

AS CONTRIBUIÇÕES DO ARCO DE MAGUEREZ NO TRABALHO COM A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO MATEMÁTICA FINANCEIRA

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.386-414>

Felipe Miranda Mota¹
Cláudia de Oliveira Lozada²

Resumo: Com o intuito de responder ao questionamento “Quais as possíveis contribuições do Arco de Maguerез em tarefas de Resolução de Problemas envolvendo o Arco de Maguerез?” o presente estudo objetivou investigar, a partir da proposição de uma tarefa utilizando a Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira, as contribuições do Arco de Maguerез. Para tal, buscamos apoio em estudos que tratam da Resolução de Problemas e da problematização com base no Arco de Maguerез que tem como ponto de partida, a realidade. Optamos por uma metodologia de pesquisa qualitativa por meio de um estudo de caso em escola da rede pública de ensino do Estado de Pernambuco, localizada na cidade de Jurema no Agreste Meridional. Os sujeitos de pesquisa foram estudantes de uma turma da 3ª série do Ensino Médio. Diante da aplicação de dois problemas advindos de uma situação norteadora que considerou fatos da realidade, notamos a contribuição das etapas do Arco de Maguerез na resolução de problemas, bem como na exposição das ideias dos estudantes. Além disso, partindo da situação norteadora, os processos de leitura, análise, colaboração, partilha de ideias, tratamento de dados, produção, resultado e reflexão permitiram um olhar dos estudantes para o que estava sendo tratado além de uma solução numérica, mas que foi possível reflexões críticas com a utilização desta solução, possibilitando o desenvolvimento do pensamento analítico e da argumentação, instaurando um ambiente de aprendizagem dialógico que promove a discussão de situações reais e conectando os conhecimentos matemáticos com suas aplicações no cotidiano.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Arco de Maguerез. Matemática Financeira.

THE CONTRIBUTIONS OF ARCO DE MAGUEREZ IN WORKING WITH PROBLEM SOLVING INVOLVING FINANCIAL MATHEMATICS

Abstract: In order to answer the question “What are the possible contributions of the Arch of Maguerез in Problem Solving tasks involving the Arch of Maguerез?” The present study aimed to investigate, from the proposition of a task using Problem Solving involving Financial Mathematics, the contributions of the Arch of Maguerез. For this, we seek support in studies that deal with Problem Solving and problematization based on Maguerез's Arch, which has reality as its starting point. We opted for a qualitative research methodology through a case study in a public school in the State of Pernambuco, located in the city of Jurema in the Southern Agreste. The research subjects were students from a 3rd grade high school class. Faced with the application of two problems arising from a guiding situation that considered facts of reality, we noticed the contribution of the stages of the Arch of Maguerез in solving problems, as well as in exposing the students' ideas. In addition, starting from the guiding situation, the processes of reading, analysis, collaboration, sharing of ideas, data processing, production, result and reflection allowed the students to look at what was being treated beyond a numerical solution, but which

¹ Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas (PPGECIM/UFAL), Especialista em Metodologia do Ensino da Matemática e da Física pela Faculdade de Educação São Luís (FESL), Licenciado em Matemática pela Universidade de Pernambuco (UPE) e professor de Matemática da Secretária de Educação de Pernambuco (SEE-PE). E-mail: felipemiranda.mat@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2394-099X>

² Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo (USP) e Docente do Instituto de Matemática e do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas (UFAL). E-mail: claloz@yahoo.com.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1425-9956>

was possible critical reflections with the use of this solution, enabling the development of analytical thinking and argumentation, establishing a dialogic learning environment that promotes the discussion of real situations and connecting mathematical knowledge with its applications in everyday life.

Keywords: Problem Solving. Arch of Magueréz. Financial Math.

Introdução

Ao observar o meio no qual estamos inseridos, podemos notar que somos submetidos constantemente a resolver problemas, seja numa simples compra quando precisamos decidir de qual maneira realizar o pagamento, se à vista ou a prazo, e qual será mais vantajoso; seja na construção de uma casa que temos que criar a melhor planta para atender às necessidades do terreno. Por esse viés, tendo a escola a função de formar cidadãos para a atuação em sociedade, precisa-se de situações nas quais os estudantes se envolvam resolvendo problemas, considerando o seu contexto social e suas análises críticas e reflexivas do que está sendo estudado para a sua vida pessoal. Assim, é preciso discutir a respeito da Resolução de Problemas no que tange ao Ensino de Matemática por um viés problematizador que considere análise, interpretação, tratamento de dados e reflexão crítica sobre o que está sendo abordado.

Nessa perspectiva, no que concerne à Resolução de Problemas, nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997, 1998, 2002) já era salientada a sua inserção como prática no ensino e aprendizagem da Matemática e que ela possibilita aos estudantes a mobilização de conhecimento e ajuda a desenvolver a capacidade para gerenciar informações. Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) também enxergamos a importância da Resolução de Problemas na área supracitada, dado que em suas habilidades é mencionado, na maioria das vezes, a resolução e elaboração de problemas.

Desse modo, considerando que a Resolução de Problemas contribui para o desenvolvimento de algumas habilidades do século XXI – criatividade, colaboração, liderança – como afirma Szabo et al. (2020), inferimos que ela, somada a abordagens que permitam uma maior reflexão sobre o que está sendo tratado, poderá contribuir de maneira significativa para situações eficazes de aprendizagem. Assim sendo, apontamos a problematização com base no Arco de Magueréz que considera a realidade como ponto de partida e reflexões sobre ela (BERBEL, 2012).

A partir disso, o estudo aqui apresentado nasce de uma proposta aplicada envolvendo a Resolução de Problemas e o Arco de Magueréz abordando a Matemática Financeira com estudantes da 3ª série do Ensino Médio. Destacamos que a pesquisa parte de um estudo maior, em nível de Mestrado, e como este *corpus* não permite a exposição de todos os dados, fizemos

um recorte. Nesse sentido, a pesquisa descrita neste artigo teve como questão de pesquisa: *Quais as possíveis contribuições do Arco de Maguerz em tarefas de Resolução de Problemas envolvendo o Arco de Maguerz?* e objetivou investigar, a partir da proposição de uma tarefa utilizando a Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira, as contribuições do Arco de Maguerz.

Ademais, para organização deste *corpus*, tratamos do Arco de Maguerz e da Resolução de Problemas, da metodologia da pesquisa, dos resultados e análises e das considerações finais.

O Arco de Maguerz e a Resolução de Problemas

Diante do que foi exposto no tópico anterior, subentende-se que a nossa concepção de aprendizagem defendida no estudo vai contra a educação bancária em que o professor faz a transmissão do conhecimento e os estudantes são vistos como recipientes vazios que recebem as informações como depósitos esperando que absorvam o conteúdo das disciplinas e o reproduzam sem questionar, não se preocupando com o estudante como sujeito integral e membro de uma comunidade, um cidadão com o direito de se posicionar, indagar (BORDENAVE; PEREIRA, 2015). Assim sendo, Paulo Freire coloca a educação bancária como “um ato de depositar, em que os educandos são os depositários e o educador, o depositante” (FREIRE, 2017, p. 80), um modelo ainda vigente na maioria das escolas brasileiras e que se contrapõe ao que os documentos curriculares propõem ao colocar o aluno como centro do processo de ensino e de aprendizagem com uma postura ativa.

