

## ENGENHARIA DIDÁTICA COLABORATIVA SEMIOCOGNITIVA: UMA PERSPECTIVA TEÓRICO-METODOLÓGICA DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES PEDAGOGOS

DOI: <https://doi.org/22385800.2024.13.30.47-74>

Selma Felisbino Hillesheim<sup>1</sup>  
Méricles Thadeu Moretti<sup>2</sup>

**Resumo:** Este artigo apresenta uma possibilidade metodológica para o desenvolvimento de programas de formação continuada para professores pedagogos. Essa perspectiva metodológica, intitulada de Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva, foi concebida mediante a seguinte problemática: como abordar a aprendizagem da geometria com um grupo de professores pedagogos, considerando a perspectiva Semiocognitiva da teoria dos Registros de Representação Semiótica? Procurando solucionar esse impasse, viu-se emergir uma nova perspectiva metodológica a partir de uma tessitura entre a Engenharia Didática, a pesquisa Colaborativa, a Engenharia Didática Colaborativa e a teoria Semiocognitiva de Duval para a aprendizagem da geometria. O desenvolvimento do programa de formação, por intermédio dessa nova perspectiva metodológica, com os professores pedagogos, apontou que houve uma percepção da importância dos temas discutidos e, como consequência disso, possibilidades de incorporação desses elementos semiocognitivos em suas práticas pedagógicas.

**Palavras-chave:** Formação de professores pedagogos. Teoria semiocognitiva. Engenharia didática colaborativa.

## COLLABORATIVE SEMIOCOGNITIVE DIDACTIC ENGINEERING: A THEORETICAL-METHODOLOGICAL PERSPECTIVE ON MATHEMATICAL LEARNING FOR THE TRAINING OF PEDAGOGICAL

**Abstract:** This article presents a methodological possibility for developing continuing education programs for pedagogical teachers. This methodological perspective, entitled Collaborative Semiocognitive Didactic Engineering, was based on the following research question: How to approach geometry learning with a group of pedagogical teachers, considering the Semiocognitive perspective of the Theory of Registers of Semiotic Representation? Thus, a new methodological perspective emerged from the rearrangement between Didactic Engineering, Collaborative Research, Collaborative Didactic Engineering, and Duval's Semiocognitive Theory for learning geometry to answer this question. The development of the training program, through this new methodological perspective, with the pedagogical teachers, pointed out that there was a perception of the importance of the topics discussed and, as a consequence, possibilities of incorporating these semiocognitive elements in their pedagogical practices.

**Keywords:** Education of pedagogical teachers. Semiocognitive theory. Collaborative didactic engineering.

---

<sup>1</sup> Doutora em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Professora de matemática pela Secretaria de Estado da Educação de Santa Catarina. E-mail: [selmaf@yahoo.com.br](mailto:selmaf@yahoo.com.br) – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6919-442X>.

<sup>2</sup> Doutor em Educação Matemática pela Universidade de Estrasburgo. Pós-Doutor pela Universidade de Lisboa. Professor titular em exercício voluntário na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT/UFSC). E-mail: [mthmoretti@gmail.com](mailto:mthmoretti@gmail.com) - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3710-9873>.

## Introdução

A formação matemática dos professores pedagogos vem sendo percebida como uma questão fundamental nos sistemas educacionais. Pesquisas têm mostrado que a formação matemática do professor pedagogo é frágil e se agrava ainda mais no campo da geometria (CURI, 2004; LORENZATO, 1995). A preocupação com essa desorientação apresentada pelos professores, frente aos conhecimentos geométricos, direcionou nossos estudos para a teoria semiocognitiva de aprendizagem da geometria de Raymond Duval. Essa teoria entende que a aprendizagem da geometria passa pelo aperfeiçoamento do olhar.

A pesquisa de doutorado realizada pela autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021), propôs-se a organizar um programa de formação em geometria para professores pedagogos, considerando as operações semiocognitivas requeridas na sua aprendizagem. Entretanto, naquele momento, a autora deparou-se com uma questão metodológica: como abordar a aprendizagem da geometria com um grupo de professores pedagogos, atendendo a perspectiva Semiocognitiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica? A ideia foi de encontrar uma metodologia que pudesse dar voz ativa a esses profissionais e, ao mesmo tempo, que fosse possível acompanhar as noções de geometria que seriam abordadas durante o desenvolvimento do programa de formação.

Analisando algumas perspectivas metodológicas, dentre elas: a Engenharia Didática de 1ª geração (ARTIGUE, 1996), a pesquisa Colaborativa (DESGAGNÉ, 2007), a Engenharia Didática Colaborativa (DEROUET, 2016) e pondo-as em sinergia com os indicativos de Duval (2003, 2004a, 2004b, 2005, 2011, 2014) para a aprendizagem da geometria, viu-se despontar uma proposta teórico-metodológica para a formação de professores, nomeada de Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva (EDCSC).

Morgado (2011) aponta para a necessidade de se apostar num outro modelo de formação de professores, que não esteja baseado numa racionalidade tecnológica que insiste em produzir normas de atuação para a prática docente. Os desafios no processo de ensino e aprendizagem da geometria são muitos, exigindo do professor pedagogo a capacidade de iniciativa e decisão,

[...] não só em termos de gestão curricular, mas também no domínio da concepção e realização de projetos, do recurso a metodologias inovadoras e a estilos de ensino que permitam adequar os processos de ensino-aprendizagem às características, motivações e ritmos de aprendizagem dos alunos com que trabalham. Um pressuposto que requer uma formação que confira um protagonismo mais interventivo aos próprios formandos, sobretudo ao nível da formação contínua (MORGADO, 2011, p. 807).

É esse protagonismo pedagógico que a autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021) procurou desenvolver por meio da implantação da sua metodologia de pesquisa, promovendo dinâmicas de investigação no interior das escolas e conciliando os conhecimentos científicos com os didático-pedagógicos, visando a formação de pedagogos para o domínio da decisão e da inovação na condução do processo de aprendizagem da geometria. Assim, muito mais do que dizer ao pedagogo *o que ele deve fazer* para ensinar a geometria, abriu-se espaço para que ele *pudesse criar* as condições necessárias e específicas para conduzir a sua prática pedagógica, mediante ao desenvolvimento de um programa de formação que favoreceu o seu aperfeiçoamento teórico e pedagógico sobre a aprendizagem da geometria.

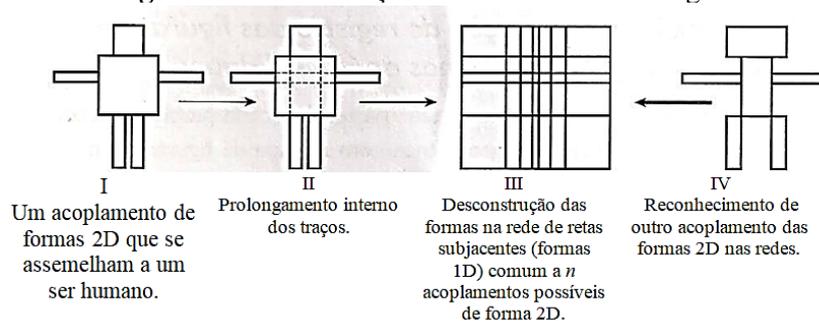
### A teoria semiocognitiva de aprendizagem da geometria

O aperfeiçoamento teórico foi um dos pontos de destaque do programa de formação. Durante o seu desenvolvimento, as noções de geometria foram abordadas na perspectiva semiocognitiva, ou seja, visando favorecer a autonomia intelectual dos professores e consequentemente dos alunos. Para tanto, houve a necessidade de que esses passassem a ver uma figura geometricamente.

Para compreender geometria, os alunos devem aprender a *desconstruir dimensionalmente* as figuras, e não a construí-las, mesmo que utilizem algum programa computacional. Eles precisam também aprender a desconfigurar uma figura para reconfigurá-la de uma outra maneira, quer dizer, independente da hipótese ou da propriedade dada (DUVAL, 2016, p. 26, grifos do autor).

A desconstrução dimensional das formas ( $nD/(n-1)D$ ) promove a passagem de uma figura à outra, permitindo observar a transformação de uma forma em outra forma de mesma dimensão, mesmo que ela assuma outro formato.

**Figura 1.** Desconstrução dimensional de uma figura.



Fonte: Duval (2011, p. 89).

