revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CONHECIMENTOS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO NA PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.415-440

Emerson Tortola[1]
Karina Alessandra Pessoa da Silva[2]
Tatiane Cristine Pessoa[3]
Marina Cunha Ferreira Gaioto[4]

Resumo: Este artigo tem como objetivo evidenciar conhecimentos dos alunos na relação entre a ação e a produção de signos na proposição e resolução de problemas matemáticos, pautados em temáticas de suas realidades e de seus interesses. Considerando os procedimentos relativos à Proposição de Problemas e à Resolução de Problemas presentes na literatura e os elementos pertencentes à semiótica de Peirce focados na semiose, nos debruçamos na proposição e resolução de um problema por alunos de uma turma da 2ª série do Ensino Médio de um colégio público do interior de São Paulo. As gravações em áudio dos grupos na proposição e resolução do problema e na plenária, bem como registros escritos e fotografias compuseram os dados que analisamos. Por meio da análise qualitativa da ação e produção de signos dos alunos em dois episódios - proposição de problemas e resolução de problemas - estruturada via Árvores de Associação de Ideais, evidenciamos que a semiose não é limitada e está atrelada ao avanço dos alunos tanto na proposição, quanto na resolução e possível reformulação do problema, de modo que conhecimentos sobre a situação presente no problema, sobre a dinâmica de sua resolução e a Matemática necessária para uma solução se articulam às experiências dos alunos.
Palavras-chave: Proposição de Problemas. Resolução de Problemas. Semiótica Peirceana. Ensino Médio.

HIGH SCHOOL STUDENTS' KNOWLEDGE IN PROBLEM POSING AND PROBLEM SOLVING

Abstract: This paper aims to show students' knowledge of the relationship between action and the production of signs in posing and solving mathematical problems, based on themes related to their realities and interests. Considering the procedures related to the Problem Posing and the Problem Solving present in the literature and the elements belonging to Peirce's semiotics focused on semiosis, we look into the posing and solving problem by students of a class of the 2nd Grade of High School in a public school in the interior of São Paulo. The audio recordings of the groups in the posing and solving problem and in the plenary, as well as written records and photographs composed the data that we analyzed. Through the qualitative analysis of the students' action and production of signs in two episodes - problem posing and problem solving - structured via Trees of Association of Ideas, we show that semiosis is not limited and is linked to the progress of students both in the posing, as well as in the

[1] Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR, Toledo, e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UTFPR/Cornélio Procópio-Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: emersontortola@utfpr.edu.br – Orcid: http://orcid.org/0000-0002-6716-3635
[2] Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UTFPR/Cornélio Procópio-Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br – Orcid: http://orcid.org/0000-0002-1766-137X
[3] Mestranda em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Professora da rede estadual e da rede privada de ensino do Estado de São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: tatianepessoa@alunos.utfpr.edu.br – Orcid: http://orcid.org/0000-0001-6880-1187
[4] Mestranda em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Professora da rede estadual de ensino do Estado do Paraná, Paraná, Brasil. E-mail: marina.pvai.mf@gmail.com – Orcid: http://orcid.org/0000-0001-7870-2203

solving and possible reformulation of the problem, so that knowledge about the situation present in the problem, about the dynamics of its resolution and the Mathematics necessary for a solution are articulated to the students' experiences.
Keywords: Problem Posing. Problem Solving. Peircean Semiotics. High School.

Introdução

A atividade matemática que ocorre em sala de aula alinha-se, sobremaneira, às concepções e aos entendimentos do professor a respeito da Matemática, os quais acarretam diferentes modos de ensiná-la. Ao discutir o que significa fazer Matemática, Van de Walle (2009, p. 32) descreve a "Matemática como uma ciência de padrões e ordem", explicando que "ciência é um processo de compreender e dar significado às coisas. Ela começa com situações baseadas em problemas" (VAN DE WALLE, 2009, p. 32).

No contexto do ensino e da aprendizagem, um problema pode ser definido como "qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método 'correto' específico de solução" (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

Sob esse entendimento, Hiebert *et al*. (1997) defendem que o ensino de matemática requer tarefas ou atividades apropriadas, as quais segundo os autores têm pelo menos três características: i) elas tornam o conteúdo problemático para os alunos, mas não no sentido de impossibilitar o entendimento da matemática ou o uso dela, pelo contrário, no sentido de que os alunos vejam a tarefa ou atividade como desafiadora e, ao mesmo tempo, interessante de ser explorada, com possibilidades de descobertas e aprendizagens; ii) elas consideram e se conectam aos conhecimentos dos alunos, de modo que eles sejam capazes de apresentar ideias que podem ser tomadas como ponto de partida para o desenvolvimento de um (ou mais) método(s) ou estratégia(s) de resolução; e iii) elas engajam os alunos no pensamento e reflexão de ideias matemáticas importantes, proporcionando uma experiência a partir da qual eles têm a oportunidade de aprender algo de valor matemático. Essas características são também consideradas por Van de Walle (2009) ao discorrer sobre um problema voltado para a aprendizagem matemática.

É nessa direção que a Resolução de Problemas se configura como uma das tendências em Educação Matemática, mostrando-se como uma "força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, novos conhecimentos proporcionam a resolução de intrigantes e importantes problemas" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 37). Assim, o problema é considerado "um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento" (ONUCHIC, 1999, p. 207), pois defronte de um problema, o aluno precisa traçar metas para a sua resolução, visto que de antemão ele não tem uma solução definida.

Apesar de ser comum o reconhecimento da importância da resolução de problemas para a aprendizagem matemática, tanto em termos históricos, quanto para a formação escolar em todos os níveis de escolaridade, Allevato e Onuchic (2021, p. 35) advertem que "a forma de incorporá-la de modo a promover uma significativa e efetiva aprendizagem ainda não está clara para os professores de Matemática".

Além disso, Barwell (2011) aponta a necessidade de os alunos aprenderem a ler e a escrever problemas. Explica que, no primeiro caso, "simplesmente decodificar palavras ou extrair operações aritméticas não é suficiente: os alunos devem aprender a ler nas entrelinhas e entender o que se espera que eles façam matematicamente" (BARWELL, 2011, p. 1), enquanto no segundo caso, "examinar como os alunos escrevem seus próprios problemas fornece algumas informações sobre quais recursos eles conhecem, não apenas como uma tarefa matemática, mas também como uma forma de texto" (BARWELL, 2011, p. 2).

Nesse sentido, cabe uma reflexão se temos disponibilizado oportunidades para que os alunos pratiquem, além da leitura e da resolução, a proposição de problemas nas aulas de Matemática. Pesquisas recentes têm apresentado resultados significativos no que compete à construção de conhecimentos dos alunos com relação à proposição de problemas, que "pode acontecer antes, durante ou depois da resolução de problemas" (ALLEVATO; POSSAMAI, 2022, p. 157). Segundo as autoras, para a proposição de um problema, são considerados processos como criação, formulação e elaboração, nos quais conhecimentos de diferentes naturezas podem se fazer presentes.

Barwell (2011) sinaliza, também, a necessidade de se pensar enunciados apropriados para os problemas, considerando devidamente o contexto que é colocado, pois é comum os alunos combinarem os números disponibilizados de maneira aparentemente sem sentido ou que forneça soluções irrealistas. De acordo com o autor, eles certamente fazem isso enquanto enfrentam o desafio de relacionar o contexto do mundo real do problema com a tarefa matemática, uma vez que tais problemas não são, de fato, realistas, mas "representações estilizadas de experiências hipotéticas" (BARWELL, 2011, p. 1), levando-os a tratar os problemas de maneira muito realista, introduzindo considerações que não são apropriadas.

No dia a dia, entretanto, estamos rodeados por situações que podem ser problematizadas ou que precisam ser resolvidas e que, se levadas para o contexto educacional, podem servir como mote para a promoção e o desenvolvimento dos conhecimentos dos alunos em diferentes áreas, em especial, na Matemática.

Entendemos que os conhecimentos dos alunos, de modo geral, são viabilizados por meio de signos, matemáticos e não matemáticos, que eles podem produzir ou mobilizar na proposição e na resolução de problemas (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015; PEIRCE, 2005). Toda a relação que um ser humano estabelece com um objeto físico ou mental é acessível por meio de signos que representam tal objeto. Nesse sentido, segundo Peirce (1998, p. 13), o signo "é algo que serve para produzir conhecimento sobre alguma outra coisa, para a qual o signo está (*stands for*) ou representa". O processo de geração de signos é chamado semiose e corresponde ao efeito cognitivo que o signo pode gerar em um intérprete de modo que ele produza novos signos e revele conhecimentos sobre o objeto em estudo.

