dario Fiorentini²

Resumo: A partir de 2018, o primeiro autor iniciou sua participação no Grupo de Sábado (GdS) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), que estava desenvolvendo um processo formativo e investigativo de desenvolvimento profissional denominado de *Lesson Study* Híbrido (LSH). Envolto de todos os contextos e relações que ali se entrecruzavam, percebeu as potencialidades deste processo formativo, não só para as professoras que ensinam matemática nos anos iniciais da Educação Básica, mas também para si. Diante disso, este estudo tem por objetivo analisar narrativamente a experiência de participação do primeiro autor, enquanto professor-pesquisador, em um contexto de *LSH* sobre o ensino-aprendizagem do sentido de zero, destacando suas aprendizagens e seus aprendizados. Esta análise pauta-se, teoricamente, na Teoria da Aprendizagem Situada e na Análise Narrativa Dialógica. Ao analisar os dados, as aprendizagens e seus aprendizados foram organizados em três grandes eixos: aprendizagem como fazer; aprendizagem como pertencimento; e aprendizagem como transformação. Os resultados revelam que, ao participar do LSH, o professor-pesquisador aprendeu, em relação à aprendizagem como fazer, a explorar, por exemplo, dados de diferentes fontes de evidência (gravações em áudio e em vídeo, narrativas escritas, entrevistas, entre outras) com destaque para o sentido de zero e triangulá-las em análise. Em relação à aprendizagem como pertencimento, aprendeu a ter maior responsabilidade na Comunidade de Prática Colaborativa, tendo organizado um evento e assumido, esporadicamente, a posição de formador. Em relação à aprendizagem como transformação, aprendeu a se compreender e se reconhecer como um pesquisador-formador em transformação.

Palavras-chave: Aprendizagem. *Lesson Study*. Professoras que Ensinam Matemática. Anos Iniciais. Sentido de zero.

LEARNING AND LEARNINGS OUTCOMES OF FEMALE TEACHERS WHO TEACH MATHEMATICS THROUGH PARTICIPATION IN A *LESSON STUDY* ON THE SENSE OF ZERO

Abstract: In 2018 the first author began participating in the Saturday Group (GdS) of the State University of Campinas (UNICAMP), which was developing an investigative and formative process of professional development called Hybrid Lesson Study (LSH). Surrounded by all the contexts and relationships that were interlaced there, he realized the potential of this formative process, not only for the teachers who teach Mathematics in the early years of elementary school, but also for himself. Therefore, this study aims to analyse narratively the first author's experience in participating, as a teacher-researcher, in a LSH context on the teaching and learning of the sense of zero, focusing on his learning and his learning outcomes. This analysis is theoretically based on Theory of Situated Learning and on Dialogical Narrative Analysis. When analysing the material, we placed learning and learning outcomes in three major axes: learning how to do; learning as belonging; and learning as transformation. The results reveal that, by participating in the LSH, the teacher-researcher learned, while learning how

¹ Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Docente da Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT). E-mail: andrey.paula@ufnt.edu.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2724-4844>.

² Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Docente da Universidade Estadual de Campinas. E-mail: dariof@unicamp.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5536-0781>.

to do, to explore, for example, data from different sources of evidence (audio and video recordings, written narratives, interviews and others) with an emphasis on the sense of zero and to triangulate them in analysis; while learning as belonging, he learned to have greater responsibilities in the Collaborative Community of Practice, having organized an event and eventually assuming the position of a formator (leader); and in relation to learning as transformation, he learned to understand and recognize himself as a researcher-formator in constant transformation.

Keywords: *Lesson Study*. Teacher who teaches mathematics. Teacher learning. Teacher education. Sense of zero.

Introdução

No Brasil, o Grupo de Sábado (GdS), da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), vem assumindo um importante destaque no que tange ao desenvolvimento de pesquisas em contextos de *Lesson Study* (LS). O grupo se aproximou deste processo formativo em 2012 e após perceber algumas similaridades entre o processo de LS e a prática de Desenvolvimento Profissional (DP) construída, ao longo dos anos, o grupo decidiu realizar uma experiência piloto de *Lesson Study*, que aconteceu de março/2016 a junho/2017. Dessa primeira experiência, o grupo percebeu que não era possível fazer uma transposição direta do modelo de *Lesson Study* global, conforme praticado no Japão, tendo em vista a realidade das escolas brasileiras e a cultura de estudo e trabalho do GdS. Diante desta percepção, o grupo decide, por meio de um processo de cruzamento ou fusão, fazer uma síntese entre estes dois modelos e o denominou de *Lesson Study* Híbrido - LSH³.

Para a nova experiência com LSH, que aconteceu de 2017 a 2019, o grupo se organizou em três subgrupos, de acordo com os níveis de atuação dos professores da Educação Básica: subgrupo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Anos Finais do Ensino Fundamental; e, Ensino Médio. Cada subgrupo contou, além dos professores escolares, com a participação de uma equipe de formadores e acadêmicos (graduandos, mestrandos ou doutorandos) da Universidade. O ciclo completo de atividades do LSH possui seis fases e foi desenvolvido durante um semestre letivo:

- Fase 1 – *Identificação e estudo do tema*: Cada subgrupo inicialmente identifica, define e estuda uma temática ou problemática que pretende explorar no ciclo, partindo das práticas e problemáticas dos professores da Educação Básica em articulação com o currículo das escolas participantes.

³ Ver mais sobre o LSH e os aspectos que caracterizam seu hibridismo em Crecci, De Paula e Fiorentini (2019); Losano, Ferrasso, De Paula e Fiorentini (2022).

- Fase 2 – *Planejamento coletivo da tarefa*: Cada subgrupo formula e elabora uma tarefa (preferencialmente exploratório-investigativa) e planeja como ela será implementada, prevendo possíveis dificuldades ou reações dos alunos e projetando possíveis encaminhamentos;
- Fase 3 – *Simulação da tarefa no GdS*: A tarefa elaborada, em um formato piloto, é “implementada”, primeiramente, no GdS, onde os participantes, além de simularem como se fossem alunos, fornecendo possíveis respostas não esperadas, têm a função de discutir, problematizar e colaborar para a melhoria da tarefa e do planejamento, antes de sua implementação na escola;
- Fase 4 - *Implementação e observação da tarefa na escola*: Implementação da tarefa por um dos professores de cada subgrupo em sala de aula na escola, podendo ajustá-la para implementação por outros professores.
- Fase 5 - *Reflexão sobre a implementação da tarefa na escola*: Cada subgrupo analisa as implementações do processo vivido, tanto em seu subgrupo quanto com todos os participantes do GdS. Neste momento destaca-se alguns episódios e evidências de aprendizagem, tanto dos professores quanto dos estudantes da Educação Básica.
- Fase 6 - *Sistematização da experiência*: Os subgrupos e participantes desenvolvem estudos de sistematização da experiência vivida ao longo do ciclo, em formato de narrativas ou de artigos/relatos científicos, considerando o lugar que cada um assume na multiplicidade de possíveis espaços existentes neste LSH, seja como professores que planejaram e implementaram as tarefas em aula, seja como observadores, futuros professores, acadêmicos ou formadores de professores da universidade. (FIORENTINI *et al.*, 2018).