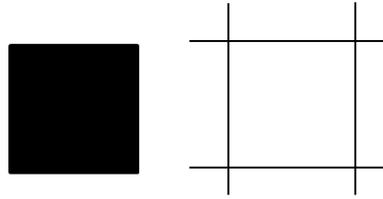
Duval e Moretti (2018) propõem duas fases para descrever o processo cognitivo que subentende a maneira heurística de ver a desconstrução dimensional das formas 2D/2D. Na primeira fase é preciso prolongar as bordas de um contorno fechado para que apareça uma rede de retas implícitas nele, neutralizando assim, a percepção direta do contorno, como pode ser percebido na figura acima, quando da passagem de I para III. Essa modificação necessária de juntar um novo traçado a uma figura elementar para surgir novas formas 2D é uma atitude “[...] que os alunos não possuem diante de uma ‘figura’” (DUVAL; MORETTI, 2018, p. 86). Isso vai exigir um processo longo de aprendizagem, tendo em vista que tal atitude é adversa à visualização icônica.

Essa tendência pesada da visualização icônica vai contra o desenvolvimento do que deve tornar o gesto reflexo para poder fazer da geometria: *decompor toda forma*, que se reconhece de emblema em um conjunto de traços ou em qualquer figura de ponto de partida, *em uma configuração de outras unidades figurais* do mesmo número de dimensões ou de um número inferior de dimensões (DUVAL, 2005, p. 16, grifos do autor).

Esse processo de decomposição de uma figura, em que se encontra uma rede subjacente de retas, percebendo as anamorfozes geométricas de uma configuração inicial em outras completamente diferentes (como pode-se observar na passagem de III para IV), constitui a segunda fase da maneira heurística de ver a desconstrução dimensional das formas. Por meio do prolongamento das bordas do contorno fechado, pode-se sair da forma 2D e passar para a forma 1D. Essa rede de configuração 1D permitiu a produção de novas configurações 2D. Pode-se reconhecer em III outras formas de “homens” diferentes da apresentada em IV. “A desconstrução é onipresente em toda definição, em todo raciocínio como em toda explicação em relação às figuras geométricas” (DUVAL, 2011, p. 90).

A desconstrução dimensional desempenha um papel fundamental no processo de visualização em geometria. É ela que permitirá a tomada de consciência das propriedades figurais em sinergia com as suas operações discursivas (DUVAL, 2011). Mas, essa forma de olhar vai contra o reconhecimento automático das formas. Por exemplo, nos anos iniciais quando é apresentada a figura de um quadrado (2D), dificilmente as crianças irão perceber o mesmo como um feixe de retas (1D) paralelas cortadas por duas retas transversais paralelas e perpendiculares ao feixe de retas, em que os segmentos formados têm todos as mesmas medidas, como mostra a Figura 2.

**Figura 2.** Desconstrução dimensional do quadrado.



Fonte: Autores.

Porém, é pela desconstrução dimensional do quadrado (2D) em segmentos de reta (1D) que as propriedades da figura emergirão, permitindo a expansão discursiva. Dificilmente uma figura 2D é reconhecida em suas dimensões menores numa primeira vista e isso leva Duval (2003) a fazer três observações:

- qualquer atividade geométrica em uma figura implica deslocamentos na escala de dimensões 3D-0D [...].
- unidades figurativas que podem ser vistas ou reconhecidas em uma figura são sempre relativos a um número específico de dimensões necessárias para o olhar ou aquele que é imposto na maneira de olhar.
- [...] dividir dimensionalmente uma unidade figurativa  $nD$  em uma configuração da unidade  $(n - 1)D$  é uma operação totalmente diferente da quebra gestáltica de uma configuração de formas 2D em outras formas 2D (DUVAL, 2003, p. 45-46).

Essas observações levam a compreender as especificidades das figuras geométricas em comparação aos demais tipos de visualização semiótica. Elas apresentam uma importante originalidade “[...] as unidades figurativas discerníveis em uma figura não são constantes, mas podem variar tanto dimensionalmente como gestalticamente, dependendo do problema a ser resolvido” (DUVAL, 2003, p. 46).

Contudo o processo de desconstrução dimensional das formas não acontece isoladamente, outros elementos cognitivos fazem-se presentes. Percebe-se que as apreensões assumem um papel significativo nas operações da desconstrução dimensional. As apreensões dizem respeito aos modos de entrar na maneira de ver em geometria. A apreensão perceptiva é a mais imediata, pois ela permite identificar ou reconhecer, num primeiro golpe de olhar, uma forma ou um objeto, seja de uma forma em 2D ou 3D. Mas, apesar de ser importante para introduzir o olhar sobre a figura, e assim poder operar com essas formas, visando à desconstrução dimensional, o seu olhar preso ao contorno das formas pode causar certos empecilhos como, por exemplo, a de não reconhecer três figuras pelo corte diagonal de um retângulo.

A apreensão sequencial, apesar de ser a mais abordada em situações de ensino, também é motivo de dificuldade para muitos alunos. Eles dificilmente conseguem atender às solicitações indicadas nos enunciados de construção ou nas atividades de descrição da reprodução de uma figura. Tendo em vista que “esta ordem depende não só das propriedades matemáticas da figura a ser construída, mas também das restrições técnicas dos instrumentos utilizados [...]” (DUVAL, 1994, p. 126).

A percepção da organização e reorganização do conjunto de formas de uma figura conduz a realização de várias operações de reconfiguração por meio de manipulações, física ou mental, sobre o todo ou parte da figura. Trata-se, portanto da apreensão operatória, que “é uma apreensão centrada nas modificações possíveis de uma figura inicial e nas reorganizações possíveis destas modificações” (DUVAL, 2012, p. 125).

No entanto, é imprescindível que a apreensão operatória estabeleça uma relação com a apreensão discursiva, que é de outra natureza. Ela “[...] equivale a mergulhar, segundo as indicações de um enunciado, uma figura geométrica particular em uma rede semântica, que é, ao mesmo tempo, mais complexa e mais estável” (DUVAL, 2012, p. 135). Isso porque a figura por si só não pode representar todas as suas características, ela precisa de uma indicação verbal para se ancorar como representação do objeto matemático.

A famosa frase de Confúcio “uma imagem vale mais que mil palavras” pode ser de grande valia em muitos contextos sociais e tem sido cada vez mais reforçada no momento atual, com a difusão das redes sociais. Todavia, quando se trata da aprendizagem de geometria, essa afirmação pode causar certos embaraços, ao postular-se “[...] que a articulação entre ‘imagem’ e ‘linguagem’ ocorreria de forma espontânea” (DUVAL, 2003, p. 39), reforçando a ideia de que a figura por si só é capaz de despertar as propriedades discursivas.

A visualização e o discurso constituem dois tipos de funcionamento cognitivo que geralmente são tomados em posições opostas no estudo da geometria, contudo, sua articulação é imprescindível para a aprendizagem (DUVAL, 2005). Essa conexão, entre visualização e discurso, implica na correspondência de conteúdos que podem ser estabelecidos entre as duas representações (figural e discursiva), atentando-se à forma que as unidades figurais e as unidades de sentidos podem ser discernidas e organizadas em cada uma das representações que são postas em sinergia cognitiva.

De maneira incontestável, a apreensão discursiva é inseparável da desconstrução dimensional da forma. A figura não apresenta as suas propriedades a partir do seu traçado,

mas a partir do que é anunciado. Nessa concepção, a figura geométrica pode tornar-se um complemento do discurso.

Dependendo da maneira que se mobiliza uma figura, podem existir diversas maneiras de vê-la. Duval (2005) agrupa essas diferentes maneiras de ver em geometria, em: visualização icônica e visualização não icônica. Na primeira, a figura é um objeto independente das operações que se efetua sobre ela e pode ser encontrada no olhar botanista e agrimensor. No olhar botanista as propriedades que se destacam nas figuras são as características visuais de contorno. É a entrada mais imediata e evidente. Já no olhar agrimensor o destaque é dado à atividade de realizar medidas sobre um terreno/superfície, passando-as para o plano do papel. Assim, as propriedades geométricas são mobilizadas em torno de medidas.

A visualização não icônica é uma configuração contextualmente destacada de uma organização mais complexa e pode ser percebida pelo olhar construtor e inventor. No olhar construtor, as figuras são construídas com o uso de instrumentos, régua não graduada e o compasso. Desse modo, as propriedades geométricas são verificadas a partir da utilização de instrumentos nas operações dos traçados sobre as formas visuais.

O olhar inventor é aquele que, para resolver um problema, adiciona traços reorganizantes na figura dada, opera sobre a figura e a modifica para descobrir um procedimento de resolução. As propriedades geométricas são mobilizadas por meio de uma rede mais complexa do que a figura dada inicialmente. Esse tipo de olhar exige “[...] uma desconstrução visual das formas perceptivas elementares que se impõem à primeira vista, para poder obter a configuração ou a figura pedida” (DUVAL, 2005, p. 11).