Ao contrário da educação bancária, defendemos a educação problematizadora, em que a aprendizagem acontece com atividades com as quais o estudante passa por uma série de situações e experiências que aguçam a sua estrutura cognitiva e o colocam como protagonista do processo de aprendizagem. Assim, corroboramos com o que assenta Bordenave e Pereira (2015) ao salientarem propostas de ensino e aprendizagem nas quais seja valorizado o papel do estudante nas diferentes esferas em que ele está inserido: cidadão pertencente a uma comunidade, atuante em sociedade, sujeito crítico.

Ao tratar disso, enxergamos que a problematização com o Arco de Maguerz pode contribuir para a formação de sujeitos críticos atuantes em sociedade, uma vez que considera a realidade como ponto de partida e os conhecimentos que serão aplicados para resolver os problemas reais, do cotidiano (BERBEL, 2012).

De acordo com Colombo e Berbel (2007, p. 123), a educação problematizadora com o

Arco de Maguerez aparece com “o fortalecimento da necessidade de uma perspectiva de ensino mais voltada para a construção do conhecimento pelo aluno”. Com isso, ainda é mencionado pelos autores que a relevância dessa abordagem está em suas características e etapas, que demandam disposição e esforços para alcançar os resultados pretendidos.

Com base nisso, cabe considerar que, ao tratar da Resolução de Problemas, temos o Arco de Maguerez como uma forma de problematização apresentando pontos de convergência com a literatura que trata de Resolução de Problemas na Educação Matemática, ou seja, apresentamos uma proposta de abordagem de resolução de problemas por meio do Arco de Maguerez. Cabe-nos pontuar o que é salientado por Echeverría e Pozo (1998), que a aprendizagem em Resolução de Problemas se transforma em autônoma e espontânea quando considerado o âmbito do cotidiano. Chamberlin (2010) descreve que autênticas tarefas de Resolução de Problemas precisam de um alto grau de realidade. Para Alvarenga e Vale (2007), a Resolução de Problemas permite a articulação entre realidade e a sala de aula.

Com as elucidações acima, reiteramos o que já vem sendo apontado, que o trabalho em conjunto dessas duas abordagens poderá contribuir de maneira significativa para o processo de ensino e aprendizagem. Ao considerar a realidade como ponto de partida na Resolução de Problemas, pode-se buscar sentido, explicação, justificativa e meios para transformá-la, como afirma Berbel (2012). Assim sendo, é importante pontuar que a Resolução de Problemas deve ir além de resolver um problema e de encontrar um resultado numérico, pois trata-se de um conceito complexo, sendo relevante olhar para ela a partir de diferentes perspectivas e abordagens ampliadas para discutir, além de números, a situação proposta pelo problema, ou seja, problematizar a situação (seja real, da semirrealidade ou fictícia) para gerar discussões que desenvolvam o pensamento crítico. Alvarenga e Vale (2007) expõem que, por meio dos problemas, o estudante pode seguir um processo de envolvimento e interesse pela descoberta, contribuindo para a redução do insucesso na disciplina de Matemática.

De acordo com Allevato e Onuchic (2014), a Resolução de Problemas coloca o foco na atenção do aluno, permite o desenvolvimento do poder matemático, corrobora para a crença de que os estudantes são capazes de fazer Matemática e de que a Matemática faz sentido. Nos PCNs (BRASIL, 1997, p. 40) é mencionado que ela “possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar informações que estão ao seu alcance”. Para Schoenfeld (2016), é a Resolução de Problemas que faz sentido dentro da Matemática e que ela leva os estudantes a pensarem matematicamente, possibilitando fazer conjecturas e procurar soluções.

De acordo com o que foi pontuado, é relevante mencionar três modos diferentes de abordar a Resolução de Problemas esboçados nos estudos de Schroeder e Lester Jr (1989): ensinar *sobre* Resolução de Problemas, ensinar *para* resolver problemas e ensinar Matemática *via* Resolução de Problemas. A primeira seria ensinar a Resolução de Problemas como teoria, ou seja, apresentar um modelo para se resolver problemas. A segunda está alicerçada no fato de como a Matemática é ensinada e de que ela pode ser aplicada na solução de problemas diversos. Na terceira, os problemas são considerados o primeiro passo para se fazer Matemática e aprendê-la, isto é, o ensino de um conteúdo matemático começa com um problema.

Sobre essa terceira perspectiva, ela também é defendida nos PCNs (BRASIL, 1998), dado que é colocado que o problema deve ser o ponto de partida e não a definição dos conteúdos. Ao tratar ainda dessa terceira perspectiva, Proença (2018) propôs um percurso para a condução nas aulas de Matemática: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos estudantes, discussão das estratégias dos estudantes e articulação das estratégias. À vista disso, nos estudos do autor, considerando o que Brito (2010) escreve, são salientadas quatro etapas de pensamento durante a Resolução de Problemas, a saber: representação, planejamento, execução e monitoramento.

Nos estudos de Proença (2018), tais etapas foram descritas, sendo esboçado que a etapa de representação diz respeito à compreensão do problema; a etapa de planejamento é o momento de apresentação de uma estratégia para ajudar a chegar à solução; na etapa de execução, acontece a execução da estratégia anteriormente citada, isto é, os cálculos são feitos; na etapa de monitoramento acontece a verificação e racionalidade das respostas encontradas e análise do processo de resolução.

Assim sendo, Mayer (1992) salienta quatro tipos de conhecimentos necessários à Resolução de Problemas: conhecimentos linguísticos e semânticos, que se dão na tradução das informações contidas no problema, utilizando a representação mental; conhecimento esquemático, que diz respeito a conhecer o que está sendo abordado no problema e a que objeto do conhecimento se refere; conhecimento estratégico, que é necessário para gerar e monitorar um plano de solução; por fim, o conhecimento procedimental, que se dá na hora de executar o plano de solução. Com isso, percebemos que cada conhecimento destacado se relaciona às etapas escritas por Brito (2010) e Proença (2018).

Assim sendo, Proença (2018) destaca que, na etapa de representação, a utilização dos conhecimentos linguísticos pode ser analisada diante da identificação de termos no enunciado de uma questão que podem ser entendidos com base na língua materna do estudante; a utilização

dos conhecimentos semânticos se dá com base na presença de termos matemáticos conhecidos pelos estudantes; a utilização dos conhecimentos esquemáticos na percepção dos estudantes sobre o que trata o problema, se é sobre juros, porcentagem, probabilidade. Na etapa de planejamento, a utilização do conhecimento estratégico se dá na análise sobre se o aluno utilizou estratégias adequadas; o tipo de mente matemática (lógico-verbal, viso-pictórico ou ambas); pensamento de símbolos matemáticos; generalização de forma rápida e abreviação do processo de raciocínio matemático, podemos elencar que é nesta etapa que o estudante mostra o caminho que resolveu o problema.

