

ÉLÉMENTS D'INGENIERIE DE LOGICIELS EDUCATIFS, LE CAS DES MICROMONDES POUR LES MATHEMATIQUES : DIMENSION INFORMATIQUE

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.28.01-19>

Franck Bellemain¹

Résumé: Ce texte reprend, en la poursuivant, la présentation d'une étude de recherche et développement déjà partiellement publiée. Les principes de conception s'appuient sur l'ingénierie didactique informatique dans laquelle nous nous intéressons plus particulièrement à la partie initiale des analyses préalables dans leurs dimensions épistémologique, cognitive, didactique et informatique. Ces analyses préalables fournissent une étude approfondie du savoir et de son enseignement et apprentissage qui rend opérationnelle la transposition didactique informatique. Dans ce texte, nous abordons plus spécifiquement la dimension informatique des analyses préalable pour ébaucher une modélisation d'un micromonde générique offrant un support à l'exploration et résolution de problèmes nécessitant l'articulation entre divers registres de représentation, et finalement ébaucher des structures de données. L'objectif de ce travail n'est pas seulement d'avancer sur les spécifications et leur modélisation, mais aussi, dans une ingénierie reverse, de favoriser le transfert technologique de micromonde déjà développés.

Mots-clés: Micromonde. Ingénierie de logiciels éducatifs. Ingénierie didactique informatique. Transposition didactique informatique.

ELEMENTOS DE ENGENHARIA DE SOFTWARE EDUCATIVOS, O CASO DOS MICROMUNDO PARA MATEMATICA: DIMENSÃO INFORMÁTICA

Resumo: Este texto retoma e dá continuidade à apresentação de um estudo de pesquisa e desenvolvimento já parcialmente publicado. Os princípios de design são baseados na engenharia didático-informática na qual nos interessa particularmente a parte inicial das análises prévias em suas dimensões epistemológica, cognitiva, didática e computacional. Essas análises prévias proporcionam um aprofundamento do conhecimento e seu ensino e aprendizagem, o que torna operacional a transposição didática informatizada. Neste texto, abordamos mais especificamente a dimensão computacional das análises prévias para delinear uma modelagem de um micromundo genérico oferecendo suporte para a exploração e resolução de problemas que requerem a articulação entre vários registros de representação e, finalmente, para delinear as estruturas de dados. O objetivo deste trabalho não é apenas avançar nas especificações e sua modelagem, mas também, em engenharia reversa, promover a transferência tecnológica de micromundos já desenvolvidos.

Palavras-chave: Micromundo. Engenharia de software educativos. Engenharia didática informática. Transposição didática informática.

ELEMENTS OF EDUCATIONAL SOFTWARE ENGINEERING, THE CASE OF MICROWORLDS FOR MATHEMATICS: COMPUTACIONAL DIMENSION

Abstract: This text takes up and continues the presentation of a research and development study already partially published. The design principles are based on didactic computer engineering in which we are particularly interested in the initial part of the preliminary analyzes in their epistemological, cognitive, didactic and computacional dimensions. These preliminary analyzes provide an in-depth

¹ Doutor em didática da matemática pela universidade Joseph Fourier/França, Universidade Federal de Pernambuco/UFPE, E-mail: franck.bellemain@ufpe.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5358-2057>

study of knowledge and its teaching and learning, which makes Informatics didactic transposition operational. In this text, we more specifically address the computer dimension of the preliminary analyzes to outline a modeling of a generic microworld offering support for the exploration and resolution of problems requiring the articulation between various registers of representation, and finally to outline the structures of data. The objective of this work is not only to advance on the specifications and their modeling, but also, in reverse engineering, to promote the technological transfer of microworlds already developed.

Keywords: Microworld. Educational software engineering. Computational didactic engineering. Informatics didactic transposition.

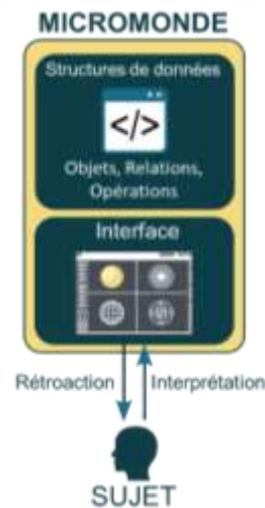
Introduction

Ce texte reprend, en la poursuivant, la présentation d'une étude de recherche et développement déjà partiellement publiée dans (BELLEMAIN, 2022). Il s'agit d'y réfléchir à la conception de micromondes pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques pour, d'une part, avancer sur la construction des principes théoriques et méthodologiques de cette conception et, d'autre part, sur la production effective d'artefacts. L'idée est notamment d'utiliser la production effective de prototypes comme moyen de validation des principes justifiant leur conception.

Les principes de conception s'appuient sur l'ingénierie didactique informatique (IDI) (ibid.) dans laquelle nous nous intéressons plus particulièrement à la partie initiale des analyses préalables dans leurs dimensions épistémologique, cognitive, didactique et informatique. Ces analyses préalables fournissent une étude approfondie du savoir et de son enseignement et apprentissage qui rend opérationnelle la transposition didactique informatique (TDI) notamment pour la partie qui s'intéresse aux représentations internes et aux interfaces des objets de connaissance étudiés.

Les trois premières dimensions des analyses préalables, présentées dans (ibid.), abordent l'activité mathématique, et plus particulièrement la résolution de problème, du point de vue de la théorie des registres de représentation sémiotique. Nous proposons dans ce texte de présenter la dimension informatique de l'IDI, à partir des éléments dégagés dans (ibid.) dont voici un rapide rappel :

Figure 1 : Micromonde dans l'environnement informatique



Source: (BELLEMAIN, 2022, p.89).