Aqui, neste estudo, focalizamos na experiência de participação do primeiro autor nos dois últimos ciclos do LSH, que aconteceu no primeiro e segundo semestre de 2018, no qual participou do Subgrupo dos Anos Iniciais (SAIEF), cujos dados e reflexões, inclusive as que aqui trago, também são explorados em sua tese de doutorado (DE PAULA, 2023) desenvolvida na Faculdade de Educação da UNICAMP. O SAIEF era constituído por: quatro professoras dos Anos Iniciais, uma formadora doutora da Universidade, um mestrando, uma estudante de licenciatura em Matemática e dois doutorandos, sendo o primeiro autor um desses acadêmicos.

Por se tratar de uma experiência particular do primeiro autor, a partir deste momento este texto passa ser escrito, predominantemente, na primeira pessoa do singular. Usaremos a primeira pessoa do plural, quando nos referimos ao(s) subgrupo(s) ou ao GdS como um todo e quando o segundo autor participa conjuntamente da elaboração textual deste artigo e das interpretações e análises da experiência vivida. Desta forma, tenho e temos como objetivo neste

estudo analisar narrativamente a minha experiência de participação, enquanto professor-pesquisador e, eventualmente como formador-colaborador, em um contexto de *Lesson Study* Híbrido, destacando minhas aprendizagens e meus aprendizados.

Base teórica e metodológica: *Lesson Study*, Teoria da Aprendizagem Situada e Análise Narrativa Dialógica

O *Lesson Study* é um processo de desenvolvimento profissional, com sua história diretamente ligada ao Japão (FERNANDEZ, YOSHIDA, 2004; BABA, 2007). Etimologicamente a expressão *Lesson Study* é uma tradução do termo japonês *jugyokenkyu*, composto de duas palavras: *jugyo*, que significa instrução ou lição, e *kenkyuu*, que significa estudo ou pesquisa (LEWIS, 2016). Assim, o termo foi traduzido para o português, conforme Ponte *et al.* (2012), como Estudo de Aula. Nós, entretanto, neste trabalho, preferimos utilizar a denominação internacionalizada *Lesson Study* (LS). Tendo em vista a eficácia do LS, especialmente para o desenvolvimento profissional (DP) dos professores, a referida prática se disseminou pelo mundo, assumindo diferentes reformulações a partir de características culturais e políticas específicas em um processo de tradução cultural (GONÇALVES; FIORENTINI, 2023), como é o caso do LSH.

Pesquisadores (XU; PEDDER, 2014; DE PAULA; FIORENTINI, 2021) estão, cada vez mais, destacando as potencialidades do LS para a formação e desenvolvimento profissional de professores que dele participam, tais como: valorização da colaboração entre os professores; desenvolvimento e fortalecimento de comunidades de aprendizagem profissional; desenvolvimento de conhecimento profissional; melhor qualidade do ensino e aprendizagem em sala de aula; desenvolvimento do currículo escolar, entre outras. Estas potencialidades, no entanto, no âmbito da pesquisa acadêmica e científica, são alinhadas a diferentes perspectivas teóricas que, como lentes próprias e adequadas, permitem ver múltiplos aspectos desta prática.

Envoltos destas potencialidades e considerando o objetivo deste estudo, adotamos a concepção teórica subjacente à Teoria da Aprendizagem Situada (TAS) que, a partir de uma visão sociocultural, considera a aprendizagem como integrante e inseparável da prática social, como participação no mundo em mudança (LAVE; WENGER, 1991). Esta aprendizagem é situada nos diferentes contextos e comunidades de práticas (CoP) das quais participamos. Isso nos permite compreender que a aprendizagem independe das relações institucionais ou formais, entre alguém que aprende com alguém que ensina, sendo onipresente às práticas sociais e muitas vezes subconsciente (DE PAULA, 2023). Essa onipresença define a aprendizagem como

sendo historicamente situada e não solitária, mas que se estabelece nas e a partir das relações entre pessoa, contexto e prática, pois “uma maneira de pensar a aprendizagem é como produção histórica, transformação e mudança das pessoas” (LAVE; WENGER, 1991, p. 51, tradução nossa)⁴.

Desse modo, entendemos a aprendizagem como um processo contínuo e dinâmico de participação nas atividades das distintas CoPs e contextos em que participamos. Esse processo de participação se caracteriza pela movimentação dos participantes no interior de uma CoP rumo a uma participação mais plena, facilitada pelo engajamento e respeito mútuo das/nas práticas da comunidade, em um permanente processo de negociação de significados e reificações (DE PAULA, 2023). Apoiado nesta concepção que tem como base a TAS, fazemos uma diferenciação entre aprendizagens e aprendizados, conforme já vimos discutindo nos estudos do Grupo de Pesquisa Prática Pedagógica em Matemática (PraPeM) da UNICAMP, que também participei durante o período do doutorado (DE PAULA; FIORENTINI, 2021; DE PAULA, 2023). Entendemos a aprendizagem docente como o processo de aprender (orientada pela pergunta: como os professores aprendem?) e os aprendizados como os resultados desse processo (orientados pela pergunta: o que os professores aprendem nesse processo?).

Com base nesta compreensão, realizo uma Análise Narrativa Dialógica (AND) que, por ser uma abordagem interpretativa, ampla e variada da narrativa oral (RIESSMAN, 2008), me permite compreender holística e diacronicamente minhas aprendizagens e meus aprendizados no decorrer de minha participação no LSH, em diferentes contextos e entrelaçando diferentes vozes. A AND permite me colocar no processo de análise, em relação comigo e com todos os outros (outras vozes) que da narrativa participam, mesmo implicitamente. São nessas relações (por exemplo do discurso, histórico, político, institucional) estabelecidas por nós, enquanto seres em sociedade, que as aprendizagens acontecem e se desenvolvem.