Na etapa de execução dá para constatar se o aluno realizou os cálculos de acordo com a proposta anteriormente colocada por ele; se ele faz os cálculos matemáticos necessários e utiliza os conhecimentos procedimentais para saber se os cálculos estão adequados. Proença et al. (2022, p. 267) mencionam que a etapa de execução “revela o quão formados estão, na estrutura cognitiva de uma pessoa, os seis conhecimentos de procedimentos algorítmicos, de técnicas e de fazer desenhos”. Na etapa de monitoramento, acontece a verificação da resposta apresentada, se ela tem racionalidade; é o momento de rever a solução seguida; identificação da habilidade de reconstrução rápida.

Dessarte, com essas etapas de pensamento mencionadas sobre o ato de resolver, acreditamos que o Arco de Magueréz, também com suas etapas, permite uma maior verificação sobre cada uma delas e do conhecimento utilizado na solução de cada problema, além de uma maior interpretação e análise do que está sendo investigado. Para ficar mais claro, Bordenave e Pereira (2015) ao tratarem do Arco de Magueréz esboçam cinco etapas: observação da realidade, pontos-chave, teorização, hipóteses de solução e aplicação à realidade. Abaixo na figura 1, está a configuração do arco:

Figura 1: Esquema do Arco de Magueréz



Fonte: Bordenave e Pereira (2015, p. 10)

Observe que, ao considerar o Arco, como já foi salientado, tudo partirá da realidade e que assim suas etapas serão contempladas. Com isso, Colombo e Berbel (2012) destacam que na primeira etapa acontece a apropriação de informações do problema e diante da situação observada os sujeitos poderão problematizá-las e que a segunda etapa – pontos-chave – permite uma maior compreensão do problema, permitindo uma maior reflexão sobre ele. No que concerne à essas etapas iniciais do arco, destacamos que elas permitem a representação/compreensão do problema quando tratamos da Resolução de Problemas (BRITO, 2010), pois, para que os sujeitos reflitam sobre o que está sendo esboçado nas situações a partir da realidade, precisarão compreender os problemas e, assim, enxergar o que será investigado, permitindo o uso da sua criatividade, além dos esforços cognitivos na busca de estratégias para resolver, encontrar uma solução e analisá-la criticamente.

Por conseguinte, na etapa de Teorização, os estudantes serão levados a discutir sobre o que o problema aborda, o conteúdo matemático. Nessa etapa destacamos os processos de representação trazidos também nos estudos de Resolução de Problemas. Colombo e Berbel (2007, p. 125) assentam que, nesta etapa, “os dados obtidos, registrados e tratados, são analisados e discutidos, buscando-se um sentido para eles, tendo sempre em vista o problema”.

Na etapa de hipóteses de solução do Arco de Maguerez, pontuamos que podem acontecer, no mesmo período do planejamento, execução e monitoramento das etapas de Resolução de Problemas, pois a partir disso os estudantes decidem os procedimentos para resolver o problema, se existe apenas um meio e qual seria o mais eficaz, utilizando dos diversos registros (operações matemáticas, gráficos, tabelas). Além disso, também será possível observar o tipo de mente matemática, o pensamento com símbolos, abreviação do processo de raciocínio, execução da estratégia proposta, utilização dos conhecimentos procedimentais, verificação da resposta apresentada, revisão da solução apresentada e habilidades de reconstrução.

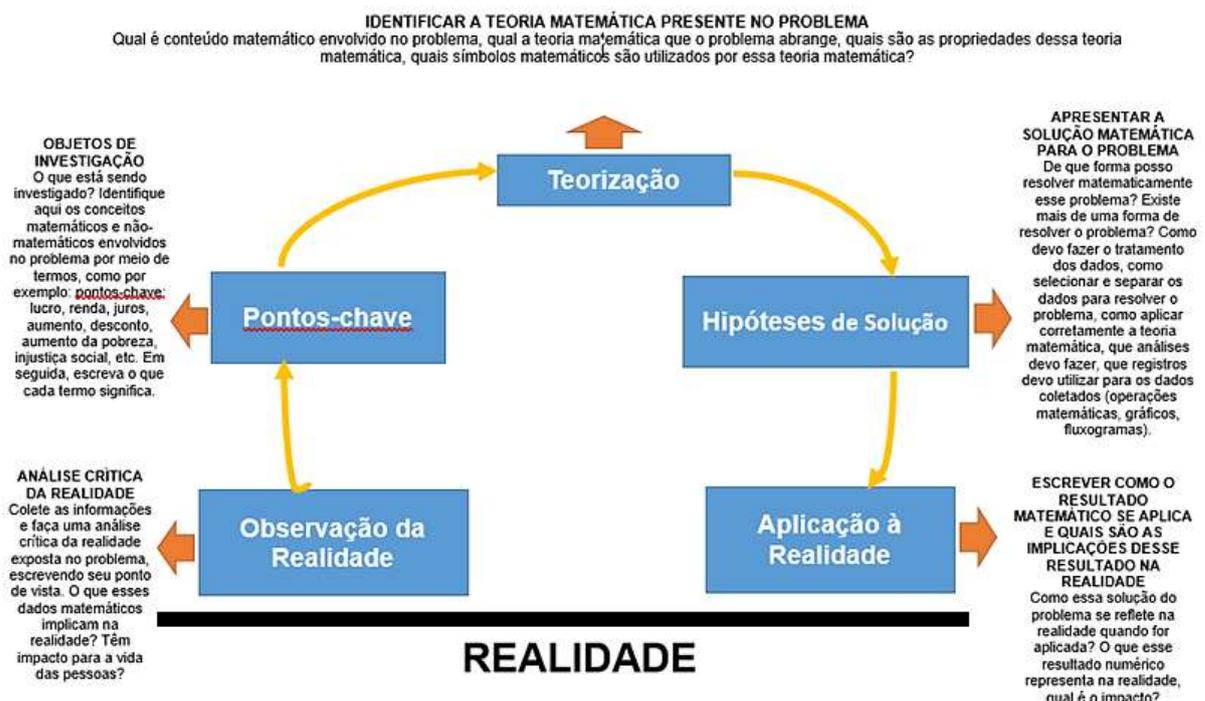
Por fim, na última etapa, a aplicação à realidade permitirá uma análise de onde o problema partiu, até onde chegou e quais as implicações do possível conhecimento construído para aquele meio. Para ser mais específico, nessa última fase, os estudantes podem expor suas reflexões com base no problema e na situação norteadora e os impactos do resultado numérico na realidade, considerando como agiriam se estivessem frente a uma situação do que está sendo tratado e a contribuição do conhecimento matemático para o seu agir.