- Le projet étant de concevoir un micromonde (Figure 1), il s'agit de déterminer quels problèmes, ou plus généralement quelle classe de problèmes, le micromonde doit permettre d'aborder. Le champ mathématique considéré est évidemment primordial pour la détermination des problèmes qui favorisent l'émergence et donnent du sens aux savoir qui le constituent, et la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) fournit un cadre théorique et méthodologique pertinent pour approcher ces questions (OLIVEIRA, 2022). Dans notre étude, nous avons opter pour rester en amont du choix d'un champs mathématique, même si notre réflexion est alimentée par la conception de micromonde dans des champs mathématiques précis, pour chercher à concevoir une représentation des données et une architecture permettant l'élaboration de micromondes offrant un support informatique général à l'utilisation de divers systèmes de représentation, aux traitements et aux conversions entre ceux-ci.
- En ce qui concerne la conversion entre registres de représentation, reprenant Duval (2007), « il ne s'agit pas de comparer les représentations d'un même objet dans deux registres différents, mais plutôt d'effectuer une exploration expérimentale de variations, ou plus précisément de covariations » (BELLEMAIN, 2022, p.96), c'est-à-dire de variations dans un registre accompagnant de manière synchrone les variations dans un autre registre et vice-versa. Cette exploration de covariations offre un support à la discrimination des unités signifiantes et à l'établissement de correspondances entre unités ou groupes d'unités signifiantes (sans qu'il ne s'agisse de codages ou traductions) de chaque représentation.
- L'exploration de covariations s'étend également à des variations entre représentations d'un même registre et établies par traitement. On observe les variations de coefficients

d'une équation canonique d'une parabole en fonction de celles des coefficients d'une autre forme (factorisée, développée) de la même équation ou celles de la représentation graphique de la parabole (SIQUEIRA, 2009). Elle s'étend aussi à des variations de groupements d'unités significantes (forme). On pourra observer les variations de l'équation d'une parabole en fonction des variations de la position de sa représentation graphique dans les axes de coordonnées. On pourra aussi observer les covariations de la représentation graphique d'une courbe dont les coefficients de l'équation dépendent d'un paramètre.

- D'un point de vue didactique, le micromonde peut constituer un milieu dans lequel peuvent s'organiser des situations a-didactiques qui favorisent l'activité de l'apprenant et lui permettent une validation pragmatique de ces actions par les rétroactions de l'environnement, interprétées par l'observation des covariations (calculées par le micromonde) des représentations d'un même objet dans différents registres.

La discussion autour des dimensions épistémologique, cognitive et didactique de la transposition didactique informatique, décrit dans (BELLEMAIN, 2022), nous permet d'aborder la dimension informatique de la TDI.

Dimension Informatique

L'objectif est donc de fournir des éléments pour une conception relativement générique dans le sens où il s'agit de concevoir un support informatique à la résolution de problèmes en mathématique nécessitant des conversions entre registres de représentation, sans s'intéresser nécessairement à tel ou tel contenu. Pour la conception d'un micromonde support à la résolution de problèmes relatifs à un contenu spécifique, il s'agira de compléter cette réflexion par une exploration de la spécificité de ce contenu pour l'élaboration des structures de données permettant la représentation informatique de ceux-ci. Pour cette conception, une IDI pourra compléter ou continuer cette première TDI décrite ici. C'est le choix fait par Silva (2019) pour la conception de Magnitude Studium et de Siqueira (2019) pour la conception de Conic Studium.

Précisons maintenant les éléments dont on parle. A partir de l'étude relative aux dimensions épistémologique, cognitive et didactique, nous dégageons que :

Un micromonde possède une représentation interne des objets mathématiques qui permettent le contrôle de leurs représentations accessibles au sujet.

Il s'agit-là du rôle du système formel de Balacheff (1994b, p.33) ou des structures de données et des algorithmes qui les manipulent. Concrètement, il ne s'agit pas des objets mais d'une représentation des objets, avec les apports, mais aussi les limites d'une représentation informatique. On a globalement deux catégories de représentation possibles : représentation analytique ou représentation symbolique. Pour la première, les limites sont conséquences des limites de l'ordinateur pour la représentation des nombres, posant le plus souvent des problèmes d'exactitude des réponses. On peut évaluer une représentation analytique en termes de complétude et d'adéquation (BALACHEFF ; BELLEMAIN, 2007, p.44-45). Pour la deuxième, les limites sont conséquences de la complexité des objets représentés, posant le plus souvent des problèmes de temps de réponse ou même d'absence de réponse. Les critères pour l'évaluation d'une représentation symbolique sont la granularité ou la fidélité (BALACHEFF, 1994a). De façon générale, que ce soit pour une représentation symbolique ou analytique, Balacheff (ibid.) propose de parler de domaine de validité des représentations (BALACHEFF; SUTHERLAND, 1994), encadrant ainsi les problèmes que ces représentations permettront d'aborder. Un environnement de géométrie dynamique utilise plutôt, pour la représentation graphique des objets géométriques, une représentation interne analytique, alors qu'un environnement de calculs formels (CAS : Computer Algebra System) utilise plutôt une représentation symbolique des objets et opérations.

Un micromonde peut permettre d'utiliser plusieurs registres de représentation et effectuer des conversions.

Il s'agit presque d'une évidence puisque la plupart des micromondes utilisent un minimum de deux registres de représentation, un externe à l'interface de l'ordinateur et un autre interne pour les structures de données. Les représentations interviennent en premier lieu comme moyen de communication entre le sujet et le micromonde puisqu'elles permettent au premier de définir les objets du deuxième, les réponses aux demandes du sujet étant en général fournies dans un autre registre de représentation que le registre d'entrée. Il s'agit, par exemple, d'un langage de programmation avec une réponse graphique pour la tortue LOGO, ou de menus en langue naturelle ou iconographique, pouvant être complétés de désignations graphiques, avec une réponse graphique pour les logiciels de géométrie dynamique. Dans certains cas, les

réponses sont fournies dans le même registre que le registre d'entrée comme pour certains CAS. Avec les interfaces tactiles, on pourrait imaginer quelque chose d'équivalent en géométrie avec une capture et une réponse graphique.

