

A CONVERSÃO DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DA FUNÇÃO AFIM E A LINEAR: UM ESTUDO DIAGNÓSTICO COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2024.13.30.212-233>

Niusláyne Rocha Batista¹
Vera Lucia Merlini²

Resumo: Este estudo tem por objetivo analisar o desempenho e a competência de conversão da representação da linguagem natural para a representação numérica, frente a questões de Funções Afim e Linear de estudantes do Ensino Médio. O aporte teórico baseia-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Trata-se de pesquisa diagnóstica de caráter descritivo, realizada com 85 estudantes da 1ª série do Ensino Médio, que responderam dois questionários com seis questões cada que, para efeito deste estudo, foram analisadas e discutidas duas delas. De acordo com os resultados da análise dos dados, foi possível observar que os estudantes têm bom domínio na conversão das representações na linguagem natural para representação numérica, tanto do ponto de vista do desempenho quanto do ponto de vista da competência da conversão das representações.

Palavras-chave: Representação na linguagem natural. Representação numérica. Diagnóstico. Desempenho. Níveis de conversão.

THE CONVERSION OF SEMIOTIC REPRESENTATIONS OF AFIM AND LINEAR FUNCTION: A DIAGNOSTIC STUDY WITH HIGH SCHOOL STUDENTS

Abstract: This study aims to analyze the performance and competence of converting the representation of natural language to numerical representation, faced with questions about Affine and Linear Functions of high school students. The theoretical contribution is based on Duval's Theory of Semiotic Representation Registers. This is a diagnostic research of a descriptive nature, carried out with 85 students from the 1st year of high school, who answered two questionnaires with six questions each which, for the purposes of this study, two of them were analyzed and discussed. According to the results of the data analysis, it was possible to observe that the students have a good command of converting representations in natural language to numerical representation, both from the point of view of performance and from the point of view of competence in converting representations.

Keywords: Representation in natural language. Numerical representation. Diagnosis. Performance. Conversion Levels.

Introdução

Algumas pesquisas no cenário da Educação Matemática têm se debruçado sobre o ensino de funções Afim e Linear no Ensino Médio. Dentre os temas discutidos nesta temática, alguns estudos como os de Salgueiro (2011), Toso (2016), Brandão (2019) e Amplatz (2020)

¹ Mestrado pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Professora na Secretaria de Educação Municipal de Malhada de Pedras. E-mail: niuslayne@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4545-8096>.

² Doutora em Educação Matemática pela PUC/SP. Filiação institucional Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC - E-mail: vlmerlini@uesc.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9784-3546>.

encontraram resultados que apontam dificuldades dos estudantes ao lidarem com representações semióticas de funções Afim e Linear. Esses resultados, assim como o presente estudo fundamenta-se na Teoria de Registro de Representação Semiótica (TRRS) de Duval (2012).

A importância dessa teoria, segundo Duval (2003a, 2012, 2013), é que o objeto matemático não é acessível e por esse motivo precisa ser representado. “De fato, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos “reais” ou “físicos”. É preciso, portanto, dar representantes” (DUVAL, 2012, p.268). Além disso, o autor afirma que para compreensão de um conceito matemático o estudante precisa realizar ao menos uma conversão de representação semiótica do objeto e a coordenação entre eles.

Isso não é diferente com o objeto matemático função, que pode ser representado pelos registros de representação algébrico $f(x) = ax + b$; numérico (tabela); gráfico (plano cartesiano) e na linguagem natural. Desse modo, para que o estudante compreenda o conceito de função é preciso que se realize a conversão entre as representações semióticas, por exemplo, da representação da linguagem Natural para a representação numérica. Considerando a conversão de representação semiótica da TRRS de Duval (2012), elaboramos um questionário contemplando 12 situações de Função Afim e Linear que sugeriam mudança de representação, para que estudantes do Ensino Médio respondessem individualmente.

Para o presente estudo, trouxemos duas situações, uma de Função Afim e uma de Função Linear que solicitam a conversão da representação da Linguagem Natural para a representação Numérica. Assim, o objetivo deste estudo é **analisar o desempenho e a competência de conversão da representação da linguagem natural para a representação numérica, frente a questões de Funções Afim e Linear de estudantes do Ensino Médio.**

A Função como objeto Matemático

Nesta seção trouxemos o conceito da Função Afim com seu caso particular a Função Linear. Iezzy e Murakami (1997, p.97) apresentam a definição da Função Afim: “Uma aplicação de \mathbb{R} em \mathbb{R} recebe o nome de Função Afim quando a cada $x \in \mathbb{R}$ estiver associado o elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$ com $a \neq 0$, isto é: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \rightarrow ax + b$, $a \neq 0$.”

Um caso especial da Função Afim é tido como Função Linear, que é expressa pela fórmula $f(x) = ax$ e está relacionada à proporcionalidade. Trata-se de *uma função* $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que, para quaisquer números reais c, x tem-se $f(cx) = cf(x)$. [...] Numa notação mais

adequada, temos que $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}$, logo f é uma Função Linear” (LIMA *et al.*, 2016, pp. 95-96, destaque do autor).

De acordo com Stewart (2013), uma função f é uma lei que associa, a cada elemento x em um conjunto D , domínio da função, exatamente um elemento chamado $f(x)$ em um conjunto E , imagem da função. O símbolo que representa um número arbitrário no domínio de uma função f é denominado uma variável independente. Um símbolo que representa um número na imagem de f é denominado uma variável dependente.

Teoria dos Registros de Representações Semióticas

A Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) desenvolvida por Duval (2003a, 2003b, 2012, 2011, 2013, 2018) tem como cerne a representação semiótica. De modo geral, a representação é uma forma de externar aquilo que estamos pensando, em Matemática as representações são utilizadas para externar o objeto matemático possibilitando realizar o estudo do mesmo. Duval (2012, p.266), em sua teoria, explicita o sentido da representação: "Isto quer dizer que os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz dele. De fato, toda confusão acarreta, em mais ou menos a longo termo, uma perda de compreensão". Um exemplo que ilustra essa afirmação é o estudante definir a função como sendo f ou a sua representação gráfica. Contudo o autor concebe que os objetos matemáticos não são acessíveis e que para acessá-los se faz necessário o uso de suas representações, assim "É preciso, portanto, dar representantes. E por outro lado, a possibilidade de efetuar tratamentos sobre os objetos matemáticos depende diretamente do sistema de representação semiótico utilizado." (DUVAL, 2012, p. 268). Aqui temos um paradoxo entre as representações que, por um lado, não podem ser confundidas como o objeto matemático e de outro lado o acesso e compreensão o objeto matemático se dá por meio da representação.

De um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível. Este paradoxo pode constituir-se num grande círculo para a aprendizagem. (DUVAL, 2012, p. 266)

Dentre as representações temos as representações mentais e semióticas "As representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado" (DUVAL, 2012, p. 269), ou seja, estar relacionada com as atividades cerebrais

de raciocínio. Já as representações semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento.” (DUVAL, 2012, p. 269). Duval (2012) exemplifica alguns sistemas de representação semióticas:

Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, este ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. De fato, elas desempenham um papel primordial (DUVAL, 2012, p. 269).