O olhar icônico pode ser considerado como um estágio inicial na aprendizagem da geometria e na desconstrução dimensional das formas. Embora ele não seja suficiente para resolver a maioria dos problemas em geometria, de certa forma, é um primeiro olhar que se debruça sobre a figura. A partir da ampliação do olhar botanista e agrimensor, chegamos ao olhar não icônico (construtor e inventor), que requer muito mais do que o simples reconhecimento das formas. Ele necessita de uma interpretação mais apurada sobre a figura, que perceba suas propriedades por meio de prolongamentos de traços de construção, reorganização visual das formas visualmente conhecidas, para poder decompor toda a forma em unidades de dimensão inferior da figura de partida.

Considerando que, para Duval (2005), entre todas as áreas do conhecimento matemático que o aluno precisa aprender, a geometria é a que requer a mais completa

atividade cognitiva, uma vez que “É necessário construir, raciocinar e ver, inseparavelmente” (DUVAL, 2005, p. 6), é que a autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021) desenvolveu um programa de formação para professores pedagogos, que visou o processo de aprendizagem da geometria nos anos iniciais, por meio de uma proposta teórico-metodológica inovadora, denominada de Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva.

### **Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva (EDCSC)**

As especificidades da aprendizagem da geometria fizeram a autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021) pensar, durante o seu doutoramento, na organização de um programa de formação para professores pedagogos. Entretanto, ela deparou-se com uma questão metodológica: como abordar a aprendizagem da geometria com um grupo de professores pedagogos, considerando a perspectiva semiocognitiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica?

Pensou-se na possibilidade, a partir de Derouet (2016), de se desenvolver uma metodologia de pesquisa em que a Engenharia Didática acontecesse num ambiente de pesquisa Colaborativa. A opção por aderir a esse modelo metodológico justificou-se por Hillesheim (2021) admitir ser importante o trabalho de co-construção com os professores pedagogos nos programas de formação. Dessa maneira, eles deixaram de ser apenas agentes passivos e assumiram o papel de protagonistas da sua formação e da sua prática pedagógica. O trabalho em conjunto entre pesquisador e professores foi a principal fonte de dados da pesquisa.

A Engenharia Didática se fez importante por ser muito usada em pesquisas da Didática da Matemática que comportam em seus estudos uma parte experimental, baseada nas realizações didáticas em sala de aula. Essa metodologia está estruturada em diferentes fases: as análises prévias (estudam-se as possíveis razões da existência do problema de pesquisa e das formas que ele poderá ser abordado); a concepção e análise *a priori* das situações didáticas (análise do controle do sentido, cujo objetivo é determinar no que as escolhas feitas permitem controlar os comportamentos dos alunos e o significado de cada um desses comportamentos); a experimentação (realização da sequência didática e coleta de dados), e, finalizando, a análise *a posteriori* e validação (se apoia no conjunto dos dados recolhidos quando da experimentação. É no confronto das duas análises, *a priori* e *a posteriori*, que se funda a validação das hipóteses envolvidas na investigação) (ARTIGUE, 1996).

Nesse espaço investigativo, contou-se com a participação ativa dos professores em consonância com o trabalho da pesquisadora, por intermédio de um trabalho colaborativo. A pesquisa Colaborativa, segundo Desgagné (2007), supõe a co-construção de um objeto de conhecimento entre pesquisador e docentes; joga simultaneamente sobre dois aspectos, que é o da produção de conhecimentos e o do desenvolvimento profissional dos docentes; e, contribui para a aproximação e mediação entre comunidade de pesquisa e escolar. Durante o desenvolvimento do programa de formação, contou-se com a colaboração dos professores nos estudos da teoria semiocognitiva e na elaboração de atividades, que visaram a aprendizagem da geometria nos anos iniciais, favorecendo o aperfeiçoamento profissional e buscando aproximar o mundo da pesquisa e a comunidade docente.

A autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021) inspirou-se também na metodologia de pesquisa utilizada por Derouet (2016) no seu trabalho de doutoramento, cujo objetivo foi o de desenvolver e implantar tarefas matemáticas para introduzir o conceito da função densidade de probabilidade numa classe “*terminale S*”<sup>3</sup> em Paris no ano de 2015. Para tanto, Derouet (2016) deparou-se com uma questão metodológica: “[...] que metodologia de pesquisa deve ser posta em prática para garantir a viabilidade das sessões projetadas em sala de aula?” (DEROUE, 2017, p. 6). Disposta a solucionar esse problema, esta autora desenvolveu uma metodologia de pesquisa que segue os fundamentos da Engenharia Didática propostos por Artigue (1996), acrescentando a ela uma dimensão colaborativa, na perspectiva de Desgagné *et al* (2001). Derouet (2016) definiu essa dimensão metodológica como Engenharia Didática Colaborativa,

[...] que é estruturada pela metodologia da Engenharia Didática, por isso encontramos as mesmas fases características. No entanto, dentro destas fases, algumas nuances do trabalho colaborativo (entre pesquisador e professor) são adicionadas (DEROUE, 2016, p. 203).

Esse cenário possibilitou a autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021) a conjecturar uma nova vertente metodológica, pelo estabelecimento de aproximações entre a Engenharia Didática de 1<sup>a</sup> geração, a Pesquisa Colaborativa, a Engenharia Didática Colaborativa e a teoria Semiocognitiva de Duval para a aprendizagem da geometria. A escolha pela teoria Semiocognitiva para a aprendizagem da geometria encontra respaldo nos estudos de Shulman (1986). Pois, segundo esse autor, existem três categorias de conhecimentos presentes no

---

<sup>3</sup> Na França, a classe “*terminale S*” corresponde à turma terminal de ciências que é o terceiro e último ano do ensino médio, quando o aluno escolhe o bacharelado científico.

desenvolvimento cognitivo do professor: conhecimento do conteúdo, conhecimento curricular e conhecimento pedagógico do conteúdo.

O conhecimento do conteúdo refere-se aos conteúdos específicos do componente curricular que o professor leciona. “Este conhecimento se apoia em duas bases: nos livros e nos estudos acumulados historicamente em cada uma das disciplinas; e, no saber acadêmico histórico e filosófico sobre a natureza do conhecimento nesses campos do estudo” (SHULMAN, 2005, p. 12). Diz respeito tanto às compreensões de fatos, conceitos, processos, procedimentos de uma área específica de conhecimento quanto àquelas relativas à construção dessa área. Logo, tendo como pressuposto que o professor faz parte da comunidade acadêmica, ele deve ser capaz de compreender as estruturas do conteúdo, dos princípios da organização conceitual e dos princípios de investigação.

O professor não precisa apenas de compreender que algo é assim; o professor tem de compreender melhor por que razão é assim, com que fundamentos se pode afirmar o seu mandado e em que circunstâncias a nossa crença na sua justificação pode ser enfraquecida e até negada. Além disso, esperamos que o professor compreenda porque razão um determinado conteúdo é particularmente central para uma disciplina, enquanto outro pode ser um pouco periférico (SHULMAN, 1986, p. 9).

Assim, pode-se depreender que o professor pedagogo precisa compreender que existem várias maneiras de organização do ensino da geometria, bem como os fundamentos pedagógicos para selecionar alguns em certas circunstâncias e outros em contextos diferentes. Ele também precisa compreender a sintaxe da geometria, pois “os professores têm uma responsabilidade especial no conhecimento dos conteúdos da disciplina, uma vez que eles são a principal fonte de compreensão da matéria para os alunos” (SHULMAN, 2005, p. 12). Mas, não basta ter conhecimento do conteúdo, simplesmente, para dizer se uma resposta está certa ou errada.

Logo, é preciso ter uma noção firme do conteúdo para que o professor possa gerenciar o processo cognitivo de aprendizagem dos alunos, fazendo assim com que compreendam o que é ensinado. Os equívocos dos alunos têm de ser investigados, “[...] sondados e respondidos pelo professor para promover a aprendizagem. O conhecimento do conteúdo ajuda o professor a ver qual é o objetivo na perspectiva do aluno e a reconhecer a lógica interna das perguntas e respostas dos alunos” (BUCHMANN, 1984, p. 8). Essa atenção dada pelos professores aos alunos, considerando-os como seres pensantes capazes de formularem hipóteses, exige uma mudança de postura que, diga-se de passagem, é muito mais complexa, pois exige o entendimento e o direcionamento da vida mental dos alunos.