Le fait que l'ordinateur prenne en charge les conversions, et aussi les traitements (et le calcul), est souvent pointé comme un problème à l'intégration de l'ordinateur à l'enseignement. L'argument est que si l'ordinateur fait, l'élève ne fait plus et n'apprend plus. La question de fond soulevée par cet argument est en fait de savoir si les mathématiques se réduisent à la mise en œuvre d'algorithmes (comme ceux mis en œuvre par l'ordinateur pour traiter les représentations). L'approche anthropologique répond non montrant notamment que la maîtrise d'une technique ne garantit pas la compréhension de la technologie et de la théorie que la justifient.

La conception d'un micromonde est orientée par des choix didactiques et épistémologiques différents de ceux de pratiques d'enseignement des mathématiques centrées sur l'acquisition de techniques. En effet, au travers du système d'interprétation grâce aux interfaces à manipulation directe et parce qu'il peut aussi être enrichi de nouveaux objets, relations et opérations, la conception d'un micromonde va plutôt dans le sens d'une prise en charge de plus en plus étendue des aspects algorithmiques de la représentation de objets. L'idée est d'utiliser les diverses interfaces proposées par l'ordinateur et sa puissance de calcul pour offrir des raccourcis syntaxiques à la représentation d'objets mathématiques. Ces raccourcis peuvent, par exemple, aller d'un cas simple de représentation d'une droite à partir de deux clics (deux points) ou d'un point d'intersection à partir d'un clic sur la rencontre des représentations de deux objets, à un cas plus complexe de représentation d'une droite ou une conique à partir de la trajectoire d'un stylet sur une tablette graphique, ou, plus avancé encore, de la représentation d'une droite effectivement tangente à partir d'une trajectoire raisonnablement rectiligne d'un stylet « touchant » la représentation d'un objet à l'écran. Le système phénoménal du micromonde par les représentations produites en réponse aux demandes de l'utilisateur informe sur les interprétations réalisées. Ces informations jouent le rôle de rétroactions et fournissent à l'utilisateur des éléments pour une validation interne par la comparaison entre ce qui est attendu et l'interprétation faite par le micromonde.

Il ne s'agit pas de chercher à éliminer l'apprentissage de manipulations effectives d'instruments concrets ou les traitements de l'enseignement des mathématiques, mais plutôt de rendre indépendante de la maîtrise de telle ou telle technique ou tel ou tel traitement, la construction de connaissances des objets et relations mathématiques en en permettant la mise en œuvre et l'exploration dans des activités, notamment la résolution de problèmes.

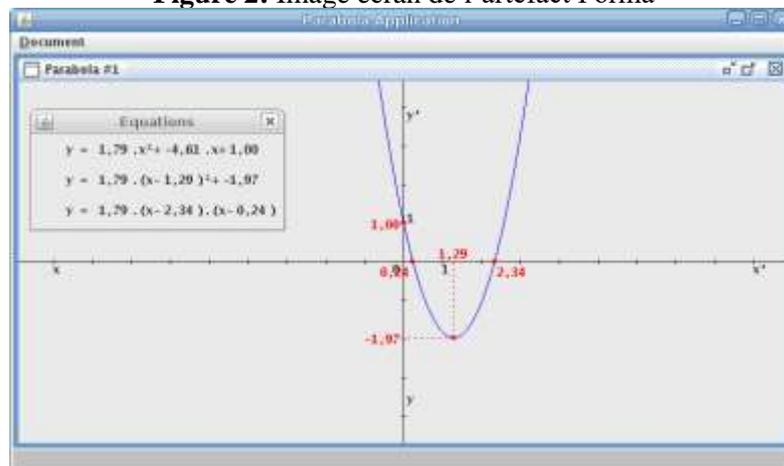
Un micromonde permet d'articuler plusieurs registres de représentation.

Par articulation, nous entendons la mise en correspondance de variations continues d'unités significantes entre différentes représentations. La modification continue de valeurs d'unités significantes d'une représentation (interface de type curseur pour les valeurs numériques, interface souris graphique pour les objets graphiques, etc.) est répercutée de façon immédiate sur les autres représentations, le système formel interne garantissant la cohérence entre les représentations. La possibilité de modification continue des valeurs d'unité significantes d'une représentation par des interfaces à manipulation directe conduit à parler de représentations dynamiques.

De nombreux micromondes offrent de telles interfaces de modification continue de représentations par manipulation directe. C'est le cas des logiciels de géométrie dynamique. Néanmoins, ces logiciels n'abordent pas les représentations du point de vue de l'approche que l'on propose ici et le plus souvent ne permettent pas des correspondances à double sens entre les modifications effectuées dans chaque représentation. Ainsi, par exemple, si un objet est défini par l'écriture de son équation, sa représentation graphique dépend de cette équation et « accompagne » les modifications quasi-continues de cette équation, mais ne pourra être modifiée (éditée). Et inversement, si un objet est défini graphiquement, son équation « accompagne » les modifications quasi-continues de cette représentation graphique, mais ne pourra être modifiée.

Avec Figure 2 (SIQUEIRA, 2009 ; SIQUEIRA & BELLEMAIN, 2012), dans le cas particulier de la parabole et son équation quadratique explicite, nous avons exemplifié ce que pourrait être un artefact permettant une correspondance à double sens entre les modifications d'unités significantes de représentations analytiques (équivalentes par traitement) et graphique de la parabole.

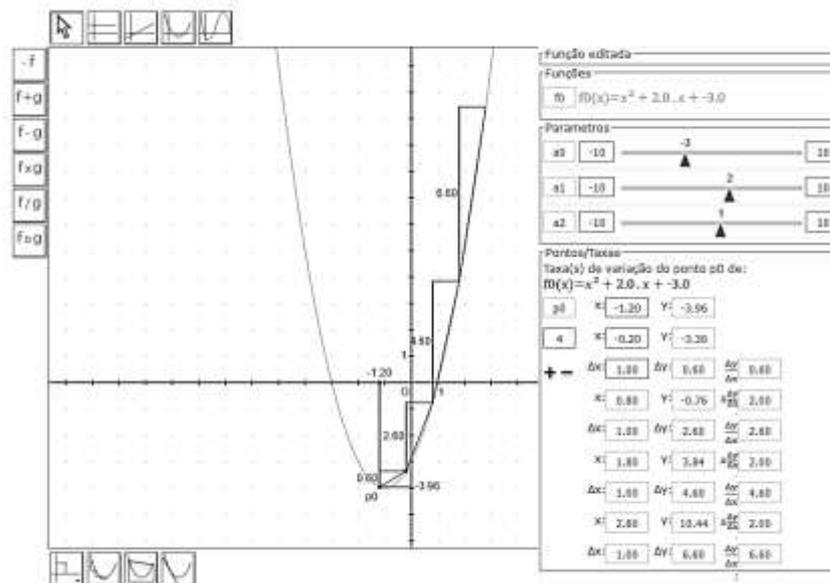
Figure 2: Image écran de l'artefact Forma



