

## CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL FUTURO PROFESOR QUE ENSEÑA EL ESPACIO PROYECTIVO EN LA RURALIDAD

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.29.314-324>

María Fernanda Mejía Barajas<sup>1</sup>

**Resumen:** El conocimiento especializado del futuro profesor que enseña el espacio proyectivo presupone la capacidad de adaptar tareas matemáticas significativas de acuerdo con las necesidades del contexto. Así, este estudio busca caracterizar el conocimiento especializado del futuro profesor mediante un ciclo de *Lesson Study* con la adaptación de tareas matemáticas, las cuales son dirigidas principalmente hacia instituciones educativas del sector urbano. Se concluye la necesidad de profundizar en el conocimiento especializado que tienen los docentes en formación desde el componente espacial-métrico. Aunque se trata de una investigación en curso, se esperan obtener como resultado la caracterización del conocimiento especializado que tiene el futuro profesor y las estrategias que usan para adaptar tareas matemáticas según el entorno escolar en el que se van a desarrollar. Esta investigación resulta de gran relevancia, pues permite conocer el conocimiento que tienen los futuros profesores sobre matemáticas al inicio de su carrera.

**Palabras clave:** Conocimiento especializado. Espacio proyectivo. Formación docente. Pensamiento espacial.

### SPECIALIZED KNOWLEDGE OF THE FUTURE TEACHER WHO TEACHES THE PROJECTIVE SPACE IN RURALITY

**Abstract:** The specialized knowledge of the future teacher who teaches the projective space presupposes the ability to adapt meaningful mathematical tasks according to the needs of the context. Thus, this study seeks to characterize the specialized knowledge of the future teacher through a Lesson Study cycle with the adaptation of mathematical tasks, which are directed mainly towards educational institutions in the urban sector. The need to deepen the specialized knowledge that teachers in training have from the spatial-metric component is concluded. Although this is an ongoing investigation, it is expected to obtain as a result the characterization of the specialized knowledge that the future teacher has and the strategies, they use to adapt mathematical tasks according to the school environment in which they are going to be developed. This research is of great relevance, since it allows us to know the knowledge that future teachers have about mathematics at the beginning of their career.

**Keywords:** Specialized knowledge. Projective space. Teacher training. Spatial thinking.

#### Introducción

Los docentes, sin importar su área disciplinar, asumen una importante responsabilidad al abordar las necesidades individuales de sus estudiantes. Esto se debe a que una práctica pedagógica descontextualizada puede limitar significativamente el proceso de aprendizaje. Cuando se obvian factores cruciales como la dinámica de la interacción en el aula, el nivel de

---

<sup>1</sup> Estudiante de Graduación: Licenciatura Educación primaria. Universidad Industrial de Santander. E-mail: [maria2191029@correo.uis.edu.co](mailto:maria2191029@correo.uis.edu.co) – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2072-0983>.

conocimientos previos de los estudiantes, sus habilidades cognitivas y el entorno escolar en el que se desenvuelven, se corre el riesgo de que la enseñanza no sea efectiva. De acuerdo con Mellado y Chaucono (2015), uno de los factores significativos es la ubicación de la institución educativa (urbano o rural). No obstante, en la formación inicial profesoral se desarrollan las prácticas educativas en las zonas aledañas a la universidad, que comúnmente coincide con el entorno urbano. Por lo tanto, los mismos autores comentan que presupone un proceso complejo el adaptarse a situaciones diferentes a las experimentadas durante la formación y más aún cuando se tienen arraigadas las creencias como las actitudes, métodos, estrategias, conceptos, entre otros, influyen directamente en el logro de sus estudiantes, como lo es el caso de las instituciones educativas ubicadas en zonas de bajo estrato socioeconómico, alejadas de la ciudad o incluso fuera de ella. Esto plantea un desafío importante, ya que los futuros docentes pueden tener una formación que no refleja adecuadamente la diversidad de situaciones que encontrarán al ejercer su profesión.