Contudo, pode ser que a reflexão, a observação, as informações gerais e experiência pessoal talvez não sejam capazes de superar a falta de conhecimento em geometria nas atividades pedagógicas, pois conhecer e gerenciar o conteúdo geométrico com fluência vai depender, dentre outros fatores, do aprofundamento teórico conceitual. “Conhecer algo permite-nos ensiná-lo; conhecer um conteúdo em profundidade significa que, de uma maneira geral, se está mentalmente organizado e bem preparado para ensiná-lo” (BUCHMANN, 1984, p.12). Pode-se ousar dizer que quando um professor não possui os conhecimentos necessários para ensinar a geometria nos anos iniciais do ensino fundamental, corre-se o risco de que a condução do processo de aprendizagem desse conhecimento não aconteça da forma desejada.

Segundo Marcelo (2009), “o conhecimento que os formadores possuem do conteúdo a ensinar também influencia *o quê e como* o ensinam” (MARCELO, 2009, p. 19, grifos do autor). Ou seja, o conhecimento que o professor pedagogo possui sobre geometria, irá determinar as suas escolhas de conteúdos e de maneiras de ensinar.

Mas, para os professores, embora o conhecimento do conteúdo seja necessário ao ensino, ele, por si só não é suficiente, pois não garante que o mesmo seja ensinado e aprendido com sucesso. No fazer docente, outros conhecimentos são importantes, como por exemplo, o conhecimento curricular. Esse conhecimento, para Shulman (1986), representa o arcabouço dos programas destinados para o ensino dos conteúdos em um determinado nível de ensino, pelos materiais didáticos disponíveis e pelo conjunto de características que servem tanto como indicações como contra-indicações para a utilização de determinados conteúdos curriculares.

Dessa maneira, o conhecimento do currículo permite ao professor entender e dominar os materiais e programas que servem como “[...] ‘ferramentas para o ofício’ do professor” (SHULMAN, 2005, p. 11). Esse autor indica que o currículo e os materiais associados “[...] são a *matéria médica* da pedagogia, a farmacopeia da qual o professor retira os instrumentos de ensino que apresentam ou exemplificam conteúdos particulares e corrigem ou avaliam a adequação das realizações dos alunos” (SHULMAN, 1986, p. 10, grifos do autor).

O conhecimento pedagógico do conteúdo, segundo Shulman (1986), vai além do conhecimento do conteúdo em si, e alcança a dimensão do conhecimento da matéria *para o ensino*, sendo considerado um tipo de conhecimento profissional específico dos professores, pois ele

[...] incorpora os aspectos do conteúdo mais relevantes para serem estudados. Dentro da categoria de conhecimento pedagógico do conteúdo eu incluo, para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as representações mais úteis de tais ideias, as

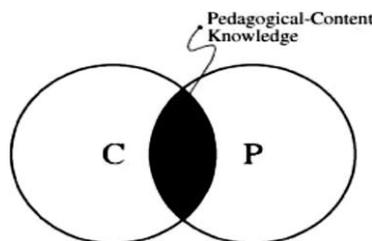
analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações. [...] também inclui uma compreensão do que torna a aprendizagem de tópicos específicos, fácil ou difícil: as concepções e preconceções que os estudantes de diferentes idades e origens trazem consigo para as situações de aprendizagem dos temas e lições, frequentemente, mais ensinados (SHULMAN, 1986, p. 9).

Se as concepções apresentadas pelos alunos estiverem incorretas, os professores precisam conhecer e mobilizar estratégias que sejam capazes de reorganizar a compreensão dos mesmos. “Como não existem formas de representação mais poderosas, o professor deve ter à mão um verdadeiro arsenal de formas alternativas de representação, algumas das quais derivam da investigação, enquanto outras têm origem na sabedoria da prática” (SHULMAN, 1986, p. 9).

O exercício profissional dos professores contribui para a construção de um novo tipo de conhecimento que é melhorado por outros conhecimentos e que é denominado por Shulman (1986) de conhecimento pedagógico do conteúdo. Esse é o único conhecimento no qual o professor desempenha um papel de protagonista, uma vez que, esse papel é de sua autoria. “[...] cada professor constrói idiossincriticamente seu ideário pedagógico a partir de pressupostos teóricos e de sua reflexão sobre a prática” (FIORENTINI, 1995, p. 3).

A capacidade de transformação do conteúdo é que distingue um professor de um especialista da matéria, fazendo a intersecção entre o conteúdo e a pedagogia, como é apresentado na Figura 3.

**Figura 3.** Intersecção entre o Conhecimento Pedagógico e o Conhecimento do Conteúdo.



Fonte: Mishra e Koehler (2006)

Assim,

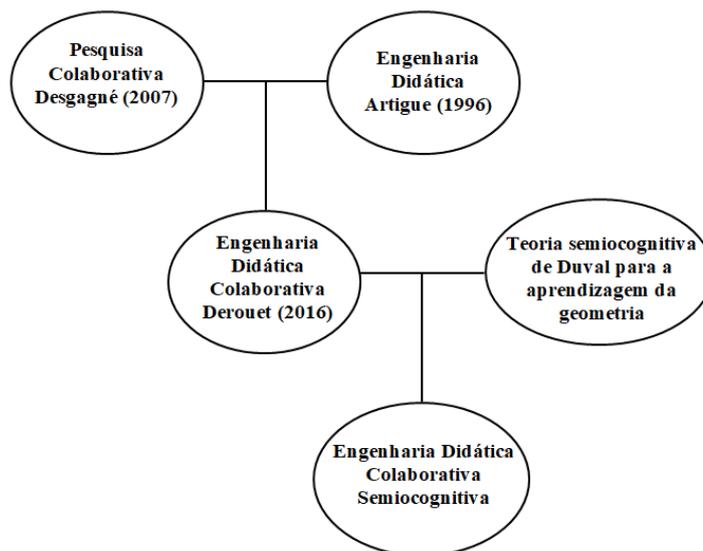
[...] a chave para distinguir a base de conhecimento para o ensino está na intersecção da matéria e da didática, e na capacidade do professor transformar seus conhecimentos da matéria em formas que são didaticamente impactantes e ainda adaptáveis à variedade de habilidades e bagagens que apresentam seus alunos (SHULMAN, 2005, p. 21).

A necessidade de oferecer um programa de formação para professores pedagogos, considerando o conhecimento pedagógico do conteúdo de geometria, fez com que a autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021), além de contemplar o estudo dos elementos da geometria com as professoras, também preocupou-se com a didática desse conhecimento. Isso tornou necessário o estudo da teoria semiocognitiva de Duval para a aprendizagem da geometria.

Entretanto, para além de uma formação teórica, necessitou-se de uma metodologia de pesquisa que, por um lado, garantisse aos professores o seu protagonismo na condução do processo de aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental, considerando todo o contexto específico de uma classe nesse nível de ensino. E, por outro lado, que fosse uma ferramenta “[...] para responder perguntas didáticas, para identificar, analisar e produzir fenômenos didáticos por meio da organização controlada de experimentos didáticos” (ARTIGUE, 2015, p. 477) e que tivesse uma dimensão aplicada.

O protótipo da árvore genealógica da Figura 4 mostra o desabrochar dessa metodologia de pesquisa.

**Figura 4.** Conjectura do surgimento da metodologia de pesquisa.



Fonte: Autores.

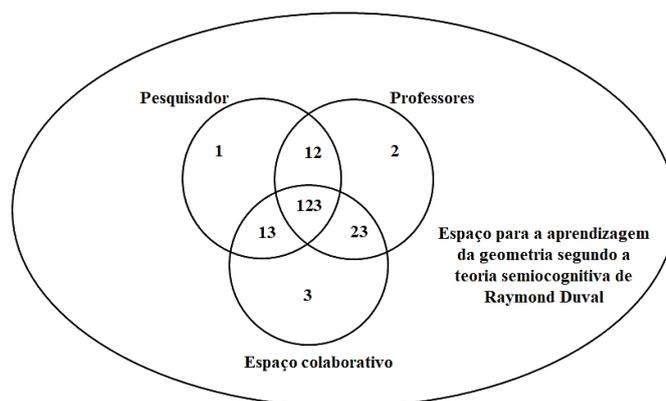
Do ponto de vista da Engenharia Didática Colaborativa, considera-se que “[...] o trabalho colaborativo implica levar em conta o ponto de vista do professor e as restrições do seu contexto de ensino” (DEROUET, 2017, p. 7). Estima-se que a promoção de um programa de formação em geometria, para professores pedagogos, valorizando o seu protagonismo no processo de co-construção das situações de ensino, foi um caminho promissor para que os professores adotassem um olhar mais abrangente, tanto no presente quanto no futuro, sobre o

processo de aprendizagem da geometria nos anos iniciais, considerando as operações semiocognitivas.