Source de l'auteur

Le principe de Forma a été généralisé à d'autres fonctions et d'autres représentations dans Function Studium (TIBÚRCIO, 2016; SILVA, 2016; SILVA et al, 2019) (Figure 3) où il est possible de modifier une même fonction par la manipulation directe de points de contrôle de sa représentations graphique, par la manipulation directe de coefficients dans l'équation au travers de curseurs, par la modification de valeurs dans un tableau de correspondance entre des nombres et leurs images par la fonction.

Figure 3: Image écran de Function Studium



Source de l'auteur

Notre proposition pour le travail présenté ici est de spécifier une architecture de logiciel qui permet de généraliser cette correspondance à double sens entre les modifications par manipulation directe des unités significantes de différentes représentations.

Un micromonde peut permettre d'effectuer des traitements dans chaque registre.

En mathématiques, le traitement privilégié est le calcul. Comme nous l'avons déjà évoqué (BELLEMAIN, 2022), ce calcul sert à trouver un résultat, mais sert aussi à réorganiser les groupes d'unités significantes par un changement de forme d'une expression. Par cette compréhension et ce rôle du traitement, son équivalent dans le registre graphique serait le processus de mise en évidence de groupes d'unités significantes de la représentation graphique d'un objet. Pour reprendre l'exemple de la parabole (Figure 2), on peut ainsi discriminer les intersections avec les axes, le sommet, l'ouverture et l'orientation, ...

Un exemple encore meilleur, il nous semble, serait celui des coniques pour lesquelles

on peut s'intéresser aux axes, aux pôles et cercles directeurs, à un pôle, une directrice et un point de passage, cinq points, etc. Les traitements réalisés sur la représentation graphique pour la détermination des diverses unités significatives sont des constructions de géométrie graphique. L'ordinateur offre la possibilité de faire varier par manipulation directe une unité significative en l'articulant avec les autres unités significatives d'un même groupe, et d'observer les covariations résultantes dans les autres représentations du même objet, ou même sur les autres groupes d'unités significatives de la même représentation.

Un micromonde peut permettre de discriminer des unités significatives par granularité variable.

Un peu en complément du paragraphe antérieur, l'ordinateur offre aussi la possibilité d'observer l'articulation entre représentations par l'observation de la covariation de sous-groupes d'unités significatives. Il ne s'agit pas ici de changer de groupe d'unités significatives par un traitement, mais de pouvoir dans un groupe donné, choisir et lier des unités (à l'aide d'interfaces) pour observer les correspondances entre des covariations de ces unités liées.

Une proposition de structuration des données

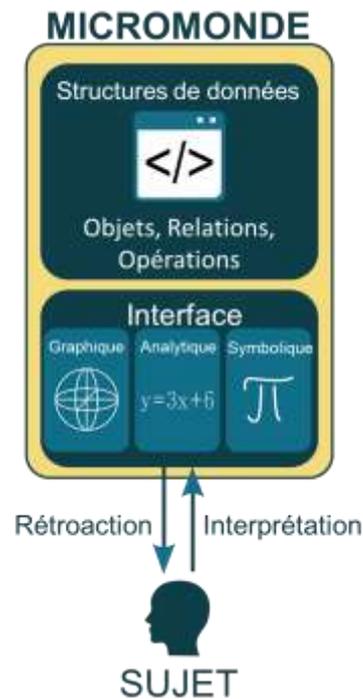
Il s'agit ici de s'approcher d'une description de ses structures de données et de l'architecture pour que des informaticiens puissent les transformer en code. Nous parlons de seulement nous en approcher pour plusieurs raisons :

- Un document de spécifications formelles n'a probablement pas sa place dans un tel article par sa longueur et sa technicité,
- Nous cherchons encore à faire une description accessible pour des non-initiés aux langages de formalisation.
- Beaucoup de questions que posent la description dans un langage de modélisation d'un micromonde médiatisant des contenus mathématiques dans divers systèmes de représentations offrant une interface à manipulation directe, éventuellement tactile, ne pourront être résolues, et le seront, probablement partiellement, qu'après de nombreux aller-retour entre prototypes et l'IDI.

Dans le cadre d'un processus dialectique entre une problématique d'enseignement et d'apprentissage et une réalisation informatique, il nous semble particulièrement important de réussir à trouver un langage partagé entre les professionnels de l'éducation et ceux de

l'informatique. D'ailleurs, réussir la communication entre ces deux professionnels est un des axes importants de l'IDI. Dans ce contexte, il nous semble que les langages de modélisation, comme *UML (Unified Modelling Language)*, ou une version de ceux-ci adaptée à notre problématique didactique, peuvent représenter un point de rencontre pertinent entre ces deux spécialités. Dans ce sens, et sans entrer dans une description trop technique, nous proposerons quelques schémas explicatifs utilisant des principes de *UML* pour illustrer l'élaboration d'éléments d'un tel langage.

