

FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN ARGENTINA: UNA EXPERIENCIA A PARTIR DEL LESSON STUDY

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.29.272-290>

Ana Rosa Corica¹
Verónica Parra²
Patricia Sureda³

Resumen: Este trabajo presenta el análisis de las reflexiones de estudiantes para profesor adoptando la metodología Lesson Study. El aula implementada se desarrolló a partir de un Recorrido de Estudio e Investigación (REI), cuyas cuestiones provienen de la microeconomía. La investigación se realizó en un curso de tercer año de la formación para profesor de matemática, de una Universidad Nacional de Argentina. El aula se implementó dos años consecutivos (compuesta, respectivamente, por 11 y 12 estudiantes para profesor). El curso tuvo una duración de 4 meses con dos encuentros semanales. Se realizaron observaciones participantes, con el registro de datos en notas de campo. Se recolectaron dos tipos de producciones de los estudiantes: la producción clase a clase de cada grupo y las reflexiones registradas en un diario de clase. Se analizaron los datos en términos de preguntas y respuestas a las cuestiones del REI construidas y compartidas por los estudiantes. Las reflexiones se analizaron a partir de técnicas de análisis de datos textuales. Se concluye en la potencialidad de la metodología Lesson Study para la formación de estudiantes de profesorado y en las posibilidades de complementariedad con los REI como instrumento potente de investigación en el aula.

Palabras clave: Formación de Profesor. Matemática. Reflexión. Lesson Study. Recorrido de Estudio e Investigación.

INITIAL TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS IN ARGENTINA: A EXPERIENCE FROM THE LESSON STUDY

Abstract: This paper presents an analysis of the reflection on teacher initial training within Lesson Study methodology. The implemented classroom was developed based on a Study and Research Path (SRP), centered around microeconomics. The research was conducted during the third year of training for mathematics teachers, at a National University in Argentina. The classroom was implemented for two consecutive years (composed, respectively, by 11 and 12 teacher training). The course spanned 4 months with two weekly meetings. Participant observations were conducted, and data were recorded in field notes. Two types of student productions were collected: class-by-class production of each group and reflections recorded in a class journal. Data were analyzed in terms of questions and answers to SRP issues constructed and shared by students. The reflections were examined using textual data analysis techniques. The paper concludes on the potential of the Lesson Study methodology for teachers training formation and its complementarity with the SRP as a powerful instrument for classroom research.

¹ Doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad Nacional de Córdoba (UNC). Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas, Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM). Argentina. E-mail: acorica@niem.exa.unicen.edu.ar – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3583-6081>.

² Doctora en Enseñanza de las Ciencias (UNCPBA). Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas, Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM). Argentina. E-mail: vparra@niem.exa.unicen.edu.ar – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6956-0052>.

³ Doctora en Enseñanza de las Ciencias (UNCPBA). Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas, Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM). Argentina. E-mail: psureda@niem.exa.unicen.edu.ar – ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-6223-4424>.

Keywords: Teacher Training. Mathematics. Reflection. Lesson Study. Study and Research Path.

Introducción

Los profesores de matemática, que ejercen su profesión en las aulas de la escuela secundaria, con frecuencia se enfrentan a problemáticas como la enseñanza de saberes que tienen poca relación con situaciones del mundo real, o que resultan poco útiles (CHEVALLARD, 2017), y al bajo desempeño de los estudiantes en la disciplina, entre otras. Por ejemplo, en Argentina, las estadísticas reportan que los estudiantes tienen serias dificultades al realizar tareas vinculadas a la matemática (MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2022). Esto evidencia la necesidad de una intervención que permita generar prácticas de enseñanza renovadas y fortalecidas (SECRETARÍA DE INNOVACIÓN Y CALIDAD EDUCATIVA, 2018).

Las problemáticas mencionadas en el párrafo anterior están vinculadas con la gestión de la clase y con todas las acciones que esto implica. La enseñanza de un saber matemático en el aula demanda de una organización de saberes matemáticos y de una organización didáctica, esto es, de una forma de cómo llevar a cabo el estudio de ese saber. En este contexto uno de los aspectos a atender es la formación de los profesores de matemática. La búsqueda en mejorar el desarrollo profesional de los profesores de matemática requiere del diseño, la implementación y la evaluación de experiencias de formación: una de estas alternativas es el Lesson Study (LS en adelante).

El LS es una práctica profesional, interpretado como un quehacer más de la profesión, en la que los profesores desarrollan tareas colaborativas con el propósito de estudiar los saberes que se tienen que enseñar, cómo enseñarlo y los procesos de pensamiento y comprensión de los estudiantes (SHIMIZU, 2014). Las características esenciales del LS establecen que se encuentra focalizado en los intereses del profesorado, centrado en los estudiantes y en su aprendizaje, que incluye clases de investigación y que es reflexivo y colaborativo (MURATA, 2011). Como dispositivo para la formación del profesorado, LS atrajo el interés de investigadores a nivel mundial a finales del siglo XX (FUJII, 2016). En los últimos años hubo un notable aumento en el número de investigaciones que se ubican en estudiar el empleo de este dispositivo en diferentes países. En particular, investigaciones que tratan de analizar experiencias de Lesson Study con profesores y futuros profesores de matemáticas en Latinoamérica (FONT; CALLE; BREDÁ, 2023; HUMMES; BREDÁ; FONT, 2022; OLFOS; ISODA; ESTRELLA; 2020; RICHIT, 2020; RICHIT; ALMEIDA, 2020; RICHIT; PONTE; RICHIT, 2022; RICHIT, TOMKELSKI, 2022).

En este artículo realizamos una descripción general del LS para el desarrollo profesional de estudiantes de profesorado en matemática. Según GARCÍA *et al.* (2019) además de una estructura común y estandarizada del LS, hay un mundo complejo de prácticas profesionales que pueden ser comprendido en profundidad, cuando se mira a la luz de los modelos epistemológicos y didácticos que el grupo de LS asume, y que determinan el sistema didáctico involucrado durante todo el proceso (pretendido, vivido, evocado). En nuestro caso se procuró sumergir a la comunidad de estudio (estudiantes para profesor y profesores formadores) en un modelo epistemológico y didáctico particular como es un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) (CHEVALLARD, 2019). Este recurso REI pone en primer plano el estudio por investigación y el trabajo colaborativo. Esto fomenta la formación de estudiantes para profesor dentro de un paradigma del cuestionamiento y la reflexión. En este sentido, un profesor reflexivo, al enfrentarse a situaciones inciertas, inestables y singulares, reflexiona sobre su acción (SCHÖN, 1992).