Desde el Ministerio de Educación Nacional (1998) se reconoce la formación de los niños y jóvenes se genera a partir de unos conocimientos estandarizados que buscan la igualdad en los educandos. Sin embargo, al hablar de las diferentes áreas de conocimiento, las matemáticas resultan como una de las más problemáticas debido al diseño de los recursos, como los libros de texto, que no tienen en cuenta los diferentes contextos sociales de enseñanza en el país. En este sentido, la formación que recibe el docente es uno de los factores clave en el proceso de enseñanza y aprendizaje; pues si el profesorado no está capacitado para realizar una adecuada transposición didáctica<sup>2</sup>, el aprendizaje del estudiante no es potenciado y puede desarrollar el conocido “temor a las matemáticas”, y que lleva a la ansiedad que genera el mismo docente a la hora de enseñar (MENDÍAS *et al.*, 2011).

El impacto que tienen las creencias hacía las matemáticas persiste en la práctica profesional docente, donde se generan tendencias de enseñanza como la predilección hacía la enseñanza del pensamiento numérico y sus principales operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división) (RUBIO, 2001). En consecuencia, una de las ramas mayormente olvidadas en las matemáticas es la geometría, pues se ha ido desplazando hacia el final de los libros texto y planes de clase, para finalmente desaparecer en la Educación Secundaria (AGUILAR, 2008). Progresivamente, se disminuye relevancia al pensamiento espacial, y

---

<sup>2</sup> Chevallard (1991)

cuando esta se incluye en el proceso académico se limita a la enseñanza del espacio euclidiano, es decir, todo lo relacionado con la medición y la geometría. Como resultado, las bases del aprendizaje de la geometría no son asumidas desde la formación docente, lo que puede llevar al olvido de los componentes topológicos y proyectivos en la práctica docente. Así surge la pregunta de investigación: ¿Qué elementos del conocimiento especializado del futuro profesor que enseña matemáticas se involucran al diseñar una tarea para la enseñanza del pensamiento espacial a través del espacio proyectivo en la ruralidad?

### **Bases Teóricas**

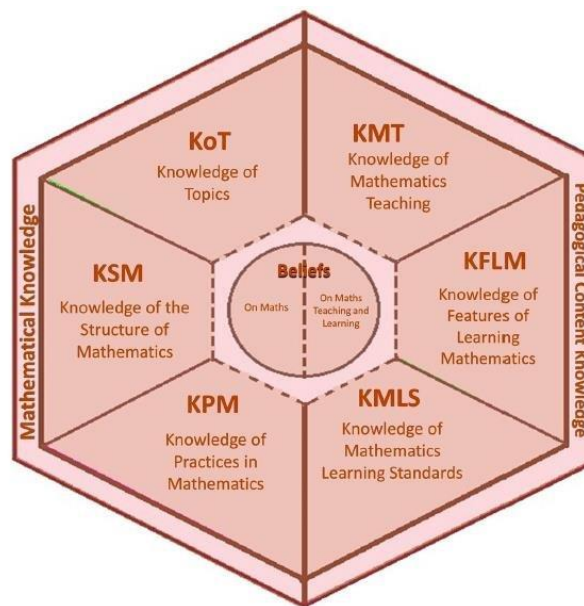
Actualmente, el estudio de la geometría en los currículos de Colombia resulta imprescindible, pues el sentido espacial es necesario en el área de las matemáticas y la vida cotidiana. Así, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (1998) a través de documentos como los Lineamientos Curriculares presentan el sistema geométrico en el denominado Pensamiento Espacial, el cual es considerado como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales” (MEN, 1998, p. 37). Donde los sistemas geométricos constituyen un soporte para la exploración del espacio tridimensional, el cual es mediado por la realidad externa. A pesar de ello, la mayor parte de nuestras experiencias escolares con la geometría no son significativas, pues vienen limitadas desde el contenido de los libros de texto y guías que modelan los objetos y las figuras de manera bidimensional; lo que finalmente se reducen a representaciones en el plano de la hoja del libro; y en algunas ocasiones se extraen formas del mundo real.

Así, surge la necesidad del desarrollo del espacio proyectivo, el cual es definido por Piaget e Inhelder (1956) como aquella relación de un objeto A con otro objeto B una perspectiva que abarca los rasgos del entorno en el que se localiza los objetos; por ejemplo, las propiedades que mantiene un cubo y la sombra que proyecta. Este espacio, se caracteriza por realizar transformaciones espaciales tales como la traslación, rotación, el corte y el dibujo a escala. Aunque la teoría de Piaget e Inhelder (1956) asume que el niño comienza a desarrollar el espacio proyectivo en la etapa de las operaciones concretas, otros autores afirman que, desde

los tres años, los niños se involucran en tareas de toma de perspectiva. Desde este punto, surgen diversas críticas y adaptaciones a la teoría de estos autores, donde afirman que, después de que los niños dominan el espacio topológico, inicia el desarrollo único de las formas lógicas en el espacio proyectivo, separando la base motriz del conocimiento lógico (DAVIS *et al.*, 2015).