Deste modo, é indispensável realizar uma articulação entre os registros de representação e assim promover a formação do conceito matemático. Duval (2003a, p.22) aponta que “É a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e não o inverso, qual seja, o “enclausuramento” de cada registro”. Antes de realizar estas articulações é preciso destacar duas transformações: o tratamento e a conversão. Este artigo tem como foco a atividade de conversão, que é a passagem de uma representação para outra representação em registros distintos, por exemplo, a passagem da representação linguagem natural para a representação gráfica. “As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica.” (DUVAL, 2003a, p.16). Em outras palavras o autor salienta que:

A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A conservação é uma transformação externa ao registro de início (o registro da representação a converter). A ilustração é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural. A tradução é a conversão de uma representação linguística numa língua dada, em outra representação linguística de outro tipo de língua (DUVAL, 2012, p. 271).

Pode assim considerar a conversão como a transformação de uma representação para outra de tal forma que haja uma correspondência entre eles. A exemplo, temos a Função Afim que pode ser representada na linguagem natural, em seguida convertê-la para a representação numérica e, ainda, convertê-la para a representação gráfica, sabendo que a conversão pode ser realizada em diferentes ordens.

Como fora discutido anteriormente, o trabalho com a representação de forma isolada causa um enclausuramento de registro e por isso devemos realizar não só uma conversão entre as representações como também uma coordenação entre elas. Contudo, para que ocorra a atividade de conversão se faz necessário o reconhecimento das unidades de sentido em cada registro.

Não existe outra possibilidade de reconhecer que não seja por meio de uma correspondência, termo a termo, entre os conteúdos de dois registros diferentes, como nos exemplos:

- Se a língua e as figuras geométricas são os registros utilizados, é preciso reconhecer a correspondência entre certas **unidades discursivas de sentido** de um enunciado (definição, teorema) e certas **unidades figurais** da configuração geométrica;
- Se a expressão simbólica de relações e a língua são os registros utilizados, é preciso reconhecer a correspondência entre certas **unidades de sentido** do enunciado e as **unidades simbólicas** da equação (letras, sinais de operações e de relação);
- Se a expressão simbólica de relações e os gráficos cartesianos são os registros utilizados, será preciso reconhecer a correspondência entre cada uma das **unidades de sentido** da equação ou inequação e os diferentes **valores visuais** de uma reta, de uma curva, etc. (DUVAL,2018, p.9, grifo nosso)

De acordo com o autor, cada registro terá sua unidade de sentido, sendo assim, a linguagem natural terá as unidades discursivas, as figuras terão as unidades figurais, os símbolos terão as unidades simbólicas e os gráficos os valores visuais. Após o reconhecimento no registro se faz necessário as correspondências termo a termo para a atividade de conversão. Duval(2018) explica que o reconhecimento é condição cognitiva para compreender o objeto matemático.

É a condição cognitiva para compreender matemática e saber como utilizar, em situações da realidade, os conhecimentos apreendidos. Para atender este objetivo, atividades específicas devem ser elaboradas em função das variáveis cognitivas que correspondem a maneira de ver, designar, definir, raciocinar que cada registro permite pôr em prática. O reconhecimento espontâneo de um mesmo objeto em representações distintas é o primeiro umbral a ser superado para que o aluno não se sinta perdido em uma atividade de sala de aula (DUVAL,2018, p.25).

Estas variáveis cognitivas são inerentes de cada tipo de registro em cada objeto matemático, ou seja, temos as variáveis discursivas de sentido ou variáveis de sentido, as variáveis figurais, as variáveis simbólicas e as variáveis visuais. Nesta pesquisa abordaremos o registro numérico na forma de tabela. Para este registro Duval (2003b) salienta sobre suas unidades de sentido:

Ao distribuir os dados de acordo com uma interseção de linhas e colunas, a tabela separa visualmente. A identificação de unidades significantes ou



unidades de informação, portanto, não requer mais aquelas operações preliminares que são necessárias na leitura de um enunciado ou de um texto: a segmentação da continuidade do discurso em unidades e seu reagrupamento em unidades mais complexas correspondentes (DUVAL, 2003b, p.32-33).

Neste trabalho o autor aborda vários tipos de tabela, inclusive as de dupla entrada, caso específico que nesta pesquisa é utilizado para representar funções. No quadro a seguir foi elencado as unidades simbólicas da tabela que apresentam o par ordenado da função. Direcionamos as variáveis simbólicas e seus valores para função Afim e Linear.

Quadro 1: Valores e variáveis simbólicas- numérica para Função Afim e Linear

Variáveis simbólicas- numérica	Valores das variáveis simbólicas- numérica
(x, y) em que $x = c$ em que a é uma constante (x, c)	- Neste caso a função é constante, pois os valores do domínio variam e o da imagem se mantêm;
(x, y) em que 1) $x = y$ ou (x, x) 2) $x \cdot a = y$, então $x < y$ $(x, x \cdot a)$ 3) $(x \cdot a) + b = y$, então $x < y$ $(x, (x \cdot a) + b)$ Obs. Quando $x = 0$ $y = b$ $(0, b)$ Quando $x = 1$ $y = b$ $(1, a + b)$ 4) $(x \cdot a) - b = y$, então $x < y$ $(x, (x \cdot a) - b)$ Obs. Quando $x = 0$ $y = -b$ $(0, -b)$ Quando $x = 1$ $y = -b$ $(1, a - b)$	Função crescente -O caso 1 é uma função identidade, em que y cresce à medida que x cresce; -O caso 2 é uma função Linear, em que a imagem cresce na mesma proporção que o domínio cresce considerando a constante de proporcionalidade a . -O caso 3 e 4 é uma função Afim, em que se tem a constante de proporcionalidade além do incremento b . No caso 3 o incremento é positivo e no caso 4 o incremento é negativo.
(x, y) em que 1) $-x = y$ ou $(x, -x)$ 2) $x \cdot -a = y$, então $x > y$ $(x, x \cdot -a)$ 3) $(x \cdot -a) + b = y$, então $x > y$ $(x, (x \cdot -a) + b)$ Obs. Quando $x = 0$ $y = b$ $(0, b)$ Quando $x = 1$ $y = b$ $(1, -a + b)$ 4) $(x \cdot -a) - b = y$, então $x > y$ $(x, (x \cdot -a) - b)$ Obs. Quando $x = 0$ $y = -b$ $(0, -b)$ Quando $x = 1$ $y = -b$ $(1, -a - b)$	Função decrescente -O caso 1 é uma função identidade, em que y decresce à medida que x decresce; -O caso 2 é uma função Linear, em que a imagem decresce na proporção que o domínio cresce considerando a constante de proporcionalidade a . -O caso 3 e 4 é uma função Afim, em que se tem a constante de proporcionalidade além do incremento b . No caso 3 o incremento é positivo e no caso 4 o incremento é negativo.

Fonte: Elaborado pelo autor

O Quadro 1 apresenta as variações que ocorrem nos coeficientes a e b e como isso impacta no par ordenado. Já a coluna de valores discute como isso impacta na interpretação da função. O Quadro 2 apresenta as variáveis discursivas que são recorrentes na representação da função Afim e Linear no registro da linguagem natural.