En este trabajo se reportan resultados del análisis de las preguntas y respuestas que construyeron y compartieron los estudiantes del profesorado al vivir un REI, que proviene de la microeconomía. También se analizan sus reflexiones, sobre esta experiencia, las que hicieron explícitas en su diario de clase. El propósito de esto fue conocer si la propuesta favoreció la investigación y la reflexión de las decisiones tomadas por los estudiantes, como base de una enseñanza inmersa en LS.

Enfoque Teórico

Los orígenes de LS se sitúan en Japón a finales del siglo XIX, con referentes pedagógicos como la filosofía didáctica de Pestalozzi, aprendizaje basado en la experiencia de Dewey y la investigación - acción. El objetivo principal del LS es mejorar los procesos de enseñanza - aprendizaje, basándose en relaciones de colaboración de los actores del sistema didáctico. Es decir, se trata de una forma de aprendizaje conjunta entre profesores que planean, enseñan, discuten y reflexionan de forma conjunta en las prácticas de enseñar y aprender en la escuela. Los profesores que participan de un ciclo de LS pueden ser de otras áreas, y de otros años, pues las experiencias interdisciplinarias, e inter niveles, enriquecen la planeación de una clase (ACEVEDO RINCÓN, 2020). LS refiere a un modelo docente que reflexiona colegiadamente con otros profesores, y con los estudiantes, de su propia práctica, con la finalidad de mejorarla, y buscando que los procesos de enseñanza-aprendizaje sean exitosos para todos los estudiantes. Este método se apoya en el principio de que el lugar propicio para

mejorar la práctica docente es el contexto del aula (STIGLER; HIEBERT, 1999 citado por ROCK; WILSON, 2005). Los objetivos principales que persigue el método son: el perfeccionamiento de la práctica docente, tratando de atender a todas las respuestas de los estudiantes; y la mejora en el desarrollo de competencias de los alumnos, siendo que el profesor va a planificar sus clases a partir de sus necesidades.

En diferentes partes del mundo se han llevado a cabo investigaciones vinculadas al LS y la enseñanza de la matemática, generando variaciones del LS japonés. Diversos autores de distintos países identificaron numerosos factores culturales que afectan al LS, pero no problematizaron explícitamente el impacto que tiene en cada contexto, la forma en que la matemática y su enseñanza son consideradas (GARCÍA, 2023). White *et. al.* (2013) resaltan que las variaciones de LS japonés en el mundo dio lugar al diseño de programas de desarrollo profesional que conservan algunos aspectos del proceso de LS, pero que no es posible identificar de manera estricta un modelo de LS. Esto pone de manifiesto que hay un modelo global de prácticas que conserva los objetivos esenciales de su origen, y que hacen parte de la constitución profesional del profesor de matemática en ejercicio. Esta posibilidad de aplicación en diferentes contextos educativos contempla la posibilidad de la formación de profesores en ejercicio y también de la formación inicial del profesorado. En ambos es necesario compartir sus reflexiones, a través de la interacción verbal con otros compañeros, pues de esta forma es posible aprender a reconstruir la práctica docente a partir de las conclusiones obtenidas en grupo. Así la componente *reflexión* es una característica fundamental del LS, para transformar la práctica a la vez que constituye un dispositivo de formación. Entonces, investigación y reflexión son componentes esenciales para indagar y transformar el rol docente (PÉREZ GÓMEZ, 2020).

En la literatura se pueden encontrar diversas descripciones del LS, como por ejemplo los trabajos de: Murata (2011); Shimizu (2014); Doig y Groves (2011); Takahashi y Mcdougal (2016). Sin embargo, todas estas investigaciones comparten los siguientes postulados para LS:

- La actividad de los profesores se centra en un tema o pregunta de investigación sobre el aprendizaje de la matemática por parte de los estudiantes.
- Debe existir un plan de clase, esto es, el diseño detallado de una intervención en el aula, que incluya una fase de indagación profunda.
- La propuesta debe ser implementada en un aula real, por uno de los profesores del grupo, y observada por el resto.
- Luego del proceso de enseñanza, habrá una discusión grupal, más centrada en los

alumnos y su aprendizaje que en el profesor.

Respecto a los aspectos teóricos del dispositivo REI, diremos que son una modalidad de estudio *orientada a la investigación*. Son dispositivos didácticos, como ya se mencionó, definidos en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (CHEVALLARD, 2019) cuyo objetivo principal es introducir una nueva pedagogía que dé sentido al estudio escolar de las matemáticas: la denominada pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo. El punto de partida de una enseñanza por REI es una pregunta llamada *cuestión generatriz*. Se corresponde con una pregunta Q en sentido fuerte, es decir, de respuesta no inmediata y que permite formular subpreguntas, denominadas *preguntas derivadas*. Así, los saberes (matemáticos y no matemáticos) serán estudiados para poder construir respuestas a estas preguntas, virando hacia un estudio más funcional, contextualizado y no lineal, contrariamente a la matemática propuesta en los programas oficiales, al menos, en las instituciones escolares argentinas.

Con estos elementos teóricos, específicamente con la integración del dispositivo REI dentro de las fases de LS presentamos, a continuación, la metodología de la investigación.

Metodología

En este trabajo desarrollamos una investigación cualitativa, siendo la metodología propuesta un estudio exploratorio, descriptivo e interpretativo (HERNÁNDEZ; FERNÁNDEZ; BAPTISTA, 2016).

El trabajo por LS, considerando los postulados formulados en la sección anterior, se organizó en cinco fases: *planificación, diseño cooperativo de las clases, enseñar, observar las clases, recoger las vivencias y reflexiones, revisar la propuesta de aula*.

En la fase de *planificación* los profesores formadores se reunieron para definir los objetivos de aprendizaje específicos para la clase y para planificar la enseñanza en consecuencia. En esta fase se acordó la adaptación e implementación del Recorrido de Estudio e Investigación (REI) cuya cuestión generatriz fue Q_0 : *¿Cómo hallar el conjunto de valores de las variables que satisfacen la condición de equilibrio de un determinado modelo de mercado de oferta y demanda?* Las clases se desarrollaron con estudiantes del tercer año de su formación para profesor de matemática (EPM), en una universidad pública en Argentina.

Siguiendo con la fase del *diseño cooperativo de la clase*, los profesores formadores adaptaron el REI con el objetivo de revisar cómo los EPM aprenden; y acordar el tipo de

registros a realizar y los instrumentos empleados para ello. De cada sesión de clase, se tomó un audio general y notas de campo. Luego de cada sesión, los EPM completaron un diario de clase on-line que era compartido con todos los integrantes del grupo de estudio y los profesores formadores.