Para asegurar un adecuado aprendizaje del pensamiento espacial a través del espacio proyectivo, se debe tener en cuenta el factor de la enseñanza y del conocimiento especializado que tienen los docentes sobre el tema para realizar una correcta transposición didáctica. En este caso, el modelo MTSK (figura 1) propuesto por Carrillo *et al.*, (2018) resulta clave para el entendimiento de la formación docente.

**Figura 1:** Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor que Enseña Matemáticas



Fuente: Carrillo *et al.* (2018).

El modelo tiene como centro las creencias, dividen el conocimiento matemático (MK) en la parte izquierda, y el conocimiento pedagógico del contenido (PCK) a la derecha. Las siglas otorgadas a los subdominios son por su nombre en inglés.

Ambos dominios constan de seis dominios, tres referentes al MK: conocimiento de los temas (KoT), incluye procedimientos, definiciones registros de representación, fenomenología y significados; conocimiento de la estructura matemática (KSM), desde las conexiones basadas

en la complejidad, simplicidad, transversales o auxiliares; para finalmente llegar al conocimiento de la práctica matemática (KPM), asociado a las formas de validación, modelación, resolución de problemas, simbología y lenguaje formal. Los otros tres dominios están inmersos en el PCK: conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM) mediante las teorías del aprendizaje, aspectos emocionales, fortalezas y debilidades en el aprendizaje matemático y las formas de interacción con el contenido; el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) con las teorías de enseñanza, recursos didácticos y estrategias, técnicas y tareas; y el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) referente a la secuenciación de temas.

### **Enfoque metodológico**

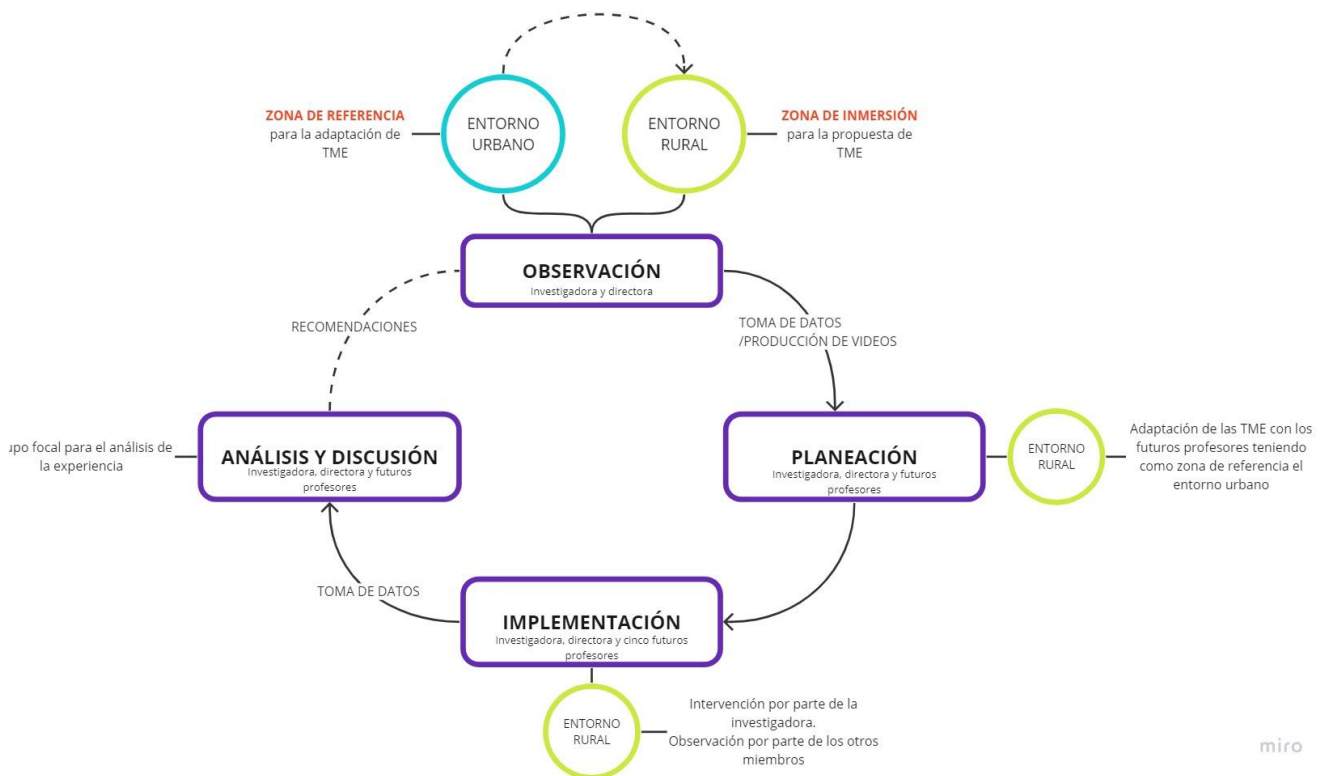
El principal referente metodológico del estudio es el *Lesson Study* propuesto por autores como Lewis y Tsuchida (1998). El cual está basado en un contexto, orientado por la práctica, centrado en el aprendizaje del estudiantado, basado en la colaboración entre docentes y en miras hacia la investigación (Murata, 2011). Esta metodología se utiliza para comprender aspectos curriculares y nuevos enfoques de enseñanza que mejoren el aprendizaje mediante la planeación e investigación colaborativa. El *Lesson Study* funciona para mejorar la práctica en el aula, promocionar una demanda de cambio, conectar la práctica con unos objetivos educativos que nutran la enseñanza en el aula (LEWIS; TSUCHIDA, 1998); pues en este modelo no solo el estudiante resulta beneficiado, ya que el docente (o docente en formación) llegan a conocer nuevas formas de enseñar (MURATA, 2011).