À vista do que vem sendo pontuado, para uma maior contemplação da proposta envolvida à Resolução de Problemas, utilizaremos o Arco de Maguerez para que o estudante

exponha o seu pensamento a partir dos problemas. Assim, eles poderão fazer uma análise crítica e ver em que os dados implicam em suas vidas, diante da observação da realidade; identificarão os objetos de investigação (conceitos matemáticos e não-matemáticos) diante dos pontos-chave; verificarão qual a teoria matemática envolvida no problema com base na teorização, isto é, o conteúdo matemático presente e quais símbolos matemáticos estão sendo utilizados; apresentarão soluções matemáticas para o problema, refletindo a maneira pela qual podem resolver a situação e se existe apenas uma, como devem tratar os dados do problema e quais operações devem fazer para chegar à solução; por fim, na aplicação da realidade, farão a descrição de como o resultado matemático pode ser aplicado à realidade e qual o impacto dele.

Para uma simplificação do que foi exposto anteriormente, a imagem a seguir esboça como o Arco de Magueréz, baseado em Bordenave e Pereira (2015), será utilizado pelos estudantes no desenvolvimento das atividades. Cabe ressaltar que para melhor compreensão do que significa cada etapa, colocamos ao lado de cada uma as perguntas-guias que trazem um norte para que o aluno utilize o Arco adequadamente, como se pode ver na figura 2, logo a seguir:

Figura 2: Arco de Magueréz utilizado para o desenvolvimento das atividades
O ARCO DE MAGUERÉZ



Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Pontuamos, diante disso, o estudante como sujeito participante e agente que pode transformar a sua realidade social, a partir da interpretação, análise, tratamento de dados,

discussão e reflexão crítica de uma determinada situação. Berbel (2012, p. 80) afirma que “é a partir da prática social vivida que se busca sentido, explicação, justificativa e os próprios meios para transformá-la”. Com todas essas considerações, é pertinente mencionar que estamos problematizando o ensino de Matemática a partir da realidade e utilizando nela processos ligados à Resolução de Problemas. Com isso, Colombo e Berbel (2007) afirmam que a problematização:

Diferencia-se de outras metodologias de mesmo fim, e consiste em problematizar a realidade, em virtude da peculiaridade processual que possui, ou seja, seus pontos de partida e de chegada; efetiva-se através da aplicação à realidade na qual se observou o problema, ao retornar posteriormente a esta mesma realidade, mas com novas informações e conhecimentos, visando à transformação (COLOMBO; BERBEL, 2007, p. 125 – 126).

Com a colocação das autoras, é importante mencionar que, quando consideramos a realidade, o conhecimento compreendido e discutido em sala de aula será relembado quando o estudante estiver frente à situação fora do espaço escolar. Tratando-se da Matemática Financeira, que é nosso objeto de estudo aqui neste artigo, os estudantes poderão enxergar e utilizar o conhecimento construído ou em desenvolvimento em inúmeras ocasiões e isso permitirá uma análise e reflexão maior das situações em que ele terá que agir.

Com tais elucidações, ainda cabe-nos pontuar que, mesmo sendo colocado na literatura que um problema matemático é toda tarefa em que o estudante não dispõe de procedimentos prontos para a solução (PROENÇA, 2018), não tratamos o que foi investigado em cada situação norteadora apenas como um problema matemático, mas como um problema geral que considere outras áreas de conhecimento e que a Matemática foi utilizada na busca de soluções e contribuiu para o desenvolvimento de percepções críticas acerca do que estava sendo tratado.

Assim, acreditamos que a discussão neste tópico é suficiente para o embasamento do que está sendo discutido aqui e, no próximo tópico, esboçamos a metodologia do estudo.

Metodologia

Em virtude do problema e objetivos desta pesquisa, destacamos que o estudo apresenta uma abordagem qualitativa através de um estudo de caso. Chizzotti (2001) descreve que a pesquisa qualitativa “[...] parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito” (CHIZZOTTI, 2001, p. 79). Assim,

acrescentamos que nas pesquisas qualitativas há uma partilha entre pessoas, fatos e locais, estes que fazem parte do objeto de pesquisa, permitindo a extração de significados que são perceptíveis a partir de um olhar cuidadoso.

No meio educacional, para André (2007), a abordagem qualitativa está presente em diferentes métodos e técnicas de pesquisas, que contemplam estudos de caso, pesquisa-ação, pesquisa intervenção, pesquisas bibliográficas, entre outras. A respeito disso, optamos pelo estudo de caso, pois segundo Yin (2010, p. 39), “[...] é uma investigação empírica que se investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes”.

A partir disso, por meio do estudo de caso, utilizando-se de dados qualitativos, coletados diante de situações reais, será possível explicar, explorar e descrever fenômenos inseridos em seus respectivos contextos. Desse modo, para que esses dados sejam tratados, alguns instrumentos para coleta de dados são necessários; para o estudo em questão, utilizamos da observação participante, gravações de áudio, diário de bordo e resoluções de atividades.

Assim sendo, no que diz respeito ao campo de pesquisa, o estudo foi desenvolvido em escola da Rede Pública de Ensino do Estado de Pernambuco, localizada na cidade de Jurema no Agreste Meridional. Os sujeitos de pesquisa foram estudantes de uma turma da 3ª série do Ensino Médio e o professor/pesquisador. Para o desenvolvimento do estudo contamos com 13 estudantes, dos quais foram selecionados os dados para apresentação nesta pesquisa. Para mais, ainda destacamos que, com o intuito de preservar a identidade dos estudantes sujeitos de pesquisa, os seus nomes não serão divulgados na escrita deste artigo, logo, eles serão chamados por estudantes, enumerados de 1 a 13.

Desse modo, para analisar as situações envolvendo a Resolução de Problemas e o Arco de Maguerez, consideramos que as etapas do Arco de Maguerez foram de fundamental importância para investigar de modo mais particular cada etapa do pensamento durante a Resolução dos Problemas. Nesse sentido, o quadro abaixo serviu para interligar as etapas do Arco de Maguerez e as etapas da Resolução de Problemas considerando os estudos de Proença (2018) para, assim, montar as categorias de análise em cada uma delas.

Quadro 1: Etapas do Arco de Magueréz e da Resolução de Problemas e a sua categorização para análise dos dados

Etapas do Arco de Magueréz	Etapas da Resolução de Problemas (PROENÇA, 2018)	Conhecimentos utilizados na Resolução de Problemas
Observação da realidade	Representação	Utilização dos conhecimentos linguísticos
Pontos-chave	Representação	Utilização dos conhecimentos semânticos
Teorização	Representação	Utilização dos conhecimentos esquemáticos
Hipóteses de solução	Planejamento	Utilização do conhecimento estratégico
		Tipo de mente matemática (lógico-verbal, visopictórico ou ambos)
		Pensamento com símbolos matemáticos
		Abreviação do processo de raciocínio matemático
	Execução	Utilização dos conhecimentos procedimentais
	Monitoramento	Verificação da resposta apresentada
		Apresentação de racionalidade de solução
		Rever a solução apresentada
Habilidade de reconstrução		
Aplicação à realidade		Exposição de como a solução de problema reflete na realidade
		Significâncias do resultado numérico para a vida em sociedade

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Assim sendo, é importante considerar que, para a categorização criada para a análise dos dados, utilizamos a análise de conteúdo exposta por Bardin (2016), dado que é um procedimento de interpretação de um texto por meio da categorização de informações que pode ser aplicada em contextos diversos – discursos, formas de comunicação - e que tal análise contempla algumas etapas, a saber: pré-análise, análise do material, tratamento dos dados, inferência e interpretação.