Em vista disso, construo outra narrativa, porém mais interpretativa e analítica. Nesta narrativa analítica, identifico minhas aprendizagens e meus aprendizados a partir de três grandes eixos: aprendizagem como pertencimento; aprendizagem como fazer; e aprendizagem como transformação.

A *aprendizagem como pertencimento* considera minha movimentação na CoP colaborativa do GdS/LSH, na qual fui, gradualmente, me tornando um participante mais ativo, me reconhecendo e sendo reconhecido como um participante aprendiz. *Aprendizagem como*

⁴ “One way to think of learning is as the historical production, transformation, and change of persons” (LAVE; WENGER, 1991, p. 51).

fazer envolve minhas apropriações referentes aos procedimentos, tecnologias e outros artefatos que caracterizam o repertório compartilhado típico da comunidade (por exemplo: as narrativas, as histórias escritas etc.), assim como, a produção de conceitos, significados, ideias, e conhecimentos nesse contexto. *Aprendizagem como transformação* permite, a partir de uma posição exotópica (BAKHTIN, 2017) me “ver” e me compreender (autoconhecimento), em transformação (pessoal e profissional), sendo então uma questão de identidade. Estes eixos analíticos são utilizados de forma transversal, ou seja, não foram considerados com base em uma análise isolada que considera cada eixo separadamente. Acreditamos que, desse modo, a análise empreendida valoriza o aspecto dialógico da narrativa escrita.

A análise narrativa dialógica das aprendizagens e dos aprendizados ao participar de uma experiência com *Lesson Study* Híbrido sobre o ensino do sentido de zero

Ingressei no GdS em 2018 e já conhecia o grupo por meio da leitura de textos publicados em seus livros e artigos. Estando no grupo, estive, inicialmente, como um observador-aprendiz. Deste lugar via “tudo” e observava “tudo” e aos poucos ia aprendendo e me sentindo cada vez mais pertencente à comunidade. Deste lugar aprendi, enquanto aprendizagem como fazer, aspectos inerentes à cultura da própria comunidade, como as especificidades próprias da linguagem para melhor me comunicar e entender o que estava acontecendo, tais como os termos *Lesson Study*, grupão, subgrupos, ciclos, tarefas exploratório-investigativas (FIORENTINI, 2006; 2009; 2012) etc., que fazem parte do repertório da comunidade.

Após meu primeiro dia de participação na CoP GdS/LSH, direcionei meus estudos para uma compreensão mais ampla do *Lesson Study*. Neste processo de estudo foquei inicialmente, a partir da leitura de artigos científicos, em seus aspectos históricos e suas potencialidades para o desenvolvimento das aprendizagens profissionais dos professores (FERNANDEZ; YOSHIDA, 2004; BABA, 2007; ELLIOTT, 2019). Gradativamente fui participando e me envolvendo cada vez mais com as práticas da CoP GdS/LSH, em especial com o Subgrupo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (SAIEF), no qual participei mais ativamente.

A relação dos participantes mais experientes com os recém-chegados assume papel central, pois estes também são responsáveis por possibilitarem maior acesso às práticas da comunidade (LAVE; WENGER, 1991). A partir deste acesso favorecido, pude conhecer e aprender aspectos íntimos da comunidade. Uma importante contribuição para o desenvolvimento de meu conhecimento mais profundo da comunidade foram as, já estabelecidas, práticas de cooperação e colaboração que ali aconteciam. Estas práticas, aliado a

meu engajamento, me ajudaram a estabelecer uma relação de respeito mútuo e de confiança com todos.

Um acontecimento que evidencia meus aprendizados, no que tange à aprendizagem como pertencimento e como fazer, foi meu envolvimento e participação como coordenador executivo do VII Seminário de Histórias e Investigações de/em aulas de Matemática (SHIAM)⁵, evento bienal em que o próprio GdS é responsável pela organização.

Imagem 01: Reunião de planejamento do VII SHIAM em 04/08/2018



Fonte: arquivo do GdS.

A imagem 01 retrata um dos momentos de planejamento do referido evento. Nestes momentos de planejamento e organização do evento pude vivenciar a relação cooperativa e colaborativa de grande parte do grupo. Reafirmei, por exemplo, a grande preocupação do grupo em proporcionar maiores reflexões, não só para o campo da pesquisa em Educação Matemática, mas, para a reflexão da prática de ensinar matemática na Educação Básica. Este fato fica evidente quando iniciamos o processo de definição dos palestrantes e conferencistas, pois percebi a preocupação do grupo em trazer convidados não somente acadêmicos, mas também professores da escola que investigam e problematizam suas práticas de ensinar e aprender matemática em diferentes contextos.

Estando no grupão (GdS) e no SAIEF, passei a compreender cada etapa do ciclo do LSH. Aprendi, enquanto aprendizados como fazer, mecanismos e artefatos próprios da comunidade, como manusear equipamentos de gravação de áudios e vídeos, aspectos do planejamento e gestão de tarefas exploratório-investigativas que, na comunidade GdS, já vinham sendo utilizadas e investigadas desde 2004, tendo uma das integrantes do grupo

⁵ No site <https://www.cempem.fe.unicamp.br/shiam>, encontra-se mais informações sobre este evento, assim como os anais de eventos já realizados.

defendeu sua dissertação de mestrado (CASTRO, 2004). Esta dissertação foi a primeira, no Brasil, a focar as investigações matemáticas no ensino. Outro acontecimento, que retrata meu aprendizado, ocorreu na 1ª fase do 2º ciclo do LSH desenvolvido em 2018 e que compreende a fase de escolha e estudo de um tema do currículo escolar. Após o SAIEF ter discutido algumas possibilidades de temas como o pensamento algébrico, um acontecimento ocorrido na sala de aula da professora Carina⁶ chamou atenção do subgrupo.

A professora Carina narrou que um de seus alunos chegou contando em sua sala de aula que sua avó fez um comentário dizendo que um dos integrantes da família era um “zero à esquerda”. O aluno, então, perguntou à avó o que isso significava, ela respondeu que o zero à esquerda não vale nada. A professora então perguntou para turma se alguém saberia dizer porque o zero à esquerda não vale. Como ninguém da turma soube responder e a professora também não estava segura da resposta, respondeu que iria pensar e planejar em como estudar isso com eles, pois percebeu que os alunos tinham ficado interessados.

