

O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL COM REALIDADE AUMENTADA: CONTRIBUIÇÕES DE UM ESTUDO DE AULA

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.29.100-118>

Carolina Cordeiro Batista¹
Rosa Monteiro Paulo²
Natália Pedroso Lemes Eufrásio³

Resumo: O objetivo deste texto é explicitar compreensões do professor de matemática que vivencia práticas de ensino de Geometria Espacial com Realidade Aumentada no contexto de um estudo de aula. Trata-se de uma discussão feita a partir de um recorte dos dados de pesquisas em que se investiga a constituição de conhecimento matemático, do professor e do aluno, com Realidade Aumentada. Para a análise das possibilidades de ensinar com Realidade Aumentada constituiu-se um grupo com cinco professores de matemática da rede de ensino pública estadual paulista. Nesse grupo se realizou encontros para preparar as etapas do estudo de aula. Na experiência destacada no texto se traz parte do vivido no planejamento, realização e discussão de uma aula de Geometria Espacial para alunos de 9º ano do ensino fundamental. A postura assumida na condução das ações e na análise dos dados é a qualitativo-fenomenológica. Nos resultados, os aspectos evidenciados pelos professores apontam dificuldades e aprendizagens dos alunos, modos de, com a Realidade Aumentada, se favorecer a visualização das construções explorando possibilidades para avançar nos estudos da Geometria Espacial.

Palavras-chave: Educação Matemática. GeoGebra Calculadora 3D. Formação de Professores. Tecnologias Digitais.

TEACHING SPACE GEOMETRY WITH AUGMENTED REALITY: CONTRIBUTIONS OF A LESSON STUDY

Abstract: The aim of this text is to explain understandings of mathematics teachers who experience Spatial Geometry teaching practices with Augmented Reality in the context of a lesson study. It is a discussion made from a clipping of research data in which the constitution of mathematical knowledge, of the teacher and the student, with Augmented Reality is investigated. For the analysis of the possibilities of teaching with Augmented Reality, a group was constituted with five mathematics teachers from the São Paulo state public education network. In this group, meetings were held to prepare the stages of the lesson study. In the experience highlighted in the text, part of what was experienced in the planning, implementation and discussion of a Spatial Geometry class for students in the 9th grade of elementary school is presented. The attitude assumed in conducting the actions and analyzing the data is qualitative-phenomenological. In the results, the aspects evidenced by the teachers point out difficulties and learning of the students, ways of, with Augmented Reality, favoring the visualization of the constructions exploring possibilities to advance in the studies of Spatial Geometry.

Keywords: Mathematics Education. GeoGebra 3D Calculator. Teacher Formation. Digital Technologies.

¹ Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Pós-doutoranda na UNESP, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá. E-mail: carolina.batista@unesp.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0923-647X>.

² Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professora Associada da UNESP, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá. E-mail: rosa.paulo@unesp.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9494-0359>.

³ Licencianda em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá. Email: natalia.pedroso@unesp.br – ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-0133-5957>.

Introdução

O estudo de aula é uma prática de desenvolvimento profissional de professores de origem japonesa que, nas últimas décadas, vem se tornando foco de pesquisas em diversos países, inclusive no Brasil.

Trata-se de uma prática realizada por meio de ciclos que são organizados em etapas. Essas etapas passaram por diversas adaptações em relação ao modelo japonês, considerando a diversidade de contextos culturais e educacionais dos países em que o estudo de aula passou a ser realizado. Entretanto, em geral, envolvem: a identificação de problemas de aprendizagem dos alunos; o estudo de materiais de ensino, documentos curriculares, resultados de pesquisas, etc. visando a elaboração de um plano de aula para contribuir com as dificuldades identificadas; a realização da aula planejada com uma turma de alunos; a discussão desta aula e; se necessário, um novo planejamento da mesma aula, que posteriormente será realizada com outra turma e novamente discutida (RICHIT; PONTE; GÓMEZ, 2022).

Um dos aspectos positivos do estudo de aula, apontados na literatura, é

que ele coloca os professores no epicentro de sua atividade profissional: o planejamento, a implementação e o redesenho das propostas didáticas, com o objetivo de entender melhor a aprendizagem dos alunos, com base em suas próprias experiências de ensino e, melhorar esse aprendizado (HUMMES; BREDÁ; FONT, 2022, p. 56).

Nesse cenário em que o desenvolvimento profissional se dá na experiência vivida daqueles docentes que estão envolvidos no processo, vimos a oportunidade de discutir com professores da educação básica as possibilidades de se constituir conhecimento matemático com uma tecnologia de Realidade Aumentada – RA.

A RA é uma tecnologia que “mistura elementos da Realidade Virtual (RV) com elementos mundanos, ou seja, objetos e cenários que podemos perceber a nossa volta, em nossa dimensão mundana” (BULLA; ROSA, 2017, p. 297). Com isso, permite que objetos construídos virtualmente por meio de dispositivos móveis – *smartphones* ou *tablets* – possam ser projetados no ambiente físico pela pessoa que segura o aparelho nas mãos, sendo vistos como se estivessem coexistindo com os objetos físicos.

Com a intenção de expor um recorte do que vem se mostrando em pesquisas nas quais práticas de ensino de matemática com RA são discutidas no âmbito de um grupo de formação de professores de matemática com estudo de aula trazemos, neste texto, uma breve revisão teórica que permita expor como compreendemos, no estudo de aula, uma abertura para analisar

o ensino de matemática com RA. Também, se explicita a metodologia assumida na condução da pesquisa que subsidia a escrita deste texto, com foco na vivência que levou à realização de uma aula com alunos de 9º ano do ensino fundamental e apontaremos algumas compreensões oriundas do encontro em que essa aula foi discutida. Destaca-se que o objetivo é apresentar *compreensões do professor de matemática que vivencia práticas de ensino de Geometria Espacial com RA no contexto de um estudo de aula.*

O estudo de aula na formação para ensinar com Realidade Aumentada

No Brasil, a formação continuada de professores, conforme lembram Bezerra e Morelatti (2022, p. 26), foi, durante bastante tempo, desenvolvida “por meio de cursos de reciclagem, treinamentos ou capacitações, que se propunham a ensinar novas técnicas e metodologias de ensino”. No contexto da formação com tecnologias, conforme interpretamos, esse também era o cenário. Isso indica que os cursos oferecidos com essa finalidade tinham a intenção de treinar o professor, ensinando-lhe as principais funcionalidades dos softwares que estavam disponíveis nas escolas. Os professores, então, aprendiam a usar o software, porém não tinham a oportunidade de refletir sobre como as práticas de ensinar com tecnologia poderiam ser articuladas ao trabalho de sala de aula ou mesmo como poderiam, por meio dos softwares, levar os alunos a avançarem no seu processo de constituição de conhecimento.