Figure 4: Multiple représentation dans un micromonde



Source de l'auteur

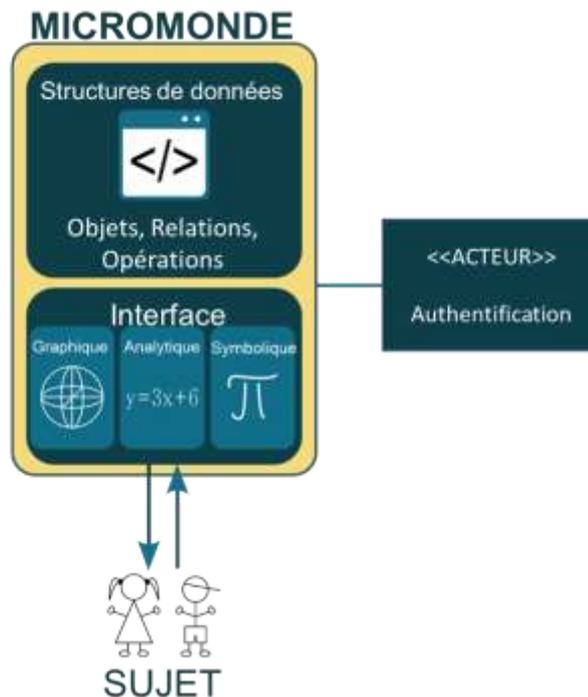
Tel que nous l'avons abordé jusqu'à présent, nous concevons, en premier lieu, un micromonde comme un environnement pour explorer et résoudre des problèmes, mathématiques dans notre cas plus spécifique. Ses caractéristiques ainsi que la discussion ci-dessus sur ses apports aux activités nécessitant l'utilisation (et l'articulation) de différents systèmes de représentation nous amène à considérer une représentation interne (formelle) des objets mathématiques, associé aux différentes représentations de ces derniers aux interfaces (Figure 4).

Dans le cadre de la modélisation informatique, les acteurs que l'on va considérer, dans un premier temps, sont donc les élèves. Évidemment, cette restriction concerne l'activité (les cas d'utilisation) que nous avons choisi de modéliser, mais dans une version plus complète de cette modélisation, il sera nécessaire de considérer l'acteur « professeur » et les moyens dont il

disposera pour « instrumenter » le micromonde dans son enseignement. Un deuxième acteur (« non humain ») que l'on introduit dans nos premiers éléments de modélisation est le système d'authentification. Comme le projet est de concevoir un micromonde pour une utilisation en ligne, l'authentification doit permettre de reconnaître l'utilisateur, ne serait-ce que pour l'enregistrement de son activité dans une banque de données (pour qu'il puisse, par exemple, reprendre cette activité à un autre moment) (

Figure 5).

Figure 5: Diagramme de contexte statique

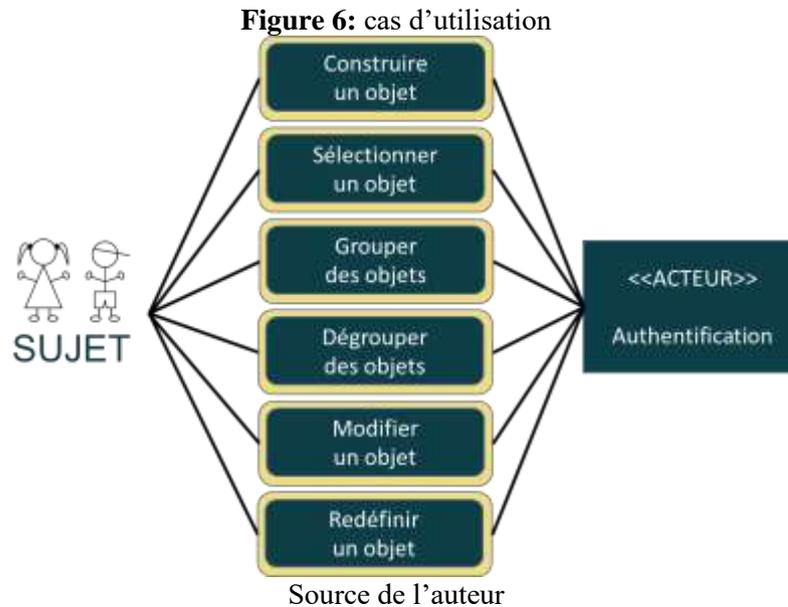


Source de l'auteur

Considérant ce contexte d'utilisation, à partir des caractéristiques d'un micromonde permettant l'articulation entre divers registres de représentation telles que décrites ci-dessus, nous proposons une liste (limitée et se voulant illustrative) de cas d'utilisation (Figure 6) : Construire un objet, Sélectionner un objet, Grouper des objets, Dégroupier des objets, Modifier un objet, Redéfinir un objet.

De cette liste de cas d'utilisation, nous en décrivons plus précisément deux : la construction et la modification d'un objet, qui sont les cas les plus cités lorsque l'on met en évidence les apports de micromonde de géométrie dynamique, ou, plus généralement, de « mathématiques dynamiques », à l'enseignement et apprentissage. On considère dans cette description le cas d'interface « souris graphique » pour la construction et modification d'objets. Même si les diverses représentations informatiques des objets ne dépendent pas des interfaces

de saisies, les scénarios pour la construction ou modification d'objets peuvent être différents si l'on utilise une interface souris graphique ou tactile. On peut notamment s'attendre à ce que la saisie de données à partir de clics (souris graphique) ou de gestes (tactile) fournit des informations différentes, conduisant nécessairement à des interprétations différentes.



Avec une interface souris graphique, construire un objet, commence par le choix d'un outil de construction (une droite, une fonction quadratique, etc.) pour ensuite fournir les paramètres de la construction (points, coefficients, etc.). Les paramètres sont fournis dans une boucle qui prend fin quand tous les paramètres nécessaires à la construction ont été fournis. Un complément d'un tel scénario serait de considérer que si des éléments déjà construits sont sélectionnés, l'outil de construction choisi s'applique à ceux-ci en les prenant comme paramètres de la construction. Bien que ce scénario soit extrêmement succinct, il permet d'élaborer un premier diagramme de séquence (