Quadro 2: Valores e variáveis discursivas para a função Afim e Linear

Variáveis discursivas	Valores das variáveis discursivas
Mais, aumento	Adição
Menos, déficit, diferença	Subtração
Dobro, triplo, quatro vezes...	Multiplificação
Metade, meio, um terço, dividir, partilhar	Divisão



O intuito da construção do Quadro 2 é exemplificar as variáveis discursivas, que por vezes, aparecem no discurso ou em situações de ensino. Contando que a língua portuguesa tem uma infinidade de palavras, este quadro traz apenas exemplos das palavras que podem atender o objetivo de atividades específicas pondo em prática os valores dessas variáveis. Com este conjunto de valores é possível representar, por linguagem natural, a função Afim e a Linear.

Aspectos metodológicos

Este é um estudo de caráter diagnóstico por se tratar de uma “pesquisa descritiva na qual o pesquisador busca conhecer e interpretar a realidade, contudo sem modificá-la” (RUDIO, 2015, p.69). Nosso interesse numa pesquisa descritiva deve-se ao fato de querermos descobrir e observar fenômenos, para então descrevê-los, classificá-los e interpretá-los. Desse modo, os dados obtidos podem ser qualitativamente analisados, descrevendo por categorias o fenômeno, ou ainda quantitativamente analisados por meio de estudos estatísticos.

A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual no sudoeste da Bahia que atende o Ensino Médio nos três períodos. A escolha desta escola se deu pela acessibilidade. Quanto à escolha dos estudantes desse nível escolar, foi pelo fato que, no período da coleta de dados, já teriam trabalhado com Funções Linear e Afim.

Os estudantes participantes da pesquisa fazem parte de três turmas de 1º ano do Ensino Médio, sendo uma turma do ensino médio regular (manhã) e duas turmas do ensino médio técnico em agroecologia (manhã e tarde). Cada turma tem, em média, 35 estudantes. Elaboramos um questionário com 12 questões, sendo que sua aplicação foi realizada em dois dias distintos. Seis questões no primeiro dia, que denominamos por questionário γ , e as outras seis, questionário denominado por α , no segundo dia. Embora a média de cada turma fosse 35 estudantes, fizemos a análise somente dos estudantes que responderam os dois questionários, assim tivemos a participação de 85 estudantes no total.

Para efeito deste estudo, das 12 questões, analisamos duas delas, aquelas que solicitam a conversão das representações da Linguagem Natural para a representação Numérica, que nomeamos de Q1 γ _FA, questão 1 do questionário γ de Função Afim, e Q1 α _FL, questão 1 do questionário α de Função Linear. O item (a) das questões solicita a conversão das representações, da linguagem natural para a representação numérica; quanto ao item (b) pede que o estudante escreva como pensou para elaborar a tabela. Q1 α _FL traz o seguinte enunciado:

Quadro 3: Questão Q1 α _FL

Q1 α . Toda vez que entra um cachorro novo no canil Au-Au o veterinário aplica quatro vacinas para protegê-lo de doenças. Na segunda-feira entraram 2 cães, na terça 6 cães, na quarta 9, na quinta entraram 16 e na sexta 4 cães.

- Elabore uma tabela que mostre o total de vacinas aplicadas em cada dia da semana.
- Como foi a sua ideia para construir a tabela?

Fonte: Adaptado Blanton e Kaput (2004)

A Q1 α _FL é uma típica situação de proporção simples, do tipo um para muitos (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2012), que pode ser representada por uma Função Linear. Usando a definição de Função Linear é possível obter a função $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dada por $f(x) = 4x$, as variáveis x e $f(x)$ representam, respectivamente, a quantidade de cães que deram entrada em cada dia da semana e a quantidade de vacinas aplicadas em cada dia. Uma possível resposta correta seria o estudante utilizar alguns dias da semana e as respectivas quantidades de cães e de vacinas para construir a tabela.

Quadro 4: Uma possível resposta de forma correta da Q1 α _FL

	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta
Quantidade de cães	2	6	9	16	4
Quantidade de vacinas	8	24	36	64	16

Fonte: Elaborado pelo autor

Esse é um possível modelo de tabela que poderá ser elaborada, com três linhas, sendo que a primeira dela é o dia da semana. No entanto, é provável que os estudantes apresentem outros modelos de tabela que serão analisados, ou ainda, que apresentem tão somente as operações sem que os resultados encontrados sejam ordenados em uma tabela.

Independente da formatação final dos resultados encontrados pelo estudante, ou seja, se ele irá ou não fazer a conversão da representação da linguagem natural para a representação numérica, temos como hipótese que a quantidade de acertos será maior nessa questão por se tratar de uma Função Linear. Q1 γ _FA traz o seguinte enunciado:

Quadro 5: Questão Q1 γ _LA

Q1 γ . Para entrar no parque diversões Divirta-se é cobrado uma entrada no valor de R\$ 5,00 e para andar em cada brinquedo paga-se R\$ 4,00. Ana andou em 2 brinquedos, Paulo andou em 4, João em 7 e Teo em 15 brinquedos.

- Elabore uma tabela a que mostre o gasto total que cada um teve no parque.
- Explique para um colega imaginário como você pensou para construir essa tabela.

Fonte: Questão elaborada pelo grupo Repare

O Quadro 5 apresenta a Q1 γ _FA que pode ser modelada pela Função Afim $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 4x + 5$, sendo o 4 como coeficiente angular; o x a quantidade de brinquedos que cada um andou, o 5 o coeficiente linear; e $f(x)$ o respectivo valor a ser pago. O Quadro 6 apresenta uma possibilidade de resposta correta.

Quadro 6: Uma possível resposta correta na Q1 γ _FA

	Ana	Paulo	João	Teo
Quantidade de brinquedos	2	4	7	15
Valor a ser pago	13	21	33	65

Fonte: Elaborado pelo autor

Como fora citado anteriormente, esta é uma possibilidade de tabela que o estudante poderá apresentar, sendo que a primeira linha apresenta os nomes, a segunda a quantidade de brinquedos que cada um andou e, finalmente, a terceira linha que traz os respectivos valores que cada um gastou no parque.

Contudo, existe a possibilidade dos estudantes apresentarem outros modelos de tabela que também serão analisados. É possível ainda, que eles apresentem tão somente as operações e que os respectivos resultados encontrados não estejam ordenados no formato de uma tabela.

Em contrapartida, independente da formatação final dos resultados encontrados pelos estudantes, ou seja, se eles farão ou não a conversão das representações da linguagem natural para a numérica, temos como hipótese que a quantidade de acertos será menor nessa questão por se tratar de uma Função Afim. Esta hipótese está atrelada à possibilidade que os estudantes considerem apenas o valor a ser pago em cada brinquedo desprezando o valor de R\$ 5,00 pago na entrada, referente ao coeficiente linear.

O diagnóstico ocorreu na sala de aula nos horários das aulas de Matemática com o professor regente presente durante a aplicação. Cada aplicação foi individual e sem consulta, em que tivemos dois encontros de 100 minutos em duas semanas consecutivas. Logo, na primeira semana foi aplicado o caderno α e na segunda o caderno γ .

No que diz respeito aos procedimentos de análise, conforme o objetivo proposto, esta será realizada quanto a competência na conversão das representações, tendo em vista a análise estatística dos dados. Do ponto de vista qualitativo, de acordo com as respostas, foram criadas categorizações.