Entretanto, com o avanço dos estudos sobre a formação de professores, esse cenário vem se modificando e aponta para uma tendência de que o processo formativo baseado em aspectos técnicos dê lugar a uma formação em que “os professores [tenham] a oportunidade de conectar elementos teóricos da formação com a ação profissional por meio da reflexão crítica do e no processo (BEZERRA; MORELATTI, 2022, p. 26), o que também se estende ao processo que busca formar o professor para ensinar com tecnologias.

O estudo de aula, uma prática de desenvolvimento profissional fundamentada não só na reflexão, mas também na colaboração e na investigação acerca da própria prática (BEZERRA; MORELATTI, 2022) é uma oportunidade para a articulação entre a formação e a ação profissional. Na pesquisa de Batista (2021), por exemplo, os professores de matemática que participavam do estudo de aula, se envolveram com as ações para definir temas, planejar, realizar e discutir aulas, caracterizando esse espaço como de reflexão, colaboração e investigação. O envolvimento de cada um e de todos permitiu ao professor desenvolver práticas com tecnologias e voltar-se para o feito buscando compreensão. A base foi a sua própria experiência de sala de aula que, ao ser colocada em destaque, o fez dar-se conta de si,

percebendo seus modos de ser professor com tecnologia.

Outros aspectos positivos do estudo de aula são apontados por diferentes estudiosos do tema. Quaresma e Ponte (2022) ressaltam que, além de uma articulação entre teoria e prática, no estudo de aula mobilizam-se conhecimentos didáticos e de conteúdos. Relativamente aos conteúdos matemáticos, os autores lembram que eles podem contribuir para a compreensão de conceitos, estratégias de representação e procedimentos de resolução das tarefas. Para a constituição dos conhecimentos didáticos contribuem o planejamento das aulas, a definição das tarefas e a compreensão dos processos de comunicação e de raciocínio dos alunos na aula. Sobre as tarefas, o estudo de aula pode ser também uma oportunidade para que o professor proponha algo mais desafiador aos alunos (UTIMURA, 2018), como tarefas que favorecem a exploração ou investigação matemática (RICHIT; PONTE, 2020).

O estudo de aula se caracteriza como um espaço colaborativo no qual as decisões passam a ser coletivas. Instaure-se um ambiente de negociação de opiniões no qual, para chegarem a um acordo quanto a escolha dos temas e das estratégias para as práticas que serão realizadas, os professores são levados a trabalhar na “nossa aula”, àquela que será para os “nossos alunos” (LEWIS *et al.*, 2012), isto é, independente de qual professor será eleito para conduzir a aula com seus alunos, o trabalho passa a ser entendido como uma responsabilidade de todos (BATISTA, 2021).

Para Lewis e Perry (2014), cada etapa do estudo de aula traz uma contribuição específica para a formação do professor: o estudo dos conteúdos permite conhecer o modo pelo qual eles são abordados nos materiais escolares; o planejamento oportuniza um processo de negociação que visa a escolha da prática mais adequada às necessidades de aprendizagem dos alunos; e as etapas de realização e discussão das aulas possibilitam compreender os resultados das ações trabalhadas e, com isso, analisar se as tarefas planejadas podem ser mantidas ou devem ser reorganizadas, sempre tendo como foco a aprendizagem dos alunos. Assim, considerando as características que orientam a condução de um estudo de aula, pode-se dizer que é uma prática na qual se torna possível discutir aspectos centrais da prática dos professores, permitindo “superar crenças, rever concepções e modificar práticas de sala de aula” (RICHIT; PONTE; TOMKELSKI, 2019, p. 59).

Relativamente às tecnologias de RA, para autores como Bulla e Rosa (2017, p. 301), elas favorecem a constituição de conhecimento do aluno, pois se trata de um trabalho que requer “projeção, implementação e avaliação para possivelmente transformar/potencializar a produção do conhecimento matemático”, não podendo ser feito de forma aleatória. Vê-se, no estudo de aula, uma oportunidade para discutir práticas de ensino com RA, podendo ser planejadas,

implementadas e avaliadas ações que deem ao professor a oportunidade de constituir conhecimento sobre sua própria atuação ao “distanciar-se da própria prática e olhá-la de forma crítica” (RICHIT; PONTE, 2020, p. 10), buscando por modos de ensinar com RA.

Esse movimento de se distanciar é também compreensivo, pois é reflexivo. Ao voltar-se para o fazer do aluno com a RA e abrir-se ao diálogo com os colegas, o professor compreende as práticas que favorecem a aprendizagem do aluno e identifica aquelas que precisam ser transformadas. Assim, o estudo de aula passa a ser um espaço para a reflexão dos processos de ensinar e aprender com RA tanto quanto é um espaço de aprendizagem.

Destaca-se que a RA, por permitir a projeção de objetos virtuais junto aos demais objetos do ambiente em que seu usuário está, é uma tecnologia que permite fazer explorações distintas, comparativamente àquelas “decorrida[s] na tela de um computador, em virtude dos objetos estarem “presos” ou “amarrados” apenas à realidade cibernética” (BULLA; ROSA, 2017, p. 300). Essa característica faz com que, ao mesmo tempo em que mantém suas referências ao mundo real, ela se transporte para o ‘mundo dos objetos virtuais’, permitindo, portanto, interações de objetos reais e virtuais, intuitivamente (TORI; HOUNSELL, 2020).