Para mais, a dissertação de que fizemos um recorte para a exposição destes dados neste artigo originou um Produto Educacional que, de acordo com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), “pode ser, por exemplo, uma sequência de didática, um aplicativo computacional, um jogo, um vídeo, um conjunto de videoaulas, um equipamento, uma exposição, entre outros” (BRASIL, 2019, p. 15). Assim sendo, optamos por elaborar uma Sequência Didática que, de acordo com Zabala (1998), é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18).

Destarte, a sequência didática foi composta por aula de ambientação e sondagem, três aulas intermediárias e aula final. Para expor aqui, optamos por mostrar o desenvolvimento de uma aula intermediária, uma vez que na aula de ambientação foi preciso que os estudantes, inicialmente, se familiarizassem com a utilização do Arco de Magueréz. A aula apresentou a seguinte organização: distribuição da situação norteadora e de dois problemas, discussões a respeito dela, preenchimento do Arco de Magueréz e resolução dos problemas.

É importante salientar que os estudantes receberam, junto com a situação norteadora e os problemas, o Arco de Magueréz com instruções sobre o que fazer em cada etapa (o mesmo exposto na figura 2), um arco para preenchimento e espaço para a resolução das questões. Cabe-nos pontuar, ainda, que não estamos mostrando neste tópico a situação norteadora, os problemas, o arco para preenchimento e os espaços para resolução dos problemas, pois serão vistos na análise e discussão dos dados no tópico a seguir.

Análise e discussão dos dados

Inicialmente, destacamos que, para o desenvolvimento das atividades, os estudantes foram divididos em três grupos: grupo 1 – Estudantes 1, 3, 4 e 12; grupo 2 – Estudantes 2, 5, 6, 7 e 13; grupo 3 – Estudantes 8, 9, 10 e 11. Ao tratar do trabalho em equipe, mencionamos que autores como Graesser et al. (2017) descrevem que ela é uma competência de fundamental importância para a sociedade moderna e que é uma habilidade crítica e necessária para os espaços da sala de aula e fora dela, pois as partes do planejamento, da solução de problemas e da tomada decisão são realizadas de maneira colaborativa.

Ao considerar a situação norteadora e os problemas criados a partir dela, consideramos a Competência Geral 2 da BNCC - “Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas” (BRASIL, 2018, p. 9), a competência específica 1 da área de Matemática e suas tecnologias - “Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral” (BRASIL, 2018, p. 531) e habilidade EM13MAT104 – “Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de

desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números” (BRASIL, 2018, p. 533). A aula teve como objetivo geral analisar situação norteadora e resolver problemas por meio de situações reais envolvendo taxas e índices de natureza econômica e socioeconômica.

As ideias tecidas neste parágrafo são necessárias para mostrar que estamos tratando de objetos do conhecimento da Matemática Financeira, como taxas e índices de natureza econômica, aumentos e descontos. Observe na figura a seguir a situação norteadora entregue aos estudantes para o desenvolvimento da atividade:

Figura 3: Situação norteadora
SITUAÇÃO NORTEADORA E SEUS DESDOBRAMENTOS

Em janeiro de 2022, foi divulgado no Diário de Pernambuco uma notícia referente à inflação. Observe a notícia abaixo:

Inflação rompe teto e é a maior em seis anos



Arte: CB

A inflação terminou 2021 com variação acima de 10% pela primeira vez desde 2015, corroendo a renda e o poder de compra da população. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), subiu 0,73% em dezembro, acima das estimativas do mercado, resultando em uma variação de 10,06% no acumulado do ano. Isso significa que, em cada R\$ 1 mil de salário do trabalhador, R\$ 100 foram engolidos pelo dragão da inflação ao longo de 2021.

Todos os nove grupos pesquisados pelo IBGE registraram aumento de preços, com destaque para o de transportes, que acumulou alta de 21,03% no ano e foi responsável por 41,2% da variação do IPCA. A gasolina e o etanol tiveram altas de 47,49% e de 62,23%, respectivamente.

A variação anual do indicador superou a taxa de 4,52% de 2020 e o teto da meta de inflação de 2021, de 5,25%. Outro vilão foi a energia elétrica residencial, que acumulou elevação de 21,21%, por conta da estiagem e do uso das usinas térmicas. "Boa parte dessa alta do IPCA foi explicada pelos aumentos dos preços da energia elétrica e dos combustíveis. Eles responderam por cerca de 50% da inflação acumulada no índice no ano passado", explicou André Braz, coordenador dos Índices de Preços do Instituto Brasileiro de Economia da Fundação Getúlio Vargas (FGV [Ibre](#)).

Na avaliação de Braz, a desvalorização do real perante o dólar, de 7%, também teve impacto na inflação, assim como os problemas na safra devido à crise hídrica. Ele ressaltou que a quebra da safra da cana de açúcar ajudou os preços do açúcar e do etanol subirem. O café moído, por conta das geadas em julho, registrou alta de 50,24%, em 2021.

Fonte: Hessel (2022)

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Sobre a situação, ela trata da inflação e a partir dela alguns conteúdos ligados à Matemática Financeira podem ser discutidos: aumento, descontos, porcentagem. Veja na figura seguinte os grupos no momento de leitura da situação norteadora:

Figura 4: Momento de leitura da situação norteadora



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Com intuito de contribuir com esse momento de leitura, análise e reflexão, o professor buscou instigá-los por meio de questionamentos. Observe a transcrição do questionamento feito pelo professor:

Quadro 2: Recorte da transcrição do questionamento feito pelo professor no primeiro contato dos estudantes com a situação norteadora

Professor – O que entenderam da situação norteadora?

Grupo 2

Estudante 6 – Que o custo das coisas hoje está mais caro que antes...

Estudante 2 – E a gasolina que teve um aumento grande, poderia ser utilizado carros movidos a energia, eu vi que já existem, daí economizaria.

Estudante 12 – Mas tem que pensar no preço da energia, porque se os carros forem recarregados à bateria, vai aumentar o preço e também tem a questão dos reservatórios de água.

Estudante 2 – Mas se for utilizado a energia solar?

Grupo 3

Estudante 9 – Essa inflação aumenta tudo, o arroz, o óleo quase 10 conto.