Do ponto de vista do desempenho

A primeira análise foi um olhar sobre a complexidade das questões Q1 α _FL e Q1 γ _FA no que diz respeito ao tipo de Função, Afim e Linear. Para analisar o nível de complexidade

das questões realizamos o teste não paramétrico de McNemar (SIEGEL; CASTELLAN, 2006). Para essas análises utilizamos o nível de significância de 5%. Cada questão foi corrigida como correta sendo atribuída um ponto e zero caso estivesse errado ou em branco. A nossa hipótese é que os estudantes apresentem o melhor desempenho na questão de Função Linear.

Do ponto de vista da competência na conversão das representações

A partir das respostas registradas nos itens (a) e (b) dos protocolos dos estudantes serão criadas categorias que caracterizam níveis de competências em relação a conversão das representações na linguagem natural para a representação numérica.

Resultados

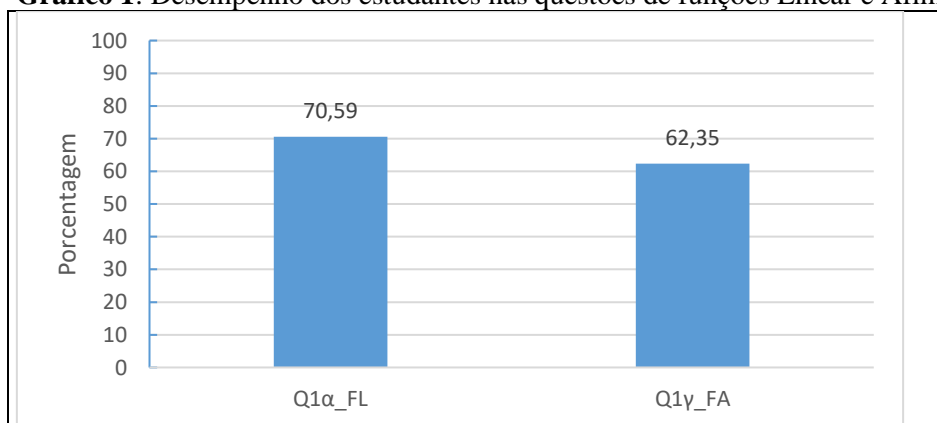
Retomando o objetivo deste estudo, **analisar o desempenho e a competência de conversão da representação da linguagem natural para a representação numérica, frente a questões de Funções Afim e Linear de estudantes do Ensino Médio**. Apresentamos os resultados estatísticos quanto ao desempenho em cada questão e a comparação do nível de complexidade entre ambas. Em seguida, analisamos a competência na conversão da representação da linguagem natural para a representação numérica.

Análise do ponto de vista do desempenho

Para esta análise consideramos como resolução correta a elaboração da tabela com destaque para a variável independente, que poderia estar apresentada na 1ª linha ou na 1ª coluna e, ainda a variável dependente que poderia estar apresentada na 2ª linha ou na 2ª coluna, respectivamente, além disso, os valores devem estar corretos em cada uma de suas células.

No Gráfico 1 apresentamos o desempenho dos estudantes nos dois tipos de funções (Linear e Afim), as questões Q1 α _FL que tratam da função Linear tiveram um desempenho de 70,59% sendo o desempenho na questão Q1 γ _FA que trata da função Afim foi de 62,35%.

Gráfico 1: Desempenho dos estudantes nas questões de funções Linear e Afim



Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com os dados do Gráfico 1, observamos uma diferença de 8,96 pontos percentuais a favor da questão de função Linear. Para que pudéssemos saber se essa diferença é significativa, analisamos o nível de complexidade entre Q1 α _FL e Q1 γ _FA, utilizando o teste de McNemar, conforme os dados apresentados na Tabela 1 e no Gráfico 2.

Tabela 1: Nível de complexidade da Q1 α _FL e Q1 γ _FA

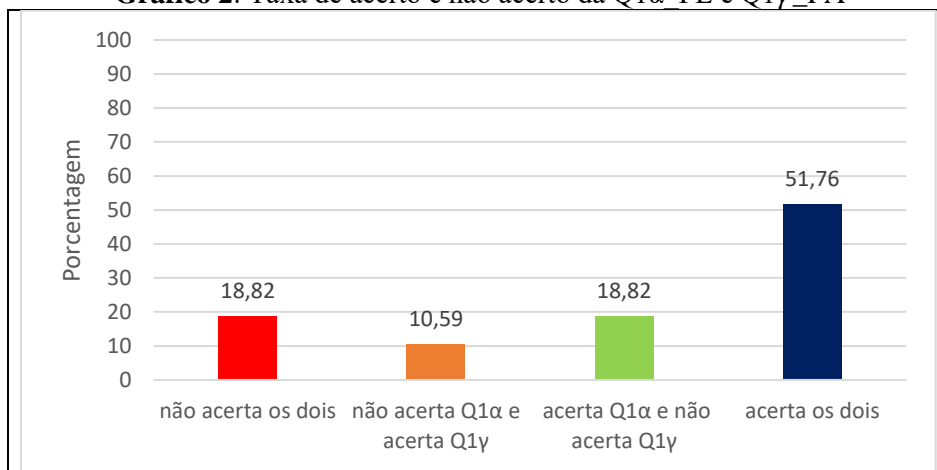
Q1 α _FL	Q1 γ _FA		Total
	Não certa	Certa	
Não certa	16	9	25
Certa	16	44	60
Total	32	53	85

Teste de McNemar: n = 85; p-valor = 0,23

Fonte: Dados da pesquisa.

Ao observar os dados da Tabela 1, que trata do nível de complexidade entre as questões, temos que 16 estudantes que acertam a Q1 α _FL e não acertam a Q1 γ _FA. Já a quantidade de estudantes que acertam a Q1 γ _FA e não acertam a Q1 α _FL é nove. Estes dados mostram que, para esta amostra, a função Afim é igualmente complexa ao ser comparada com a função Linear, no que diz respeito à conversão das representações da linguagem Natural para o a representação numérica, ou seja, não há diferença significativa. A figura 2 apresenta o teste de McNemar em um gráfico, estes dados são apresentados em percentual.

Gráfico 2: Taxa de acerto e não acerto da Q1 α _FL e Q1 γ _FA



Fonte: Dados da pesquisa.

A partir dos dados do Gráfico 2 é possível observarmos que a maioria das respostas das duas questões, 51,76%, acertam a função Afim e Linear simultaneamente. Esse dado é animador, visto que a conversão da representação da linguagem natural para a representação numérica pode não ser tão simples. Nessa conversão, embora não houvesse uma diferença significativa entre as funções, os estudantes que acertam a questão de função Linear e não acertam a de função Afim é de 18,82% enquanto o percentual que acerta a função Afim e não acerta função Linear é de 10,59%.