A interface criada pela RA faz com que uma pirâmide, por exemplo, construída por meio do aplicativo, possa ser projetada no “chão” da sala de aula, sendo vista entre as mesas e cadeiras ali presentes; ou ainda, posicionada “sobre” a mesa, ao lado dos cadernos dos alunos. Abrem-se, com tais projeções, oportunidades de exploração que avançam relativamente a ação de olhar para a pirâmide ou movê-la, no todo ou em partes, na tela de um dispositivo. O objeto projetado move-se com o movimento do aluno. O aluno move-se ao seu redor, pode planificá-la para caminhar sobre suas faces, coloca-a na palma de suas mãos dentre inúmeros horizontes de exploração que são abertos pelo movimento do corpo. Esse movimento elege perspectivas de onde quer ver.

Nesse cenário, entendemos que a dinamicidade atribuída a esses aplicativos que permitem explorar objetos matemáticos, não está no aplicativo, mas no corpo da pessoa que o manipula: o professor, aluno, pesquisador, etc. A pessoa se move fazendo-se mover o objeto projetado em RA. Esses objetos virtuais são vistos e a eles vão sendo atribuídos significados à medida que eles são “sentidos” no movimento do corpo. “[A] experiência da visão não é fruto de um olhar que se paralisa atentamente diante de um objeto visível. O corpo que vê é capaz de motricidade que opera movimentos que se lança para ver as diferentes facetas daquilo que é visível” (CAMINHA, 2014, p. 66). Conforme compreendemos, há nessa vivência junto à RA potencialidade para a constituição de conhecimento matemático, mas é preciso oportunizar ao professor situações para que ele se familiarize com ela e se disponha às possibilidades que são

abertas ao estar com um aplicativo de RA.

Embora a RA não seja uma tecnologia nova, considerando que vem sendo compreendida como um campo de pesquisa em diversas áreas do conhecimento desde a década de 1990 (AZUMA *et al.*, 2001, p. 34, tradução nossa), foi a partir da criação de aplicativos para *smartphones* como o Pokémon Go – criado em 2016 – que se tornou popular (SCHUSTER; ROSA, 2021; FERREIRA, 2018). Na área de educação, o trabalho com RA é recente e os aplicativos com essa tecnologia são praticamente desconhecidos pelos professores. Na educação básica, em especial, os relatos de pesquisas com RA são raros, enquanto no Ensino Superior já é possível encontrar um pouco mais de relatos de ações realizadas.

Relativamente aos professores, pesquisas como as de Lopes *et al.* (2019), apontam que eles têm disposição para trabalhar com RA em suas aulas e até reconhecem a potencialidade das práticas com RA para a aprendizagem dos alunos, mas encontram alguns desafios como a falta de domínio ou familiaridade com os aplicativos (CHATZOPOULOS *et al.*, 2017 *apud* LOPES *et al.*, 2019), que os impedem de levá-los para a aula. Entendemos que se há disposição dos professores, a participação em um processo formativo pode lhes dar o apoio para enfrentar tais desafios.

Esse entendimento advém da nossa própria experiência vivida; em um ciclo de estudo de aula vimos que foi fazendo sentido para o professor o ensinar com RA. O grupo que constituímos se dispôs a planejar, realizar e discutir o ensino de alguns temas de Geometria Espacial com RA.

Metodologia e Procedimentos

As pesquisas que sustentam a escrita deste texto estão sendo conduzidas em uma postura qualitativa de orientação fenomenológica. Assumir essa postura, segundo Bicudo (2020, p. 113), é privilegiar “descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas abertas a questionários, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e outros procedimentos que deem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais, de acontecimentos etc.”, sem que seja necessário mensurar os dados constituídos ou prender-se a quantificadores. No contexto de nossas pesquisas, isto significa que os dados serão constituídos por meio dos relatos dos professores participantes do estudo de aula que, no diálogo, buscam compreender o sentido da experiência de ensinar com RA. A descrição da experiência vivida se dá a partir desses relatos e expõe os “atos vivenciais aos quais se está atento, percebendo-os em ação” (BICUDO, 2020, p. 117).

Assim, conforme mencionado, este texto é um recorte de pesquisas – uma de pós-doutorado⁴ e outra vinculada a um projeto de Ensino⁵ – que investigam a constituição de conhecimento matemático do professor e do aluno, respectivamente, com RA, no contexto de um processo formativo com estudo de aula.

O ciclo que destacamos foi realizado no 2º semestre de 2022, mais especificamente entre os meses de setembro e novembro. O grupo participante desse trabalho foi constituído com cinco professores e matemática de uma escola pública, participante do Programa Ensino Integral – PEI, de um município do interior do estado de São Paulo, Brasil. Na divulgação dos dados dessa pesquisa, esses professores estão sendo chamados pelos codinomes de: Edith, Euclides, Logan, Luciana e Wanda. Os encontros do estudo de aula ocorreram semanalmente na escola onde esses professores trabalham, com duração de cerca de duas horas-aula.

As discussões no grupo têm como objetivo analisar a constituição de conhecimento com uma tecnologia de RA. Para isso, a tecnologia eleita foi o aplicativo GeoGebra Calculadora 3D, que possui uma funcionalidade para o trabalho com RA. Para as explorações, tanto dos professores nos encontros, como dos alunos nas aulas, foram utilizados *iPads* fornecidos pelas pesquisadoras⁶. Os encontros em que o grupo se reunia para planejar ou discutir as aulas foram filmados e transcritos para a constituição dos dados da pesquisa.

Para a compreensão do feito, trazemos, a seguir, uma descrição do trabalho, organizada de acordo com as etapas realizadas.

Definição do Tema e Planejamento

Os encontros em que os professores definiram o tema do ciclo e planejaram a aula ocorreram no mês de setembro de 2022.

Para que pudesse realizar a escolha do tema, o grupo analisou os resultados das avaliações dos alunos e identificou as habilidades que entendia que ainda não haviam sido desenvolvidas. Após essa análise, os professores decidiram que a aula planejada seria feita com alunos do 9º ano do ensino fundamental e com as três turmas de 3º ano do ensino médio. O

⁴ Pesquisa desenvolvida com apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, Brasil (processo nº 151812/2022-5), por meio de bolsa de pós-doutorado Junior à Carolina Cordeiro Batista, supervisionada pela Profª Drª Rosa Monteiro Paulo. Foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Faculdade de Ciências da UNESP/Campus Bauru (parecer nº 5.619.452).