Diante do exposto, neste artigo, temos como objetivo *evidenciar conhecimentos dos alunos na relação entre a ação e a produção de signos na proposição e resolução de problemas matemáticos, pautados em temáticas da realidade e de interesse dos alunos*. Dessa forma, queremos investigar: que aspectos da situação e de conceitos matemáticos alunos do Ensino Médio consideram na proposição de problemas pautados em temáticas da realidade? E de que forma eles resolvem os problemas propostos?

Com esse intuito, seguindo uma abordagem qualitativa, uma pesquisa foi realizada com uma turma de 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública localizada no interior do estado de São Paulo, de modo a produzir dados a respeito de quais temáticas são de interesse dos alunos, que conhecimentos eles possuem a respeito dessas temáticas, que problemas são propostos por eles a partir delas e sobre como a matemática é considerada nessa proposição e na resolução dos problemas propostos por eles e pelos colegas. As aulas foram gravadas e os registros escritos produzidos pelos alunos foram disponibilizados por eles, além de fotografias em momentos oportunos. A análise dos dados se deu com o uso da técnica Árvore de Associação de Ideias (SPINK, 2013), em busca de evidenciar os aspectos relativos aos conhecimentos dos alunos na proposição e resolução de problemas.

Sobre proposição e resolução de problemas

A palavra *problema* é constituída pelo prefixo *pró* que significa diante, à frente, mais *bállein* que significa colocar, lançar. Assim, etimologicamente, a palavra problema remete-se à ideia de *lançar-se à frente*. Ao abordar a noção de problema, em seus estudos sobre Resolução de Problemas, o matemático húngaro George Pólya (1887-1985) afirma que só existe um problema quando há uma dificuldade que se deseja vencer ou abarcar. Há a necessidade de *lançar-se à frente* para transpor algo com o qual se tem dificuldade. Para Onuchic (1999, p. 215), um problema é "tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver". Essas ideias articulam-se com as apresentadas por Van de Walle (2009) e alinham-se às considerações de Hiebert *et al*. (1997) a respeito de uma tarefa ou atividade problemática.

De acordo com Lester (2013, p. 247), apesar da gama de definições acerca de um problema presente na literatura e das diferentes tradições de pesquisa que a fundamenta, é comum o entendimento de que um problema diz respeito a "uma tarefa na qual um indivíduo não sabe (imediatamente) o que fazer para obter uma resposta". No contexto educacional, o envolvimento do aluno em um processo de resolução de problemas "favorece sua capacidade de argumentação e o uso de seus conhecimentos que devem ser mobilizados na busca de uma solução" (ROZARIO; PROENÇA, 2022, p. 493).

Nesse contexto, Lester (2013) afirma que a maioria dos professores concorda que o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas é um dos objetivos primários da educação matemática dos alunos, isso, porém, envolve muitos fatores e decisões. Como exemplo, ele cita que

> [...] os professores devem decidir sobre os problemas e as experiências de resolução de problemas a serem utilizados, quando dar atenção especial à resolução de problemas, quanta orientação dar aos alunos e como avaliar o progresso dos alunos. Além disso, há a questão de saber se a resolução de problemas é o resultado final da instrução ou o meio pelo qual os conceitos, processos e procedimentos matemáticos são aprendidos (LESTER, 2013, p. 246).

Em relação a essa última questão, tratada por Lester (2013, p. 246), o autor explica que ambas as abordagens, ensinar para resolver problemas e ensinar via resolução de problemas, têm seus méritos e, dessa forma, ele acredita que "a resolução de problemas deve ser tanto o resultado final da aprendizagem da matemática quanto o meio pelo qual a matemática é aprendida", caso contrário, como advertem Proença e Maia-Afonso (2020), se utilizada exclusivamente, a abordagem ensinar para resolver problemas pode ser um limitante na compreensão dos alunos, disseminando a ideia de que a Matemática é apenas uma ferramenta para resolver problemas, ignorando a possibilidade de ela ser um caminho de pensar e organizar experiências (SCHROEDER; LESTER, 1989).

De modo a articular essas abordagens, Allevato e Onuchic (2021)[5] sugerem algumas ações para o trabalho com a Resolução de Problemas em sala de aula, como a seleção, elaboração ou, inclusive, o aceite de um problema proposto pelos alunos; a leitura individual e conjunta do enunciado do problema pelos alunos; a resolução do problema propriamente dita, enquanto o professor os observa e incentiva a usar seus conhecimentos prévios e a compartilhar suas ideias; o registro das resoluções na lousa, justificando e/ou defendendo seus pontos de vista e comparando com outros resultados; a plenária, que busca um consenso de um resultado correto a partir das apresentações dos alunos; a formalização do conteúdo pelo professor, momento em que apresenta, de forma organizada e estruturada, utilizando com rigor a linguagem matemática, os conceitos, os princípios e os procedimentos utilizados na resolução do problema; e a proposição e resolução de novos problemas relacionados.

Além dessa perspectiva de Resolução de Problemas, outra abordagem possível e importante é a proposição/formulação de problemas pelos alunos, pois de acordo com Carneiro (2015, p. 189), "formular problemas possibilita que os alunos atentem para outras questões que não apenas a resolução, como, por exemplo, organização do seu pensamento para elaborar o enunciado e para apresentar os dados e a pergunta". Além disso, "quando o aluno cria seus próprios textos de problemas, ele precisa organizar tudo que sabe e elaborar o texto, dando-lhe sentido e estrutura adequados para que possa comunicar o que pretende" (CHICA, 2001, p. 151). Precisa, dessa forma, se atentar ao cenário, que contextualiza o problema – seja ele real ou fictício –, às informações que serão disponibilizadas e à questão que será proposta (BARWELL, 2011).

No âmbito da Resolução de Problemas, pesquisas relativas à proposição de problemas têm sido recorrentes nos últimos anos. Segundo Allevato e Possamai (2022), a expressão "proposição de problemas" denota

> [...] todo o conjunto de ideias que constitui os processos envolvendo a *criação de problemas*, que inicia com a organização e construção das primeiras ideias matemáticas e da estrutura de constituição do problema – *formulação*; e avança para a sua expressão, na qual se estabelece o enunciado, associando as linguagens materna e matemática – *elaboração*. Então, a proposição segue para a *apresentação* do problema criado a um potencial resolvedor (ALLEVATO; POSSAMAI, 2022, p. 156, grifos das autoras).

[5] Allevato e Onuchic (2021), com base em Schroeder e Lester (1989), apontam três abordagens: ensinar sobre resolução de problemas; ensinar para resolver problemas; e ensinar via resolução de problemas. Lester (2013), todavia, revisita tal classificação e considera apenas duas: resolução de problemas como resultado final da aprendizagem e resolução de problemas como meio para aprender matemática. A limitação apontada por Proença e Maia-Afonso (2020), nessa configuração, incide sobre a visão da resolução de problema exclusivamente como um produto final da aprendizagem da matemática, correndo o risco de os problemas propostos tornarem-se exercícios.

De acordo com as autoras, é importante que a proposição de problemas não seja utilizada como um fim em si mesma, ou apenas como passatempo, mas com objetivos e estratégias pedagógicas bem definidas, inclusive, aliada a encaminhamentos metodológicos propostos em outras atividades educativas como a modelagem matemática, investigações matemáticas ou mesmo a resolução de problemas.

No âmbito da Resolução de Problemas, a proposição pode ocorrer antes, durante ou depois da resolução de problemas. Para Allevato e Possamai (2022), o que vai determinar a proposição de problemas como primeira etapa da Resolução de Problemas é a relação do problema criado com o potencial resolvedor, que pode ser o próprio aluno ou grupo que propôs o problema, ou, outro aluno ou grupo (quando trocam problemas entre si). As autoras explicam que se o resolvedor já conhece uma forma de resolver o problema, este deixa de ser um problema e passa a ser um exercício, não justificando essa forma de trabalho. Durante a resolução de problemas, a proposição pode se dar a partir de problemas secundários, que surgem a partir da reflexão sobre o contexto e estratégias de resolução do problema "maior", conforme explicam as autoras com base em Polya (1988). Por fim, a proposição de problemas pode ocorrer depois da resolução de problemas, no sentido indicado por Allevato e Onuchic (2021), quando são pensados problemas associados ou a partir dos problemas resolvidos.

Aliadas, proposição e resolução de problemas, como indica Van de Walle (2009), podem constituir uma prática capaz de proporcionar aos alunos amplas e variadas oportunidades para refletir sobre ou criar novas ideias, desenvolvendo conexões mais elaboradas e úteis; estratégias alternativas e flexíveis; e auxiliando-os na construção do conhecimento.