O SAIEF passou a discutir este episódio e reconheceu que os alunos têm dificuldades em trabalhar com o zero em seus variados contextos e as professoras também, pois a formação inicial e a própria literatura têm problematizado pouco o sentido deste número. Decidimos, então, escolher o sentido de zero como tema a ser estudado e investigado no segundo ciclo. Após ler alguns textos e ainda sem ter um objetivo cuidadosamente delineado para planejar uma aula com tarefas exploratórias, acordamos que, nos próximos encontros do subgrupo, deveríamos procurar na literatura ou elaborar algumas propostas de tarefas exploratório-investigativas que poderiam ajudar a projetar uma aula para as fases 03 e 04 do LSH. A esta altura, eu já sabia sobre a importância das tarefas exploratórias-investigativas para o GdS, pois já vinha estudando sobre as mesmas. Eu já possuía uma pequena bagagem teórica tendo por base estudos e leituras da própria literatura produzida pelos integrantes do GdS (FIORENTINI, 2006; 2009; 2012), bem como de outros pesquisadores (QUARESMA; PONTE, 2015; PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2016). Mas, de outro lado, faltava-me a experiência da prática.

O mundo teórico e as constantes discussões e problematizações ocorridas no âmbito do GdS, tanto com o SAIEF quanto com os demais subgrupos, me proporcionaram diferentes aprendizados, referentes à aprendizagem como fazer, como a compreensão do caráter mais aberto deste tipo de tarefa, forte participação dos alunos e a possibilidade dela se tornar investigativa ou permanecer em um nível de exploração (FIORENTINI, 2009; 2012). Estes

⁶ Os nomes dos participantes do GdS que aqui são expostos são reais e foram autorizados mediante assinatura de termo de autorização. O referido termo pode ser consultado em minha tese de doutorado (DE PAULA, 2023).

meus aprendizados oriundos inicialmente do mundo teórico nas fases de planejamento (1^a, 2^a e 3^a fases do LSH), confrontavam-se com a prática efetiva de planejar e de valorizar as características do grupo, como a valorização das práticas e problemáticas das professoras da Educação Básica.

Na tentativa de iniciar com a proposição de tarefas no SAIEF, eu e outro acadêmico do SAIEF apresentamos uma proposta de tarefa exploratório-investigativa denominada “Do cheio ao vazio”. Esta primeira tentativa buscava explorar o zero como representante do vazio, a partir da utilização de materiais como barbante e tampinhas de garrafa. O barbante era utilizado para simular a representação gráfica de um conjunto, como região limitada de um plano, e as tampinhas para representar os elementos de um conjunto. Os alunos então deveriam ir retirando uma a uma as tampinhas e fazendo seus registros em um quadro, que seria disponibilizado, inclusive quando não fosse possível retirar nenhuma tampinha da região delimitada pelo barbante. Com esta proposta acreditávamos que as ações de retirar, uma a uma, as tampinhas do conjunto (região limitada pelo barbante), aliados a seus registros, iríamos encorajar os alunos a experimentarem e descobrirem o sentido de vazio e, portanto, do zero, enquanto ausência de quantidade.

No entanto, em um dos momentos de nosso planejamento que aconteceu em 17 de março de 2018, quando colocamos em discussão a referida tarefa junto ao SAIEF alguns questionamentos foram feitos e nos proporcionaram reflexões e novos direcionamentos. Estes questionamentos foram disparados a partir da fala do Prof. Dario, fundador e participante do GdS, e que apareceu de surpresa neste dia no nosso grupo.

Dario - O problema de construir isso [apontando para o barbante], é o uso de um material concreto para construir o conjunto vazio, de modo que não tenha nada dentro. Mas até que ponto isso ajuda a dar sentido ao zero? O uso de material concreto é um problema, porque você tem um objeto aí... Mas se eu disser assim: todas as pessoas com mais de 100 anos desta sala? Não tem ninguém, conjunto vazio ou zero pessoas... Então, o conjunto vazio é difícil de ser representado materialmente, pois é um conceito abstrato, mas podemos encontrar ou construir situações-problema que permitem explorar o sentido de zero. (Gravado em áudio/2018).

O comentário de professor Dario levantou várias questões no SAIEF. Em primeiro lugar, percebemos que a tarefa proposta não era exploratória, pois pretendia induzir empiricamente um certo sentido ao vazio, associado à ideia de zero. Isso evidencia a dificuldade de representar o conjunto vazio com materiais concretos e associá-lo ao número zero, principalmente em um sistema de valores posicionais, como é o caso do “zero à esquerda”. Em

segundo lugar, isso tem implicações na própria compreensão de conjuntos e referentes à concepção de número, pois se considerarmos que os números estão diretamente relacionados à contagem, o zero poderia não ser considerado número, pois não é usual começar contando ou enumerando o nada. E isso, historicamente, tem relação com o surgimento do zero. Alguns sistemas de numeração – como é o caso dos números romanos – não possuem o zero. Em outros sistemas de numeração posicional, como o babilônico (ou sumério) e o hindu-arábico, o zero surge tardiamente como necessidade de representar a posição vazia (ou a coluna vazia do ábaco).

Algumas dessas problemáticas vivenciadas por nós foram também sentidas ou discutidas por outros pesquisadores ao darem maior atenção ao zero em suas experiências e investigações (OLIVER; SMILEY, 2006; STEWART, 2015; BARTON, 2020). Essas leituras foram fundamentais para o SAIEF, no sentido de proporcionarem um conhecimento mais especializado sobre o zero, tendo em vista o seu ensino e sua aprendizagem por parte dos alunos, tal como propõem Ball *et al.* (2008) e Carrillo *et al.* (2013).

Desta proposta apresentada por nós, e das discussões que a partir delas emergiram, pude compreender a complexidade do planejamento de uma tarefa exploratória-investigativa na prática. Aprendi, por exemplo, a difícil relação epistemológica (representação abstrata e simbólica do vazio), filosófica (compreensão do nada e percepção de ausência) e de comunicação (enunciar e comunicar que não há nada em algum lugar, tendo em vista que sempre há algo concreto) quando nos propomos a explorar o zero nos Anos Iniciais e em qualquer nível de ensino. A relação do zero como representação do vazio é algo que as próprias crianças percebem em sua prática, seja em suas atividades fora da escola ou na própria escola (COCKBURN; PARSLOW-WILLIAMS, 2008; ANGELINO; FERNANDES, 2021), no entanto, reconheci que é necessário que o professor se aproprie ou desenvolva um conhecimento especializado para subsidiar a prática pedagógica e as discussões em sala de aula de maneira conceitualmente relevante.