⁵ Projeto coordenado pela Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo, tendo como bolsista Natália Pedrosa Lemes Eufrásio. Este projeto pertence ao Programa Núcleos de Ensino da Unesp e tem financiamento (bolsa) da Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD) da Unesp.

⁶ A aquisição desses *iPads* foi feita com recursos de um projeto FAPESP (Processo 2019/16799-4).

tema eleito foi “classificação de poliedros e corpos redondos”, para desenvolver as seguintes habilidades: “identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações” (SEDUC-SP, 2009, p. 81), com os alunos do 9º ano; e “relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações”, com as turmas de 3º ano (SEDUC-SP, 2009, p. 87).

Neste texto, optamos por explicitar o trabalho feito com o 9º ano, isto é, o modo pelo qual a aula foi realizada com essa turma, bem como as discussões feitas posteriormente.

Desenvolvimento da aula do 9º ano

A aula com o 9º ano ocorreu no dia 4 de outubro de 2022 e foi realizada por Edith, professora da turma. Estavam presentes cerca de 35 alunos, com idades entre 13 e 15 anos. Como havia 8 *iPads* disponíveis, os alunos se organizaram em grupos de 3 a 5 pessoas, ficando cada grupo com um *Ipad*.

A professora iniciou a aula disponibilizando cerca de 20 minutos para que os alunos pudessem projetar a construção da Figura 1 e realizar algumas explorações com ela, como: andar “em volta”, “entrar” nos sólidos, ampliar e reduzir o zoom e planificar.

Figura 1: Construção explorada na aula e imagem do prisma hexagonal visto “por dentro”



Fonte: Elaborado pela autora.

Na sequência, à medida que os alunos avançavam com as explorações, observando as construções a partir de perspectivas diversas, Edith foi lhes fazendo questões como: Qual a quantidade de faces, vértices e arestas de cada sólido? Qual o número de bases? Quais são os polígonos das faces? Além disso, a partir das características destacadas, perguntou-lhes em quantos grupos os sólidos poderiam ser organizados? A intenção, com esta última pergunta, era

levá-los a identificar os grupos de prismas, pirâmides e corpos redondos.

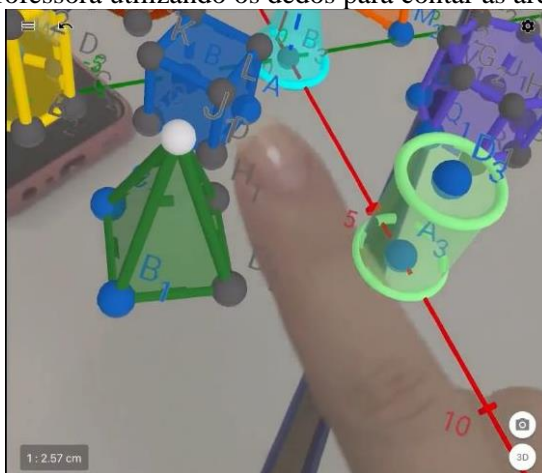
Enquanto os alunos realizavam as tarefas, as telas dos *iPads* foram gravadas para o registro das atividades dos grupos.

A turma conseguiu realizar as tarefas sem dificuldade, principalmente com as funcionalidades do aplicativo. Contudo, houve alunos que, durante os questionamentos da professora, não sabiam responder. Percebendo isso, ela os auxiliou para que pudessem completar a tarefa. Ao final da aula os alunos registraram suas respostas e as compartilharam entre os grupos, abrindo uma discussão geral sobre o tema.

Durante a discussão, a professora os incentivou a se movimentarem com o *iPad* ao redor da construção e a utilizarem o zoom. Em um dos momentos, por exemplo, ao questionar em quais grupos os sólidos poderiam ser divididos, considerando suas características, identificou grupos que haviam denominado as pirâmides de grupo “dos pontudos” e outros que entenderam que uma forma de diferenciar os sólidos era pela quantidade de bases, incluindo, no mesmo grupo, o cone e as pirâmides.

Outro exemplo do que se mostrou nessa discussão, foi um momento em que a professora foi até um grupo e incentivou modos de interagir com os objetos. Ela recomendou o uso da ferramenta “planificação” e a utilização dos dedos (Figura 2) para auxiliar na sua contagem, ao ver que os alunos estavam com dificuldade para identificar a quantidade das faces, vértices e arestas.

Figura 2: Professora utilizando os dedos para contar as arestas do cubo.



Fonte: Elaborado pela autora.

Encerrada a discussão geral da tarefa, a professora recolheu os relatórios em que os alunos fizeram os registros e encerrou a aula.

Discussão da Aula: algumas aprendizagens docentes

Para a análise da aula o grupo recorreu ao plano de aula elaborado no planejamento, aos relatórios entregues pelos alunos, a anotações feitas pelos professores durante a observação da aula e a um vídeo elaborado pela pesquisadora a partir de recortes das gravações das telas dos *iPads* em que os alunos realizaram a tarefa. O vídeo foi assistido duas vezes. Na primeira, a pesquisadora pediu-lhes que destacassem pelo menos uma situação para comentar com o grupo e, na segunda, foram feitas pausas em cada uma das situações destacadas para que os professores pudessem compartilhar suas compreensões, dúvidas ou questões com o grupo.

Na discussão, foram destacadas: dificuldades e aprendizagens em relação aos conteúdos matemáticos trabalhados; explorações que não haviam sido planejadas; modos de a RA favorecer a compreensão do aluno; possíveis mudanças na tarefa ou na maneira de realizá-la e possibilidades para dar continuidade ao trabalho com Geometria Espacial nas próximas aulas.

Relativamente aos conteúdos, identificaram dificuldades em relação a conceitos que não estavam claros para os alunos. Em um momento do diálogo, por exemplo, as professoras Wanda e Luciana destacaram:

Professora Wanda: Eles acham que um ponto qualquer já seria o vértice.

Professora Luciana: Você viu aquela menina que falou do cilindro, que aquele ponto [centro da circunferência da base] era um vértice, falou de duas arestas e dois vértices, ela falou do cilindro, então, assim, acho que poderia estar alinhando esses pontos que ficaram, que a gente viu que ainda não está muito claro [para o aluno].