Respeitando os fundamentos da Engenharia Didática clássica como metodologia de pesquisa, observou-se a dinâmica desse complexo sistema. Ele o fez por meio da “[...] comparação da dinâmica observada com a referência fornecida pela análise *a priori*, tentando dar sentido às semelhanças e diferenças” (ARTIGUE, 2015, p. 474), para assim poder validar as suas hipóteses. Nessa direção, a Engenharia Didática é considerada essencial para o desenvolvimento de construções teóricas e vem sendo estendida a outros contextos, podendo combinar várias abordagens teóricas e sendo utilizada produtivamente para além de suas fronteiras (ARTIGUE, 2015). Essa abertura possibilitou, a autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021), elaborar uma combinação metodológica entre a Engenharia Didática Colaborativa, conforme Derouet (2016), e a teoria Semiocognitiva, apresentada por Duval para a aprendizagem da geometria.

Propôs-se uma Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva, pensando nas adaptações necessárias a um programa de formação para professores pedagogos (concomitante a sua prática docente), considerando as suas particularidades e procurando estabelecer uma relação colaborativa entre pesquisador e professores, ou seja, um processo de co-construção. O esquema da Fig. 5 representa essa metodologia de pesquisa.

**Figura 5.** Esquema metodológico da EDCSC.



Fonte: Autores.

Pensou-se ser muito significativa, no âmbito da aprendizagem, essa possibilidade de trabalho entre pesquisador e professores num espaço colaborativo, mergulhados na perspectiva semiocognitiva para a aprendizagem da geometria, atrelado a uma engenharia didática, visto que “esse trabalho de equipe entre professores e investigadores permite dar mais peso aos cenários de ensino considerados” (DEROUET, 2017, p. 7).

A tessitura metodológica construída, a partir dos entrelaçamentos entre pesquisador, professores, espaço colaborativo e espaço para a aprendizagem da geometria segundo a teoria semiocognitiva, seguiu as mesmas etapas da Engenharia Didática de 1ª geração (análises prévias, análise *a priori*, experimentação e, por fim, análise *a posteriori* e validação), com algumas adaptações. Detalharemos agora essas etapas.

### **Análises prévias da Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva**

As análises prévias da Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva estão representadas pelos círculos numerados por um dígito [1], [2] e [3]. Nessa fase, a colaboração não foi tão acentuada, mas ela contou com o olhar de todos os integrantes do processo, assumindo três diferentes perspectivas: do Pesquisador [1], dos Professores [2] e do Espaço Colaborativo [3], todos imersos no espaço semiocognitivo para a aprendizagem da geometria.

Do ponto de vista do pesquisador [1], essa fase foi estruturada em torno do contexto problemático da formação dos professores pedagogos, por intermédio de uma revisão de literatura. A dimensão epistemológica considerou as possibilidades de constituição do saber matemático escolar dos professores pedagogos, da problemática que o ensino da geometria vem sofrendo ao longo da trajetória histórica no ensino básico e da influência das correntes pedagógicas nas práticas de ensino e aprendizagem da geometria, formando o conjunto de saberes científicos dos professores.

A dimensão cognitiva observou a complexidade da constituição dos saberes docente e a evidência da importância do saber específico do conteúdo, dentre tantos outros saberes, na prática pedagógica. O desconhecimento dos professores pedagogos, tanto do conhecimento específico do conteúdo da geometria quanto das operações cognitivas que são acionadas por meio de atividades específicas para esse campo do conhecimento, podem causar certos embaraços nesses profissionais frente ao tema, contribuindo assim para um ensino às cegas, muitas vezes conduzidos pelos modelos vivenciados nas suas experiências discentes.

A dimensão didática esteve preocupada em apontar as características do funcionamento do sistema de ensino atual no curso de pedagogia. Por meio da análise documental dos currículos desses cursos na cidade de Florianópolis - SC, percebeu-se uma carga horária insignificante no curso de pedagogia destinada à matemática. Em alguns casos, a geometria não chega a ser mencionada e os objetos matemáticos não são abordados pelos seus sistemas produtores de representações semióticas.

As pesquisas brasileiras atuais, sobre a formação em geometria do professor pedagogo, apontaram contribuições importantes por meio do desenvolvimento de programas de formação. Entretanto, não foram encontradas propostas de formações para professores pedagogos que abordassem os objetos geométricos na perspectiva semiótica da desconstrução dimensional das formas, e que considerassem as apreensões, as funções discursivas da língua e a passagem do olhar icônico ao não icônico, assim como indicado por Duval (2005).

As análises prévias na perspectiva dos professores [2] foram elaboradas a partir das respostas apresentadas em um questionário aberto aplicado, individualmente, no primeiro encontro de formação. O desenvolvimento do programa de formação, com as professoras pedagogas, permitiu constatar que, realmente, a formação em geometria que elas tiveram durante a sua trajetória estudantil foi tão insignificante que muitas delas nem lembravam mais.

Os cursos de graduação em pedagogia, que essas professoras frequentaram, destinaram uma carga horária insignificante para a formação em matemática, quando comparado aos demais campos do saber, e os conhecimentos geométricos nem chegaram a ser contemplados. Esses fatores, entre outros, acabaram contribuindo para que elas adotassem o livro didático como uma das principais fontes de conhecimentos em geometria para subsidiar a sua prática pedagógica. Observou-se que nenhuma professora salientou a importância dos sistemas produtores de representações semióticas na análise da aprendizagem da geometria, bem como não foram cogitadas as operações semiocognitivas acionadas nesse processo.

As análises preliminares na perspectiva do Espaço Colaborativo [3] objetivaram construir um ambiente favorável para a aprendizagem da geometria na perspectiva semiótica. Nesse espaço, a interação entre a pesquisadora e as professoras procurou propiciar um trabalho em equipe, visando promover dinâmicas de investigação no processo de aprendizagem da geometria, permitindo adequar os processos de ensino e aprendizagem às características específicas da classe que as professoras lecionavam. Dessa maneira, no Espaço Colaborativo, as professoras amparadas nas fontes teóricas e num trabalho de equipe entre seus pares e com a pesquisadora, deveriam alcançar a autonomia sobre a sua prática, tomando consciência *do que faz, como faz, por que faz*, e tornando-se capaz de ressignificar a sua prática pedagógica.

Essas análises prévias subsidiaram a elaboração das hipóteses, indicadas a seguir.

### **Análise *a priori* da Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva**

Nessa fase, baseado nas análises prévias, considerando a perspectiva do pesquisador, dos professores e do espaço colaborativo, foi o momento da tomada de decisão para agir sobre o problema de pesquisa e tornar possível a solução deste com relação a: qual a compreensão de aprendizagem da geometria que os professores pedagogos constroem, na perspectiva semiocognitiva, num ambiente de Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva?

A fase da análise *a priori* da Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva está representada pelos espaços indicados por dois dígitos [12], [13] e [23], como mostra a Figura 5. No espaço [12] situa-se a análise *a priori* na perspectiva do pesquisador em relação aos professores no ambiente de trabalho colaborativo. A partir das análises prévias situadas no espaço metodológico [1], formularam-se as seguintes hipóteses:

- a base conceitual de geometria que os professores pedagogos construíram ao longo da sua trajetória estudantil pouco, ou nada, contribui para orientar a aprendizagem da geometria na sua prática pedagógica.
- o currículo dos cursos de pedagogia parece preocupar-se insuficientemente com a formação matemática do pedagogo, especialmente, no campo da geometria.
- as maneiras de entrar no modo de ver matematicamente em geometria na perspectiva semiótica de Duval poderá ampliar a compreensão dos professores sobre o processo de aprendizagem da geometria.
- o programa de formação continuada conduzido num ambiente colaborativo entre pesquisador e professores pedagogos poderá evidenciar o protagonismo do professor tanto nos aprofundamentos teóricos quanto na condução do processo de aprendizagem da geometria nas situações de ensino.

Essas hipóteses orientaram a organização e o desenvolvimento de um programa de formação continuada com professores pedagogos num ambiente de Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva.