Sobre construção do conhecimento: uma abordagem semiótica

A palavra semiótica provém do grego *semeiotiké*, que significa ciência geral dos signos, os signos da linguagem. Dentre as diferentes configurações sobre a semiótica, nos respaldamos na desenvolvida por Charles Sanders Peirce (1839-1914), filósofo e matemático estadunidense. A partir de 1857, Peirce tratou da Semiótica em sintonia com a Lógica, percebida como uma filosofia da linguagem.

Uma das frentes da construção teórica da Semiótica Peirceana – a Lógica – se ocupa do modo de funcionamento dos signos, ou seja, "como significam os signos e do papel que estes desempenham na cognição humana e no acesso do homem ao mundo da experiência e do vivido" (FIDALGO; GRADIM, 2005, p. 142). Levando em consideração essa frente teórica, o signo é algo que representa outra coisa (o objeto), não em todos os aspectos dessa coisa, mas de acordo com certas formas e capacidades próprias do signo (PEIRCE, 1998).

Na Semiótica Peirceana, o objeto não se restringe à noção de um existente físico, pois uma ideia, um conjunto de coisas, um evento ou uma ocorrência pode ser objeto de uma dada relação sígnica (PEIRCE, 2005). Com isso, ao interpretar a relação entre signo e objeto, Otte (2001) afirma que os signos são *possíveis*, os objetos não, ou seja, temos acesso aos objetos por meio dos signos produzidos para representar tais objetos. Porém, essa possibilidade do signo somente acontece "no momento em que encontra uma mente interpretadora [de um intérprete] na qual ele passará por operação tradutória em que se verá convertido em outro signo" (SANTAELLA, 2020, p. 25).

Peirce (1972) afirma que da relação entre signo e objeto resulta outro signo, o interpretante. Esse novo signo é um processo racional que se cria na mente do intérprete. Assim, a ação própria do signo é determinar um interpretante, ou seja, a ação do signo é a de ser interpretado em outro signo. "É só na relação com o interpretante que o signo completa sua ação como signo" (SANTAELLA, 2007, p. 37). Segundo Santaella (2008, p. 58-59),

> [...] o significado de um signo é outro signo — seja este uma imagem mental ou palpável, uma ação ou mera reação gestual, uma palavra ou mero sentimento de alegria, raiva... uma ideia, ou seja lá o que for — porque esse seja lá o que for, que é criado na mente pelo signo, é um outro signo (tradução do primeiro).

O que podemos evidenciar é que signo é "qualquer coisa que admita um 'interpretante' – isto é, que seja capaz de dar origem a outros signos" (PEIRCE, 1972, p. 27). De modo a interpretar essas assertivas, Fidalgo e Gradim (2005, p. 147), consideram que o signo é "algo que ao ser conhecido por nós, faz com que conheçamos algo mais". Com isso, se configura um processo de geração de signos – geração de interpretantes – de modo que, à medida que conhecemos mais ou temos a intenção de conhecer mais, novos signos são produzidos e interpretados. Na perspectiva da Semiótica Peirceana, a geração de interpretantes constitui a construção do conhecimento e é mediada pela semiose.

A semiose é "o processo pelo qual o signo tem um efeito cognitivo sobre o intérprete" (SANTAELLA; NÖTH, 2017, p. 39). Por meio da semiose é possível inferir sobre como ocorre a cognição, como o intérprete revela o conhecimento sobre o objeto em estudo, visto que, pode ser "um efeito interpretativo de compreensão, dúvida ou incompreensão" (SANTAELLA, 2020, p. 16). Segundo D'Amore, Pinilla e Iori (2015, p. 156), o conhecimento "é o resultado da interação entre o sujeito que aprende (suas estruturas cognitivas) e suas experiências sensoriais". Esse entendimento leva a "semiótica à área da ciência cognitiva, que desenvolve modelos do conhecimento", de tal modo que "[...] representações cognitivas são signos e operações mentais ocorrem na forma de processos sígnicos" (SANTAELLA; NÖTH, 2017, p. 26).

Nas palavras de Peirce (2005, p. 74), a semiose consiste em "qualquer coisa que conduz alguma outra coisa (seu interpretante) a referir-se ao objeto ao qual ela mesma se refere (seu objeto) de modo idêntico, transformando-se o interpretante, por sua vez, em signo, e assim sucessivamente *ad infinitum*". Ou seja, a semiose é abarcada como processo de geração *ad infinitum* de interpretantes. Corroboramos com as assertivas de Drigo (2007, p. 85) de que "a semiose se desencadeia quando da atualização da mente".

Com esses apontamentos e considerando que "estudar, especular, ou ao menos refletir sobre signos é uma característica fundamental da espécie e da cultura humana" (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 9), é que focamos nossa atenção na proposição e resolução de problemas por alunos da 2ª série do Ensino Médio.

Aspectos metodológicos e contexto da pesquisa

Considerando nosso interesse em *evidenciar conhecimentos dos alunos na relação entre a ação e a produção de signos na proposição e resolução de problemas matemáticos, pautados em temáticas da realidade e de interesse dos alunos*, dirigimos nossa atenção a uma turma de 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública localizada no interior de São Paulo[6].

Em 2022 estavam matriculados 36 alunos na referida turma, dos quais 25 participavam regularmente das aulas. Dentre as práticas pedagógicas desenvolvidas pela professora regente (Prof), uma das autoras deste artigo, a Resolução de Problemas se mostrou profícua em diferentes momentos do ano letivo.

No período de 14 a 30 de novembro, os alunos foram convidados pela Prof a propor e resolver problemas. Entretanto, para considerar temáticas de interesse, a Prof elaborou um formulário no *Google Forms* que, antecipadamente às aulas do primeiro encontro, foi respondido individualmente por 23 alunos.

As duas questões que os alunos responderam foram: 1- Existem várias situações de nossa vida que podemos estudar Matemática, como a construção de uma rampa, estimar o valor

[6] O desenvolvimento da investigação foi autorizado pela equipe diretiva da escola. Além disso, os pais ou responsáveis pelos alunos assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

da fatura de energia elétrica e outras. Pensando nisso, proponha uma ou mais situações para estudarmos Matemática. 2- Explique por que você gostaria de estudar essas situações. Esse procedimento, em certa medida, tinha como objetivo permitir que os estudantes propusessem "problemas durante as aulas de acordo com a sua realidade e com suas vivências pessoais" (GIESELER; POSSAMAI, 2022, p. 244).

Ao analisar as respostas dos alunos, organizamos as temáticas indicadas no formulário em três temas abrangentes, conforme apresenta o Quadro 1.

Quadro 1: Temas abrangentes e temáticas indicadas no formulário

Temas abrangentes	Temáticas indicadas no formulário
Orçamento familiar: no controle das despesas	• Calcular troco • Fazer fechamento do mês e ver quanto gastamos • Estimar valor da fatura de energia ou de água
Cuidar de si: saúde em primeiro lugar	• Fazer cálculo de quantos litros de água todos os alunos da escola consomem diariamente • Valor energético dos alimentos, quantas calorias gastamos para cada atividade no dia, mês ou ano
A vida no campo e na cidade: transportes e tecnologias	• Proporção de hectares e alqueires • Comprimento e largura de máquinas do agro

Fonte: Arquivos da Prof (2022).

Em sala de aula, no dia 17 de novembro, em cinco horas-aula, os temas abrangentes foram listados pela Prof na lousa e os alunos, organizados em quatro grupos, foram orientados a propor problemas relativos aos temas. Esse encaminhamento teve como foco o aluno, com o objetivo de propor problemas "que o envolva, o desafie e o motive a querer resolvê-los" (RODRIGUES; NUNES, 2022, p. 259). O Quadro 2 apresenta os problemas propostos pelos grupos. Os nomes fictícios correspondem aos alunos de cada grupo e foram utilizados para manter o anonimato deles.