Grupo 1

Estudante 3 – A cada dia as coisas mais caras, agora a gente consegue entender como funciona.

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Sobre esse primeiro momento, considerando que perguntar é algo essencial para que os estudantes exponham suas visões sobre o que está sendo tratado, pontuamos que a ação comunicativa exige a partilha de reflexões e que cada sujeito pode ser o responsável pela construção da sua aprendizagem baseado em atos comunicacionais (SILVA; GASPARIN, 2006). Chamamos uma atenção especial para o grupo 2, que discutiu pontos de vista sobre a gasolina, tipos de energia, desperdício e gastos.

Podemos dizer que diante dos posicionamentos do grupo 2, eles estavam procurando respostas para as suas próprias perguntas e que buscaram justificativas com o intuito de transformar a sociedade (BERBEL, 2012). Ainda tratando da exposição sobre o carro elétrico pelo grupo 2, eles não consideraram apenas os gastos com a gasolina que seriam evitados, mas

que esse tipo de automóvel pode ter um custo maior e que nem todos podem ter condições de possuí-lo. Sobre isso, destacamos a educação como um lugar de formação de sujeitos críticos (BORDENAVE; PEREIRA, 2015), com oportunidades para expressar o seu pensamento, daí ser essencial que as aulas de Matemática sejam espaços para os alunos argumentarem.

Por esse viés, baseado nessa situação norteadora, dois problemas foram entregues para os grupos, para que assim os analisassem, refletissem e encontrassem suas soluções. Veja o problema na figura a seguir:

Figura 5: Problema 1 advindo da situação norteadora

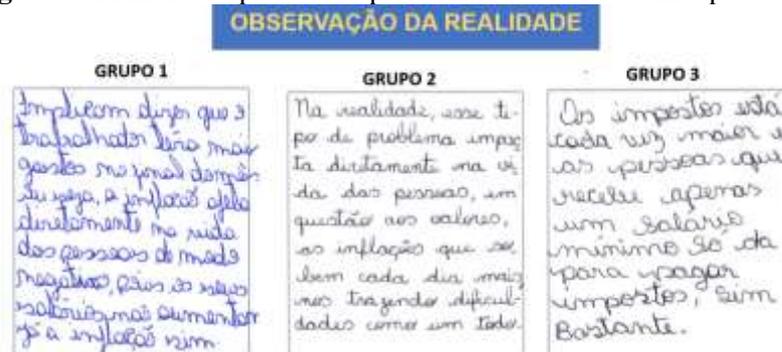
Nos postos de gasolina do Agreste Meridional de Pernambuco, no início de 2021 a gasolina custava, em média, R\$ 4,20, chegando no final do ano, em média, a R\$ 6,30. Diante da notícia, sabe-se que esse produto sofreu um grande acréscimo no ano em questão, o que impactou, sobremaneira, para que a inflação terminasse o ano com variação acima de 10%. É sabido que o aumento nesse produto interfere na vida do cidadão Pernambuco e, principalmente, em suas finanças. Considerando isso, Paulo que é Fiscal de Obras e trabalha em uma cidade vizinha de onde mora com salário de R\$ 1.200,00, gasta, em média, 100 litros de gasolina mensal para ir trabalhar usando sua motocicleta. Quantos por cento representa o seu gasto de combustível no seu salário no início 2021? E no final de 2021? O aumento da inflação representa desconforto para o trabalhador?

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

A respeito do problema 1, tratamo-lo como problema de aplicação, uma vez que requer análise, recolhimento de dados e tomadas de decisão e do tipo puzzle pois pode permitir olhar para as situações sob diversos vieses (CHARLES; LESTER, 1986). Com isso, tratando-se da resolução do problema em si, os estudantes utilizaram o Arco de Maguerz como orientação para a resolução do problema.

Vale salientar que isso não foi uma regra criada pelo professor, mas que os alunos notaram que o arco pode ser usado como guia para a resolução, cabendo salientar mais uma vez que estamos tratando aqui de uma intermediária da aplicação da Sequência Didática. Além disso, ainda pontuamos que o intuito do arco não foi facilitar as resoluções pelos estudantes, mas que eles tivessem uma maior interpretação do problema, valendo reiterar que a interpretação que pontuamos aqui não é apenas a junção dos dados da questão para ir em busca de uma solução para o problema, mas olhar esse problema sob o ponto de vista social e econômico, considerando para isso a realidade da qual fazem parte. Assim, veja o que foi apresentado pelos grupos nas etapas do arco na figura a seguir:

Figura 6: Primeira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1

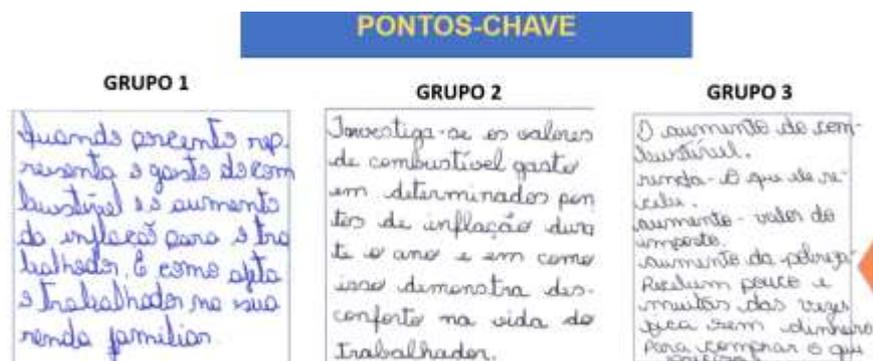


Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A respeito da etapa inicial, pontuamos que o seu tratamento a respeito da coleta das informações do arco e análise crítica da realidade pode interferir de maneira positiva na segunda etapa e consequentemente na compreensão/representação do problema matemático (PROENÇA, 2018), pois, como afirma Berbel (2012), esse será o momento de apropriação de informações. Ao observar o que os estudantes pontuaram, chama-nos a atenção para os grupos 1 e 2, pois enfatizaram que o aumento da inflação reflete de maneira direta na vida das pessoas. A partir disso, mesmo o problema trazendo uma questão sobre a gasolina, os alunos podem considerar outros produtos para exporem essas ideias.