Enquanto observavam a gravação, Wanda identificou que os alunos não sabiam distinguir entre um ponto qualquer e um vértice da construção e Luciana, concordando com a colega, cita o exemplo de uma aluna que estava considerando como vértice os pontos que seriam os centros das circunferências das bases do cilindro. A professora também verifica que a mesma dificuldade também se mostrou em relação às arestas, pois essa aluna também havia considerado que o cilindro era constituído por duas arestas e complementa a necessidade de que essa situação seja retomada com os alunos para dar-lhes clareza em relação ao que são vértices e arestas.

Em outro momento da discussão Luciana também lhes chama a atenção para a dificuldade dos alunos em distinguir entre figuras bi e tridimensionais. Ela afirma: “tem duas pirâmides, ele [aluno] falou: ‘os triângulos’, acho que [o sólido] amarelo e o vermelho. O triângulo! Então, [...] acho que precisava dar uma [retomada no assunto]” (Professora Luciana,

2022)⁷, demonstrando surpresa ao ver que o aluno estava denominando as pirâmides de triângulos.

Compreendemos, por meio das situações destacadas, que, por um lado, elas ressaltam que o foco no fazer do aluno, nas suas estratégias, no seu raciocínio e na comunicação entre os pares (QUARESMA; PONTE, 2022) lhes possibilita identificar as dificuldades que eles apresentam em relação aos conteúdos estudados. No exemplo dado, a dificuldade foi a falta de clareza em relação ao que são vértices e arestas, bem como, em diferenciar figuras planas de figuras espaciais. Por outro lado, o diálogo também mostrou que a identificação dessas dificuldades, também vem acompanhada da preocupação em relação aos modos de superá-las, fazendo com que o aluno possa compreender os conteúdos. Uma preocupação que é própria do ser professor, independentemente do contexto em que ele está ensinando – com ou sem tecnologias –, pois o “ensinar traz implícita a preocupação para com o conhecer de alguém [...] a intenção do ato de ensinar volta-se para o ser do outro, pois envolve a pretensão de que esse outro venha, também, a conhecer aquilo que aquele que ensina conhece e julga importante ser ensinado” (BICUDO, 1987, p. 51).

Entretanto, embora a preocupação em levar o aluno a conhecer seja própria do ser professor, em outro momento Luciana destaca que não teria percebido tantos detalhes em relação à atividade dos alunos se tivesse em outros contextos de ensino e enfatiza que nas discussões possibilitadas pelo estudo de aula “a gente consegue ver também qual as dúvidas que eles [alunos] estão, o que que a gente pode trabalhar mais, né? Eu acho riquíssimas essas aulas [do estudo de aula]” (Professora Luciana, 2022).

No grupo, o foco no aluno também lhes permitiu ver explorações de conteúdos que não estavam previstos para serem trabalhados na aula, mas que os professores consideraram relevante para a constituição de conhecimento em Geometria Espacial. A professora Wanda, por exemplo, considerou importante: “eles [alunos] mexerem no eixo, ver[em] a altura do eixo [das cotas], do cone” e “eles [alunos] conseguindo reconhecer o plano cartesiano, porque é uma coisa que [...], muitas vezes, eles têm dificuldade” (Professora Wanda, 2022). Isto é, apesar de esse não ter sido o foco da aula, o diálogo dos alunos mostrou que eles foram capazes de identificar no eixo z a altura dos sólidos, bem como ao olhar para o “chão” – para a projeção das construções – encontrarem nos vértices dos polígonos das bases das construções, as

⁷ Optamos por trazer os recortes de fala das professoras e professores, sujeitos da pesquisa, inseridos no texto – sem recuo, caso tenha até 3 linhas – seguidos da identificação da autora ou autor da fala (professora ou professor), entre parênteses. Essa identificação segue o codinome atribuído a eles (professora e professor), seguido do ano em que ocorreu o encontro do estudo de aula.

coordenadas de localização desses pontos no plano cartesiano.

Além disso, relativamente ao que foi planejado, chamou a atenção dos professores que a maioria dos grupos conseguiu identificar as características em comum dos sólidos explorados e dividi-los em grupos de prismas, pirâmides e corpos redondos, embora não tenham conseguido utilizar a linguagem matemática correta para nomear esses grupos. Termos como “grupo dos pontudos” ou “grupo dos que não planificam” foram utilizados para nomear as pirâmides e os corpos redondos, respectivamente. Sobre isso, Logan considerou que a organização correta dos grupos foi um passo importante, considerando que fez com que os alunos retomassem seus conhecimentos prévios, uma vez que ainda não haviam tido uma aula em que esses conceitos pudessem ser sistematizados.

A discussão da aula, também permitiu avançar na compreensão das possibilidades da RA para a constituição de conhecimento. Um dos destaques mais presentes nos diálogos foi o de que a RA favorece a visualização dos objetos matemáticos porque permite avançar em relação ao que pode ser visto no papel ou no quadro. Vejamos uma das afirmações da professora Luciana a esse respeito:

Professora Luciana: [com a RA] Eles conseguem explorar muito mais do que você colocando a figura no quadro, porque a figura no quadro, é o que a gente falou, você não explora nada, eles não conseguem enxergar a profundidade, eles não conseguem. Tem aluno que não enxerga nada, não enxerga que o prisma é um retângulo lá [a partir de um lado do polígono da base], um retângulo aqui [partindo de outro lado]. Tem aluno que fica: “mas como professora?” [imitou a fala do aluno] [...]. Então, assim, aqui [com a RA] você já vê tudo isso.

Ela explica que quando realiza uma construção no quadro, que é estática e revela apenas uma perspectiva que é eleita por ela, vê que os alunos têm dificuldade de identificar as partes – faces laterais, bases, arestas, etc. – do sólido que foi construído. Ela atribui essa situação à dificuldade que os alunos têm em ver que o desenho feito é uma representação de um objeto matemático tridimensional. Ela cita como exemplo um prisma, no qual os alunos não conseguem identificar os retângulos que constituem suas faces laterais.