Quadro 2: Grupos, nomes fictícios dos alunos e problemas propostos

Grupo	Alunos	Problemas propostos
G1	Ana, Danilo, Gabriel, Jeferson e Yara	P1G1: Davi viaja cinco vezes na semana, menos sábado e domingo, para outra cidade. Para ir e voltar ele gasta R$20,00. Quanto Davi gastará em um ano? P2G1: Sabendo que o saco de milho está custando R$82,25 reais, João tem 150 sacos de milho e pretende vendê-los. Quanto de dinheiro João poderá arrecadar? P3G1: Uma escola precisa comprar 150 notebooks para os alunos. Sabendo que cada notebook custa R$1500,00 reais, quanto a escola irá gastar?
G2	Gustavo, Joel, Paulo, Ruan e Silas	P1G2: Um mercado tem em seu estoque 2 milhões de reais em mercadorias. Quantos por cento uma pessoa consome de mercadoria, sabendo que 10 famílias compostas por quatro pessoas consumiram 10% dessas mercadorias. P2G2: Uma pessoa que mede em torno de 1,80 m e pesa 76 kg. Qual é o

		percentual de gordura dessa pessoa de acordo com a saúde nutricional?
G3	Elaine, Jaque, José e Mel	P1G3: A professora de Educação Física de Miguel deu uma aula sobre IMC para toda a classe. Para sabermos nosso peso "ideal" o IMC diz que é preciso dividir o peso pela altura. Foi solicitado pela professora que ele faça o cálculo do IMC de sua amiga Vitória que tem 1,52 m de altura e 58 kg. Segundo a tabela fornecida do IMC, Vitória está no peso "ideal"? P2G3: A família de Maria está planejando uma viagem para o Sul, segundo os cálculos deles, será necessário um valor de R$15.000,00 reais para todos irem juntos. Considerando que a família de Maria possui quatro pessoas, e cada uma poderá guardar apenas R$200,00 reais por mês. Quantos meses eles precisarão para arrecadar os R$15.000,00 reais? P3G3: Um carro mantém uma velocidade escalar constante de 72,0 km/h. Em uma hora e dez minutos ele percorre, em quilômetros, a distância de: a)79,2 b)80,0 c)82,4 d)84,0 e)90,0
G4	Caio, Fabio, Gabi, Joaquim, Lucas, Maya e Pietro	P1G4: Tibúrcio terá que gastar 450 calorias na esteira. Sabendo que ao percorrer a distância de 8 km, são perdidas 1000 calorias, qual a distância que ele deverá percorrer para atingir sua meta?

Fonte: Arquivos da Prof (2022).

Ao olhar para os problemas propostos, observamos que a maioria apresentou características de problemas convencionais, ou seja, eles "têm frases curtas, todos os dados necessários para resolvê-los estão no enunciado, a solução é um número e pode ser encontrada por meio de um algoritmo" (CARNEIRO, 2015, p. 203), uma característica comum em primeiras experiências de alunos com a proposição de problemas (CHICA, 2001).

No dia 24 de novembro, em três horas-aula, a Prof disponibilizou quatro problemas para os grupos resolverem. Para isso, considerou um problema proposto por cada grupo: P1G1, P1G2, P1G3 e P1G4, listados no Quadro 2. Os grupos ficaram responsáveis por fazer as gravações, com seus respectivos telefones celulares, das discussões realizadas na proposição e resolução dos problemas. De modo geral, eles gravaram momentos que consideraram pertinentes e os encaminharam para a Prof. O G3 teve problemas com os áudios e não os enviou para a Prof, logo as discussões realizadas por esse grupo não foram analisadas. Já as plenárias da proposição e da resolução de problemas foram gravadas com o telefone celular da Prof. Como no dia 24 de novembro aconteceu somente a plenária da resolução do P1G1, consideramos as discussões empreendidas sobre esse problema.

As gravações foram transcritas na íntegra, compreendendo dois episódios de análise: episódio proposição de problemas e episódio resolução de problemas. Os registros escritos dos alunos e fotografias de momentos de ambos os episódios também compuseram o *corpus* de análise.

Do ponto de vista metodológico, trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 2013), uma vez que considera as intenções e os interesses dos pesquisadores, com as devidas explicações e justificativas para as escolhas realizadas – como define o rigor desse tipo de abordagem –, cuja análise se constitui a partir de uma atitude analítica e está fundamentada na técnica definida por Spink (2013) como Árvore de Associação de Ideias. De acordo com a autora, as Árvores de Associação de Ideias são potentes estratégias de visualização da construção (ou co-construção) argumentativa e visam dar visibilidade ao encadeamento de repertórios nos trechos que nos parecem ser mais ilustrativos dos fenômenos em estudo. Dessa forma, essa técnica, em nossa investigação, foi utilizada para dar visibilidade aos aspectos relativos aos conhecimentos dos alunos na proposição e resolução de problemas.

Conhecimento dos alunos nos episódios analisados

O *episódio proposição de problemas* ocorreu em cinco aulas no dia 17 de novembro de 2022. Primeiramente, a Prof fez uma abordagem com os alunos sobre o que é um problema, listou os temas abrangentes na lousa e solicitou que os alunos, em grupos, se empenhassem na proposição de problemas a serem, posteriormente, solucionados pelos colegas e por eles. Para Allevato e Possamai (2022, p. 158), o "resolvedor pode ser o próprio estudante ou o grupo de estudantes que criou o problema, pode ser outro estudante ou grupo (quando eles trocam os problemas entre eles), ou mesmo toda a turma, em plenária".

De modo geral, evidenciamos, assim como Carneiro (2015, p. 203) que "os alunos elaboraram problemas para cuja resolução pautaram-se nas operações aritméticas, e o algoritmo foi a estratégia utilizada". Segundo Allevato e Possamai (2022, p. 158), "os problemas criados pelos estudantes podem não atender ou envolver um conteúdo ou procedimento matemático pretendido, pelo professor, para ser abordado na formalização". Todavia, o foco está no objetivo do professor com a solicitação da proposição dos problemas.

Para a proposição do P1G1, o grupo pesquisou, com o telefone celular, o valor da passagem de ônibus até uma cidade próxima, em uma das empresas de transporte rodoviário da cidade (Figura 1) e elaborou um contexto vislumbrando uma situação que poderiam vivenciar, seja como estudante ou trabalhador. Segundo Gieseler e Possamai (2022, p. 245), "as atividades de proposição de problemas pelos estudantes contribuem para a valorização do conhecimento matemático de acordo com a cultura na qual eles estão inseridos".

Figura 1: Integrantes do G1 no processo de elaboração do P1G1

Fonte: Arquivos da Prof (2022).

Na pesquisa, o G1 encontrou o valor da passagem entre as duas cidades (R$ 10,00) e, a partir do valor obtido, fez algumas considerações de modo a tornar o problema mais complexo no âmbito de sua resolução, conforme excertos transcritos a seguir:

> *Jeferson: Sabendo que ir daqui para Assis está dez reais e o Davi vai a semana inteira para Assis, quanto Davi vai gastar em uma semana, entendeu?*
> *Danilo: Entendeu! Setenta.*
> *Jeferson: Ahn?*
> *Danilo: Setenta!*
> *Jeferson: Que setenta?*
> *Danilo: Ué, uma semana…*
> *Jeferson: Fio* (sic)*, vai ir e voltar. Ele vai e volta todo dia. É vinte por dia, se está dez para ir mais dez para voltar! Entendeu? A conta é mais complicada, mano!*
> *Danilo: Ah é!*
> *Jeferson: Conta mais difícil, entendeu?*
> *Danilo: Vinte, quarenta, sessenta…* [...]
> *Jeferson: Vou colocar esse nome mesmo, Davi viaja para outra cidade todo dia na semana.*
> *Danilo: Mas você tem que pôr o nome de Assis!*
> *Jeferson: Não precisa colocar o nome, viajo toda semana para outra cidade, qual o preço da passagem? Para ir e voltar gasta dez reais. Quanto Davi gasta em um ano, para ficar mais complicado* [do que] *um mês, pronto!*

Nos signos interpretantes produzidos pelos alunos criadores do problema foram mobilizados conhecimentos sobre a busca de informações relativas ao valor da passagem de ônibus, bem como o fato de que o cálculo da projeção de gastos para um ano ficava *mais complicado*. O fato de considerar a inserção do destino, como não acatado por Jeferson, denotou características dos problemas convencionais, em que valores numéricos são suficientes para dar uma solução ao problema (CARNEIRO, 2015). A busca pela complexidade para um potencial resolvedor ficou atrelada a uma determinada projeção de valor: *quanto Davi gasta em um ano* (Figura 2). Os criadores, todavia, poderiam ter optado por inserir o destino da viagem ao invés do valor, de modo que para resolver o problema, primeiramente o resolvedor teria de realizar uma pesquisa do valor da passagem de ônibus ou outro meio de transporte. Porém, ao solicitar em aulas a proposição de um problema, o professor pode evidenciar quais recursos os alunos "conhecem, não apenas como uma tarefa matemática, mas também como uma forma de texto" (BARWELL, 2011, p. 2).

Figura 2: Problema P1G1 elaborado por G1

Dan viaja 5 vezes na semana, menos Sábado e domingo, para outra cidade. Para ir e voltar ele gasta 20,00$ reais, quanto Dan gasta em 1 ano?