Dado el origen global del modelo de *Lesson Study*, que se gestó en Japón, se hace evidente la necesidad de adaptar y desarrollar esta metodología en un marco local que sea sensible a la diversidad cultural y las particularidades del entorno escolar en el que se implementa. Esta adaptación es esencial para garantizar que el *Lesson Study* sea efectivo y relevante en contextos educativos diversos de todo el mundo. En este contexto, surge una perspectiva innovadora propuesta por Acevedo-Rincón y Fiorentini (2017), que se conoce como el enfoque "Glocal" del *Lesson Study*. Este enfoque se basa en el concepto de "glocalidad", previamente definido por Grimsaeth y Hallas (2015), que implica la idea de que un modelo educativo que incorpora ideas globales puede enriquecerse y adaptarse de manera

efectiva si se consideran las necesidades culturales y las características específicas del contexto local en el que se implementa.

En el caso del entorno rural colombiano, este enfoque "Glocal" del *Lesson Study* cobra especial relevancia. El entorno rural presenta particularidades únicas en términos de recursos disponibles, dinámicas comunitarias y desafíos específicos de la educación. Por lo tanto, es esencial que la metodología se ajuste de manera adecuada a estas condiciones locales, teniendo en cuenta las tradiciones culturales, las expectativas de la comunidad y las realidades socioeconómicas de la zona rural (figura 2).

**Figura 2:** Esquema de fases metodológicas en el Lesson Study



Fuente: el autor.

El esquema se realiza en colaboración con la directora de la investigación, la doctora J. Acevedo-Rincón. Este parte de la observación de una zona de referencia en contraste con la zona de inmersión; con el fin de realizar comparaciones y adaptaciones. Pasa hacia una planeación dirigida al entorno rural; la implementación de las tareas matemáticas y finaliza en

un análisis y discusión con el grupo de trabajo, del cual surgen recomendaciones para la continuación del ciclo.