Cientes das dificuldades epistemológicas, filosóficas e de comunicação desta proposta apresentada por nós, sobretudo por ela não proporcionar uma exploração do sentido de zero como valor posicional na composição de um número natural, decidimos, conjuntamente, abandonar o planejamento desta tarefa. A professora Carina, por sua vez, trouxe uma segunda proposta, denominada de “Jogo das Faces” com o objetivo de explorar o zero como elemento neutro na adição. A professora Carina simulou a tarefa no SAIEF, e após reflexão em nosso grupo decidimos por, também, descartá-la, pois mostrou-se limitada ao priorizar a adição e o elemento neutro, além de não ser exploratória.

Entretanto, o jogo proposto pela professora Carina, apesar de não ter sido adotado como um todo pelo SAIEF, foi considerado o “ponta pé inicial” para o planejamento mais efetivo da tarefa. Em vista disso, a professora Conceição toma para si essa segunda proposta e se dedica a um novo estudo e planejamento do jogo, a fim de torná-lo mais exploratório-investigativo, propondo novos rearranjos. A professora Conceição propôs, então, que esse novo jogo fosse realizado em duplas e que, ao invés de utilizar dois dados (cada um com seis faces), como proposto por professora Carina, sugeriu a utilização de apenas um dado. Seria um dado que contenha todos os algarismos, inclusive o zero. Nesse caso, o dado teria que ter 10 faces para conter todos os algarismos, sendo, portanto, um sólido geométrico irregular.

O grupo, então, questionou: e por que não construir um dado regular com 12 faces, aumentando duas faces? Mas que algarismos colocar aí nessas faces? Alguém sugeriu colocar zeros nas duas faces adicionais. Isso aumentaria a possibilidade de os alunos obterem o algarismo zero ao fazer três lançamentos, conforme proposto pelo jogo. Isso permitiria aos alunos explorarem as seis diferentes posições desses algarismos de modo a construir o maior ou o menor número. Complementar ao jogo foram construídas fichas branca (ver Quadro 1) contendo todos os algarismos e uma maior quantidade de fichas contendo o zero, facilitando a exploração durante a aula.

Outro momento importante durante a discussão deste planejamento foi referente à construção de um número maior ou menor, ao manipularem as fichas. Tendo em vista que nos jogos, em sua maioria, ganha quem consegue o maior número ou a maior pontuação, o SAIEF optou ir por outro caminho e decidiu que quem ganharia a partida seria o jogador que conseguisse formar o menor número composto por três dígitos, após manipular as fichas com os algarismos. Mas esta decisão foi, na verdade, motivada pelo **objetivo pedagógico-matemático da tarefa**: “*explorar o papel e o sentido do zero na composição de um número*”. Com a estratégia de tentar obter o menor número, os alunos seriam induzidos a colocar o zero à esquerda, produzindo, assim, sentido ao zero posicionado à esquerda de um número. Após estas reformulações, o jogo foi denominado de “Caça ao zero” e uma primeira versão foi finalizada, sendo a do Quadro 1, a seguir, uma versão final.

Quadro 1: Materiais e regras do jogo “Caça ao zero”

Materiais		Regras do Jogo
 (Dado Dodecaedro)	1 dado com 12 faces (Dodecaedro) com algarismos de 1 a 9 e três faces com algarismo 0.	<p>PARA SER JOGADO EM DUPLAS</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Cada jogador, na sua vez, lança o dado; ✓ Os algarismos que caírem no dado, serão aqueles que o jogador terá de pegar, dentre as fichas brancas, e mantê-los ocultos até o final do jogo, para depois montar, com eles, um número em seu Q.V.L.; ✓ São três rodadas para cada jogador, dependendo das ordens (ou casas) do Q.V.L.; ✓ Ao final das três rodadas, cada jogador deve montar o menor número possível com os algarismos sorteados; ✓ Os jogadores mostram os números formados, e mostra aos outros os números formados; <p>Vence o jogo, quem conseguir formar o menor número.</p>
 (Q.V.L)	1 Q.V.L pequeno (com lugar para colocar as fichas da unidades, dezenas e centenas) para cada jogador, sendo possível esconder, durante o jogo, os números construídos.	
 (Fichas Brancas)	Fichas brancas com algarismos de 0 a 9, sendo maior a quantidade de fichas com o “0”.	

Fonte: Elaboração do SAIEF com adaptações dos autores deste artigo.

Com a primeira versão do jogo finalizada, iniciamos a etapa de simulação da tarefa no GdS (3ª fase do LSH). Após as duplas jogarem o jogo abriu-se um momento de discussão da experiência com o jogo, momento em que todos puderam colocar suas observações, percepções e questionamentos ao jogar. Os participantes do GdS puderam opinar sobre o jogo, tendo em vista suas potencialidades para explorar os sentidos do zero, conforme previsto por nós no SAIEF. As discussões neste momento se deram principalmente em dois pontos: o caráter exploratório da tarefa e as dificuldades dos alunos com a tarefa. Sobre o primeiro ponto, todos ressaltaram que a tarefa possui potencial exploratório para o segundo ano dos Anos Iniciais, para o qual o jogo foi planejado.

Sobre o segundo ponto levantado, foi observado pelos colegas que alguns alunos teriam dificuldades em, por exemplo, fazer a leitura do número, compreender que ganha quem formar o menor número e em dar sentido ao número formado quando o zero estiver à frente (isto é, à esquerda) de um algarismo diferente de zero, na tentativa de compor um menor número com três algarismos, por exemplo, em 005 ou em 044. Em vista disso, foram discutidas algumas possibilidades para promover uma negociação sobre os sentidos do zero com os alunos. A professora Carina, então, propõe uma discussão com os algarismos supostamente sorteados - 0, 3, 0 e 1, 0, 4 - para explorar os sentidos do zero em suas diferentes posições na formação de um

número com os três Algarismos sorteados com o dado no jogo (à esquerda, no meio e à direita de um número).

Em meio a esta discussão, uma professora do ensino médio nos chamou atenção com o seguinte comentário: *“Eu entendo que o objetivo [da questão], é que a gente olhe para o zero, o que o zero está fazendo com o número, mas na verdade, a posição do zero muda é o três. [...] do jeito que está a pergunta eu responderia o zero não vale nada nesta daí (003)”*. Este comentário se alia a outros, que sugeriram, por exemplo, a proposição de utilizar o ábaco para produzir significado ao zero como coluna vazia. A professora, então, decide trabalhar em sua aula mesmo sem nunca tê-lo utilizado antes com os alunos. Esses questionamentos e reflexões mobilizaram o SAIEF a rever seu planejamento e sua prática em sala de aula, promovendo uma *aprendizagem como fazer*, resultante do fato de que a posição do algarismo zero na composição de um número altera e define seu valor cardinal. Por exemplo, ao explorar o posicionamento dos dígitos 1, 0, 4 na composição de um número, temos que: o valor cardinal de 104 é cento e quatro; de 014 é catorze; de 410 é quatrocentos e dez etc.