La fase de *enseñar y observar las clases* se desarrolló de la siguiente manera: el curso consta de dos situaciones, que son gestionadas de manera simultánea por dos profesores que trabajan de forma colaborativa y cooperativa. Esto se realizó con el propósito de que los EPM adopten un modelo de enseñanza no tradicional, basado en el paradigma de la investigación y del cuestionamiento del mundo, la vinculación de la matemática con otras disciplinas y la reflexión de su propia práctica. Buscamos integrar la formación matemática de los EPM con la formación didáctica, fundamentados en que los EPM deben participar de procesos de formación con características similares a las que se pretende que enseñen (PONTE; CHAPMAN, 2008).

Con esta propuesta se pretendió favorecer la investigación y la reflexión de las decisiones tomadas por los estudiantes, como base de una enseñanza inmersa en LS y los vínculos entre sus etapas y con el REI. En una de las situaciones, que denominamos enseñanza de la matemática, buscamos que los EPM vivan en primera persona el estudio de la TAD inmersos en los principios del paradigma del cuestionamiento del mundo (CHEVALLARD, 2019). Aquí, se desarrolló una actividad en la que surgieron preguntas no previstas desde un principio, provocando que el estudio tuviera lugar en diferentes direcciones. Abordar con mayor o menor profundidad el estudio de estas cuestiones estuvo relegado al interés de la comunidad. La segunda situación tuvo como objetivo que los EPM vivieran un REI codisciplinar desarrollado y experimentado por Parra (2013), donde el estudio conduce a establecer vinculaciones entre la matemática y la microeconomía.

Una de las herramientas centrales para gestionar y describir la implementación de un REI con los EPM son los Mapas de Preguntas-Respuestas (Mapa P-R) (BARQUERO; BOSCH; ROMO, 2016; JESSEN, 2014). Estos mapas son representaciones que, en un proceso de indagación, pueden emplearse para hacer explícitas las preguntas derivadas y dirigidas, tanto por los EPM como por los profesores formadores, así como las respuestas obtenidas. En este trabajo se describen, analizan y discuten los Mapas P-R que construyeron los EPM durante el estudio.

La cuarta y quinta fase se vivieron en conjunto: no sólo se *discutieron y recogieron* las vivencias y reflexiones de los EPM sobre la clase que se encontraban realizando, sino también se *revisó el funcionamiento del REI*, haciendo ajustes para próximas implementaciones. Esto

nos permitió registrar las experiencias vividas que manifestaron por escrito los EPM y cuyo análisis también se presenta en este trabajo. Para el análisis de las reflexiones que hicieron los EPM por escrito utilizamos la herramienta propuesta en el sitio <https://www.nubedepalabras.es/> Este instrumento no sólo permite gestionar la construcción de nubes de palabras sino también, entre otras opciones, obtener la frecuencia absoluta de las palabras que componen al texto introducido de los Diarios. La construcción de las nubes requirió previamente de la lectura minuciosa de los diarios y de una transformación adecuada de lo explicitado por ambos grupos. Además, en este caso desestimamos las preposiciones, los nombres propios, artículos, pronombres, onomatopeya, verbos que no definen una tarea que se realiza, preposición, pronombres demostrativos, adverbios de cantidad, de frecuencia y de lugar. Así también para cada palabra de interés, identificamos la familia de palabras y nos quedamos con aquella representativa de la familia; por ejemplo, el término pregunta es representativo de los siguientes términos: preguntamos, pregunté. Así también, consideramos términos que aparecieran tres veces o más en los diarios.

Quedan pendientes la sexta y séptima fase del LS, esto es *desarrollar* el REI revisado en otras clases, volver a *observar, analizar y mejorar y evaluar, reflexionar nuevamente y difundir* la experiencia.

3.1 Descripción institucional del curso en el que se desarrolló la investigación

La investigación se desarrolló en un curso de tercer año de una carrera de profesor en matemática de una Universidad Nacional Argentina. El plan de estudio de la carrera de profesor en matemática tiene una duración de 4 años y requiere de la aprobación de 26 cursos: 14 cursos corresponden a la formación disciplinar en Matemática, 8 cursos a la formación didáctica, psicológica y epistemológica, 2 cursos a la práctica profesional y 2 cursos a idioma extranjero. En los cursos disciplinares, dentro de las nociones mínimas propuestas en los programas de estudio se presentan *temas* exclusivamente matemáticos, sin alusiones explícitas al desarrollo de situaciones que involucren otras disciplinas. Esta segmentación no colaboraría en la formación de profesores de matemática sobre el diseño de propuestas interdisciplinarias (CORICA, 2022).

La investigación se desarrolló dos años consecutivos. El primer año, el grupo estaba compuesto por 11 estudiantes, y en la segunda experimentación por 12 estudiantes, cuyas edades oscilaban entre 20 y 28 años. El curso tuvo un tiempo de duración de 4 meses con dos encuentros semanales, uno de 4 horas y otro de 3 horas. Durante los encuentros de 4 horas los EPM participaron del estudio didáctico de la situación vinculada a la enseñanza de la

matemática, en la que se procuró, entre otros aspectos, que los EPM estudien las características de una enseñanza por REI. En esta perspectiva la actividad matemática escolar es más que resolver problemas: se trata de formular y responder preguntas, buscar en diferentes fuentes, desarrollar diferentes técnicas, realizar conjeturas, validar soluciones, interactuar con otros miembros de la comunidad de estudio, cotejar resultados, técnicas, validaciones, etc. Estos aspectos que promueve una enseñanza por REI organizan y son compatibles con una enseñanza basada en LS, en especial en relación a la interacción que se promueve entre los miembros de la comunidad de estudio y las reflexiones de las respuestas que se elaboran para las preguntas que se formulan en el estudio.

Durante los encuentros de 3 horas, los EPM estudiaron un REI codisciplinar, en el que se establecen vínculos entre la microeconomía y la matemática partiendo de la pregunta generatriz: *Q₀: ¿Cómo hallar el conjunto de valores de las variables que satisfacen la condición de equilibrio en un determinado modelo de mercado de oferta y de demanda?* En ambos grupos se experimentó un mismo REI, cuyo estudio se aparta de las clases habituales de matemática a la cual los estudiantes se encuentran habituados. Pues mientras en estas clases las tareas se resuelven con pocos saberes, en una o a lo sumo dos encuentros; para el estudio del REI la comunidad de estudio se involucra en la construcción de, al menos una respuesta, a la pregunta generatriz. En este proceso la comunidad de estudio va formulando las preguntas derivadas necesarias, cuyas respuestas no están prefijadas desde un principio, para que el estudio avance según las necesidades del grupo.