1. Observación, donde se consideran las metas de enseñanza y aprendizaje según el contexto y los saberes previos del estudiantado. Es importante contar con una observación conjunta por parte de los profesores para que compartan sus perspectivas sobre el objeto de estudio. En este caso, la observación se divide en dos partes (urbana y rural). Mientras que la zona urbana se limita a ser un eje de referencia mediante el desarrollo de tareas matemáticas; en la ruralidad, se busca observar el contexto de los estudiantes (intereses, factores socioeconómicos, escuela nueva, recursos físicos) en miras de estudiar el siguiente momento.
2. Planeación, aquí se debe evaluar la fase de observación y, mediante una discusión grupal, se planifica una lección de aprendizaje basada en unos objetivos de aprendizaje generales. En esta fase no se busca planear una lección perfecta, sino probar un método de enseñanza en un contexto real para estudiar cómo aprenden los estudiantes. Para la ejecución del segundo momento, se trabaja con docentes en formación del grupo de Didáctica de la Matemática II de la Licenciatura en Educación Básica Primaria de la Universidad Industrial de Santander, donde a través del modelo del Conocimiento Especializado del Profesor que Enseña Matemáticas (MTSK) se busca que los futuros docentes adapten tareas matemáticas para la ruralidad sobre el espacio proyectivo, que comúnmente son desarrolladas en zonas urbanas (zona de referencia).
3. Implementación, donde el investigador desarrolla la lección y una parte del grupo de futuros docentes realiza observación no participante y recopilan datos sobre la enseñanza, aprendizaje y desarrollo de los estudiantes.
4. Análisis y discusión, donde finalmente se hace un ejercicio de reflexión de la lección, donde cada futuro profesional aporta significativamente a la experiencia de enseñanza desde tu perspectiva de planeador y observador. Así, se nutre la lección y se plantean recomendaciones para la continuación del ciclo, si así se quiere (MURATA, 2011).

## Resultados

La adaptación de tareas matemáticas según las características de la zona en la que se encuentran los estudiantes (urbana a rural) presupone un reto de conocimiento especializado de las matemáticas (MK) y el didáctico (PCK) a los futuros docentes que enseñan el espacio proyectivo; pues actualmente no se cuenta con suficientes referencias de experiencias similares que medien la propuesta de llevar tareas matemáticas acordes a las necesidades de los estudiantes.

Mediante la metodología del *Lesson Study* se espera que contribuya en su conocimiento especializado a partir del reconocimiento de las diferentes teorías de enseñanza, la adaptación de tareas, la consolidación de una planeación y el reconocimiento del entorno rural como posibilidad de atención. En este punto, los docentes en formación desarrollarán la habilidad de adaptar material ya existente para sus estudiantes, teniendo en cuenta el contexto para el desarrollo de prácticas educativas significativas. No obstante, es necesario que los futuros profesores también tengan un dominio del objeto matemático a enseñar, en este caso el espacio proyectivo. La articulación de estos dos dominios fortalece la planeación y reflexión en conjunto entre los futuros profesores, pues esto es un ejercicio de enriquecimiento.

Actualmente, el estudio se encuentra en curso; no obstante, algunas consideraciones tentativas del conocimiento especializado que tiene el futuro profesor que planea para la escuela rural son:

5. El conocimiento de los temas (KoT) se evidencia desde el comienzo del ciclo de *Lesson Study* mediante la representación de dos tipos de registros de dibujo de cuerpos geométricos (isométricos u ortogonales). En cada uno se identifican propiedades; sin embargo, no hay apropiación de teorías matemáticas.
6. Los futuros profesores tienen la creencia de que la enseñanza matemática debe ser desarrollada a partir de explicaciones claras y explícitas sobre los conceptos matemáticos. Esto obedece a una enseñanza de tipo tradicional, la cual considera que la clase tiene un esquema predeterminado donde el profesor tiene el conocimiento total.
7. En el conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas (KMT), los futuros profesores reconocen estrategias pedagógicas asociadas al manejo de aula; no



obstante, no identifican o proponen estrategias matemáticas para la clase.

8. Los futuros profesores reconocen la importancia de los conocimientos previos de los estudiantes. Lo cual se puede relacionar con la teoría del constructivismo matemático.
9. Se reflexiona sobre las dificultades de planear una clase como el conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM), el orden lógico de las ideas y la verificación de aprendizaje. Estos son aspectos identificados por los futuros profesores en un ejercicio de discusión.