Análise do ponto de vista da competência de conversão das representações

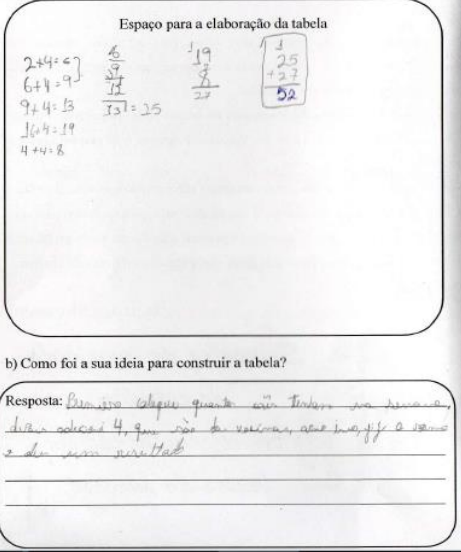
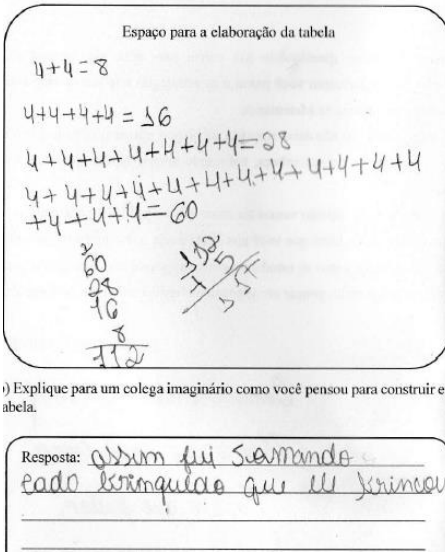
A partir das respostas dos estudantes, considerando que foram 170 possíveis respostas, produto entre a quantidade de estudantes (85) e as duas questões analisadas.

Desse modo, demos início à análise categorizando em primeiro lugar se os estudantes são capazes de identificar a lei de formação da função ou não; em seguida, categorizamos se eles realizam a conversão da representação e se está de forma coerente (da linguagem natural para a numérica, em formato de tabela) ou não coerente (da linguagem natural para qualquer outra representação). Para cada uma dessas categorizações trouxemos extratos de protocolos para que possamos discuti-las.

Não identifica a função e não realiza a conversão

Nesta categoria estão os protocolos cujas respostas o estudante não identifica a lei de formação da função e assim não consegue realizar a conversão de representação. A Figura 1 traz dois extratos dos protocolos que ilustram esta categoria.

Figura 1: Extratos de Protocolos

<p>Espaço para a elaboração da tabela</p>  <p>b) Como foi a sua ideia para construir a tabela?</p> <p>Resposta: Primeiro coloquei quatro em todos os espaços, depois coloquei 4, que são de mais, até chegar o resultado</p>	<p>Espaço para a elaboração da tabela</p>  <p>i) Explique para um colega imaginário como você pensou para construir essa tabela.</p> <p>Resposta: Assim foi sumando cada elemento que eu escrevi</p>
<p>Extrato Protocolo do estudante E01 na Q1α_FL</p>	<p>Extrato Protocolo do estudante E62 na Q1γ_FA</p>

Fonte: Dados da pesquisa.

Antes de analisarmos os extratos dos protocolos da Figura 1, transcrevemos as escritas dos estudantes E01 na Q1 α _FL e E62 na Q1 γ _FA, respectivamente, como se apresentam: “primeiro coloquei quantos cães tinham na semana depois adicionei 4, que são das vacinas, fiz a soma e deu um resultado”; e “assim fui somando cada brinquedo que ele brincou”. Observamos, a partir das respostas dos itens (a) e (b) que os dois estudantes utilizam operação de adição e identificam de forma equivocada a lei de formação da função.

De acordo com a resposta do estudante E01 é possível inferir que ele identifica a função como sendo $f(x) = x + 4$, sendo que x refere-se a quantidade de cachorros e o número 4 a quantidade de vacinas. Embora o estudante já esteja no Ensino Médio, ele faz a adição dos dados do problema sem importar-se que as parcelas são de grandezas distintas. Resultados semelhantes foram encontrados nos estudos de Magina, Merlini e Santos (2012) com estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

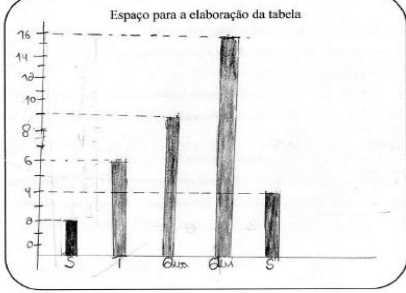
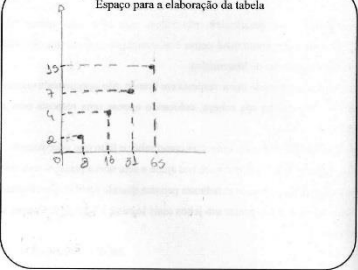
Quanto ao extrato de protocolo do estudante E62, observamos que ele lança mão da adição de parcelas repetidas para resolver a Q1 γ _FA (o valor para andar em cada brinquedo), contudo não leva em conta que o valor pago para entrar no parque é individual. Isso posto, podemos inferir que a lei de formação da função que o estudante E62 utiliza para sua resposta pode ser representada como sendo $f(x) = 4x$, para cada uma das quatro pessoas (Ana, Paulo, João e Teo) e, ao final adiciona o valor de R\$ 5,00 uma única vez, ao invés de adicionar para cada um deles.

Em síntese, as respostas registradas semelhantes a estas apresentadas nos dois protocolos, consideramos que os estudantes não identificam a função e tampouco realizam a conversão solicitada.

Não identifica a função e realiza a conversão de representação não coerente

As respostas registradas nos protocolos categorizadas neste item são aquelas as quais o estudante não identifica a lei de formação da função presente na questão. Além disso, o estudante realiza a conversão, porém para outra representação não solicitada, diferente da representação numérica.

Figura 2: Extratos de Protocolos

<p>semana.</p> <p>Espaço para a elaboração da tabela</p>  <p>b) Como foi a sua ideia para construir a tabela?</p> <p>Resposta: <i>eu construí a tabela por que em outra tabela que tava no meu livro</i></p>	<p>Espaço para a elaboração da tabela</p>  <p>b) Explique para um colega imaginário como você pensou para construir essa tabela.</p> <p>Resposta: <i>de um lado a quantidade de brinquedos que eles foi, e a outra total do gastos que teve no parque.</i></p>
<p>Extrato Protocolo do estudante E04 na Q1α_FL</p>	<p>Extrato Protocolo do estudante E22 na Q1γ_FA</p>

Fonte: Dados da pesquisa.

Para que possamos analisar esses dois extratos de protocolo, transcrevemos a escrita do estudante E04 na Q1 α _FL: “eu construir a tabela foi que em outra tabela que tava na minha mente”; e de E22 na Q1 γ _FA: “de um lado a quantidade de brinquedos que eles foi, e a outra total do gastos que teve no parque”. O estudante E04 não identifica a lei de formação da função da questão. Observamos ainda que houve a conversão de representação, contudo não foi a solicitada, uma vez que o estudante elaborou uma representação gráfica e não em uma representação numérica na forma de tabela.

Duval (2018) explica sobre o falso reconhecimento das unidades discursivas e aponta este como um dos obstáculos para realização da conversão de representação. Sendo assim, quando o estudante não reconhece corretamente a função isso inviabiliza a conversão de representação. Outro problema é a correspondência termo a termo em relação a cada registro, neste caso o estudante precisa reconhecer as correspondências entre as unidades de sentido. Na Q1 α _FL o estudante faz correspondências incorretas para um outro registro que neste caso foi o gráfico.