Após estas discussões, buscamos nos aprofundar nas questões levantadas pelos colegas e fizemos alguns pequenos ajustes no jogo e no planejamento da aula, como, por exemplo, não problematizar diretamente uma das questões planejadas por nós no SAIEF que dizia *“O que significa o zero em 03, 30 e 300?”*. Apesar desta questão ser considerada importante, priorizamos fazer esta exploração a partir das ações dos alunos observadas na aula. Após estas reformulações, o referido jogo foi revisto pelo SAIEF, tendo sido adotada como tarefa exploratório-investigativa a ser implementada com os alunos na fase 4^a do LSH e teve como objetivo explorar e investigar o papel e o sentido do zero na composição do número (CRECCI; DE PAULA; FIORENTINI, 2019; FIORENTINI; HONORATO, DE PAULA, 2023; DE PAULA, 2023).

Dos momentos de planejamento (1^a fase, 2^a fase e 3^a fase) até o momento da implementação da tarefa nas salas de aulas das professoras (4^a fase), a tensão foi muito grande, pois, ainda não tinha vivido este tipo de experiência colaborativa de estudo de aula, como pesquisador. Nessa experiência tivemos: a utilização de variadas e diferentes fontes de evidência para a produção dos dados da pesquisa como narrativas escritas, entrevistas e gravação em áudio e vídeo da aula; a interlocução com diferentes pessoas; a oportunidade de vivenciar um processo formativo consolidado internacionalmente.

Da implementação (5^a fase do LSH), aprendi, enquanto pesquisador, a estar sempre atento a momentos específicos que destacam as aprendizagens profissionais das professoras envolvidas, e depois, com as gravações finalizadas, a selecionar episódios reveladores de

aprendizagem e analisá-los. Neste sentido, a perspectiva analítica, isto é, a análise narrativa dialógica (AND), que aqui adotei, foi um aprendizado muito importante desta minha participação, pois me permitiu analisar e compreender essas aprendizagens, não apenas das professoras participantes (propósito principal de minha tese de doutorado), mas também minhas. Tendo por base o que diz Riessman (2008) sobre o processo de AND, procurei não me limitar apenas ao dito e ao modo como é dito, dando ênfase a suas falas, mas também às relações dialógicas entre os participantes, tanto consigo mesmas (as professoras) e comigo, como também com os outros, sobretudo com as diferentes vozes que circulam nas comunidades das quais participávamos (comunidade escolar, comunidade acadêmica, a comunidade do GdS e da subcomunidade do SAIEF).

Estar e participar de todo o processo de LSH me fez refletir e perceber que minha prática, enquanto formador de professores, era fortemente pautada na racionalidade técnica, reproduzindo uma visão colonialista da relação entre a academia (Universidade) e a escola, isto é, de que a prática escolar era vista apenas como campo de aplicação de conhecimentos da universidade, sendo a formação do professor concebida como um processo de aprendizagem de conhecimentos PARA a prática, conforme Cochran-Smith e Lytle (1999). Este olhar para mim, denota um aprendizado inerente a uma aprendizagem como transformação, onde começo a perceber um processo de transformação de minha identidade profissional a partir de minha participação no LSH, no que concerne ao despertar para uma nova visão de tarefas possíveis de serem trabalhadas em formação inicial, especialmente no curso de Pedagogia onde atuo e, sobretudo, na formação continuada, reconhecendo que o professor também aprende e produz conhecimentos profissionais da docência NA prática ou a partir DA prática (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999). Se o professor se engaja em um grupo que tem o hábito de investigar a própria prática de ensinar e aprender, como acontece no GdS (conforme FIORENTINI; CARVALHO, 2015) e em projetos de estudo de aula, como é o caso do LSH e do subgrupo SAIEF que estamos analisando neste artigo, seus conhecimentos NA e DA prática são evidenciados.

Após participar da experiência de LSH no GdS/Unicamp, sinto-me em uma posição exotópica (BAKHTIN, 2017), em relação à minha prática pretérita como formador de professores dos Anos Iniciais, tendo desenvolvido um excedente de visão sobre mim mesmo. Hoje consigo perceber o que é mais importante para a formação do futuro professor que ensina matemática e procuro trazer para a formação inicial em Pedagogia discussões importantes, sobre a matemática e seu ensino, tais como: proporcionar aos estudantes uma discussão mais ampla sobre os diferentes sentidos do número e especialmente do zero, conhecimentos estes

potencializados por minha participação no LSH e no SAIEF. Passei também a propor discussões formativas sobre diferentes conteúdos presentes nas orientações curriculares nacionais como o pensamento algébrico, o letramento estatístico e o pensamento geométrico, buscando e tentando potencializar seu ensino a partir de tarefas exploratórias.

Percebi, mediante participação no LSH, uma *aprendizagem como fazer*, que tem como ponto de partida a escolha de um tema de interesse dos professores e o estudo profundo de um tópico do currículo para subsidiar o planejamento de tarefas exploratório-investigativas vinculadas à própria prática dos professores, permitindo que estes desenvolvam seus conhecimentos DA prática de ensinar matemática. Este conhecimento da prática permite que os professores tenham relações diretas com suas práticas. Por outro lado, percebi também que o processo de gestão de tarefas (FIORENTINI; HONORATO; DE PAULA, 2023) desenvolvido no GdS por meio do LSH permite o planejamento colaborativo e reflexivo dessas tarefas e suas implementações em sala de aula. Este fato possibilitou uma maior contextualização da tarefa planejada. Ter este novo olhar me permite afirmar que a participação em contextos formativos, como o LSH, favorece a valorização e problematização da aprendizagem de conhecimentos NA e DA prática profissional do professor (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999).

Neste movimento reflexivo, me autocompreendo e me projeto enquanto um “novo” professor que agora conhece práticas formativas que valorizam os conhecimentos vinculados às práticas dos professores, e que estes podem e devem ser considerados na formação inicial de professores, configurando assim aprendizagem como transformação e desenvolvimento da identidade profissional. Apesar deste reconhecimento, pensando em minha futura prática em sala de aula, minha participação no LSH me proporcionou inquietações. Cito uma: como posso desenvolver com os futuros professores estes conhecimentos DA prática se não tenho uma composição em sala de aula que conte com a participação de professores da Educação Básica?