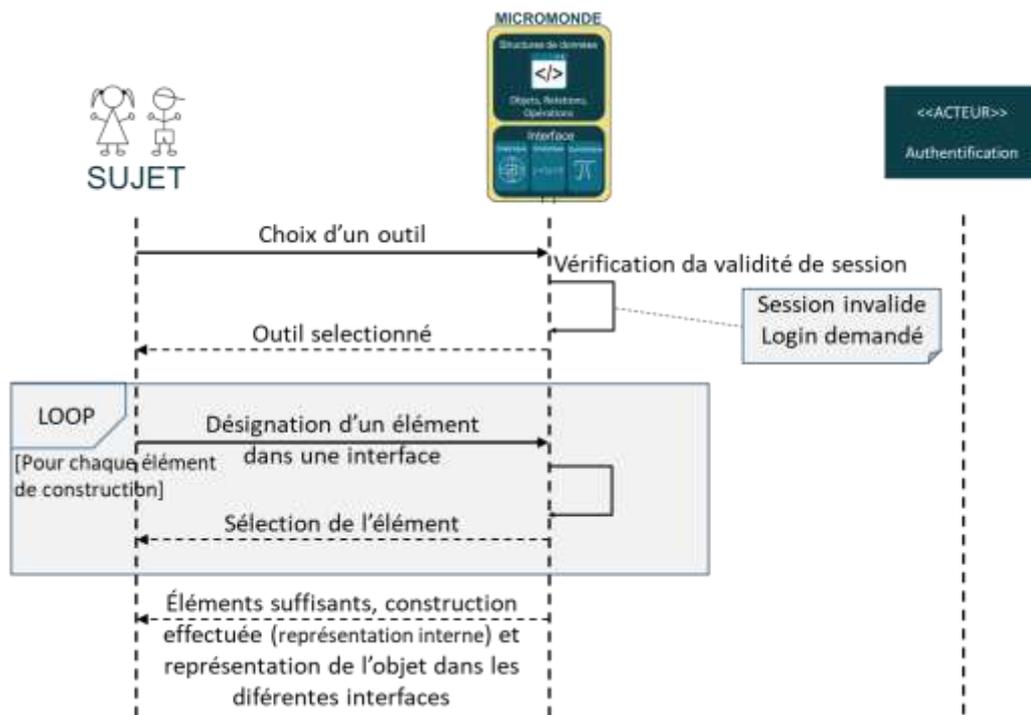
Figure 7).

Ce schéma constitue un élément concret d'interaction entre didactique et informatique. Par exemple, un point de discussion qui très vite émerge concerne l'action de désignation d'un élément dans une interface. On peut notamment envisager différentes façons de gérer cette désignation :

- Un élément ne sera « désignable » que s'il peut être paramètre de la construction (un cercle, par exemple, n'est pas un type d'objet attendu pour la construction d'une droite passant par deux points). Il n'y a pas de gestion d'erreurs de désignation puisqu'un filtre empêche celles-ci.

- N'importe quel élément peut être désigné, un message « d'erreur » informe s'il n'est pas du type attendu pour être paramètre de la construction.
- N'importe quel élément peut être désigné et le micromonde interprète sa désignation (un point est nécessaire et le centre du cercle désigné sera utilisé, l'interprétation peut aussi prendre en compte des erreurs connues des élèves) et l'utilise dans la construction.

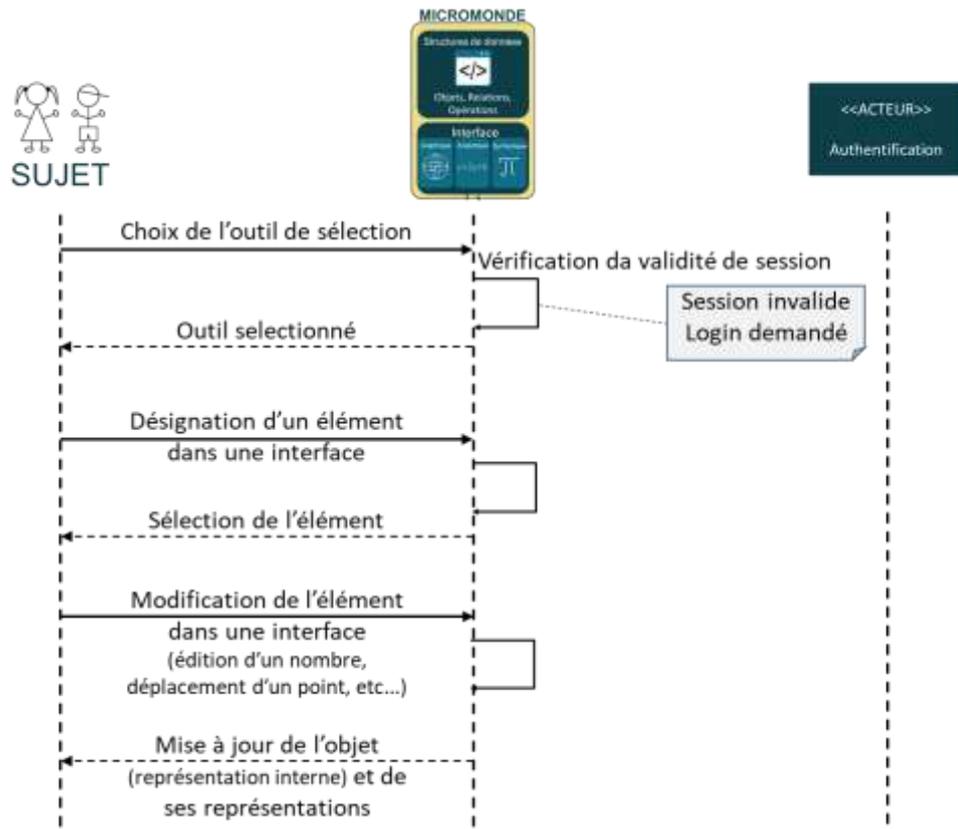
Figure 7: diagramme de séquence de la construction d'un objet



Source de l'auteur

En ce qui concerne la modification d'un objet, le scénario est finalement plus simple puisqu'il s'agit de sélectionner (ou saisir par manipulation directe) un élément (représentation d'un objet) dans une interface et le modifier par déplacement (élément graphique) ou par édition (élément textuel). Le micromonde met à jour les représentations internes et aux interfaces des objets concernés par la modification (l'objet modifié ainsi que ceux dont dépend la construction). À partir de cette description, un diagramme de séquence pour la modification d'un objet peut être construit (Figure 8).