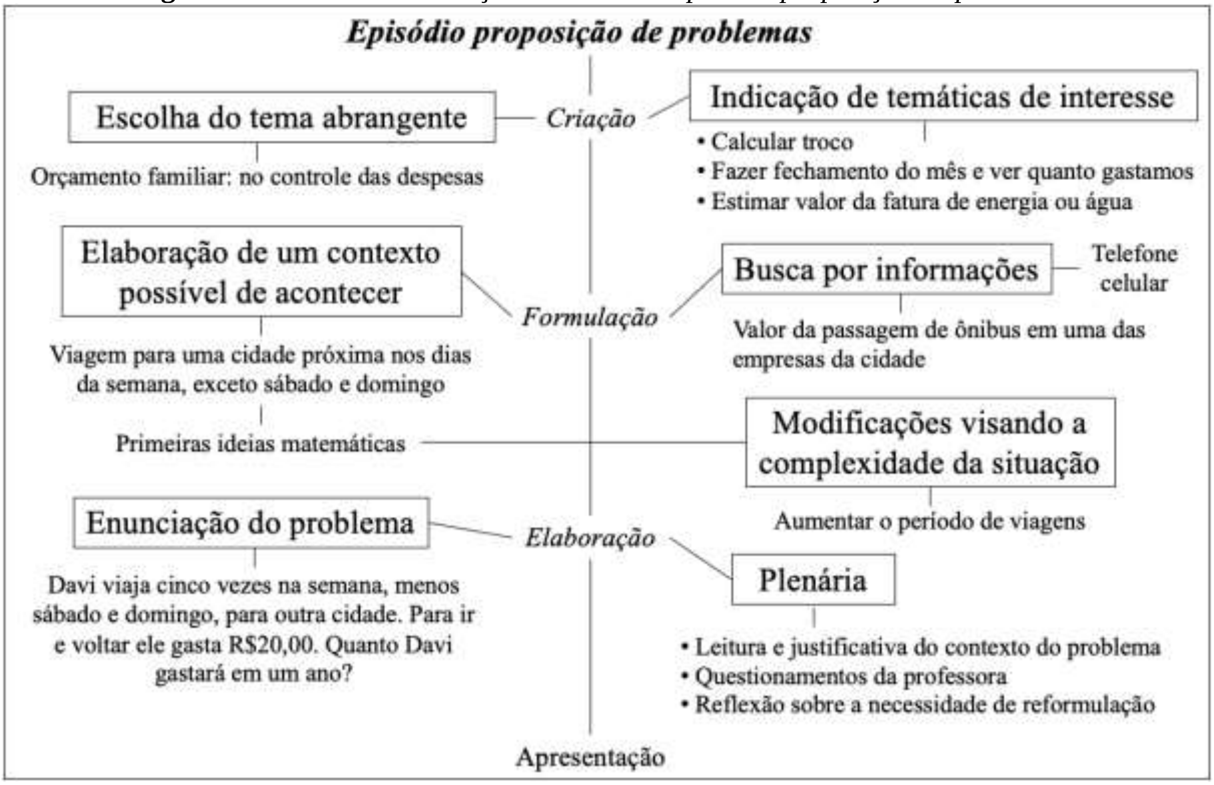
Fonte: Registro entregue pelos alunos do G1 (2022).

Na plenária, a Prof solicitou que, após a leitura do problema, o grupo explicasse por que escolheu o contexto que propuseram, considerando as temáticas abrangentes.

> *Prof: Por que será que quem elaborou esse problema pensou em Davi ir e vir de Assis ou de uma determinada cidade? Será que essa pessoa trabalha em outra cidade, ela vai e volta todos os dias?*
> *Jeferson: É.*
> *Prof:* [...] *Mas viajar do quê? Está viajando do que?*
> *Pietro: Avoa* [meio de transporte – ônibus – entre os municípios].
> *Prof: De ônibus? Mas poderia ir só de ônibus?*
> *Lucas: De carro!*
> *Prof: Ele poderia gastar só com passagens? No problema está indicando se é só passagem?*
> *Pietro: Não!*
> *Prof: Está indicando se é combustível? Ele só está dizendo que gasta...*
> *Yara: Vinte reais.*
> *Prof: Isso! Para ele ir e voltar. Mas no problema não está explícito se é combustível, se é passagem, né? E não falou nem transporte, falou só que ele gasta. Esse problema poderia ser reformulado?*
> *Alunos: Sim.*
> *Prof: Se fosse para fazer uma reformulação desse problema, como ficaria?*
> *Gabriel: Em uma passagem… ele gasta duas por dia, em ida e volta, vinte por dia, em duas passagens.*
> *Prof: Colocaria passagem?*
> *Yara: É.*
> *Prof: Mas... Uma outra pergunta, mesmo esse problema faltando a palavra passagem, transporte é possível de resolver?*
> *Pietro: Fica subentendido que o cara vai pagar a passagem, tá ok?*
> *Prof: Pra quem? Está subentendido pra quem?*
> *Pietro: Pra todo mundo.*
> *Prof: Pro leitor, está subentendido para o leitor.*

Os signos interpretantes produzidos durante a proposição e a plenária do P1G1 revelaram que, dentre as temáticas abrangentes, os alunos optaram pelo *Orçamento familiar: no controle das despesas*, considerando que viagens diárias seriam inseridas nas despesas de uma pessoa para trabalhar. Em um contexto realista para o G1, conhecimentos relacionados à busca de informações sobre valor de passagens de ônibus foram revelados nos diálogos entre os integrantes do grupo e na plenária. Além disso, ao entender que um potencial resolvedor do problema seria outro colega da turma, sentiram a necessidade de deixar o problema *mais* *complicado*. No excerto também evidenciamos que, mesmo considerando uma possível reformulação do problema, Pietro insistiu que o uso do ônibus como meio de transporte estaria subentendido para qualquer resolvedor e optou por não alterar a escrita do texto. A Figura 3 apresenta a Árvore de Associação de Ideias do *episódio proposição de problemas*.

Figura 3: Árvore de Associação de Ideias do *episódio proposição de problemas*



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

Na Árvore de Associação de Ideias do *episódio proposição de problemas* (Figura 3), vemos os processos indicados por Allevato e Possamai (2022) para a proposição de um problema – criação, formulação e elaboração –, em itálico, seguidos da sua apresentação para um potencial resolvedor – também sugestão das autoras –, como o "tronco" que a sustenta. As caixas que se associam, e representam as "folhas" da árvore, indicam ações dos alunos na proposição do problema que suscitaram na produção dos signos, de modo que conhecimentos foram mobilizados. Os textos conectados a essas caixas apresentam indícios que revelaram tais ações. Sob essa configuração, a árvore dá visibilidade a elementos que evidenciam conhecimentos associados à estrutura de um problema matemático convencional, como a estruturação de um contexto possível de acontecer, a busca por informações que contribuam nesse sentido, com a indicação de todos os dados numéricos necessários para a sua resolução, e a reflexão sobre a complexidade da questão, tanto em termos matemáticos, quanto do texto da questão, que vão ao encontro das características apontadas por Barwell (2011).

No *episódio resolução de problemas*, no dia 24 de novembro, o P1G1 foi resolvido por todos os grupos, inclusive o que o criou. Dentre as resoluções apresentadas na lousa, durante a plenária (Figura 4), o G3 e o G4 obtiveram como resultado R$5200,00, o G1 obteve R$6260,00 e o G2 obteve R$4800,00. Esses valores correspondem ao que Davi gastaria em um ano em passagens para viajar entre as duas cidades em questão.

Figura 4: Integrantes dos grupos registrando as resoluções na lousa

Fonte: Arquivos da Prof (2022).

De modo geral, os grupos consideraram que uma semana tem cinco dias úteis e que em cada dia Davi gasta R$20,00. Logo, o gasto semanal seria de R$100,00. Os procedimentos para chegar a uma solução para o problema se diversificaram na sua forma, devido ao fato de os grupos considerarem que um ano tem 40 ou 52 semanas, ou ainda, 260 dias com exceção de sábados e domingos. Foi nesse momento que parece ter se configurada a necessidade de os alunos "aprender a ler nas entrelinhas e entender o que se espera que eles façam matematicamente" (BARWELL, 2011, p. 1).

De modo simplificado, o G2 considerou, por hipótese, que um mês tem 4 semanas e, como um ano tem 12 meses, o total de gastos de Davi seria de R$ 4.800,00 (Figura 5).

Figura 5: Resolução de G2 para o P1G1

5x20 = 100
x 4
400
x12
4.800

R: Davi gastará 4.800 Por ano, Pois se gastara 100 reais Por semana Sabendo que tem 4 semanas no mês, gastará 400 reais Por mês e 4.800 reais Por ano

Fonte: Registro entregue pelos alunos do G2 (2022).