En todas las sesiones los EPM formaron los mismos grupos de trabajo, compuestos por 2 o 3 integrantes. Cada grupo debía construir una respuesta a esta pregunta que, por tratarse de una pregunta regularmente *abierta*, era necesario no sólo plantear ciertas hipótesis (por ejemplo, las condiciones del modelo de oferta y de demanda) sino también la deconstrucción de esa misma pregunta en términos de *preguntas derivadas*. Esto es, de sub-preguntas que permitieran recorrer el camino hacia una eventual respuesta aceptable tanto desde la matemática como desde la microeconomía y que serían insumos de sus respectivos Mapas P-R. En principio, se firmó un acta de compromiso que se compuso por un conjunto de acuerdos de trabajo para el curso que consensuaron los profesores formadores y los EPM. Fundamentalmente, esta acta contempla aceptar las respuestas de toda la comunidad de estudio, aceptar el error como parte del aprendizaje, responsabilizarse por su propio aprendizaje, comprometerse en producir y difundir conocimientos y acordar las formas de evaluación del curso.

4 Resultados

En esta sección presentamos el análisis de los datos recogidos. En primer lugar, nos referimos al análisis de los Mapas P-R generados por los diferentes grupos de EPM a partir del estudio de la pregunta: Q_0 : *¿Cómo hallar el conjunto de valores de las variables que satisfacen la condición de equilibrio en un determinado modelo de mercado de oferta y de demanda?*, y a las reflexiones realizadas por cada grupo al finalizar esos mapas. En segundo lugar, describimos las reflexiones clase a clase de los estudiantes inmersos en el estudio. Estas reflexiones se recogieron de las bitácoras que completaron los EPM durante todo el proceso de estudio.

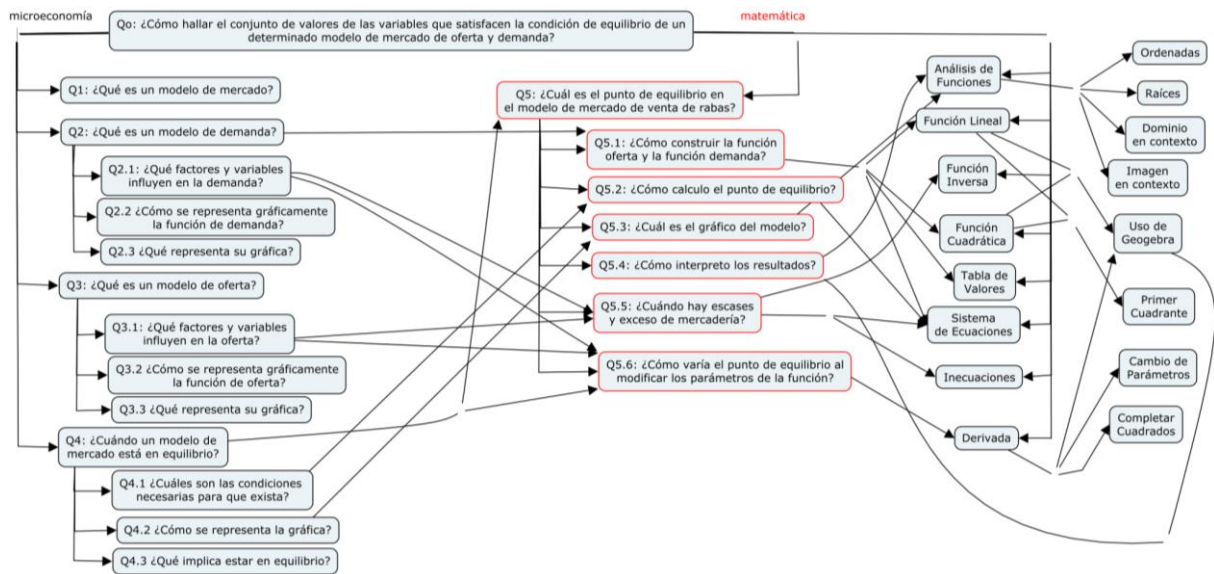
4.1 Análisis de los Mapas P-R y de sus reflexiones

La elaboración de los Mapas P-R se realizó luego de que los EPM vivieran en primera persona el REI, es decir, luego de todo el proceso de estudio e investigación realizado para aportar respuestas a la pregunta generatriz. Estos Mapas P-R fueron presentados por escrito en forma de esquemas que contenían la pregunta generatriz, las preguntas derivadas por cada grupo, los saberes matemáticos y los saberes microeconómicos necesarios para responder todas esas preguntas. Habiendo analizado todas las preguntas incluidas en los Mapas P-R, concluimos que las de mayor frecuencia son las del tipo “¿Qué?” con una frecuencia de 33. Algunos ejemplos de este tipo de preguntas son: “¿Qué es un modelo?”; “¿Qué factores y variables influyen en la oferta?”; “¿Qué implica estar en equilibrio?”, entre otras. Luego, en frecuencia (16) se identifican las preguntas del tipo “¿Cómo?”. Por ejemplo, “¿Cómo calculo el punto de equilibrio?”; “¿Cómo afecta la oferta y la demanda al precio?”, entre otras. En menor medida (con una frecuencia de 10), las cuestiones vinculadas a “¿Cuál? / ¿Cuáles?” donde la mayoría de ellas refieren a la representación gráfica del modelo. Finalmente, las preguntas del tipo “¿Cuándo?” (frecuencia de 3); “¿Por qué?” (frecuencia de 2) y “¿Cuánto?” (frecuencia de 1) aluden a, por ejemplo, “¿Cuándo hay escasez y exceso de mercadería?”, “¿Cuándo un modelo de mercado está en equilibrio?”; “¿Por qué se mantiene la cantidad de equilibrio?”, “¿Por qué se excluyen los ejes negativos?”; “¿Cuánto varía exactamente el punto de equilibrio?”.

Respecto a la organización de los Mapas P-R, todos los grupos colocaron en la parte superior la pregunta generatriz y luego, con segmentos orientados fueron colocando las preguntas derivadas. A su vez, distinguieron entre las preguntas de matemática y las preguntas de microeconomía. Por ejemplo, el Mapa P-R del Grupo 2 (Figura 1) distingue estas disciplinas con colores. Las preguntas de la matemática las recuadran en rojo; mientras que las de microeconomía, en negro. A su vez, conectan preguntas de ambas disciplinas con las flechas correspondientes y a la derecha de cada pregunta de la matemática escriben el saber específico

de la Matemática que se estudiaría a partir de ellas.