Ao retomar a docência no curso de Pedagogia, em 2022, após encerrar minha participação presencial no GdS e no LSH na UNICAMP, em Campinas/SP, e entusiasmado com toda minha experiência vivida desde 2018, projetei o desenvolvimento de práticas de LS na formação inicial. No entanto, por alguns motivos como a falta de tempo, tendo em vista que estava nos momentos de escrita final de minha tese de doutorado, decidi deixar este projeto para outro momento, após a conclusão do doutorado. Reconhecendo meus conhecimentos inerentes ao processo de planejamento e gestão de tarefas exploratório-investigativas como um grande aprendizado, no que tange a uma *aprendizagem como fazer e como pertencimento*, sinto-me desafiado e encorajado em, na formação Inicial em Pedagogia, tentar implementar uma prática formativa em contexto de *Lesson Study*.

Este pertencimento que senti, ao participar do GdS e do LSH, enquanto aprendizagem, permitiu ampliar meus conhecimentos teóricos sobre tarefas exploratórias-investigativas, a me envolver e vivenciar processo de gestão de tarefas com valorização de conhecimento NA e DA prática, que são propícios para desenvolver aprendizagens cada vez mais situadas em comunidades (FIORENTINI; HONORATO; DE PAULA, 2023). Sobre este ato de pertencer que vivi e senti, reitero ainda que, ao pertencer a uma comunidade, não significa apenas estar dentro dela, mas sim quando realmente nos engajamos em suas práticas e delas participamos ativamente. De acordo com Yuval-Davis (2006), pertencer é também, um ato de autoidentificação, logo é “visível” quando nos reconhecemos como participantes, pois assumimos e nos apropriamos cada vez mais das práticas íntimas da comunidade. O ato de pertencer é carregado também de sentimentos evocados a partir de diferentes manifestações, como alegria, satisfação e segurança.

Algumas conclusões e considerações finais

A análise narrativa de minha experiência de participação me permite afirmar que o processo de *Lesson Study* – e, em meu caso, de *Lesson Study* Híbrido - se configura como um importante contexto formativo e de desenvolvimento profissional, proporcionando que todos os participantes envolvidos (não só os professores e alunos da Educação Básica) ressignifiquem seus conhecimentos e se reconstituam enquanto pessoas e profissionais. Diante dos constantes momentos de reflexão, este processo formativo favorece nos situarmos em posição exotópica, e desta posição, numa relação eu-para-mim (BAKHTIN, 2017), permite que a gente se veja, não apenas sob um viés objetivo, visualizando elementos concretos, mas também sob um viés subjetivo, vendo nossas transformações (pessoais e profissionais) e nos autocompreendendo, nos projetando e projetando nossas práticas, tendo em vista, os diferentes aprendizados negociados e ressignificados em relação com todos os participantes (experientes e recém-chegados).

A diferença entre aprendizagens e aprendizados docentes, que aqui trouxemos, se configura como importantes, sob um viés analítico, modos de olhar a participação e a aprendizagem dos professores em comunidades de prática ou comunidades investigativas. Os três grandes eixos analíticos adotados (aprendizagem como fazer, aprendizagem como pertencimento e aprendizagem como participação) permitem que análises das participações de professores se deem, em outras direções, não apenas em relação aos conhecimentos do conteúdo ou específicos do conteúdo, como muitas vezes são valorizados em pesquisas que tratam das

aprendizagens dos professores.

Dessa forma, enquanto *aprendizagem como fazer*, aprendi (no sentido de aprendizados): saberes da prática formativa; saberes da prática colaborativa, e conhecimentos conceituais e teóricos. Quanto aos *saberes da prática formativa*, passei a ter uma maior compreensão da dinâmica do LSH quanto à organização em subgrupos, aquisição de discursos próprios da comunidade (grupão, tarefas exploratória-investigativa, *Lesson Study*, narrativas), manusear equipamentos de gravação, entre outros. Em relação aos *saberes da prática colaborativa*, passei a reconhecer e valorizar a importância de práticas cooperativas e colaborativas, sobretudo quando apercebi que essas práticas permitem o desenvolvimento de sentimentos como respeito e confiança, essenciais e necessários para uma experiência rica em aprendizagens e aprendizados em comunidade. E, por último, no que diz respeito aos *conhecimentos*, passei a conhecer mais a fundo o *Lesson Study*, o zero e seus diferentes sentidos e significados e, de forma mais evidente, aprendi aspectos teóricos e práticos sobre tarefas exploratório-investigativas e, principalmente, sua gestão em sala de aula. Isso me permitiu, no âmbito da formação inicial de professores, desenvolver com mais consciência e segurança este tipo de prática formativa.

Enquanto *aprendizagem como pertencimento*, gradativamente fui assumindo tarefas que requeriam maiores responsabilidades na comunidade e assim passei a me reconhecer cada vez mais como um participante dela. Conheci amplamente a rotina da comunidade, impulsionada por uma observação atenta das movimentações que ali aconteciam. Nesse âmbito, assumi práticas desafiadoras e de liderança tais como: a organização do VII SHIAM; coordenar em alguns momentos o SAIEF; e, sobretudo, a me apropriar da gestão de tarefas exploratório-investigativas, onde passei a compreender o processo de concepção, planejamento, desenvolvimento e avaliação, próprio de um estudo de aula (FIORENTINI; HONORATO; DE PAUA, 2023).

Inerentes à *aprendizagem como transformação*, passei a me compreender e compreender minhas práticas de ensino na formação inicial. Neste processo de compreensão, passei a me ver como um “novo” professor, projetando, em minhas futuras experiências, práticas mais cooperativas, colaborativas e reflexivas, valorizando, principalmente, problemáticas próprias dos professores da Educação Básica que aprendi durante minha participação no LSH. A partir do estudo, exploração e planejamento de tarefas exploratório-investigativas, possibilitei aos estudantes em formação inicial um novo olhar para as tarefas a serem exploradas nos Anos Iniciais. Esta nova visão para as tarefas, ainda não havia evidenciado em minhas experiências na formação inicial de professores.

Este processo de aprendizagem só foi possível por me colocar na comunidade não apenas como um pesquisador que estava ali com o objetivo claro de realizar uma pesquisa de doutorado, mas, também, como alguém disposto a participar colaborativa e ativamente em suas diferentes atividades.