O grupo 3 abordou a questão dos impostos e que quem recebe um salário-mínimo vive para pagá-los. Isso mostra que os estudantes têm consciência de que um salário mínimo é pouco para viver nos dias atuais. Essas ponderações refletem sobre a ligação entre a realidade e a sala de aula através da Resolução de Problemas (ALVARENGA; VALE, 2007) e que, por meio dessas observações dos alunos, podemos considerar a tarefa/questão com um alto grau de realidade, sendo uma tarefa autêntica da Resolução de Problemas (CHAMBERLIN, 2010). Destacamos, nesta etapa inicial, a utilização dos conhecimentos linguísticos (MAYER, 1992). Veja o que foi apresentado na etapa dos pontos-chave na figura a seguir:

Figura 7: Segunda etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1 da aula 2



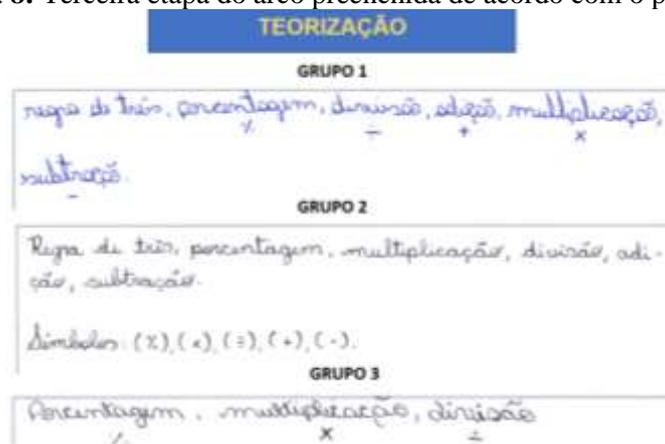
Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na etapa 2, quando se trata do que está sendo investigado, todos os grupos apontaram de maneira correta sobre o que se tratava, no entanto, apenas o grupo 3 deixou em evidência os conceitos matemáticos e não-matemáticos envolvidos no problema. Cabe salientar que os demais também mencionaram, entretanto, no decorrer da exposição do que estava sendo investigado no problema, não esboçando o que cada conceito trata. Ainda sobre o grupo 3, eles mencionam que o aumento da inflação reflete no aumento da pobreza, uma vez que quem vive com um salário-mínimo não compra o que precisa por falta de dinheiro.

Nesse momento de compreensão/representação do problema, o professor sempre buscou questionar se os grupos possuíam dúvidas. Assim sendo, mencionamos que o enunciado possui termos matemáticos e não matemáticos que foram entendidos pelos estudantes e que os conhecimentos linguísticos e semânticos dos estudantes foram fatores determinantes para isso (MAYER, 1992) e o fato de eles quererem resolver a situação também contribuiu.

Veja na figura a seguir o que foi preenchido na etapa de teorização:

Figura 8: Terceira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1

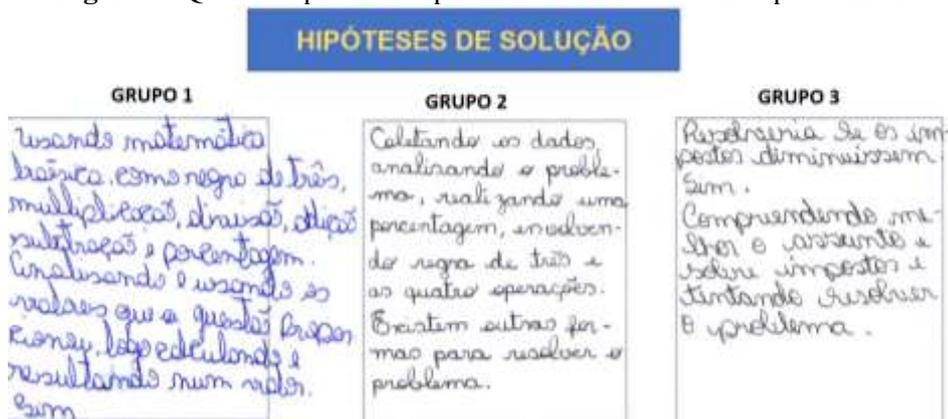


Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na etapa de Teorização, em que tratamos do conteúdo matemático presente no problema, suas propriedades e símbolos, os estudantes destacam regra de três. Isso pode evidenciar que a entendem como conteúdo matemático e não como uma estratégia para a solução de problemas. No entanto, através dessa exposição podemos dizer que os estudantes trabalharam com variação de grandezas. Para mais, mencionaram porcentagem e as operações matemáticas básicas. A respeito dos símbolos matemáticos, todos os grupos expuseram o símbolo de porcentagem e das operações matemáticas.

Na figura a seguir esboçamos o que foi preenchido na etapa de hipóteses de solução:

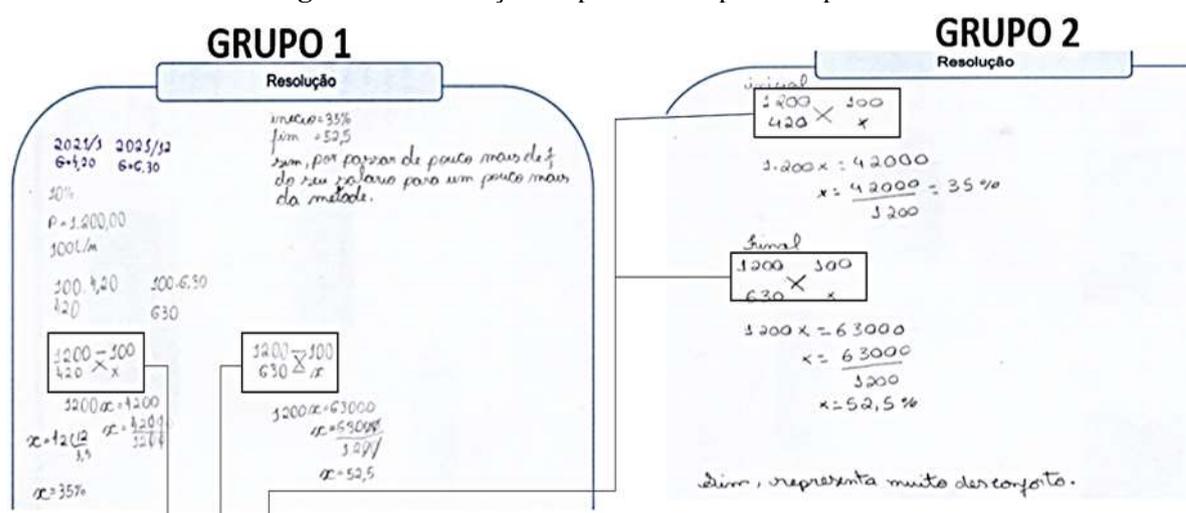
Figura 9: Quarta etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