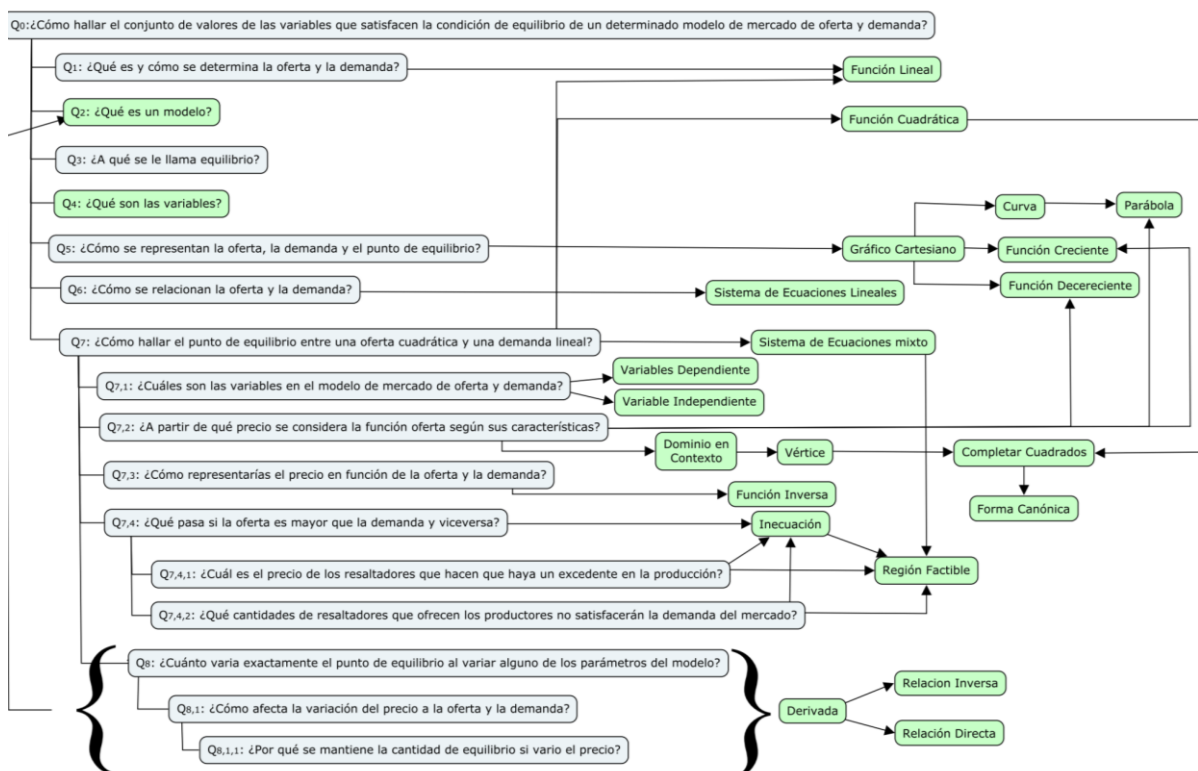
Figura 1: Mapa P-R del Grupo 2



Fuente: Mapa P-R elaborado por EPM del Grupo 2

Siguiendo con esta estructura, el Grupo 3 opta por una organización análoga: utiliza el color verde para resaltar dos preguntas junto a los saberes matemáticos que se estudiarían. No se distingue, en este caso, entre preguntas de matemática y preguntas de microeconomía.

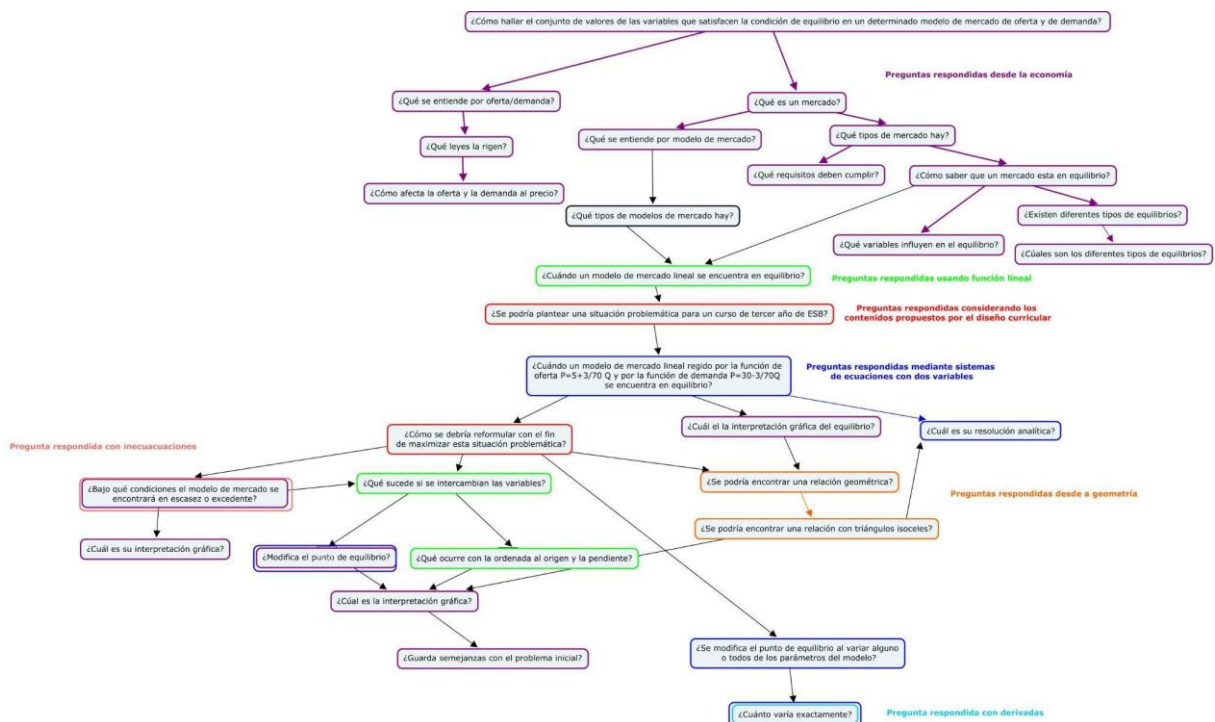
Figura 2: Mapa P-R del Grupo 3



Fuente: Mapa P-R elaborado por EPM del Grupo 3

Un tercer tipo de Mapa P-R es el generado por el Grupo 5 quienes no distinguen entre preguntas de matemática y preguntas de microeconomía, pero sí indican qué conjuntos de preguntas (identificadas por colores) se responderían con saberes matemáticos (especificando cuáles) o desde la economía. Por ejemplo, indican que la pregunta “¿Bajo qué condiciones el modelo de mercado se encontrará en escasez o excedente?” va a responder con inecuaciones.