Figure 8: diagramme de séquence de la modification d'un objet



Source de l'auteur

Au-delà d'avancer, à partir d'une problématique d'enseignement et apprentissage, dans la spécification de micromondes permettant l'articulation de différents systèmes de représentation, les quelques éléments de modélisation présentés ci-dessus ont plusieurs autres fonctions dans nos recherches et développements :

- *Langage commun* : la modélisation par un langage spécifique, comme *UML*, les besoins de la transposition didactique informatique a beaucoup plus comme objectif de faciliter le dialogue entre les informaticiens et les éducateurs que de permettre aux éducateurs de décrire de façon précise le logiciel dont ils souhaitent le développement. D'ailleurs, supposer que cette dernière assertion soit possible serait considérer que l'informatique se réduit à la programmation.
- *Transfert technologique* : Beaucoup de logiciels éducatifs, y compris des succès d'utilisation, ont été spécifiés en même temps qu'ils ont été développés. Pour prendre l'exemple de Cabri-géomètre, celui-ci a peu été spécifier et beaucoup bénéficier d'un développement « *AGIL* » fait d'aller-retours entre une utilisation en classe et des insertions ou modifications de fonctionnalités. Il ne s'agit pas de critiquer ce fonctionnement car il a très probablement eu beaucoup plus d'apports que de limites.

Il s'agit plutôt de remédier à son principal défaut : le manque de modélisation et description formelle rend quasi-impossible le transfert technologique sous une autre forme que celle du « compagnonnage ». Ceci ayant comme conséquence la disparition des logiciels avec la fin des équipes qui leur ont donné naissance. Une ingénierie reverse du code produit pour de tels logiciels, c'est-à-dire l'écriture des spécifications formelles à partir de leur programmation, aurait l'intérêt de permettre leur réécriture, évolution et finalement le transfert de leur technologie.

Les structures de données que nous allons décrire ci-dessous sont le fruit d'une articulation entre l'approche de la spécification avec un langage de modélisation et l'écriture effective de programmes. Les spécifications initiales permettent d'initier le développement et ce dernier conduit à préciser les spécifications.

Les structures de données

Pour structurer les données du système formel : objets, relations et opérations du micromonde, plutôt que de considérer une classe pour les objets et une autre pour les relations, nous avons opté pour une classe pour les objets et une classe dérivée (héritée de la première) pour les objets en relation avec d'autres. La structuration de la représentation, que ce soit pour ce qui est du système phénoménal ou du système d'interprétation, consiste en une classe formée essentiellement de méthodes : méthode pour représenter l'objet, pour gérer sa saisie (sélection) par l'utilisateur, gérer les actions de l'utilisateur sur la représentation de l'objet, etc. Pour gérer un ensemble d'objets et relations, une classe « système formel » et une classe « système de représentation » sont également définies. La classe « système formel » contient la liste des objets définis et la liste des systèmes de représentation utilisés pour représenter les objets. La classe « système de représentation » contient la liste des représentations d'un registre associées aux objets de la classe « système formel », le système formel qu'elle représente ainsi que les éléments d'interface pour la représentation des objets. Dans ces deux dernières classes, nous trouverons également des méthodes de gestion de listes.

Système formel

- o Objet Formel (type, nom, couleur, ..., méthode de calcul)
- o Objet Formel Relationné (... , famille, parents)
- o Ensemble d'objets (application associée, ensembles d'objets formels, ensemble de système de représentations, ...)

Système phénoménal

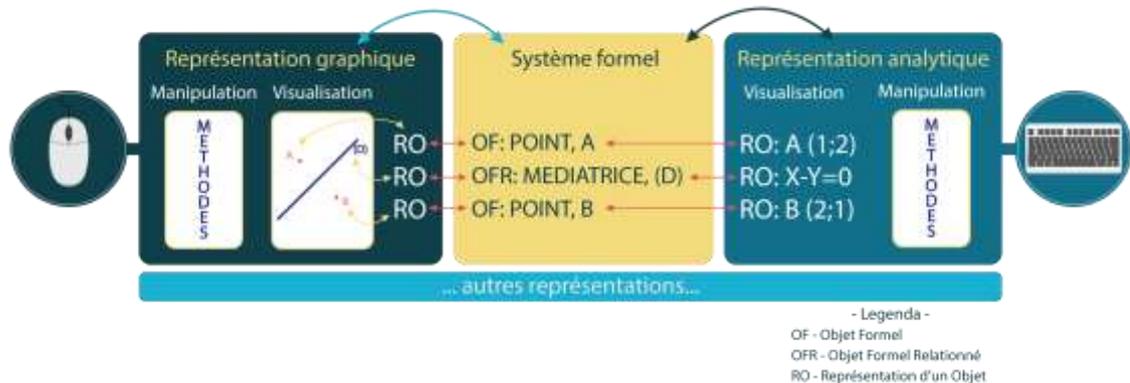
- o Elément de représentation (méthode de représentation, ...)
- o Système de représentation (système formel représenté, liste d'éléments de représentation, objet de l'interface pour la représentation, ...)

Système d'interprétation (... , méthode de détection de la saisie, méthodes de gestion des actions de l'utilisateur).

La description rapide ci-dessus est formelle et symbolique dans le sens où il n'y a pas d'informations analytiques (nombres réels par exemple) représentées. A ce niveau symbolique, il est possible d'implémenter du calcul symbolique sur les éléments du système formel. La mise en œuvre des classes présentées ci-dessus dans tel ou tel cas particulier comme pour un micromonde de géométrie dynamique, se fait par la définition de classes étendant ces classes formelles. L'ajout d'informations analytiques, l'équation d'une droite, les coordonnées d'un point, etc. sera notamment nécessaire pour permettre la représentation graphique des objets.

Restant dans le domaine de la géométrie dynamique, prenons un exemple très simple (Figure 9) pour illustrer le fonctionnement des structures de données décrites ci-dessus.