A resolução do G2, apresentada na Figura 5, foi a primeira abordagem que o grupo fez diante do problema que receberam para resolver. A análise dos signos escritos revelou que o grupo fez algumas simplificações bem abreviadas para resolver o problema, porém, durante a resolução do problema no grupo, outro procedimento foi considerado a partir de uma intervenção feita pela Prof, conforme excerto transcrito a seguir:

> *Prof:* [...] *Todos os meses têm quatro semanas?*
> *Ruan: Não! Aí é que está a questão!*
> *Silas: É aí que nós estamos apanhando!*
> *Prof: O que vocês precisam ver?*
> *Ruan: Precisamos ver quais os meses que têm quatro ou cinco, depois somar tudo.*
> *Prof: Você pode dar uma olhadinha no calendário do seu celular.*
> *Ruan: É, eu vou…*
> *Prof: Que ano você vai considerar? Você vai considerar o ano de 2022 ou de 2023?*
> *Ruan: O ano de agora? Ahhh, 2022!*
> *Prof: Tá. Considerando o ano de 2022, olha desde janeiro. Vamos supor que ele viaja desde janeiro.* [...] *Anotem em uma folha também para vocês não esquecerem, colocando janeiro tem um total de semanas…*
> *Ruan: Vai somando os dias um por um que eu vou…*
> *Silas: Como assim? Tem de somar todos os meses?*
> *Ruan: Isso! Eu vou contar um por um.*
> *Silas: Nossa!*

O excerto sinalizou que os alunos tinham considerado a necessidade de identificar a quantidade de semanas de um ano, há um conhecimento por parte deles de que um ano tem mais do que 40 semanas. A intervenção da Prof, de sobremaneira, consistiu em um reforço para que essa ação fosse realizada. Desse modo, a geração de um novo signo, um interpretante, coincidiu com a identificação de um desconforto ou uma instabilidade provocada pela Prof, defronte da resolução do problema e cuja superação precisou ser mediada pela semiose. Nesse contexto, a semiose desencadeou uma atualização da mente (DRIGO, 2007) dos alunos, visto que alteraram os procedimentos de resolução escolhidos. As discussões empreendidas no âmbito do grupo revelaram “como os alunos organizam suas ideias e traçam caminhos muitas vezes mais criativos” (LIMA; SEGADAS, 2015, p. 63) do que apresentam no registro escrito da resolução final.

Em um novo processo de geração de signos, os alunos contaram todos os dias do ano de 2022, obtendo 261 dias, desconsiderando os sábados e domingos, seguindo as orientações da Prof. Porém, um impasse foi gerado: *O que fazer com esse resultado?* Os alunos organizaram diferentes procedimentos aritméticos para chegarem a uma solução, sem se ater ao fato de que poderiam multiplicar a quantidade de dias pelo valor de R$ 20,00, conforme excerto a seguir:

> *Silas: Oh professora, faz um favor aqui rapidinho? Aqui a gente errou! A gente somou tudo e dá 261 dias no ano, sem o sábado e domingo. Daí a gente pegou… daria 100 reais na semana, cinco vezes que ele viajou, daí a gente pegou 261 e multiplicou por 100. Daí nisso daria 100 reais em cada dia. Isso a gente errou. Daí a gente deixou quieto. Daí a gente fez aqui* [explica a resolução simplificada que chega em R$4800,00], *mas a gente teria que saber se tem 4 semanas cada mês, de 261 sem o sábado e o domingo.*

Prof: Você contou a quantidade de dias certinho, um por um?
Silas: Sim, a gente contou.

A primeira ação do grupo foi multiplicar o total de dias do ano por 100. Os signos produzidos pelos alunos para as operações que deveriam realizar foram apresentados de maneiras aparentemente sem sentido, fornecendo inclusive soluções irrealistas (BARWELL, 2011). Porém, Silas entendeu que o resultado em relação à situação-problema não fazia sentido, mas gostaria de manter a abordagem (*mas a gente teria que saber se tem 4 semanas cada mês*). Uma nova intervenção da Prof, em certa medida, foi associada à dinâmica da geração de interpretantes de modo a manter os alunos interessados na abordagem que estavam realizando, conforme excerto transcrito a seguir:

Prof: Para vocês saberem isso aqui [apontando para a resolução dos alunos]*, em semanas, o que vocês têm que fazer? Isso aqui são dias, não sei se está certinho. E em semanas?*
Ruan: Ah, espera aí! Vou dividir por 5.
Prof: Por que cinco?
Ruan: Por que cinco? São cinco dias na semana, porque ele quer viajar na semana, menos sábado e domingo.
Prof: Então são quantas semanas?
Ruan: Deixa eu ver! 52,2, não… dá conta quebrada. Dá alguma coisa errada.
Prof: Mas você pode usar, a gente trabalha com aproximação. [...]
Ruan: Ahhh. É isso, então! De 261 dias eu teria 52,2 semanas.
Silas: Então agora a gente vai ter… O que a gente tem de descobrir agora?
Ruan: A gente tem quanto que gastaria em cada semana.
Silas: No ano a gente já descobriu que é os 4800, não? Nós vamos ter que descobrir na semana primeiro, depois descobrir no ano?
Ruan: É não tem muito. É que tem mês que não tem 30 dias arredondado e sábado e domingo não conta. Peraí, vou fazer uma regrinha aqui… É vamos usar essa aqui [se referindo à primeira abordagem]*. Vamos manter esse raciocínio aqui, depois a gente volta.*

No excerto ficou evidente que os alunos não consideravam um número decimal (*dá conta quebrada*) como solução para as operações que estavam realizando. A Prof, então, interveio (*a gente trabalha com aproximação*) e, com isso, um efeito cognitivo do signo – *aproximação* – gerou compreensão de como a Matemática poderia ser usada na situação (*Ahhh. É isso, então! De 261 dias eu teria 52,2 semanas*).

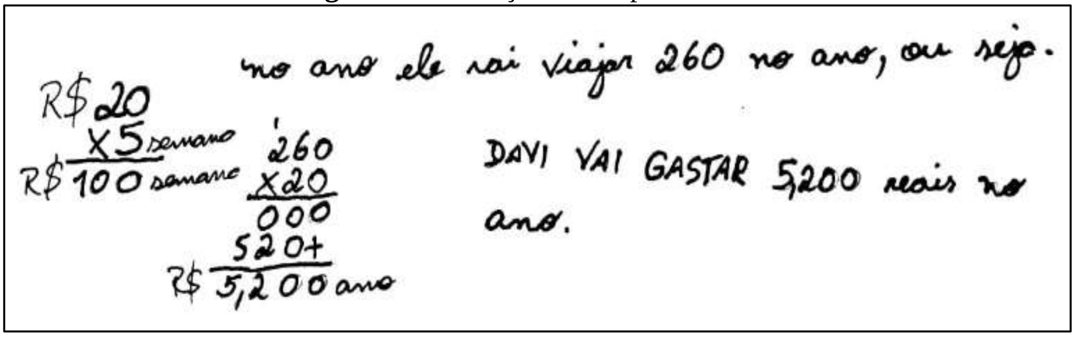
Na continuidade, os alunos não identificaram procedimentos para chegar a uma solução, no caso, multiplicar 52,2 por 100 para obter o valor gasto por ano. Com tal impasse, entendendo que uma solução já tinha sido obtida, o grupo se deu por satisfeito e a apresentou na plenária. De fato, conforme as assertivas de Peirce (2005), a solução obtida se constituiu como uma interpretação verdadeira, que satisfaz e é suficiente para o problema em estudo. Após as discussões dos procedimentos utilizados, a Prof fez algumas considerações sobre a resolução:

Prof: Mas o raciocínio que o grupo 2 fez está errado?
Alunos: Não.

Prof: Eles somente têm que justificar o que é que eles pensaram, mas o raciocínio, o cálculo ali está correto, se eles consideraram como hipótese que no ano cada mês tem quatro semanas, teria que ter escrito! [...].

O G3 encontrou em sites da internet que, de modo geral, o ano tem 52 semanas e, considerando o valor semanal, obteve R$ 5200,00; o G4, embora tenha obtido o mesmo resultado, contou a quantidade de dias que um ano apresenta, desconsiderando os sábados e domingos, obtendo 260 dias (Figura 6).