Figura 3: Mapa P-R del Grupo 5



Fuente: Mapa P-R elaborado por EPM del Grupo 5

Además de la presentación en forma de esquemas, cada Mapa P-R fue presentado de forma oral por los grupos de EPM y a su vez, presentaron por escrito una explicación/reflexión de los mismos. Esta explicación contenía la sucesión de preguntas y las razones de su formulación y de posibles respuestas. Utilizamos el instrumento nube de palabras para determinar la frecuencia de las mismas: la palabra de mayor frecuencia (colocamos la frecuencia entre paréntesis al lado de cada palabra) identificada en esta explicación fue “funciones” (39), luego, las palabras “demanda” (38); “oferta” (36); “preguntas” (33); “equilibrio” (32); “modelo” (32); “punto” (23); “cómo” (19); “mercado” (19); “variables” (14), “matemática” (13) y “microeconomía” (11). Esta preponderancia se refleja en la figura 4.

Figura 4: Nube de palabras sobre la reflexión de los EPM sobre sus Mapas P-R



Fuente: Elaboración propia

En la nube se puede identificar los términos clave del estudio que fueron mencionados por los EPM con frecuencia absoluta mayor a 30, esto es: *funciones*, *demanda*, *oferta*, *preguntas*, *equilibrio* y *modelo*. En particular, en las reflexiones de los EPM se destaca la relevancia y el vínculo que establecen entre los términos: *funciones*, *demanda*, *oferta*, *equilibrio*, *modelo* que resultan clave para abordar la pregunta generatriz y sus derivadas. Mientras que el término *preguntas* se destaca de la organización didáctica a la que fueron involucrados los EPM.

4.2 Análisis de los diarios de clase de los EPM

En esta sección presentamos los resultados parciales vinculados al análisis de los diarios de clases, con el propósito de profundizar en las reflexiones de los EPM durante el estudio vivido. Cada diario de clase se identificó como Diario A y Diario B, correspondiente a cada uno de los grupos que participaron de la investigación. El Diario A contiene el registro de los EMP durante 7 sesiones, mientras que el Diario B contiene el registro de los EPM durante 8 sesiones.

Lo explicitado por los EPM en los diarios de clase se analizó a partir de la elaboración de una nube de palabras. En la figura 5 y figura 6 se indican las nubes de palabras para cada uno de los diarios.

Figura 5: Nube de palabras del Diario A

Figura 6: Nube de palabras del Diario B



Fuente: Elaboración propia



Fuente: Elaboración propia

El término *pregunta* (48 palabras en el Diario A y 41 palabras en el Diario B) se destaca de ambas nubes de palabras. Esto resulta un aspecto a destacar porque una de las características esenciales de una enseñanza por REI es la formulación y estudio de preguntas por todos los integrantes de la comunidad de estudio. Esto se diferencia de la enseñanza tradicional, siendo que aquí los estudiantes inciden en la constitución del medio de estudio. Por ejemplo, en el siguiente protocolo del Grupo 3 del Diario A y del Grupo 2 del Diario B, se puede observar cómo los EPM destacan la necesidad de formular preguntas, buscar en diferentes fuentes de aquello que desconocen para poder aportar respuesta a Q_0 .

Al comenzar a trabajar con la actividad nos encontramos con un tema del cual no tenemos mucha noción, como es la oferta y la demanda. Para poder continuar buscamos información en internet acerca de qué es la oferta y demanda, qué es un equilibrio de mercado, cuáles son las variables con las que trabajan y qué representa un modelo de mercado de oferta y demanda. (...) trabajamos en la pregunta principal, buscamos en qué consisten las ecuaciones de oferta y demanda y cómo con ellas se calcula el equilibrio. Para concluir mostramos un ejemplo donde se calcula la cantidad y precio de equilibrio. [Diario A, GRUPO 3, Clase 1]

(...) Creo que fue un muy buen ejemplo de cómo una pregunta deriva en otros interrogantes, y que para hallar la solución a la pregunta que debes responder antes a tus propias inquietudes, para comprender el tema, manejarlo, y después formular la respuesta. [Diario B, GRUPO 2, Clase 1]

En esta dinámica de estudio que fueron expuestos los EPM, diferenciada a la que se encontraban habituados, destacan las dificultades para el estudio. Por ejemplo, los estudiantes del Diario A, Grupo 3, destacan que:

La consigna me resultó interesante, pero a la vez complicada ya que se involucraron en la misma conocimientos de los cuales no tenía mucha noción (como lo son la oferta y la demanda en el mercado), por lo que tuvimos que investigar, analizar y tratar de comprender dichos contenidos para poder responder a la pregunta. [Diario A, GRUPO 3, Clase 1]

Así también se destaca la actitud de alcanzar nuevos conocimientos y de *permitirse no saber algo* de los EPM, indicando lo siguiente:

Buscamos información en distintas páginas sobre oferta, demanda, las ecuaciones para calcularlas, y punto de equilibrio entre ellas. Las ecuaciones nos resultaron conocidas (lineales), sin embargo, nos quedaron dudas acerca de las curvas no lineales -tanto de la oferta como la demanda-, y de las correspondientes ecuaciones para calcularlas.

Creemos que la actividad fue útil para aprender a buscar información sobre un tema desconocido y poder entenderlo. También nos dimos cuenta que disponemos de las herramientas necesarias para poder abordar un problema ajeno a los temas que conocemos.
[Diario A, GRUPO 2, Clase 1]

También observamos que la palabra *clase* (38 palabras en el Diario A y 65 palabras en el Diario B) es la más frecuente en ambos diarios porque estos tenían como objetivo reflexionar sobre las experiencias de los EMP en las mismas. En el Diario B también se destaca junto al término *pregunta* (47 palabras) el de *problema* (46 palabras) e *interesante* (29 palabras).

En ambos diarios se enfatiza la palabra *grupo* (19 palabras en el Diario A y 29 palabras en el Diario B). El trabajo cooperativo es otra de las características de un REI pues fomenta un trabajo dialéctico entre lo individual y lo colectivo. La palabra *tarea* fue más frecuente en el Diario A (35 palabras) que en el Diario B (21 palabras). Esto mismo ocurrió con las nociones de *oferta* (32 palabras) y *demanda* (33 palabras), cuyos términos se encuentran vinculados a la pregunta inicial del estudio. Las palabras *matemática* (21 palabras en el Diario A y 15 palabras en el Diario B) y *microeconomía* (5 palabras en el Diario A y 22 palabras para el Diario B) tienen relevancia similar en ambas nubes. La palabra *modelo* tiene mayor frecuencia en el Diario B (20 palabras) que en el Diario A (14 palabras), siendo este un término clave en el estudio matemático y microeconómico que implicó el REI.