Nesse sentido, entendemos que as construções que são realizadas no quadro são sempre representações bidimensionais, isto é, têm largura e comprimento, mas, embora se tenha a intenção de “prolongar” a construção de um quadrado, por exemplo, a partir de seus vértices, para representar um cubo, essa tridimensionalidade que se tenta reproduzir – que entendemos como a profundidade – está ausente nela, pois se trata de uma construção restrita ao quadro que é plano. Nesse sentido, Wanda ainda continua explicando que, além de os alunos terem

dificuldade de ver os objetos construídos, há ainda construções que ela não consegue nem mesmo representar na lousa, como a esfera:

Professora Wanda: É verdade! Porque fui trabalhar esses dias o cubo com eles e eles não conseguem distinguir a diferença entre um quadrado e um cubo [...]. Aí você tem que desenhar a profundidade, mostrar [para ele] [...] o cubo ainda dá [para tentar desenhar no quadro], mas a esfera não.

Relativamente à profundidade, com Merleau-Ponty (2018, p. 345), entendemos que “entre todas as dimensões, ela é, por assim dizer, a mais ‘existencial’, porque [...] ela não se identifica no próprio objeto, evidentemente ela pertence à perspectiva e não às coisas”. Nessa compreensão, ela não é apenas mais uma dimensão, uma largura em perfil, que chega aos olhos de quem vê o objeto como um acréscimo à visão bidimensional. Assim, o autor considera que a orientação espacial se dá na relação do corpo com os objetos, na experiência vivida junto a eles. Com isso, pode-se dizer que “há um nível espacial originário que possibilita que os objetos cumpram sua existência: que existam para mim como objetos e que meu corpo se reconheça coexistindo com eles” (DETONI, 2000, p. 53). É na vivência junto ao mundo, buscando por perspectivas para ver os objetos que lhe são apresentados que o corpo estabelece uma relação entre ele e esses objetos, a partir das possibilidades que tem para fazer, agir, etc. Nessa relação a profundidade é vivida no movimento do corpo e é nesse aspecto que a RA pode favorecer o trabalho do professor.

Entendemos que as explorações com RA permitem avançar em relação ao que pode ser feito no quadro ou no papel, devido a possibilidade de se vivenciar os objetos virtuais movendo-se ao redor deles, à medida que são projetados junto às mesas, cadeiras, cadernos e demais objetos presentes no ambiente. Do mesmo modo, de acordo com Bulla e Rosa (2017), essa possibilidade também pode modificar as experiências vividas com tecnologias, como as que permitem explorações na tela do computador. Isso porque, nesse tipo de tecnologia, os objetos ficam restritos à realidade virtual e, com a RA, criam-se contextos diferentes para a exploração, considerando-se que os objetos projetados assumem outra materialidade quando vistos junto ao ambiente como se fossem parte dele. Essa “materialidade” vai sendo constituída no caminhar da pessoa que segura em suas mãos um *smartphone* ou *tablet*, abrindo um “espaço investigativo” segundo a perspectiva que lhe parece mais favorável para ver.

Na vivência com a RA se expõe a percepção da profundidade, que os professores não conseguem representar de forma plana, por exemplo, com lousa e giz. Essa foi uma compreensão possibilitada na participação dos professores nesse processo formativo. Luciana ressalta essa potencialidade do aplicativo, compartilhando com os colegas que entende que a

dificuldade dos alunos em visualizar as construções feitas no quadro pode ser superada com a RA. Ela afirma: “Se você tem um prisma com a base hexagonal, [ou] com cinco [lados na base], [com a RA] eles conseguem enxergar isso que na sala de aula eles não enxergam [...]. Ver o todo [da construção]” (Professora Luciana, 2022). Com isso ela entende que outras explorações são possíveis, outros modos de ver e compreender o objeto que está sendo explorado. “Gente! Vira aqui [o *iPad*], faz aqui [exploração na RA]” (Professora Luciana, 2022), são modos que a professora entende serem passíveis de ir instigando os alunos, pois, à medida que vão virando o *iPad* ao redor da construção, eles vão visualizando seus elementos e compreendendo-os.

Com a fala da colega, Edith assiste a um trecho da gravação em que auxiliava um aluno que estava com dificuldade para identificar os elementos de uma pirâmide e reconhece que utilizou de estratégia semelhante à mencionada por Luciana. Ela diz:

Professora Edith: Falei: “Gente! Não consegue visualizar [as partes da construção]? Vira, vai virando [o próprio corpo ao redor da construção]”. Eu ainda falei assim: “Põe o dedo aqui [nas arestas] para você contar” [...]. É o tipo de coisa que não dá para fazer na lousa.

Ela relata que pediu ao aluno para se mover ao redor da pirâmide e utilizar o dedo para auxiliar na contagem das arestas, modos que para ela faziam sentido para que o aluno fizesse a exploração. Edith incentiva a experimentação com a intenção de que o aluno eleja o “melhor lugar”. Há um convite para a disposição, à abertura para que a pirâmide se mostre em suas características. Luciana e Edith expõem a compreensão de que o movimento do aluno com o *iPad* lhe dá “posições” distintas que revelam os objetos virtuais de perspectivas diferentes. Essa exploração possibilitada pelo movimento do corpo é importante para a constituição de conhecimento, pois “sem a exploração de meu olhar ou de minha mão, e antes que meu corpo se sincronize a ele, o sensível é apenas uma solicitação vaga” (MERLEAU-PONTY, 2018, p. 289).

Essa abertura ao colega e ao aplicativo, em um contexto de reflexão sobre a experiência vivida, possibilita o encontro e o confronto com o instituído – que, para o aluno, pode não ter significado – dando oportunidade ao pensar, que Heidegger denomina de “pensamento que medita”, pois há um voltar-se para o sentido do que existe. No que diz respeito ao conhecimento matemático, na exploração mostra-se a base de uma pirâmide como uma de suas faces, dá a conhecer as arestas que podem ser percorridas com os dedos. A vivência é abertura e subsidia a constituição de conhecimento matemático, pois “o objeto só nos é acessível através da mediação do significado [...] é da ordem da universalidade, de uma transcendentalidade, de uma aprioridade com a qual operamos” (STEIN, 1997, p. 86).