Figura 6: Resolução de G4 para o P1G1



Fonte: Registro entregue pelos alunos do G4 (2022)

Na plenária, enquanto o G4 estava apresentando os encaminhamentos que o grupo realizou para obter 260 dias no ano, um dos integrantes do próprio grupo fez uma intervenção que mudaria a solução para o problema, conforme excerto transcrito a seguir:

Jaque: Pensamos assim, 7 dias tem uma semana, então subtraí 2 dias que seriam o final de semana.
Fábio: E o feriado, e o feriado???
Caio: Não contou o feriado no problema?
Prof: Mas no problema falava-se de feriado?
Jaque: Ai, pelo amor de Deus.
Prof: Falou apenas, né Jeferson, vocês que elaboraram o problema, só falou em sábado e domingo, não falou feriado. Mas se alguém considerasse o feriado?
Mel: Teria que subtrair os feriados. [...]
Jaque: Mas professora, depende do Estado, tem empresa que não dá folga, tem empresa que emenda, não dá pra saber.
Prof: Vejam como esse problema fica bem aberto, se fossem considerar por hipótese que Davi não trabalha nos feriados nacionais e municipais seria preciso verificar quantos feriados tem na cidade que ele trabalha.
Pietro: Teria que contar todos os feriados nacionais, municipais ou estaduais.
Jaque: Tem empresa que não dá folga no feriado, tipo no carnaval, tem empresa que dá, tem empresa que não dá.
Prof: Isso mesmo!!! Quando acontecer isso, é preciso considerar por hipótese que está considerando apenas os feriados nacionais, ou municipais ou estaduais. Porque o problema não fala da cidade. Como vocês chegaram nesses 260?
Grupo 4: Contamos todos os dias do ano sem os finais de semana.
Maria: Foi contado 5 dias de cada semana.

A implementação do feriado na resolução do problema consiste em um meio para "avançar nas aprendizagens mesmo a partir dos erros cometidos nas resoluções, de modo que sejam considerados na criação de novos problemas" (ALLEVATO; POSSAMAI, 2022, p. 168). Tal implementação levaria a uma nova solução para o problema. Nesse caso, a ação desse interpretante (semiose), sobretudo, viria a buscar ou indicar relações entre Matemática e situação investigada. As relações percebidas pelo intérprete entre signo e situação investigada, constituíram uma nova sequência de semiose, indicando, com isso, que a semiose é evolutiva.

Os signos produzidos na explicação da resolução, na plenária, revelaram que, por meio do problema proposto por um grupo de alunos, "é possível desenvolver habilidades que vão além da esfera da Matemática, como a autonomia e o pensamento crítico" (GIESELER; POSSAMAI, 2022, p. 246).

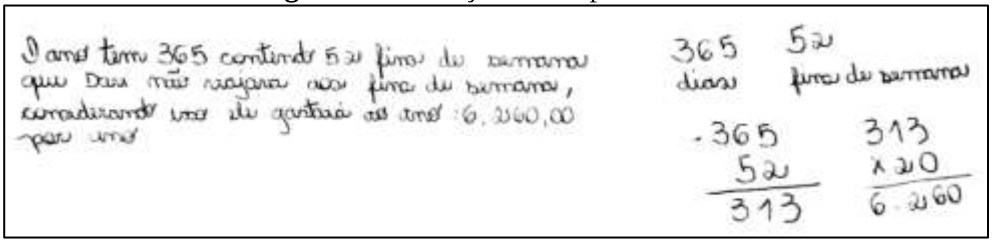
De fato, mesmo que no enunciado não esteja implícita, ou explícita, a presença da palavra feriado, uma interpretação nesse sentido poderia ser considerada no contexto do problema, uma vez que só foi indicado na plenária da proposição, pelos alunos do G1, que a viagem seria a trabalho. Outra possibilidade de implementação seria considerar as férias, uma vez que Davi não teria que viajar nesse período.

O G1 foi responsável pela proposição do problema P1G1, logo era esperado que tivesse uma vantagem a favor da argumentação e da mobilização de conhecimentos para chegar a uma solução (ROZARIO; PROENÇA, 2022). Porém, a resolução não foi instantânea, visto que os alunos, ao realizarem a proposição do problema, não levaram em consideração que também iriam resolvê-lo, deixando evidente que não desenvolveram estratégias de resolução do referido problema, conforme excerto transcrito a seguir:

> *Yara: Ai problema, na minha vida.*
> *Jeferson: Nossa o baguio era fácil e ficou difícil agora [...].*
> *Yara: Que raiva. Oh, trezentos e sessenta e cinco dias, tem um ano. Contendo cinquenta e dois fins de semanas. Ai Jesus amado. Ô professora, esse problema parecia muito fácil, até vim embananar tudo aqui. Meu Deus do céu.*
> *Prof: O que ocorreu?*
> *Yara: Ocorreu? Ocorreu problemas* [risos]. *Não "sora" é que é assim oh,* [lê o problema].
> [...]
> *Yara: Oh Prof. vem aqui. Eu acho que deu certo. Eu fiz o total de ano, menos os fins semanas, que deu isso* [apontando para 313 dias], *aí eu multipliquei pelos vinte reais que ele gasta, que deu seis mil duzentos e sessenta reais.*

A solução obtida foi R$6260,00, em que o grupo considerou que um ano tem 365 dias e 52 finais de semana. Porém, para obter a quantidade de dias que Davi viajaria, subtraiu 52 de 365, obtendo 313 dias, conforme mostra a Figura 7.

Figura 7: Resolução de G1 para o P1G1

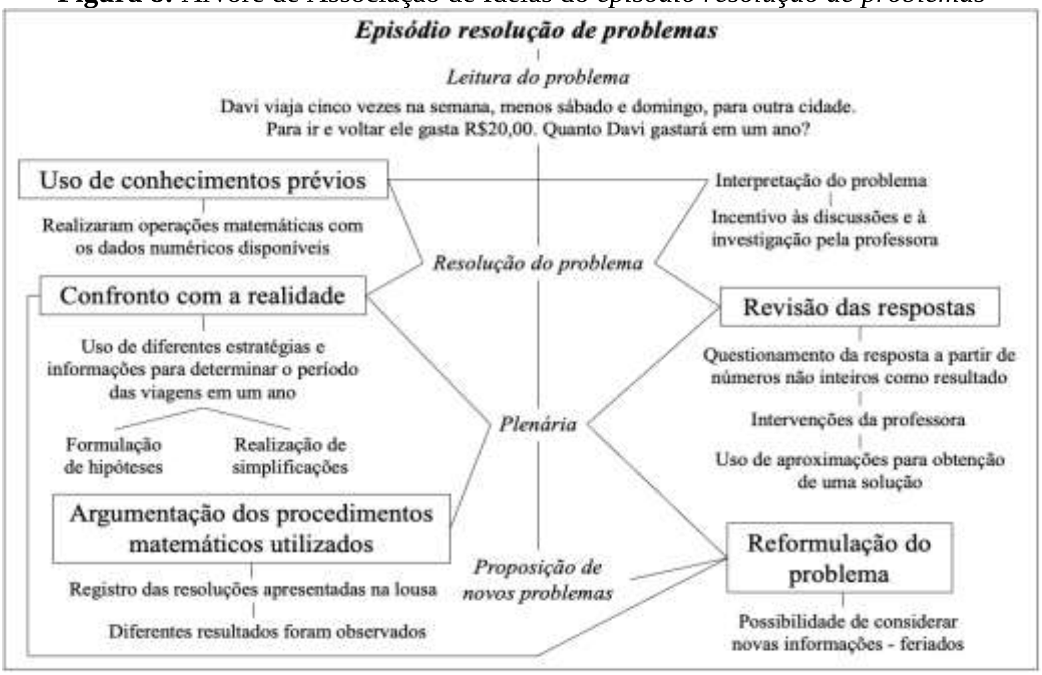


Fonte: Registro entregue pelos alunos do G4 (2022).

Na resolução de um problema, grupos diferentes apresentam procedimentos diferentes para a solução e chegam, inclusive, a resultados diferentes, dependendo das interpretações e informações consideradas. As operações iniciais apresentadas no problema foram seguidas por todos os grupos, o que se alterou estava atrelado ao entendimento da quantidade de semanas no ano. De forma simplificada, o G2 considerou 40 semanas, o G3 e o G4 consideraram 52 semanas e o G4, ainda, contou a quantidade de dias do ano de 2022, desconsiderando sábados e domingos, e o G1 indicou a presença de 52 finais de semana, porém não multiplicou por 2 (sábado e domingo).

Os procedimentos dos grupos, de modo geral, revelaram signos que denotaram experiências colaterais e conhecimentos, tanto matemáticos quanto do fenômeno, de modo que geraram nova semiose à medida que as discussões em grupos avançaram, bem como na plenária, em que o G4 sentiu a necessidade de considerar os feriados na solução do problema. A Figura 8 apresenta a Árvore de Associação de Ideias do *episódio resolução de problemas*.

Figura 8: Árvore de Associação de Ideias do *episódio resolução de problemas*



Fonte: Elaborada pelos autores (2022).