5 Conclusiones

En este trabajo presentamos el análisis de las reflexiones de estudiantes para profesor de matemática (EPM) adoptando la metodología Lesson Study. El aula implementada se desarrolló a partir de un Recorrido de Estudio e Investigación (REI), cuyas cuestiones provenían de la microeconomía. La investigación se focalizó en analizar la incidencia del modelo epistemológico y didáctico, que vinculó los REI con la metodología LS, en la práctica de los EPM, diferenciada de las prácticas a las que fueron habitualmente expuestos.

El análisis propuesto procuró ser explicativo más que exhaustivo, permitiendo destacar de manera general las fases del LS, y que esto no puede estar desvinculado del modelo epistemológico y didáctico que la comunidad de estudio asume. El modelo al que fueron expuestos los EPM, que proviene de los últimos desarrollos de la TAD, determinó el tipo de

temas y cuestiones de investigación que tuvieron sentido formular, la búsqueda en diversos medios, el estudio y la reflexión que derivó en la elaboración de un *plan de clase* dinámico según las necesidades de la comunidad de estudio; y en esto nos referimos no solo a las de los EPM sino también a la del grupo de profesores. Estas cuestiones, en su mayoría en términos de *¿Qué?* y de *¿Cómo?* posicionó a la indagación y la exploración como eje director del proceso de estudio. Es decir, se avanzó en estudiar e investigar en matemática y en microeconomía solamente si había preguntas que necesitaran respuesta. Y estas preguntas no fueron introducidas por los profesores formadores, sino por cada grupo de EPM a partir de la pregunta generatriz. Este tipo de prácticas se alinea con una metodología de investigación que vienen desarrollando algunos autores en la formación de profesores de Matemática, por ejemplo, Cid; Muñoz-Escolano; Ruiz-Munzón (2020) y Ruiz-Olarría; Bosch; Gascón (2019), entre otros. En estos trabajos se reporta la existencia de dificultades que tienen los estudiantes de profesorado para analizar su epistemología espontánea, adquirida como consecuencia de muchos años de permanencia en el sistema educativo en su rol de estudiantes, y reforzada por su experiencia durante el periodo de prácticas. Sin embargo, las experimentaciones de aula a las que fueron expuestos, permitieron que los estudiantes de profesorado, adopten algunos gestos del paradigma del cuestionamiento del mundo como alternativa a la enseñanza tradicional imperante en el sistema educativo.

En este trabajo, además de lo antes mencionado en relación a los REI, se incorporó al LS como una metodología potente para la formación de EPM, y como marco conceptual para la investigación en el aula. La propuesta del curso en el que trabajamos permitió que, de manera conjunta, dos profesores interaccionen para que los estudiantes para profesor de matemática puedan vivir en primera persona una enseñanza por REI y reflexionar acerca de la misma. En particular, esta reflexión resulta de interés porque los estudiantes se encontraron inmersos en una enseñanza diferenciada de la habitual, y se analizaron las potencialidades y restricciones para su enseñanza en la escuela secundaria argentina. Los resultados indican que los EPM pudieron identificar las características esenciales de una enseñanza por REI y manifestaron su interés por este tipo de estudio. Con esta propuesta se procuró acercar a los EPM a la metodología LS, en el sentido de que una enseñanza por REI fortalece el trabajo cooperativo y colaborativo de todos los integrantes del grupo, así como la reflexión colectiva del estudio. La riqueza de los momentos pretendidos en LS, desde el cuestionamiento inicial, la problematización de las prácticas, hasta llegar a la escritura de reflexiones, contribuyó a la problematización de las prácticas de enseñar y aprender en la escuela, además de promover el

diálogo entre los miembros de los grupos, e identificar necesidades comunes. Consideramos que estos son aspectos esenciales a desarrollar para poder promover este tipo de enseñanza en la escuela secundaria, y los EPM tienen que vivirlas en primera persona para poder incorporarlas como parte de su futura profesión docente. En este sentido, abogamos por una complementariedad entre LS y REI como componentes de un equipamiento de la profesión docente, diferenciada de la práctica tradicional. Parte de esta idea, también se discute en García *et al.* (2019), donde se reinterpreta al LS como componente constitutivo de la profesión de profesor. Hacer convivir ambos (LS y REI) en la formación de profesor de matemática, implica continuar con este tipo de investigaciones, para potenciar ciertas actitudes de los docentes para incidir en las prácticas tradicionales, y para sortear las posibles limitaciones que este tipo de estudio puede generar.

Referencias

ACEVEDO RINCÓN, J. Las posibilidades del Lesson Study en la formación de profesores de matemática: algunos resultados en Brasil. In: CONGRESO VIRTUAL IBEROAMERICANO DE FORMACIÓN DE PROFESORES (COVIBE), 1, 2020, Natal. **Memoria...**Natal: Aprender en Red, 2020.

BARQUERO, B.; BOSCH, M.; ROMO, A. A study and research path on mathematical modelling for teacher education. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 9, 2006, Prague. **Actas...** Prague: ERME, 2006.

CHEVALLARD, Y. ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. **Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española**, Madrid, vol.20, n.1, p. 159-169, 2017. Disponible en: <https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=1378>. Acceso en: 13 nov. 2023.

CHEVALLARD, Y. Introducing the anthropological theory of the didactic: An attempt at a principled approach. **Hiroshima journal of mathematics education**, Japón, v.12, p. 71-114, 2019. Disponible en: https://www.jasme.jp/hjme/download/05_Yves%20Chevallard.pdf. Acceso en: 24 agos. 2023.

CID, E.; MUÑOZ-ESCOLANO, J.; RUIZ-MUNZÓN, N. La introducción de los REI en la formación de profesores: un ejemplo de REI-FP. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 22, n. 4, p. 646-660, 2020. Disponible en: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/49202/pdf_1. Acceso en: 13 nov. 2023.

CORICA, A. El estudio interdisciplinar de la matemática en la escuela secundaria y la formación de profesores. **Revista de Educación**, Mar del Plata, v. 25, n. 1, p. 269 - 292, 2022. Disponible en: https://fh.mdp.edu.ar/revistas/index.php/r_educ/issue/view/278/showToc. Acceso en: 24 agos. 2023.

DOIG, B.; GROVES, S. Japanese lesson study: teacher professional development through communities of inquiry. **Mathematics Teacher Education and Development**, v. 13, n. 1, p. 77-93, 2011. Disponible en: <https://mted.merga.net.au/index.php/mted/article/view/47>. Acceso en: 9 agos. 2023.