Não identifica a função e realiza a conversão de representação coerente

A categoria, realiza conversão de representação, mas não identifica a função, o estudante sai da representação da linguagem natural e realiza a conversão para a representação numérica na forma tabular, porém os dados registrados na tabela não condizem com a função descrita na questão. A Figura 3 apresenta os extratos dos protocolos dos estudantes E09 e E38 que justificam essa categoria.

Figura 3: Extratos de Protocolos

<p>semana.</p> <p>Espaço para a elaboração da tabela</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Dias</th> <th>Seg</th> <th>terça</th> <th>quarta</th> <th>quinta</th> <th>sexta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Quantidade de cães</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>9</td> <td>16</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table> <p>b) Como foi a sua ideia para construir a tabela?</p> <p>Resposta: em coluna eu coloquei os dias da semana e logo abaixo coloquei os valores e em uma coluna coloquei os números dos cães.</p>	Dias	Seg	terça	quarta	quinta	sexta	Quantidade de cães	2	6	9	16	4	<p>Espaço para a elaboração da tabela</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Entrada</th> <th>Valor</th> <th>Valor Brinquedos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Adri</td> <td>5,0</td> <td>8,00</td> </tr> <tr> <td>Paulo</td> <td>5,0</td> <td>16,00</td> </tr> <tr> <td>Travis</td> <td>5,0</td> <td>28,00</td> </tr> <tr> <td>Teo</td> <td>5,0</td> <td>60,00</td> </tr> </tbody> </table> <p> $4 \times 2 = 8$ $4 \times 4 = 16$ $4 \times 7 = 28$ $4 \times 15 = 60,00$ </p> <p>b) Explique para um colega imaginário como você pensou para construir essa tabela.</p> <p>Resposta: observei o valor dos brinquedos e multipliquei por quantas vezes eles foram nos brinquedos.</p>	Entrada	Valor	Valor Brinquedos	Adri	5,0	8,00	Paulo	5,0	16,00	Travis	5,0	28,00	Teo	5,0	60,00
Dias	Seg	terça	quarta	quinta	sexta																							
Quantidade de cães	2	6	9	16	4																							
Entrada	Valor	Valor Brinquedos																										
Adri	5,0	8,00																										
Paulo	5,0	16,00																										
Travis	5,0	28,00																										
Teo	5,0	60,00																										
<p>Extrato Protocolo do estudante E14 na Q1α_FL</p>	<p>Extrato Protocolo do estudante E38 na Q1γ_FA</p>																											

Fonte: Dados da pesquisa

Para que possamos realizar a análise, fizemos a transcrição dos extratos dos protocolos dos estudantes E14 na Q1 α _FL e E38 na questão Q1 γ _FA, respectivamente: “em coluna eu coloquei os dias da semana e logo abaixo resolve coloca as colunas com os números dos cães”; “observei o valor dos brinquedos e multipliquei por quantas vezes eles foram nos brinquedos”. A partir das respostas contidas nos protocolos, é possível observar que nenhum dos dois estudantes compreenderam a função, embora realizem a conversão de forma coerente, da linguagem natural para a numérica. No caso do E14, o estudante não identifica a função e organiza parte das informações fornecidas na questão em uma tabela, colocando a quantidade de cães em função do dia da semana; já o estudante E38 compreende a questão como sendo uma Função Linear. O estudante coloca uma coluna sinalizando que seria pago R\$ 5,00 na entrada, mas este valor fixo é desconsiderado, pois o estudante deveria tê-lo somado após a multiplicação entre a quantidade de brinquedos que cada pessoa utilizou pelo valor de cada brinquedo R\$ 4,00). Sendo assim, embora a representação tabular tenha sido realizada, a função não foi identificada.

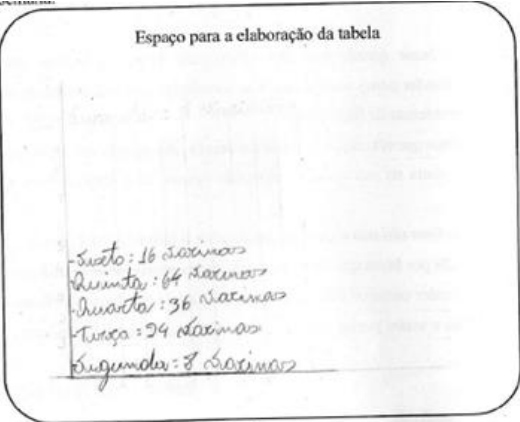
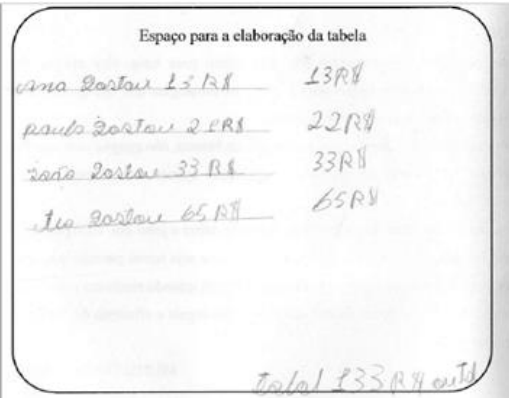
Estas dificuldades de representação da Função Afim e Linear tem relação com a compreensão delas, pois se a função não é compreendida na representação da linguagem natural

é inviável que este objeto matemático seja convertidos para outra representação, a exemplo, para o registro numérico de forma correta. Duval (2012) afirma que a atividade de conversão não é apenas a interpretação de um código, ou seja, também é preciso compreender o objeto. Em protocolos semelhantes a estes apresentados temos que, embora os estudantes tenham realizado a conversão, eles não identificaram a função.

Identifica a função e não realiza a conversão de representação coerente

Algumas respostas, provenientes dos protocolos dos estudantes, foram categorizadas como Identifica a função e não realiza a conversão de representação coerente. Nesta categoria os estudantes demonstram que compreenderam a função em questão, porém não realizam a conversão, representada na Figura.

Figura 4: Extrato de Protocolos que não realiza a conversão de registro

<p>Espaço para a elaboração da tabela</p>  <p>b) Como foi a sua ideia para construir a tabela?</p> <p>Resposta: Peguei cada quantidade de cães e multipliquei elas por 4.</p>	<p>Espaço para a elaboração da tabela</p>  <p>b) Explique para um colega imaginário como você pensou para construir essa tabela.</p> <p>Resposta: muito fácil nem pensei e tentei e consegui espero que esteja certo.</p>
<p>Extrato Protocolo do estudante E13 na Q1α_FL</p>	<p>Extrato Protocolo do estudante E44 na Q1γ_FA</p>

Fonte: Dados da pesquisa

Antes de analisarmos transcrevemos as respostas do estudante E13 na Q1 α _FL e E44 na Q1 γ _FA respectivamente: “peguei cada quantidade de cães e multipliquei elas por 4”; “muito fácil nem pensei e tentei e consegui espero que esteja certo”. Podemos observar que os estudantes E13 e E44 demonstram que identificaram a função, seja no caso do estudante E13 que verbalizou a relação entre quantidade de cães e vacinas por meio da multiplicação por 4, seja o estudante E44 que escreve no espaço que seria destinado a tabela o valor total a ser pago