Na Árvore de Associação de Ideias do *episódio resolução de problemas* (Figura 8), algumas das ações indicadas por Allevato e Onuchic (2021) encontram-se em itálico e consistem no "tronco" da estrutura, uma vez que são elas que norteiam a forma de trabalho dessa tendência – outras ações indicadas pelas autoras também se fazem presentes, porém de forma implícita à produção dos signos. As ações dos alunos em busca de uma solução estão descritas nas caixas, que representam as "folhas" da árvore, e indicam os conhecimentos que foram mobilizados durante a resolução do problema, relativos tanto ao uso de ideias e procedimentos matemáticos, quanto à situação que deu origem ao problema. A produção dos signos, neste episódio, pautou-se sobretudo no confronto entre a Matemática e a realidade, que viabilizou reflexões e deu legitimidade às discussões empreendidas quanto à questão proposta como problema.

Considerações finais

Ponderamos, assim como Hiebert *et al*. (1997) que, para ensinar Matemática, o professor pode considerar tarefas ou atividades que abranjam características que façam delas desafiadoras e interessantes, conectando-se aos conhecimentos dos alunos e permitindo o engajamento de pensamentos e reflexões. Nesse sentido, nos apoiamos nos processos que subsidiam a Proposição e a Resolução de Problemas em busca dessas características a serem implementadas nas aulas de Matemática com alunos da Educação Básica, especialmente, alunos do Ensino Médio, atendendo inclusive a orientações presentes na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018). Nesse documento, reforça-se a necessidade de se desenvolver nos alunos suas habilidades em resolver e elaborar problemas nas aulas de Matemática, do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

Neste artigo, todavia, objetivamos evidenciar conhecimentos dos alunos na relação entre a ação e a produção de signos na proposição e resolução de problemas matemáticos, pautados em temáticas da realidade e de interesse dos alunos. Por meio de uma análise semiótica dos signos produzidos em dois episódios – episódio proposição de problemas e episódio resolução de problemas – conhecimentos sobre a situação presente no problema, sobre a dinâmica de sua resolução e a Matemática necessária para uma solução se articularam às experiências dos alunos, desde o processo de criação do problema até a sua resolução.

Dentre os problemas propostos por quatro grupos de alunos de uma 2ª série do Ensino Médio, um deles foi resolvido por toda a turma, cuja plenária foi realizada no ambiente da sala de aula (Davi viaja cinco vezes na semana, menos sábado e domingo, para outra cidade. Para ir e voltar ele gasta R$20,00. Quanto Davi gastará em um ano?). Trata-se de um problema focado no tema abrangente *Orçamento familiar: no controle das despesas* oriundo das temáticas escolhidas pelos alunos ao responderem um formulário no *Google Forms* proposto por Prof.

Apesar de apresentar características de um problema convencional, a ação dos signos (semiose) presente nas discussões em grupos e na plenária de cada episódio produziu o efeito cognitivo que gerou novos signos interpretantes, se configurando como um meio pelo qual os alunos manifestaram e articularam seus conhecimentos.

Na proposição do problema, os conhecimentos estiveram atrelados às ações de elaboração de um contexto possível de acontecer, da busca de informações, das possibilidades de modificações visando a complexidade da situação, da enunciação do problema e de sua plenária antes de ser apresentado a um possível resolvedor. A resolução do problema permitiu evidenciar ações relativas ao uso de conhecimentos prévios, ao confronto das informações do problema com informações da realidade, revisão das respostas, argumentação dos procedimentos matemáticos utilizados e reformulação do problema.

Há de se considerar que as intervenções da Prof, em alguns casos, causaram instabilidade e desconforto nas ações dos alunos, exigindo a produção de novos signos interpretantes, que auxiliaram no avanço da proposição e resolução de problemas ou mesmo na retomada e reorganização da resolução, indicando uma possível reformulação do problema.

Mediante a proposta da proposição de problemas a partir de temáticas do interesse dos alunos, consideramos que tais problemas podem, também, ser caracterizados como "problemas de palavras", uma vez que cada um deles é constituído por um texto (contendo informações quantitativas) que descreve uma situação assumida como familiar ao leitor, possível resolvedor, e coloca uma questão quantitativa, cuja resposta pode ser obtida por operações matemáticas realizadas com os dados fornecidos no texto (VERSCHAFFEL; GREER; DE CORTE, 2000). Abordagens relativas à construção de conhecimentos e o pensamento criativo dos alunos no processo de proposição de problemas de palavras constituem possibilidades de pesquisa futura.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs). **Resolução de problemas**: teoria e prática. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.

ALLEVATO, N. S. G.; POSSAMAI, J. P. Proposição de Problemas: possibilidades e relações com o trabalho através da Resolução de Problemas. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, v. 7, n. 18, maio-ago., p. 153-172, 2022.

BARWELL, R. Word Problems: connecting language, mathematics and life. In: ONTARIO. The Literacy and Numeracy Secretariat. Ontario Association of Deans of Education. What works? Research into practice. **Research Monograph**, n. 34, jun. 2011. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1ERkidLB45qz_UNraZwOSuoE3nR26-L-V/view>. Acesso em 08 dez. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CARNEIRO, R. F. Formulação e resolução de problemas em aulas de matemática de um 6º ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 4, n. 7, p. 1880-205, jul.-dez. 2015.

CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p.151-173.

D'AMORE, B.; PINILLA, M. I. F.; IORI, M. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

DRIGO, M. O. **Comunicação e Cognição**: semiose na mente humana. 1. ed. Porto Alegre: Sulina, 2007.

FIDALGO, A; GRADIM, A. **Manual de Semiótica**. 1. ed. Portugal: UBI, 2005. 224 p. Disponível em: <www.ubi.pt>. Acesso em: 14 maio 2015.

GIESELER, L. C.; POSSAMAI, J. P. Um ponto de partida para a proposição de problemas nos anos iniciais. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, v. 7, n. 18, maio-ago, p. 241-254, 2022.

HIEBERT, J.; CARPENTER, T. P.; FENNEMA, E.; FUSON, K. C.; WEARNE, D.; MURRAY, H.; OLIVIER, A.; HUMAN, P. **Making sense**: teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth: Heinemann, 1997.

LESTER, F. K. Thoughts About Research On Mathematical Problem-Solving Instruction. **The Mathematics Enthusiast**, v. 10, n. 1-2, p. 245-278, 2013.

LIMA; L. S.; SEGADAS, C. Formulação de problemas envolvendo generalização de padrões por alunos do Ensino Fundamental: análise de registros orais e escritos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 4, n. 7, jul.-dez., p. 48-65, 2015.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: E.P.U., 2013.

NÖTH; W.; SANTAELLA, L. **Introdução à semiótica**. São Paulo: Paulus, 2017.

ONUCHIC, L. R.; Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p.199-218.

OTTE, M. Mathematical epistemology from a semiotic point of view. In: **PME INTERNATIONAL CONFERENCE**, 25., 2001, Utrecht. PME… Utrecht: University of Utrecht, 2001. p. 1-32. Unpublished manuscript.

PEIRCE, C. S. **Semiótica e filosofia**: textos escolhidos. São Paulo: Cultrix, 1972.

PEIRCE, C. S. **The essential Peirce**: selected philosophical writings. HOUSER, N. et al. (Ed.). Bloomington: Ed. Indiana University Press, 1998. 448 p. Citado como EP seguido do número do volume.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.

POLYA, G. **How to solve it**: a new aspect of mathematical method (2nd ed.). Princeton: Princeton University Press, 1988.

PROENÇA, M. C. MAIA-AFONSO, E. J. Resolução de problemas: análise de propostas de ensino em dissertações de mestrado profissional. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 09, n. 18, p.180-201, jan.-jun. 2020.

RODRIGUES, S. A. M; NUNES, C. B. Resolução e elaboração/formulação de problemas: uma experiência didática no 6º ano do Ensino Fundamental II. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, v. 7, n. 18, maio-ago, p. 255-278, 2022.

ROZARIO, T. A.; PROENÇA, M. C. Resolução de problemas e área de triângulo: análise dos conhecimentos de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 11, n.26, p. 492-527, set.-dez. 2022.

SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SANTAELLA, L. **A Teoria Geral dos Signos**: como as linguagens significam as coisas. 2. reimpr. da 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

SANTAELLA, L. **Charles Sanders Peirce**: excertos. São Paulo: Paulus, 2020.

SANTAELLA, L.; NÖTH; W. **Imagem**: cognição, semiótica, mídia. 9. reimpr. da 1. ed. São Paulo: Iluminuras, 2017.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SPINK, M. J. **Práticas discursivas e produção de sentidos no cotidiano**. Rio de Janeiro: Editora Virtual, 2013.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERSCHAFFEL, L.; GREER, B.; DE CORTE, E. **Making sense of word problems**. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger, 2000. (Contexts of Learning).

Recebido em: 20 de dezembro de 2022
Aprovado em: 23 de fevereiro de 2023