Figure 9 : Relation entre les instances des classes de l'architecture proposée



Source de l'auteur

Dans l'exemple, on considère deux points A et B et leur médiatrice (D) donnant la description suivante (Tableau 1) :

Tableau 1 : Description des objets de la figure exemple

Système Formel						Registre Graphique		Registre Analytique	
Nom	Type	Couleur	Calcul	Famille	Parents	Rep. Graphique	Edition Saisie	Rep. Analytique	Edition
A	Point	Rouge	Coordonnées	Point libre	-	DessinPoint	CaptureSouris DistSourisPoint	EcritCoord	EditCoord
B	Point	Rouge	Coordonnées	Point libre	-	DessinPoint	CaptureSouris DistSourisPoint	EcritCoord	EditCoord
(D)	Droite	Bleu	Calcul équation	Médiatrice	(A, B)	DessinDroite	CaptureParents DistSourisDroite	EcritEquation	EditEquation

Source de l'auteur

Une action sur la représentation d'un objet : déplacement d'un point (graphique), édition des coordonnées (analytique) entraîne la modification de sa représentation dans le système formel : la fonction de calcul associée détermine les coordonnées dans le système de coordonnées du système formel en fonction des coordonnées du point saisies ou de la souris à l'écran. La modification des coordonnées de la représentation du point dans le système formel entraîne la mise à jour de l'ensemble des objets qui dépendent de ce point, comme la médiatrice, puis l'actualisation des représentations graphique et analytique de ces objets.

Considérations finales et perspectives

La proposition de structuration des données décrite ci-dessus a été mise en œuvre dans la construction de plusieurs prototypes. Les contenus explorés par ceux-ci incluent la géométrie (géométrie dynamique), les fonctions d'une variable, les grandeurs géométriques (aire et périmètre), les coniques. Cette mise en œuvre a été l'occasion d'avancer sur les questions théoriques et méthodologiques (ingénierie de logiciels éducatifs) avec la thèse de Tibúrcio (2020). Elle a aussi permis d'avancer sur la validation des choix de conception, conséquence de la mise en œuvre de l'ingénierie élaborée, en offrant la possibilité d'évaluer ces choix de façon expérimentale. C'est le cas du prototype autour des grandeurs géométriques évalué dans la thèse de Silva (2019).

Au-delà des apports théoriques et de la production de prototypes comme résultats et, finalement, validation de notre recherche, il y a aussi une contribution aux diverses avancées dans le choix de la transdisciplinarité, c'est-à-dire dans la volonté d'intégrer, plutôt que de déléguer, la production effective de prototypes pour la recherche.

La description de l'architecture et des structures de données reste volontairement à un

niveau assez superficiel pour garder un caractère générique de ce que l'on a produit avec la transposition didactique informatique. Dans d'autres écrits relatifs aux différents prototypes développés, nous pourrions montrer comment passer du générique au spécifique en qui concerne la représentation de tel ou tel objet mathématique dans les différents micromondes développés.

La thèse en cours de Santos (2022) approfondit la mise en œuvre de langage de modélisation comme UML pour avancer sur la maîtrise (et adéquation) d'un langage commun aux professionnels de l'éducation et ceux de l'informatique.

Références

BALACHEFF, N. La transposition informatique. Note sur un nouveau problème pour La didactique. In: ARTIGUE, M. et al. (eds). *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. especial. La Pensée Sauvage Editions, p. 364-370, 1994a.

BALACHEFF, N. Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en didactique des mathématiques*. n. 14 v1.2, p. 9-42, 1994b.

BALACHEFF N.; BELLEMAIN, F. Conhecimento, a pedra angular do design de TEL. *Revista Tópicos Educacionais*, Recife, V. 17, N. 1-3, P. 31-59, 2007.

BALACHEFF, N.; SUTHERLAND, R. Epistemological domain of validity of microworlds, the case of LOGO and Cabri-géomètre. IN: Lewis, R. et AL. Ed. *Lessons from learning*. Amsterdam: North-Holland/Elsevier, P.137-150, 1994.

BELLEMAIN, F. ; Éléments d'ingénierie de logiciels éducatifs, le cas des micromondes pour les mathématiques : dimensions épistémologique, cognitive et didactique. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 11(25), 80–105. 2022.

DUVAL, R. **La conversion des représentations**: un des processus fondamentaux de la pensée, Du mot au concept. Conversion, Presses Universitaires de Grenoble, 2007.

OLIVEIRA, P. B. **Modelização do Teorema Fundamental do Cálculo para um Sistema Micromundo à luz da Teoria Antropológica do Didático**. 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2022.

SANTOS, T. R.; Mankala colhe três: análise da produção de uma versão digital do jogo, concebido com o suporte da engenharia didático-informática. In: **XXV EBRAPEM**, 2022, Campina Grande - PB, 2021.

SILVA, A. D. P. R. **Prototipação, Desenvolvimento e Validação de um Micromundo com Suportes para o Ensino de Área e Perímetro**. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SIQUEIRA, J. E. de M. **Articulando os registros de representação semiótica das curvas**

cônicas através da integração de recursos computacionais. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SIQUEIRA, J.E. M. **Equações quadráticas:** articulando suas formas algébricas e geométrica via um aplicativo ad hoc. 2009.160f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2009.

SIQUEIRA, J. E. M.; BELLEMAIN, F. Articulando as representações algébricas e a geométrica das equações quadráticas a partir da noção de registros de representações semióticas de Duval. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 3, p. 1-26, 2012.

SILVA, C. T. J. da. **A engenharia didático-informática na prototipação de um software para abordar o conceito de taxa de variação.** 2016. 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SILVA, C. T. J.; GITIRANA, V.; BELLEMAIN, F.; TIBÚRCIO, R. dos S. Function Studium: concepção, desenvolvimento e validação de um software para abordar funções em uma perspectiva covariacional. **Perspectivas Da Educação Matemática**, v. 12(28), p. 245-271, 2019.

TIBÚRCIO, R. S. **A Engenharia Didático-Informática:** uma metodologia para a produção de software educativo. 2020. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020

Recebido em: 13 de julho de 2022
Aprovado em: 10 de maio de 2023