Durante o planejamento do programa, foram selecionados seis textos científicos que abordaram a decomposição dimensional das formas, as funções discursivas da língua, as apreensões e os olhares. Esses textos formaram o repertório teórico de leituras que seriam realizadas pelos professores. Contudo, suspeitou-se que, se as discussões dos textos fossem

ilustradas por atividades de geometria, a serem resolvidas pelos professores, o entendimento das ideias centrais de cada texto poderia ser facilitado. Assim, os professores poderiam experienciar as operações cognitivas envolvidas na aprendizagem da geometria.

A autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021) estava ciente de que o desenvolvimento do programa de formação com o grupo de professores apresentaria muitos desafios, mas que existia a possibilidade de estes serem superados no decorrer dos encontros. O fato de adentrar num campo teórico desconhecido para os pedagogos poderia ser um processo árduo. Previu-se que a leitura dos artigos selecionados para o estudo e as suas apresentações poderiam se mostrar muitas vezes intransponíveis, havendo necessidade de intervenção para que os temas fossem compreendidos.

O propósito da autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021) era de, a partir dos referenciais teóricos estudados e das atividades de geometria realizadas durante a formação, instigar os professores a elaborarem e aplicarem atividades de geometria com seus alunos e, por fim, analisarem essas respostas num processo reflexivo amparados cientificamente. Previu-se que esse trabalho independente traria algum desconforto aos professores, por tratar-se de uma ação pouco explorada nas práticas formativas. Contudo, julgou-se importante ouvir e considerar a prática profissional desses professores associados a um estudo teórico colaborativo, como uma maneira de promover uma formação mais consistente, tendo em vista que a sua ação foi orientada tanto pela sua experiência profissional, quanto pelo estudo conceitual.

No ambiente metodológico identificado por [13] estão situadas as análises *a priori* do pesquisador com relação ao Espaço colaborativo. Esperou-se que esse ambiente pudesse integrar a formação continuada à pesquisa, ou seja, propiciar uma maior aproximação entre a universidade e a escola por intermédio de um trabalho colaborativo. Nesse espaço, professores e pesquisador buscaram, juntos, condições para proporcionar a emancipação dos pedagogos frente à aprendizagem da geometria nos anos iniciais, favorecendo o seu protagonismo pedagógico numa ação reflexiva.

No espaço metodológico [23] encontra-se a análise *a priori* na perspectiva dos professores com relação ao espaço colaborativo. Esses dados foram coletados por meio de questionário aberto, respondido individualmente, no primeiro encontro de formação. No conjunto das respostas, percebeu-se que as professoras concebem o espaço colaborativo como um ambiente importante que apresenta a possibilidade da aproximação entre a teoria e a

prática pedagógica, propiciando a ampliação e a produção de conhecimentos e favorecendo a troca de experiências.

A posição apresentada pela professora P1 ratifica o que foi defendido ao longo desses escritos. Pressupomos que existe a necessidade de o professor pedagogo ter um conhecimento profundo sobre o que ele ensina, deixando de ser um mero reprodutor de orientações curriculares elaboradas sem a sua colaboração. Vejamos sua declaração: “*Penso ser o ideal construir juntos e de forma colaborativa e não de uma coisa mecânica (siga o modelo). Muitas vezes recebemos materiais para serem aplicados e não construímos juntos*” (P1). Ou seja, parece existir a necessidade de investir numa formação pedagógica que abra espaço para a colaboração do professor, amparado em estudos teóricos, que lhe faça assumir o papel de protagonista nas situações de ensino e de aprendizagem da geometria e de outros campos do saber.

### **Experimentação, análise *a posteriori* e validação da Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva**

Chegamos ao ponto central do esquema metodológico. Nesse espaço, indicado por [123] temos a intersecção das três circunferências, onde Pesquisador, Professores e Espaço Colaborativo estão entrelaçados e imersos no espaço para a Aprendizagem da Geometria, contribuindo de diferentes maneiras, mas que juntos complementam-se, visando a aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental na perspectiva semiocognitiva e buscando o aperfeiçoamento do olhar do professor pedagogo sobre o processo de aprendizagem da geometria.

Nesse ambiente de três dígitos [123], como mostra a Fig. 5, encontra-se a fase da experimentação, análise *a posteriori*, validação e institucionalização. A fase da experimentação aconteceu efetivamente no contato direto do pesquisador com os professores, por intermédio do desenvolvimento do programa de formação com 11 professoras pedagogas. O grupo de professores foi formado a partir de um convite destinado a todos os professores pedagogos que estivessem exercendo a docência na rede municipal de ensino no município de São José no ano de 2021. Entre todos os convidados, onze professoras, que estavam exercendo a docência em escolas públicas da Secretaria Municipal (SMSJ) e Estadual (SED) de ensino no município de São José – SC, se prontificaram a participar voluntariamente do programa de formação.

O programa de formação foi na modalidade presencial, com encontros quinzenais, organizados e planejados, conjuntamente, entre pesquisadora e professoras. Os encontros foram gravados em vídeo e áudio e registrados, pela pesquisadora, em diário de bordo.

Nessa fase de experimentação, a atividade reflexiva esteve presente em todos os momentos, pois desenvolveu-se um trabalho conjunto entre pesquisadora e professoras (co-construção), o qual contemplou uma fundamentação teórica associada às práticas pedagógicas.

A cada encontro uma equipe de professoras foi responsável por organizar e conduzir os trabalhos de estudos de textos, selecionados, previamente pela pesquisadora. Nesses encontros regulares existiu uma atividade reflexiva que promoveu um intercâmbio de informações a respeito da prática e dos conhecimentos dessas professoras que não fugiram aos olhos da autora deste texto (HILLESHEIM, 2021).

Ainda na fase da experimentação, teve-se a construção conjunta (co-construção) de uma sequência de atividades que visaram a aprendizagem da geometria na perspectiva semiocognitiva de Duval, considerando a decomposição dimensional das formas, as funções discursivas da língua, as apreensões e os olhares.

Os resultados das aplicações das atividades e a análise das respostas dos alunos foram trazidos pelas professoras na forma de registro em diário de bordo e tiveram um enfoque todo especial. O confronto da análise *a priori* (a elaboração das atividades e o que as professoras esperavam que os alunos respondessem) e *a posteriori* (o que os alunos responderam) das professoras, com relação às atividades aplicadas na sala de aula, foi a fonte de dados para caracterizar a compreensão de aprendizagem da geometria do professor pedagogo.

Na fase da análise *a posteriori* e validação, as ações da pesquisadora, estiveram apoiadas na análise das produções das professoras, nas observações realizadas durante os encontros de formação e em todo o conjunto de dados recolhido durante a fase da experimentação. A pesquisadora assumiu toda responsabilidade por essa fase. Contudo, a dimensão reflexiva permaneceu em cena. Os momentos de discussão do grupo, o confronto entre a análise *a priori* e análise *a posteriori* pelas professoras sobre a produção, aplicação e o desempenho dos alunos na realização das atividades promoveu, além da atividade reflexiva, a coprodução dessa empreitada. Ou seja, por meio do trabalho de co-construção e da atividade reflexiva, obteve-se a coprodução, onde os resultados da pesquisa procuram atender tanto as expectativas das professoras, quanto as da pesquisadora.

O processo de validação da Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva foi essencialmente interno, e se estabeleceu desde a fase da concepção e da análise *a priori* até a análise *a posteriori*. Foi pelo confronto delas que se validou e refutou-se as hipóteses. No entanto, tendo em conta a dimensão colaborativa, a validação da Engenharia pelo professor, após a experiência, também precisou ser considerada. É importante ressaltar que, nesse trabalho, o sucesso ou o fracasso da Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva passou pelo atendimento das expectativas das professoras sobre o processo de aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental.

Verificou-se, mediante os argumentos apresentados pelas professoras, que a primeira hipótese parece ter se confirmado, pois observou-se que as professoras realmente não se utilizaram dos conhecimentos específicos do conteúdo da geometria, o qual deveria ter feito parte da sua formação básica, tampouco do conhecimento das operações semiocognitivas desenvolvidas pela geometria, na condução do processo de aprendizagem dos alunos. Isso porque, essa formação básica e universitária parece não ter sido suficiente para que as professoras pudessem sentir segurança para abandonar o livro didático como a principal fonte de conhecimentos utilizados para conduzir a aprendizagem da geometria na sua prática pedagógica.

Com relação a conjectura, de que o currículo dos cursos de pedagogia parece preocupar-se pouco com a formação matemática do pedagogo, por intermédio do depoimento da professora P10, pode-se perceber que essa situação é verídica.