En cuanto a la línea de tiempo, se estima que la investigación estará concluida a finales del año 2023. Esto significa que se llevará a cabo un proceso continuo de recolección de datos, análisis y desarrollo de estrategias hasta esa fecha. Al finalizar la investigación, se esperan obtener conclusiones más sólidas sobre el impacto del *Lesson Study* en la formación inicial de profesores y en la mejora de la enseñanza de las matemáticas en contextos rurales.

### **Consideraciones finales**

Aunque nuestra investigación aún está en curso, nuestros resultados preliminares respaldan la idea de que el *Lesson Study* tiene un gran potencial para mejorar la formación inicial de profesores. Esperamos que este estudio contribuya al desarrollo de enfoques más efectivos y contextualizados para la preparación de futuros educadores, y que fomente una cultura de colaboración y reflexión en la enseñanza. Sin embargo, es importante reconocer que esta investigación es solo un primer paso en el camino hacia una comprensión completa de los beneficios de esta metodología, y se requiere un trabajo continuo para profundizar en este campo. Se espera generar estrategias contextuales de adaptación de tareas según el entorno escolar en el que se desarrollan las planeaciones y caracterizar el grado de conocimientos que tienen los futuros profesores al inicio de sus carreras. Es relevante resaltar que el *Lesson Study* no solo se trata de mejorar las habilidades pedagógicas de los futuros profesores, sino que también proporciona un espacio valioso para la reflexión mediante el trabajo colaborativo. El proceso de *Lesson Study* fomenta la colaboración entre los docentes y promueve la discusión crítica sobre la práctica de enseñanza y el aprendizaje del conocimiento especializado. Esto, a su vez, puede contribuir al desarrollo de una comunidad de aprendizaje sólida y al crecimiento

## Agradecimientos

Esta publicación es producto de la investigación que inicia en la asignatura “Trabajo de Grado” en la Escuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander (Bucaramanga, Colombia). La investigadora agradece el apoyo al semillero de investigación STEAM+H del Grupo de Investigación Atenea, bajo la orientación de la docente Jenny Patricia Acevedo Rincón, por la asesoría y el acompañamiento investigativo durante el estudio.

## Referencias

- ACEVEDO-RINCÓN, J.; FIORENTINI, D. A ‘Glocal’ Lesson Study: the case of pedagogical practices in mathematics. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 24-44, 2017.
- AGUILAR, J. La Geometría: de las ideas del espacio. **Investigación educativa**, v. 12, n. 21, p. 171-180, 2008.
- CARRILLO, J. et al. El profesor de matemáticas modelo de conocimiento especializado (MTSK). **Investigación en Educación Matemática**, v. 20, n. 1, p. 236, 2018.
- CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica**. Del saber sabio al saber enseñado. [S.l.]: AIQUE Grupo Editor, 1991.
- DAVIS, B. Y GRUPO DE ESTUDIO DE RAZONAMIENTO ESPACIAL. **Razonamiento espacial en los primeros años: principios, afirmaciones y especulaciones**. [S.l.]: Routledge, 2015.
- LEWIS, C.; TSUCHIDA, I. A lesson is like a swiftly flowing river: Research lessons and the improvement of Japanese education. **American Educator**, v. 14, n. 17, p. 50–52, 1998.
- MELLADO, M.; CHAUCONO, J. Creencias Pedagógicas del Profesorado de una Escuela Rural en el Contexto Mapuche. **Actualidades Investigativas en Educación**, v. 15, n. 3, p. 316-334, 2015.
- MENDÍAS, J.; ALEX, I.; Y ESPIGARES, A. Exploración de la ansiedad hacia las matemáticas en los futuros maestros de educación primaria. **Revista de currículum y formación de profesorado**, v. 15, n. 3, p. 297-312, 2011.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. **Lineamientos Curriculares de Matemáticas**. 1998. Disponible: <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-89869.html>

MURATA, A. Introduction: Conceptual Overview of Lesson Study. In: Hart, L., Alston, A., Murata, A. (eds) *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education*. Dordrecht: Springer, 2011.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **The child's conception of space**. [S.l.]: Routledge, 1956.

RUBIO, F. La enseñanza de la geometría en la Educación Primaria. In: Gómez, J. M. B.; Chamorro. M. C.; González, E. F. (Coord.). **Dificultades del aprendizaje de las matemáticas**. [S. l.]: Subdirección General de Información y Publicaciones, 2001, p. 123-145.