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos a todo o GdS por me acolher e me fazer sentir cada vez mais participante do grupo. Aos participantes do subgrupo dos Anos Iniciais, e, em especial, às professoras Carina e Conceição, que permitiram acompanhá-las e assim desenvolver minha pesquisa de doutorado (DE PAULA, 2023). Ao professor Dr. Dario Fiorentini por estar comigo em todo este processo e ter me aceito como orientando. A Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), pela liberação concedida, que me permitiu uma imersão em todo meu processo de participação e pesquisa.

Referências

ANGELINO, R. R. D. S.; FERNANDES, S. H. A. Saberes evidenciados no desenvolvimento da numeracia: vivências com o número zero na Educação Infantil. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 27, n. 71, p.17-30, 2021.

BABA, T. “How is Lesson Study Implemented?”. *In*: ISODA, M.; STEPHENS, M.; OHARA, Y.; MIYAKAWA, T. (ed.). **Japanese lesson study in mathematics: its Impact, diversity and potential for educational improvement**. Singapore City: World Scientific Publishing, p. 2-7, 2007.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008.

BAKHTIN, M. **Para uma filosofia do ato responsável**. Tradução de Valdemir Miotello e Carlos Alberto Faraco. São Carlos: Pedro & João, 2017.

BARTON, N. Percepção de ausência e a filosofia do zero. **Synthese**, v. 197, p. 3823-3850, 2020.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L. C.; RIBEIRO, M. **Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching**. Congress of European Research I Mathematics Education –Cerme 8.Manavgat-Side, Antalya –Turkey: Middle East Technical Universit, p. 2985-2994, 2013.

CASTRO, J. F. **Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de Matemática**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Educação, Campinas, 2004.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of Knowledge and Practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**. v. 24, p. 249-305, 1999. Tradução: GEPFPM (Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática - FE/Unicamp).

COCKBURN, A. D.; PARSLow-WILLIAMS, P. Zero: understanding an apparently paradoxical number. *In*: COCKBURN, A. D; LITTLER, G. (ed.). **Mathematical Misconceptions**. London: Sage Publications, p. 7-22, 2008.

CRECCI, V. M; DE PAULA, A. P; FIORENTINI, D. (2019). Desenvolvimento profissional de uma professora dos anos iniciais que participa de um lesson study híbrido. **Revista Educere et Educare**, v. 14, n. 32, p. 1-21, 2019.

DE PAULA, A. P. M. **Aprendizagens e aprendizados de professoras que ensinam matemática mediante participação em um Lesson Study Híbrido**. 2023. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2023.

DE PAULA, A. P. M; FIORENTINI, D. Aprendizagem e aprendizados de uma professora dos anos iniciais em um contexto de Lesson Study Híbrido. *In*: COSTA, S. C. *et al.* (org.). **Pesquisas interdisciplinares na Amazônia Tocantina: saberes e fazeres em diálogos**, 2021, p. 91-109..

ELLIOTT, J. What is Lesson Study?. **European Journal of Education**, v. 54, n. 2, p. 175-188, 2019.

FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. **Lesson Study: a japanese approach to improving mathematics teaching and learning**. New Jersey, EUA: Lawrence Erlbaum Associates, 2004.

FIORENTINI, D. Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática. *In*: FIORENTINI, D.; CRISTÓVÃO, E. M. (org.). **Histórias de investigação de/em aulas de matemática**. Campinas, SP: Alínea, 2006, p. 13-36.

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa. *In*: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. (org.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2009, p. 233-255.

FIORENTINI, D. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. v. 7, n. 10, p. 63-78, 2012.

FIORENTINI, D.; CARVALHO, D. L. O GdS como locus de experiências de formação e aprendizagem docente. *In*: FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CARVALHO, D. L. (org.). **Narrativas de Práticas de Aprendizagem Docente em Matemática**. São Carlos: Pedro & João Editores, p. 15-37, 2015.

FIORENTINI, D.; RIBEIRO, C. M. S.; LOSANO, A. L.; CRECCI, V. M.; OLIVEIRA, T.; VIDAL, C. P. Estudo de uma experiência de *Lesson Study* Híbrido na formação docente em matemática: contribuições de/para uma didática em ação. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 19., 2018, Salvador. **Anais [...]**. Salvador, BA: UFBA,

2018. p. 1-38.

FIorentini, D.; Honorato, A. H. A.; De Paula, A. P. M. Experiências de aprendizagem docente na gestão colaborativa do ensino-aprendizagem de matemática baseado em tarefas exploratórias. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-30, 2023.

GONÇALVES, K. V.; FIORENTINI, D. Origens e traduções culturais do lesson study como processo formativo e investigativo do professor que ensina matemática. SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE LESSON STUDY NO ENSINO DE MATEMÁTICA, 2., 2023. **Anais** [...]. Editora da Universidade Federal da Fronteira Sul, 2023.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning**: Legitimate peripheral participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LEWIS, C. How does lesson study improve mathematics instruction?. **ZDM - Mathematics Education**, v. 48, n. 4, p. 571-580, 2016.

LOSANO, A. L.; FERRASSO, T. O.; DE PAULA, A. P. M.; FIORENTINI, D. Experiência de Lesson Study Híbrido na formação continuada de professores que ensinam matemática: o caso do Grupo de Sábado/Unicamp. *In*: PINA NEVEZ, R.; FIORENTINI, D. (org.). **Seminário Internacional de Lesson Study**. Vitória: Edifes Parceria, 2022, p. 203-210.

OLIVER, A.; SMILEY, T. What are sets and what are they for? **Philosophical Perspectives**, v. 20, p. 123-155, 2006.

PONTE, J. P.; BAPTISTA, M.; VELEZ, I.; COSTA, E. Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 5, p. 7-24, 2012.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. Comunicação, tarefas e raciocínio: aprendizagens profissionais proporcionadas por um estudo de aula. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 2, p. 297-310, 2015.

RIESSMAN, C. K. **Narrative métodos for the human/Sciences**. California (EUA): SAGE Publications, 2008.

STEWART, I. **Professor Stewart's incredible numbers**. Great Britain: Profile Books LTD, 2015.

XU, H.; PEDDER, D. Lesson Study e an international review of the research. *In*: DUDLEY, P. (Ed.), **Lesson Study: Professional learning for our time**. London: Routledge, p. 29-58, 2014.

YUVAL-DAVIS, N. Belonging and the politics of belonging. **Patterns of Prejudice**, v. 40, n. 3, p. 197-214, 2006.