**P10:** A nossa formação na pedagogia, a matemática ela é muito curta, elas são pequenas cadeiras, assim... Tem semestres vezes, é oito semestres de filosofia e..., não que isso não seja importante. Claro! Mas assim, tu tens oito semestres de conceito e um semestre, dividido ainda em conceito e prática matemática. Que não é ainda uma coisa só que tem. Não tem estágio na matemática, por exemplo. Quando tu vais estagiar, tu podes optar por dar uma aula de português, de ciências ou de matemática. Aí todo mundo corre da matemática, porque só sabe fazer a continha, né? E ainda não sabe se vai ensinar direito, porque não lembra se podia falar se podia pedir emprestado ou não. Eu lembro até de algumas colegas. Mas gente, e agora? Falo: peço emprestado ou não peço emprestado? É uma questão que a gente tem que pensar. E quando chega na escola a gente pensa nesse mesmo amarrado dos professores. E agora? Eu vou ensinar o que tá nesse livro aqui. Diz aqui que eu tenho que armar e efetuar essa conta. A criança vai errar. Fez errado! Chegou na resposta, mas não botou unidade embaixo de unidade, tá errado.

Podemos perceber, por esse depoimento, a dimensão que essa fragilidade de conhecimentos pode alcançar. Como ensinar aquilo que não se sabe? Logo, na dúvida, adota-se e segue-se fielmente o que o livro didático orienta, porque

**P1:** [...] é difícil ensinar aquilo que não se sabe, né? O que a gente não domina. É complicado e acho que fica estampado na cara da gente quando tu não dominas o assunto, quando tu não tens certeza daquilo que tu tá dizendo. Eu acho que, pra mim, creio que esse seja o maior problema da matemática e da geometria, mais especificamente, né?

Bem, se os currículos dos cursos de pedagogia parecem não dar conta de uma formação que seja capaz de embasar conceitualmente o professor pedagogo para conduzir o processo de aprendizagem da geometria, conforme havíamos suspeitado, o que nos resta é investir na formação continuada desses profissionais. Até porque, nenhum curso, de graduação ou de pós-graduação, será capaz de englobar todos os conhecimentos necessários, para conduzir a prática pedagógica do professor pedagogo, especialmente no que tange o processo de aprendizagem da geometria.

Sendo assim, levantou-se a hipótese de que um programa de formação continuada que possibilitasse aos professores verem geometricamente uma figura, segundo a teoria semiocognitiva de Duval, poderia ampliar a compreensão deles sobre o processo de aprendizagem da geometria. Para que essa suspeita fosse validada, a autora deste artigo (HILLESHEIM, 2021) organizou e desenvolveu um programa de formação com um grupo de onze professoras.

Os dados obtidos por meio da experimentação possibilitaram perceber que embora as leituras científicas abordadas durante a formação fizessem parte de um campo teórico até então desconhecido por elas, não as impossibilitou de adentrar na teoria semiocognitiva de Duval, mesmo que parcialmente. Segundo as professoras, isso foi possível devido ao estudo da teoria estar combinado com a resolução de atividades desafiadoras de geometria, contribuindo para que elas pudessem compreender os temas que foram abordados em cada um dos textos.

De acordo com as professoras, entre os diferenciais dessa formação a “principal foi a metodologia utilizada, pois as atividades elaboradas pela professora nos ajudaram muito na compreensão dos textos” (P7). Isso porque, “os exercícios que foram utilizados é que nos levaram a ver, a perceber coisas, características sobre a geometria que até então não havíamos explorado antes” (P9). Ou seja, “as atividades práticas fortaleceram o aprendizado. Olhar-tocar-pensar-construir-interiorizar-reconstruir, são passos que as formações deveriam levar em consideração quando se trata de aprendizado” (P10).

É provável que o estudo teórico aliado ao desenvolvimento das atividades, durante os encontros de formação, provocaram mudanças significativas na percepção das professoras sobre a geometria e o seu processo de aprendizagem, como pode ser percebido pelo

depoimento da professora P4: “*em geometria existe a necessidade de olhar para além do que se percebe num primeiro momento. Atitude que eu quase não tinha e que estou aprendendo*”.

Entretanto, para que essas mudanças pudessem ocorrer, pressupôs-se que o programa de formação precisaria ser conduzido num ambiente colaborativo, onde professoras e pesquisadora trabalhariam juntas, para que o protagonismo das professoras pudesse ser evidenciado nos momentos de aprofundamentos teóricos e na condução do processo de aprendizagem da geometria.

Observou-se, durante o desenvolvimento do programa de formação, que esse espaço colaborativo foi percebido pelas professoras como um ambiente inovador, e por isso também desafiador, que “[...] *nos tirará da zona de conforto e nos permitirá repensar a prática na sala de aula*” (P5).

Essa saída da zona de conforto pode ter permitido, por intermédio do espaço colaborativo, reacender o papel protagonista das professoras, que parece ter sido esquecido, em algum momento da sua trajetória docente.

**P2:** [...] vir pra cá e sentar e pensar, tu vê que tu não tá reduzido ainda. A gente tá se sentindo muito diminuído. Então, vê que a gente consegue pensar, consegue produzir, consegue trocar, não só nós aqui, mas todo o grupo, e ver que todas nós estamos aqui tentando fazer alguma coisa, no meio de tanta loucura, dá um gás, assim, pra vida da gente.

Inferimos que esse sentimento de revalorização docente pode ser atribuído ao trabalho colaborativo desenvolvido durante o programa de formação, que procurou promover uma aproximação entre o mundo da pesquisa e da prática pedagógica. Visto que, “*nessa formação, de forma especial, o estofa teórico ampliou ainda mais a compreensão sobre a geometria e permitiu perceber que é possível uma nova abordagem sem que o trabalho fique complicado*” (P5).

Os constrangimentos apresentados pelas professoras durante a leitura dos textos científicos, conforme já haviam sido previstos nas análises *a priori* [12], foram sendo amenizados com o auxílio da intervenção da pesquisadora nos debates, bem como através das atividades propostas durante a formação.

O estudo da teoria semiocognitiva para a aprendizagem da geometria, proposta por Duval, pode ter contribuído para que as professoras pudessem ter um olhar mais refinado em relação à geometria, bem como para o seu processo de aprendizagem. Essa possibilidade pode ser comprovada quando elas elaboraram as atividades que seriam aplicadas com os alunos. As

professoras foram desafiadas a pensar em atividades que promovessem a aprendizagem da geometria, considerando a desconstrução dimensional das formas e as operações semiocognitivas. Segundo elas, foi preciso sair do comodismo, deixar o livro didático de lado para alçar novos voos.

Foi perceptível no relato da professora P1 essa frustração de não encontrar nos livros didáticos atividades que contemplassem essa perspectiva semiocognitiva *“eu procurei inclusive naqueles que eu mais gosto [...] e não encontrei nada que eu pudesse copiar”*. Essa situação impôs a ela um desafio a ser superado: se não se encontra nada nos livros *“é você que vai ter que criar, é o teu momento de pensar alguma coisa, você não vai achar a fórmula pronta”* (P1). Depreendemos que esse momento de criação só foi possível graças a todo o embasamento teórico explorado durante a formação, que orientou a elaboração de atividades que visaram promover a aprendizagem da geometria, considerando as suas operações cognitivas.

Observou-se que as professoras deixaram de ser simplesmente reprodutoras de orientações preestabelecidas, para assumirem o papel de protagonistas na condução do processo de aprendizagem da geometria. Nada estava pronto, tudo precisou ser pensado e elaborado colaborativamente. De certa forma, essa reflexão abalou o *modus operandi* das professoras, visto que *“a gente pode continuar [...] a não pensar da maneira que a gente sempre pensou até agora, e o curso vai mudar alguma coisa”* (P6).

Todos esses depoimentos mostraram que a hipótese, de que um programa de formação continuada conduzido num ambiente colaborativo poderia evidenciar o protagonismo do professor tanto nos aprofundamentos teóricos quanto na condução do processo de aprendizagem da geometria nas situações de ensino, foi confirmada. Tendo em vista que, observou-se na performance das professoras um empoderamento e uma autonomia na condução do processo de aprendizagem da geometria, por intermédio do refinamento do olhar na elaboração das atividades, bem como no confronto entre o que elas esperavam e o que elas encontraram nas respostas dos alunos para as atividades.

### **Considerações finais**

Este trabalho procurou mostrar uma possibilidade de metodologia de pesquisa que entrelaçou o mundo da pesquisa com o da prática docente num espaço colaborativo, embrenhada pela teoria Semiocognitiva para a aprendizagem da geometria, contemplando as etapas da engenharia didática de primeira geração. A metodologia de pesquisa intitulada

Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva emergiu a partir de uma tessitura entre a Engenharia Didática de 1ª geração, a Pesquisa Colaborativa, a Engenharia Didática Colaborativa e a teoria semiocognitiva de Duval para a aprendizagem da geometria.