FONT, V.; CALLE, E.; BREDÁ, A. Uso de los criterios de idoneidad didáctica y la metodología lesson study en la formación del profesorado de matemáticas en España y Ecuador. **PARADIGMA**, Maracay Edo Aragua, v. 44, n. 2, p. 376-397, 2023. Disponible en: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/1424>. Acceso en: 9 nov. 2023.

FUJII, T. Designing and adapting tasks in lesson planning: a critical process of lesson study. **ZDM Mathematics Education**, v. 48, n. 4, p. 411 - 423, 2016. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0770-3>. Acceso en: 24 ago. 2023.

GARCÍA, F. J.; WAKE, G.; LENDÍNEZ, E. M.; LERMA, A. M. El papel de los modelos epistemológicos y didácticos en la formación del profesorado a través del dispositivo del estudio de clase. **Enseñanza de las ciencias**, [S.I.], v. 37, n. 1, p. 137-156, 2019. Disponible en: <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2512>. Acceso en: 24 de agos. 2023.

HERNÁNDEZ, R.; FERNÁNDEZ, C.; BAPTISTA, M. **Metodología de la investigación**. 6. ed. México: Mc Graw Hill, 2016.

HUMMES, V. B.; BREDÁ, A.; FONT, V. Critérios de adequação didática implícitos na reflexão de professores quando planejam, implementam e redesenham uma aula em uma experiência de Lesson Study. In: RICHIT, A.; PEDRO DA PONTE, J.; SOTO GÓMEZ, E. (Org.). **Lesson Study na formação inicial de continuada de professores**. 1ed. Sao Paulo: Livraria da Física, 2022, v. 1, p. 53-88.

JESSEN, B. How can study and research paths contribute to the teaching of mathematics in an interdisciplinary settings?. In: DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, 2014, Strasbourg. **Anales...** Strasbourg: IREM, 2014.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE LA NACIÓN. **Aprender 2022. Plan de evaluación 2021 - 2022**. Buenos Aires, 2022. Disponible en: <https://s.itoeste.com/bC2>. Acceso en: 24 ago. 2023.

MURATA, A. Introduction: conceptual overview of lesson study. In: HART, L.; ALSTON, A.; MURATA, A. (Eds.), **Lesson study research and practice in mathematics education**. 2011, p. 1-12. Dordrecht: Springer.

OLFOS, R.; ISODA, M.; ESTRELLA, S. Más de una década de estudio de clases en Chile: hallazgos y avances. **PARADIGMA**, Maracay Edo Aragua, v. 51, p. 190-221, 2020. Disponible en: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/871>. Acceso en: 9 nov. 2023.

PARRA, V. **Diseño, implementación y evaluación de un REI para el último año del nivel secundario: funcionamiento de las dialécticas**. Tesis [Doctorado en Enseñanza de las Ciencias mención matemática] - Universidad del Centro de la Provincia de Buenos Aires,

Tandil, 2013.

PÉREZ GÓMEZ, A. Los desafíos educativos en tiempos de pandemias: ayudar a construir la compleja subjetividad compartida de los seres humanos. **Praxis educativa**, La Pampa, v. 24, n. 3, p. 1-24, 2020. Disponible en: <https://doi.org/10.19137/praxiseducativa-2020-240302>. Acceso en: 24 agos. 2023.

PONTE, J.; CHAPMAN, O. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: ENGLISH, L. (Ed.), **Handbook of international research in mathematics education** (2nd ed.). New York: Routledge. 2008, p. 223-261.

RICHIT, A. Estudos de aula na perspectiva de professores formadores. **Revista Brasileira de Educação**, San Pablo, v. 25, p. 1-24, 2020. Disponible en: <https://doi.org/10.1590/s1413-24782020250044>. Acceso en: 9 nov. 2023.

RICHIT, A.; DE ALMEIDA, W. X. Perspectivas para a formação de formadores de futuros professores no contexto das políticas públicas. **Revista Brasileira de Política e Administração da Educação**, [S. l.], v. 36, n. 2, p. 670–691, 2020. Disponible en: <https://seer.ufrgs.br/index.php/rbpaee/article/view/100486>. Acceso en: 9 nov. 2023.

RICHIT, A. ; PONTE, J. P. ; RICHIT, L. A. (2022). Conhecimento profissional de professores universitários em um estudo de aula em Cálculo. **PNA**, Granada, v. 17, n. 1, p. 89-116, 2022. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.23931>. Acceso en: 9 nov. 2023.

RICHIT A.; TOMKELSKI, M.L. Meanings of mathematics teaching forged through reflection in a lesson study. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, United Kingdom, v. 18, n. 9, p. 1-15, 2022. Disponible en: <https://doi.org/10.29333/ejmste/12325>. Acceso en: 9 nov. 2023.

ROCK, T.; WILSON, C. Improving Teaching through Lesson Study. **Teacher Education Quarterly**, [S. I.] v. 32, p. 77-92, 2005. Disponible en: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ795305.pdf>. Acceso en: 10 nov. 2023.

RUIZ-OLARRÍA, A.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. Construcción de una praxeología para la enseñanza en la institución de formación del profesorado. **Educación Matemática**, [S. I.], v. 31, n. 2, p. 132-160, 2019. <https://doi.org/10.24844/em3102.06>. Acceso en: 13 nov. 2023.

SECRETARÍA DE INNOVACIÓN Y CALIDAD EDUCATIVA. **Marco Nacional para la Mejora del Aprendizaje en Matemática**. Buenos Aires, 2018. Disponible en: <https://www.educ.ar/recursos/132595/marco-nacional-para-la-mejora-del-aprendizaje-en-matematica>. Acceso en: 24 de agos. 2023.

SHIMIZU, Y. Lesson study in mathematics education. In: LERMAN, S. (Ed.), **Encyclopedia of mathematics education**. Dordrecht: Springer, 2014, p. 358-360.

SCHÖN, D. A. **La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones**. Madrid: Paidós -MEC, 1992.

TAKAHASHI, A.; MCDUGAL, T. Collaborative lesson research: maximizing the impact of lesson study. **ZDM Mathematics Education**, [S. I.], v. 48, n. 4, p. 513-526, 2016.



<https://doi.org/10.1007/s11858-015-0752-x>. Acesso em: 24 agos. 2023.

WHITE, A. L; JAWORSKI, B.; AGUDELO-VALDERRAMA, C.; GOOYA, Z. Teacher learning from Teachers. In: CLEMENTS, M. *et al.* (Eds.). **Third International Handbook of Mathematics Education**, New York, U.S.A.: Springer International Handbooks of Education, 2013, v. 27, p. 393-430.