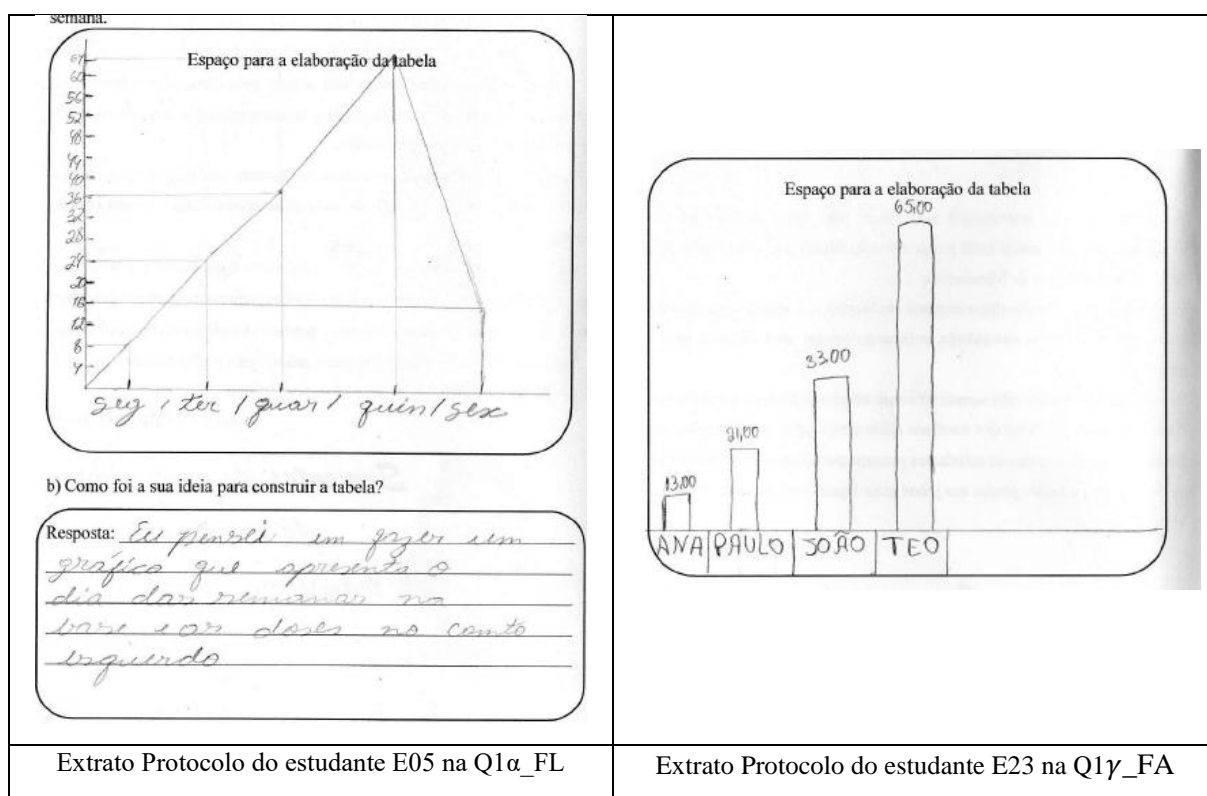
por cada personagem. Em registros de protocolos semelhantes a esses os estudantes deixam explícito a identificação da função, porém não fazem a conversão de representação da linguagem natural para a representação numérica.

Duval (2018) aponta que um dos obstáculos para realização da conversão é a incapacidade de reconhecer as correspondências entre as unidades de sentido dos dois registros. Neste caso o registro de saída é a linguagem natural e tem unidades de sentido que faz correspondência com o registro de chegada que é o registro numérico.

Identifica a função e realiza a conversão de representação não coerente

Esta categoria apresenta respostas nas quais o estudante identifica a função no registro dado, mas realiza a conversão para outra representação a qual não foi solicitada. A Figura 5 apresenta os extratos de protocolo dos estudantes que ilustram esta categoria.

Figura 5: Extrato de Protocolos dos estudantes



Fonte: Dados da pesquisa

Transcrevendo a escrita do estudante E05 na Q1α_FL: "eu pensei em fazer um gráfico que apresenta o dia das semanas na base e as doses no canto esquerdo". Neste caso o estudante relaciona os dias da semana e o total de doses para o referido dia. Isso mostra que o estudante

identificou a função, porém realizou a conversão da representação da linguagem natural para a representação gráfica e não na representação numérica como foi solicitado.

Ao observar o protocolo E23 na Q1 γ _FA é possível inferir que o estudante identifica a Função Afim corretamente ao relacionar os personagens da questão com o valor final a ser pago por cada um. Porém, a conversão de representação foi equivocada e o estudante realizou esta conversão para uma representação gráfica e não em uma representação numérica.

Considerando a resolução dos estudantes dessa categoria é possível observar uma falta de compreensão na formação do registro numérico, visto que, os estudantes já teriam passado pelo estudo formal da Função Afim e Linear. De acordo com Duval (2012) esta formação são unidades de regras que são próprias de cada registro, explicitando que a atividade de conversão exige uma articulação entre as variáveis cognitivas que são próprias de cada representação. Sendo assim, em respostas semelhantes a estas há a compreensão da função por parte dos estudantes, mas não há domínio da formação do registro numérico. Este fato impossibilita a realização da conversão da representação na linguagem natural para a representação numérica.

Identifica a função e realiza a conversão de representação de forma coerente

Nesta categoria os estudantes identificam a função e realizam a conversão da representação de acordo com o solicitado. A seguir serão apresentados na Figura 6 os extratos dos estudantes E07 e E13.



Figura 6: Extrato de Protocolos dos estudantes que realizam a conversão de registro

<p>Espaço para a elaboração da tabela</p> <p>1-4 2-8 6-24 9-36 16-64 4-16</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de vacinas por animal</th> <th>Número de animais</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>2</td></tr> <tr><td>24</td><td>6</td></tr> <tr><td>36</td><td>9</td></tr> <tr><td>64</td><td>16</td></tr> <tr><td>16</td><td>4</td></tr> </tbody> </table> <p>b) Como foi a sua ideia para construir a tabela?</p> <p>Resposta: Bom... é um cachorro no que entra no canil e veterinário aplica 4 vacinas e só ir fazendo as contas (multiplicar) que fica fácil, eu achei fácil.</p>	Número de vacinas por animal	Número de animais	4	1	8	2	24	6	36	9	64	16	16	4	<p>Espaço para a elaboração da tabela</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>valor do produto</th> <th>valor Brinc</th> <th>valor total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>ANA</td><td>5,00</td><td>3 Brinc</td><td>13</td></tr> <tr><td>Paulo</td><td>5,00</td><td>4 Brinc</td><td>14</td></tr> <tr><td>Jaão</td><td>5,00</td><td>7 Brinc</td><td>33</td></tr> <tr><td>Tia</td><td>5,00</td><td>15 Brinc</td><td>65</td></tr> </tbody> </table> <p>b) Explique para um colega imaginário como você pensou para construir essa tabela.</p> <p>Resposta: Juntei o valor do produto com a quantidade de brinquedos usando para chegar no valor total</p>		valor do produto	valor Brinc	valor total	ANA	5,00	3 Brinc	13	Paulo	5,00	4 Brinc	14	Jaão	5,00	7 Brinc	33	Tia	5,00	15 Brinc	65
Número de vacinas por animal	Número de animais																																		
4	1																																		
8	2																																		
24	6																																		
36	9																																		
64	16																																		
16	4																																		
	valor do produto	valor Brinc	valor total																																
ANA	5,00	3 Brinc	13																																
Paulo	5,00	4 Brinc	14																																
Jaão	5,00	7 Brinc	33																																
Tia	5,00	15 Brinc	65																																
<p>Extrato Protocolo do estudante E07 na Q1α_FL</p>	<p>Extrato Protocolo do estudante E13 na Q1γ_FA</p>																																		