A metodologia de trabalho foi um dos diferenciais do programa de formação, conforme destacado pelas professoras que participaram da pesquisa. Foi proporcionado momentos de estudo teóricos intercalados com atividades de geometria, que para além de contemplar os elementos fundamentais da geometria, consideraram a desconstrução dimensional das formas como uma maneira de conduzir o olhar delas na percepção das propriedades dos objetos geométricos. Então, nada estava pronto, tudo precisou ser construído, por meio de um trabalho colaborativo entre a pesquisadora (formadora) e as professoras.

É possível que o desenvolvimento desse programa tenha apontado para a necessidade de se criar formatos de programas de formação para professores pedagogos, não somente em geometria, mas também em outros campos do conhecimento. Estimamos que a Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva seja uma proposta viável para o desenvolvimento de outros programas de formação. Mantendo a sua essência, que é o trabalho colaborativo, o estudo teórico com atividades ilustrativas, os aspectos semiocognitivos e o empoderamento do professor, e fazendo algumas adaptações, vislumbramos a possibilidade de cogitar, por exemplo, uma Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva para a Aprendizagem da Álgebra, Engenharia Didática Colaborativa Semiocognitiva para a Aprendizagem das Operações em  $N$  etc.

Pressupomos que, mais importante do que dizer aos professores pedagogos *o que fazer* para conduzir o processo de aprendizagem da matemática, é investir na capacitação teórica/conceitual desses profissionais, fazendo-os perceber que um mesmo objeto matemático pode ser representado por diferentes registros de representação semiótica, onde devem ser consideradas as transformações semióticas de tratamento e conversão. Uma vez que, segundo Duval (2011), o primeiro estágio para a compreensão em matemática encontra-se na conversão.

Inferimos que a metodologia adotada no desenvolvimento do programa de formação propiciou as professoras, para além de todas as outras aprendizagens, a aprendizagem dos objetos geométricos, abordados durante os encontros de formação, e a aprendizagem para ensinar geometria nos anos iniciais, considerando para além do conteúdo geométrico a importância das operações semiocognitivas envolvidas nos processos de aprendizagens desse

campo do conhecimento matemático, ou seja, a importância do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Os desafios da formação em matemática dos professores pedagogos exigem a continuação de pesquisas, principalmente, no que se refere à condução do processo de aprendizagem da matemática na perspectiva semiocognitiva. Nesse sentido, as reflexões, presentes neste trabalho, não se esgotam, mas nos fazem pensar em: como conscientizar os elaboradores de programas de formação continuada, para professores pedagogos, sobre a importância de se considerar o entrelaçamento entre teoria e prática como um caminho possível para que esses profissionais assumam o seu papel de protagonistas na condução do processo de aprendizagem da matemática? Esse é apenas um de muitos outros questionamentos que emergem a partir das reflexões propostas neste texto.

## Referências

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, p. 193-217, 1996.

ARTIGUE, M. Perspectives on design research: the case of didactical engineering. In: Bikner-Ahsbals A., Knipping C., Presmeg N. (eds) *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education*. **Avanços na Educação Matemática**. Springer, Dordrecht, p. 467-496, 2015. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02368164/file/Artigue-Methodologybook.pdf>. Acesso em: 5 jan. 2019.

BUCHMANN, M. The priority of Knowledge and understanding in teaching. In : L. Katz & J.aths (eds.), **Advances in Teacher Education**. Norwood: Ablex, p. 1-35, 1984.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. Tese (Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

DEROUE, C. **La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse en terminale S**. Etude de la conception et de la mise en oeuvre de tâches d'introduction articulantes lois à densité et calcul intégral. Tese (Doutorado em Didactique des disciplines – Mathématiques) - Université Paris Diderot, Paris, 2016.

DEROUE, C. La fonction de densité au carrefour entre probabilités et analyse. Une ingénierie didactique en classe de terminale scientifique. **Actes du séminaire national de l'ARDM**, Paris, p. 174-193, 2017.

DESGAGNÉ, S. O conceito de pesquisa colaborativa: a ideia de uma aproximação entre pesquisadores universitários e professores práticos. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 29, n.15, p. 7-35, 2007.

DESGAGNÉ, S; BEDNARZ, N; LEBUIS, P; POIRIER, L; COUTURE, C. L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. **Revue des sciences de l'éducation**, Montréal (Québec), v. 27, n.1, p.33-64, 2001.

DUVAL, R. Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Répères*. **Pont-à-Mousson**, Topiques éditions, n.17, p. 121-138, 1994.

DUVAL, R. Décrire, visualiser ou raisonner : quels "apprentissages premiers" de l'activité mathématique ? **Annales de didactique et sciences cognitives**, IREM de Strasbourg, n.8, p.13-62, 2003.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Tradução: RESTREPO, Myriam Vega. Santiago de Cali: Universidade del Valle – Instituto de Educación y Pedagogía, 2004a.

DUVAL, R. **Los problemas fundamentales em el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores em el desarrollo cognitivo**. Traducción: RESTREPO, Myriam Vega. Colombia: Merlín I. D. Cali, 2004b.

DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnements. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, n.10, p. 5-53, 2005. Disponível em : <https://mathinfo.unistra.fr/irem/publications/adsc/>. Acesso em: 12 mar. 2018.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. (Org.) CAMPOS, Tânia M. M. Tradução: DIAS, Marlene Alves. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução: MORETTI, Mércles Thadeu. **Revemat**, Florianópolis, v.7, n.1, p.118-138, 2012.

DUVAL, R. Rupturas e omissões entre manipular, ver, dizer e escrever: história de uma sequência de atividades em geometria. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (org.). **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática**. Ed. Ijuí: Unijuí, p.15-38, 2014.

DUVAL, R. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. Tradução: MORETTI, Mércles Thadeu. **Revemat**, Florianópolis, v.11, n.2, p.1-78, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>. Acesso em: 25 set. 2017.

DUVAL, R.; MORETTI, M. T. Temas do grupo de pesquisa em epistemologia e ensino de matemática do programa de pós-graduação em Educação Científica e tecnológica: significado do que é "fazer matemática". In: CUSTÓDIO, J.F.; COSTA, D.A.; FLORES, C. R.; GRANDO, R. C. (Orgs). **Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT)**: contribuições para pesquisa e ensino. São Paulo, SP. Livraria da Física, p.78-106, 2018. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Jose-Custodio/publication/341254712\\_PROGRAMA\\_DE\\_POS-GRADUACAO\\_EM\\_EDUCACAO\\_CIENTIFICA\\_E\\_TECNOLOGICA\\_PPGECT\\_CONTRIBUICOES\\_PARA\\_PESQUISA\\_E\\_ENSINO/links/5eb5a1064585152169c0ebdd/PROGRAM](https://www.researchgate.net/profile/Jose-Custodio/publication/341254712_PROGRAMA_DE_POS-GRADUACAO_EM_EDUCACAO_CIENTIFICA_E_TECNOLOGICA_PPGECT_CONTRIBUICOES_PARA_PESQUISA_E_ENSINO/links/5eb5a1064585152169c0ebdd/PROGRAM)

A-DE-POS-GRADUACAO-EM-EDUCACAO-CIENTIFICA-E-TECNOLOGICA-PPGECT-CONTRIBUICOES-PARA-PESQUISA-E-ENSINO.pdf. Acesso em: 03 fev. 2019.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, n.4, p. 1-37, 1995.

HILLESHEIM, S. F. **Engenharia Didática Colaborativa para a Aprendizagem da Geometria**: possibilidades semiocognitivas na formação de professores pedagogos. Tese (Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2021.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação matemática em revista - SBEM**, Campinas, SP; UNICAMP, n. 4, p. 3-13, 1995.

MARCELO, C. Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. **Ciências da Educação**, São Paulo, n.8, p. 7-22, 2009.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: a framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, v.108, n.6, p. 1017–1054, 2006.

MORGADO, J. C. Identidade e profissionalidade docente: sentidos e (im)possibilidades. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v.19, n.73, p. 793-812, 2011.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v.15, n.2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de La nueva reforma. Profesorado. **Revista del Currículum y formación del profesorado**, v.9, n.2, p. 1-30, 2005. Disponível em: <http://www.ugr.es/~recfpro/Rev92.html>. Acesso em: 12 mar. 2017.