Dando-se conta das possibilidades de constituição de conhecimento matemático com RA, os professores destacaram modos de conduzir o aluno nas explorações com o aplicativo. Eles ressaltaram formas para incentivar o movimento que permita ver os objetos em RA, conforme aponta Luciana: “é para incentivar o uso [...]. Mexer [...]. Ficar mexendo, ficar levantando, andando, fazendo [as explorações com a RA]” (professora Luciana, 2022). Mas, também, buscam possíveis alterações na tarefa antevendo uma futura realização da aula com outra turma de alunos.

Wanda destaca a postura dos alunos ao explorarem a esfera. Ao ver que eles não procuraram caminhar sobre ela, entrar no sólido, etc., como haviam feito com os demais sólidos, sugeriu uma alteração que considerou ser relevante para instigar o aluno.

Professora Wanda: será que poderia colocar o raio na esfera? [...] só para eles [alunos] terem uma noção que mede uma distância de uma ponta à outra? [...] Ela [aluna] entra na esfera, mas ela não consegue ver as dimensões [...] já que vai colocar a esfera ali [em RA], de repente, colocar o diâmetro ou então colocar para ele [aluno] sair da origem. São coisas que talvez auxiliem nesse sentido, porque a esfera está ali sozinha [...]ele [aluno] não tem nenhuma referência, porque ela é diferente dos demais, entendeu? De repente, a gente pode aproveitar o momento para abordar também essa situação, do diâmetro, do raio, da esfera.

Em suas sugestões ela aponta a possibilidade de localizar a esfera com eixos coordenados, inserindo tanto as coordenadas de sua origem, para que os alunos iniciem o movimento por “dentro” partindo desse ponto, quanto o seu raio ou diâmetro para orientar esse caminhar do aluno. Ela ainda complementa que, desse modo, os professores poderão aproveitar para discutir conteúdos como origem, raio e diâmetro da esfera.

Afirmações como a de Wanda – “[com a RA] Você [precisa] conseguir trabalhar para ele [aluno] ver a profundidade, para [depois] trabalhar volume, certo? Como é que ele vai trabalhar volume se você não explora isso [compreensão de profundidade]?” (Professora Wanda, 2022) – mostram que o grupo entendeu que o trabalho feito, principalmente em relação à exploração da profundidade dos sólidos pelo aluno, foi importante para a continuidade do trabalho com Geometria Espacial.

Finalizando a discussão do encontro, os professores ressaltaram a importância de discutir as dúvidas e dificuldades dos alunos que conseguiram identificar na análise da aula. Registraram os principais pontos levantados no encontro e Edith se comprometeu a realizar uma aula com os alunos para retomar esses aspectos que geraram dúvidas. Na semana seguinte foi feita uma aula de 50 minutos.

Considerações Finais

A dinâmica das discussões possibilitadas pelo estudo de aula permitiu que os professores se lançassem ao desafio de ensinar com RA e se voltassem para o trabalho feito. Em um contexto colaborativo e reflexivo, algumas *compreensões do professor de matemática que vivencia práticas de ensino de Geometria Espacial com RA durante um estudo de aula* foram evidenciadas. A interpretação dessas compreensões trouxe aspectos relativos ao ensinar e ao aprender conteúdos de Geometria Espacial com a RA, evidenciando não apenas as dificuldades e as aprendizagens, mas o próprio modo de fazer que foi possibilitado.

O foco no aluno (QUARESMA; PONTE, 2022) – característica importante do estudo de aula – permitiu identificar dificuldades e aprendizagens na realização da tarefa que os professores não haviam se dado conta durante o acontecer da aula (BEZERRA; MORELATTI, 2022), e a postura colaborativa assumida trouxe a abertura ao colega. O grupo procurou modos de sanar as dificuldades identificadas nas atitudes dos alunos e elegeu formas para dar continuidade ao estudo dos conteúdos.

A vivência no estudo de aula também evidenciou aspectos importantes à constituição de conhecimento para ensinar com RA. Os professores identificaram que é possível, com essa tecnologia, levar o aluno a vivenciar a profundidade na exploração dos objetos tridimensionais, o que não é possível por meio da representação plana, do desenho feito no quadro. A profundidade se anunciou não como uma propriedade do objeto, mas como possibilidade de o sujeito percorrer o sólido geométrico. Merleau-Ponty (2018) nos diz que a profundidade é uma experiência primordial por ser a mais ‘existencial’ de todas as dimensões, pois ela pertence à perspectiva. Embora isso possa não ter sido percebido pelo professor, o grupo compreendeu a importância de incentivar o aluno a se mover para eleger um lugar de onde pudesse ver e que isso lhe abriria possibilidades para compreender as características dos sólidos.

Em uma compreensão fenomenológica, entendemos que o conhecimento é constituído em um processo subjetivo no qual o sentido se faz para cada um de nós. Desdobra-se em outros atos de compreensão e interpretação e é comunicado (explicitado), tornando-se intersubjetivo, dialogado, compartilhado. Mas, a constituição se dá na abertura da pessoa àquilo que a ela se mostra, à medida que realiza explorações e busca atribuir sentido ao feito. Nas explorações com RA, o sentido vai se fazendo a partir do que se mostra no movimento da pessoa, que não é uma simples ação sobre o espaço físico, mas um desdobramento de meu próprio modo de ser no mundo que “impregna nossa corporeidade de significação” (DETONI, 2023, p. 84). No movimento, o corpo faz mover, liga-se por seus “fios intencionais aos objetos dados”

(MERLEAU-PONTY, 2018, p. 153). Os “fios intencionais” é o que põe a pessoa no ato de exploração para ver que as pirâmides são “pontuadas” ou que os retângulos ao redor da base de um prisma são suas faces laterais.

Para finalizar destaca-se que, na pesquisa, o estudo de aula vem se mostrando como um espaço favorável à constituição de conhecimento: do professor que planeja, vivencia a aula e a analisa para entender o fazer de seu aluno. Do aluno que, com a RA se abre ao agir, ao movimento do corpo que é “o veículo do ser no mundo e ter um corpo é, para um ser vivo, juntar-se a um meio definido, confundir-se com certos projetos, empenhar-se continuamente neles” (MERLEAU-PONTY, 2018, p. 122). Portanto, a vivência no estudo de aula vai fazendo sentido ao professor à medida que ele vai constituindo conhecimento para aprender e ensinar matemática e isso lhe permite avançar em seu processo formativo e em sua tarefa de ensinar.