Fonte: Dados da pesquisa

Para que possamos analisar, transcrevemos as questões Q1 α _FL e Q1 γ _FA dos estudantes E07 e E13 "bom... Um cachorro no que entra no canil e veterinário aplica 4 vacinas e só ir fazendo as contas (Multiplicar) que fica fácil, eu achei fácil"; "juntei o valor da entrada com a quantidade de brinquedos usando para chegar no valor total". A partir da escrita dos estudantes e as tabelas expostas na figura 6 é possível observar que os estudantes identificaram a regra da função e realizaram a conversão, logo inferimos que estes estudantes apreenderam este objeto matemático.

Essa inferência está de acordo com Damm (1999) que ressalta que a apreensão do conhecimento está diretamente ligada ao "transitar" em diferentes registros. Ele afirma que cada representação tem características próprias e que se isolada reduz o objeto matemático a determinada representação, por isso deve haver uma coordenação entre os registros de representação.

A seguir apresentamos a Tabela 2 com a síntese das competências em relação à compreensão da função e à conversão dos registros com as respectivas frequências.



Tabela 2: Frequência dos níveis de competências na conversão das representações

Função	Conversão	Coerência da conversão	Níveis de competência	Frequência
Não	Não		(1.0) Não identifica a função e não realiza a conversão	8
	Sim	Não coerente	(1.1) Não identifica a função e realiza a conversão de representação não coerente	4
		Coerente	(1.2) Não identifica a função e realiza a conversão de representação coerente	18
Sim	Não	Não coerente	(2.1) Identifica a função e não realiza a conversão de representação coerente	17
	Sim	Não coerente	(2.2) Identifica a função e realiza a conversão de representação não coerente	10
		Coerente	(2.3) Identifica a função e realiza a conversão de representação de forma coerente	113

Fonte: Elaborado pelos autores

Os dados da Tabela 2 apresentam a síntese da análise, tendo em vista as seis categorias elencadas e já discutidas. A Tabela 2 apresenta quatro colunas sendo que a primeira, intitulada função, traz os dados de identificação da função (sim ou não), por parte dos estudantes, apresentada na questão. A segunda coluna, tida como conversão, os dados apresentam se o estudante fez algum tipo de conversão de representação (sim ou não). Já na terceira coluna se a conversão realizada era coerente, ou seja, foi realizada na representação solicitada ou não coerente quando o estudante fornece a resposta em uma representação que não foi solicitada.

Diante desses dados, destacamos alguns pontos, o primeiro deles é que tivemos 140 respostas, a maioria delas, registradas pelos estudantes mostrando que eles conseguem identificar a função, seja ela Afim ou Linear. Outro ponto que levantamos é que em 131 respostas, também a maioria delas, a conversão de representação foi realizada de forma coerente, ou seja, os estudantes conseguiram converter a representação da linguagem natural para a representação numérica. Cabe salientar ainda que tivemos 113 respostas dos protocolos nas quais os estudantes identificaram a função e realizaram a conversão de forma coerente.

Considerações finais

Para que possamos destacar os principais resultados deste estudo, é importante retomar que o objetivo é analisar o desempenho e a competência de conversão do registro de representação, da linguagem natural para o numérico, frente a questões de Funções Afim e Linear de estudantes do Ensino Médio.

A partir dos resultados obtidos destacamos que, de acordo com A TRRS de Duval (2012), o estudo que realizamos revela um bom domínio dos estudantes na conversão da representação da linguagem natural para a representação numérica. Isso pode ser observado tanto do ponto de vista do desempenho quanto do ponto de vista da competência da conversão de representação.

No que diz respeito ao desempenho, os estudantes tiveram um percentual de acerto acima dos 62%, o que nos permite concluir que esse resultado influenciou de forma direta no que se refere à identificação da função. Quanto à conversão da representação da linguagem natural para a representação numérica, os estudantes apresentaram competência nesse quesito.

Embora os resultados desse estudo sejam otimistas, é importante salientar que os equívocos apresentados por alguns estudantes dessa amostra mostram as fragilidades na concepção do conceito. Mas, estes equívocos mapeados na pesquisa não devem ser o fim, mas sim apontar um caminho para construção de estratégias para futuras intervenções.

Agradecimentos

Ao grupo de pesquisa RePaRe pelos encontros de estudos e trocas de conhecimentos propiciando melhorias neste trabalho. À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio e concessão da bolsa de estudo durante todo o período de realização desta pesquisa

Referências

AMPLATZ, L. C. **O estudo da função afim a partir da interpretação global de propriedades figurais: uma investigação com estudantes do ensino médio.** Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas. Cascavel, 2020.

BRANDÃO, R. J. B. Registro de representação semiótica e o ensino de função Afim. **Pesquisa em Foco**, São Luís, vol. 24, n. 1, p. 103-120. Jan./Jul. 2019. ISSN: 2176-0136.

DAMM, F. D. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D -et al. **Educação Matemática: Uma introdução.** São Paulo: EDUC, 1999. p. (135-153).

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão matemática. In MACHADO, S.D.A (Org). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2003a.

DUVAL, R. Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité? **SPIRALE - Revue de Recherches en Éducation** - N° 32,2003b.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **Revemat**: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

DUVAL, R. Entrevista: Raymond Duval E A Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Freitas, José Luiz Magalhães De; Rezende, Veridiana. **RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.2, n.3, jul-dez. 2013.

DUVAL, R. Como Analisar A Questão Crucial Da Compreensão Em Matemática? Trad. Mércles T. Moretti .**REVEMAT**, ISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v.13, n.2, p.1-27, 2018. Disponível em: <DOI: [http:// doi.org/105007/1981-1322.2018v13n2p01](http://doi.org/105007/1981-1322.2018v13n2p01)> Acesso em : 02 de jan. 2023.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar**, 1: conjuntos e funções. Atual Editora. 1997.

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS, A. dos. A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos campos conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In **Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 3., 2012, Fortaleza, Brasil. Anais... Fortaleza: Brasil, p. 1-12, 2012.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César Morgado. **A Matemática do Ensino Médio**. 11. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 43°.ed. Petrópolis: Vozes, 2015.

SALGUEIRO, N. C. G. **Como estudante do Ensino Médio lidam com registros de representação semiótica de funções**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2011.

SILGEL,S. CASTELLAN, N. J. **Estatística não-paramétrica para ciências do comportamento**. Tradução: Sara Ianda Correa Carmona, 2ª edição Porto alegre: Artmed, 2006.

STEWART, J. **Cálculo**. 7.ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

TOZO, F. L. D. **Tarefas exploratórias-investigativas para a aprendizagem de Função Afim**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos. Sorocaba, 2016.