Referências

AZUMA, R. *et al.* Recent advances in augmented reality. Computer graphics and applications. **IEEE Computer Graphics and Applications**, v. 21, n. 6, 2001.

BATISTA, C. C. **Perceber-se professor de matemática com tecnologia no movimento de forma/ação**. 2021. 258f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro, 2021.

BEZERRA, R. C.; MORELATTI, M. R. M. A construção da identidade profissional do professor que ensina Matemática no contexto da *Lesson Study*. In: RICHIT, A.; PONTE, J. P.; GÓMEZ, E. S. (Orgs.). **Estudos de Aula na Formação Inicial e Continuada de Professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2022, p. 25-52.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020, p. 107-119.

BICUDO, M. A. V. O Professor de matemática nas escolas de 1º e 2º graus. In: BICUDO, M.A.V. (Org.). **Educação Matemática**. São Paulo: Moraes, 1987, p. 45-57.

BULLA, F. D; ROSA, M. O design de tarefas-matemáticas-com-realidade-aumentada: uma autorreflexão sobre o processo. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 19, n. 2, p. 296-319, 2017. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/217826> Acesso em: 30 ago. 2023.

CAMINHA, I. O. A cegueira da visão segundo Merleau-Ponty. **Revista Estudos Filosóficos**, São João del-Rei, n. 13, p. 63-72, 2014. Disponível em: <https://www.ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/revistaestudosfilosoficos/art5%20rev13.pdf> Acesso em: 30 ago. 2023.

DETONI, A. R. **Investigações acerca do Espaço como modo da Existência e da**

Geometria que ocorre no Pré-Reflexivo. Rio Claro, 2000. 276 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2000.

DETONI, A. R. Um perpasso sobre a filosofia do movimento. In: BICUDO, M. A. V.; PINHEIRO, J. M. L. (org.). **Corpo-vivente e a constituição de conhecimento matemático.** São Paulo: Livraria da Física, 2023, p. 83-105.

FERREIRA, H. S. **O uso de software e seu impacto no tipo de resolução de exercícios de geometria.** 2018. 66 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Unidade Acadêmica Especial de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2018.

HUMMES, V.; BRENDA, A.; FONT, V. Critérios de adequação didática implícitos na reflexão de professores quando planejam, implementam e redesenham uma aula em uma experiência de *Lesson Study*. In: RICHIT, A.; PONTE, J. P.; GÓMEZ, E. S. (Orgs.). **Estudos de Aula na Formação Inicial e Continuada de Professores.** São Paulo: Livraria da Física, 2022, p. 53-88.

LEWIS, C., PERRY, R. R. Lesson Study with Mathematical Resources: A Sustainable Model for Locally-led Teacher Professional Learning. **Mathematics Teacher Education and Development**, v. 16, n. 1, p. 22-42, 2014. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1046670>. Acesso em: 30 ago. 2023.

LEWIS, C *et al.* Improving Teaching Does Improve Teachers: Evidence from Lesson Study. **Journal of Teacher Education**, v. 63, n. 5, p. 368-375, 2012.

LOPES, L. M. D. *et al.* Inovações educacionais com o uso de Realidade Aumentada: uma revisão sistemática. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 35, p. 1-33, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/edur/a/D8BG7VqVDPmYk3d5xmCJJyF/> Acesso em: 30 ago. 2023.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da Percepção.** Tradução de Carlos Alberto Ribeiro de Moura. 5 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2018.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. Estudos de aula na formação inicial de professores de Matemática. In: RICHIT, A.; PONTE, J. P.; GÓMEZ, E. S. (Orgs.). **Estudos de Aula na Formação Inicial e Continuada de Professores.** São Paulo: Livraria da Física, 2022, p. 337-362.

RICHIT, A.; PONTE, J. P.; GÓMEZ, E. S. Apresentação: Estudos de aula na formação inicial e continuada de professores. In: RICHIT, A.; PONTE, J. P.; GÓMEZ, E. S. (Orgs.). **Estudos de Aula na Formação Inicial e Continuada de Professores.** São Paulo: Livraria da Física, 2022, p. 11-23.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. Conhecimentos Profissionais evidenciados em Estudos de Aula na perspectiva de Professores Participantes. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 36, p. 1-29. 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/edur/a/FDGkVgwypHb4VX53m9nGWfw/?lang=pt> Acesso em: 30 ago. 2022.

RICHIT, A.; PONTE, J. P.; TOMKELSKI, M. L. Estudos de aula na formação de professores de matemática do ensino médio. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 100, n. 254, p. 54-81, 2019. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/rbeped/a/YR6KZj98VjKR9VmWPtWFjXr/?lang=pt>. Acesso em: 30 ago. 2023.

SCHUSTER, P. E. S; ROSA, M. Realidade Aumentada e a Cyberformação de uma Professora de Matemática: Pontos Críticos de Funções de Duas Variáveis. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática - JIEEM**. v.14, n.2, p. 130-141, 2021. Disponível em:

<https://jieem.pgskroton.com.br/article/view/9128> Acesso em: 30 ago. 2023.

SEDUC-SP-Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. **Matrizes de referência para a avaliação SARESP**: documento básico. Secretaria da Educação: São Paulo, 2009. Disponível em: https://saresp.fde.sp.gov.br/Arquivos/MatrizReferencia_2019.pdf. Acesso em 30 ago. 2023.

STEIN, E. **A caminho de uma fundamentação pós-metafísica**. Coleção Filosofia, v. 57. Rio Grande do Sul: Editora Edipucrs, 1997.

TORI, R.; HOUNSELL, M. da S. (Org.). **Introdução a Realidade Virtual e Aumentada**. 3. ed. Porto Alegre: Editora SBC, 2020.

UTIMURA, G. Z. Um Panorama Teórico sobre Lesson Study (Estudo de Aula). In: CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P; VECE, J. P. (Orgs.). **Grupos Colaborativos e Lesson Study**: contribuições para a melhoria do ensino de matemática e desenvolvimento profissional de professores. São Paulo: Alexa Cultural, 2018, p. 49-65.