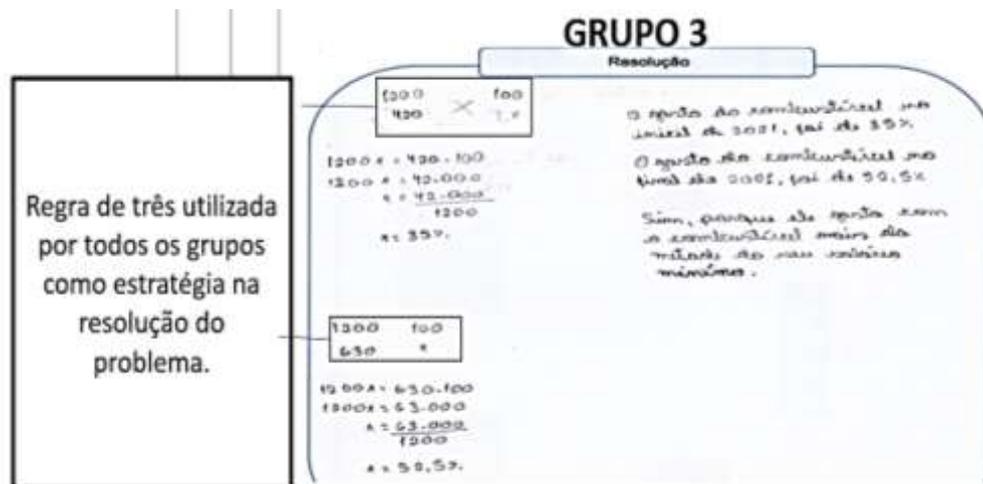
Na etapa de hipóteses de solução, que trata da maneira que pode se resolver o problema, os grupos 1 e 2 mencionaram as estratégias que podem ser utilizadas – regra de três, porcentagem, divisão, multiplicação -, no entanto, o grupo 3 pode não ter entendido o solicitado, o que fez com que o professor intervisse com um questionamento, solicitando que os estudantes explicassem melhor a maneira como resolveram o problema, sendo respondido pelo Estudante 9: “Foi assim que a gente fez e releu o que tinha escrito”. Nessa etapa, cabe-nos mostrar a solução entregue pelos grupos, pois assim será pertinente analisar se as estratégias ditas por eles foram utilizadas. Veja as figuras abaixo com as resoluções dos problemas:

Figura 10: Resolução do problema 1 pelo Grupo 1 e 2



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Figura 11: Resolução do problema 1 pelo Grupo 3



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A respeito das resoluções, mesmo o grupo 3 não sabendo explicar como sucedeu sua resolução, ela está correta e com uma configuração parecida com as demais. Na resolução do grupo 1 é perceptível que os estudantes separaram as informações da questão, o que representa a organização dos dados para solução, destacando o valor da gasolina no início e no final de 2021.

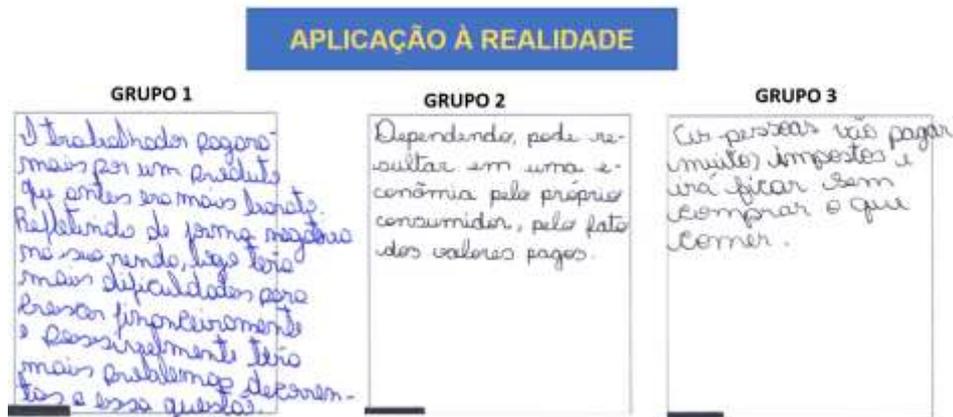
Os demais grupos não apresentam nos seus cálculos os valores da gasolina final e inicial, tampouco mostraram como chegaram ao valor em dinheiro de 100 litros de gasolina. Inferimos que podem ter utilizado anotações em outros materiais e que podem também ter abreviado o raciocínio do problema (PROENÇA, 2018). Todos os grupos expuseram a porcentagem do gasto da gasolina no início e no final do ano de 2021 pelo trabalhador, entretanto, o grupo 1 não colocou o símbolo de porcentagem. Destacamos que o tipo de mente dos grupos é o lógico-verbal (PROENÇA, 2018).

Com isso, ainda destacamos que no problema tinha um questionamento sobre o aumento da inflação apresentar desconforto para o bolso do trabalhador e todos os grupos destacaram que sim, o que pode ser representado diante da capacidade deles para gerenciar informações (BRASIL, 1997).

Cabe salientar que o professor não disse se os resultados dos estudantes estavam errados ou certos, mas que os questionou, com o intuito de obter mais informações, se eles acreditavam que o resultado estava certo, o que fez com que eles observassem os seus cálculos desde o início até à solução do problema e que essa verificação permitiu que os grupos 1 e 3 expusessem de maneira escrita (explicando) o valor da porcentagem para os dois momentos, isso pode configurar como uma reafirmação do resultado encontrado.

Na figura abaixo tratamos do que foi preenchido na etapa de aplicação à realidade:

Figura 12: Quinta etapa do arco preenchida de acordo com o problema 1



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na última etapa do Arco de Maguerez, a respeito da implicância do resultado numérico do problema na realidade, foi destacado o crescimento financeiro pessoal prejudicado pelo alto preço das mercadorias e que, as pessoas vivendo com um salário-mínimo podem passar fome com a cobrança de impostos. Depreendemos que o problema permitiu uma reflexão crítica sobre a realidade, contribuindo para as habilidades de aprendizagem – criatividade, liderança, informacional (SZABO et al., 2020). Assim sendo, partimos agora para o tratamento dos dados e discussão do problema 2 da aula 2. Veja a figura abaixo com o problema:

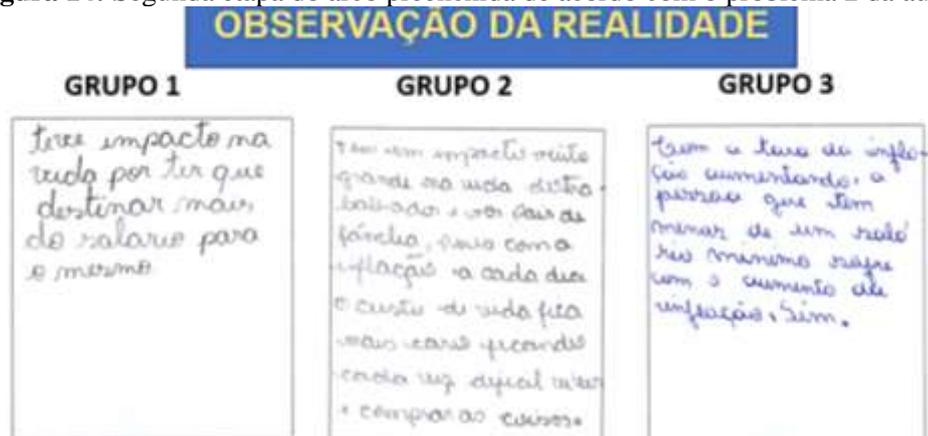
Figura 13: Problema 2 advindo da situação norteadora

Alimento que faz parte da dieta do pernambucano, o arroz, também sofreu aumento no ano de 2021. Sua taxa de inflação é de, em média, 40%. Agora, o alimento é um dos que mais pesa no bolso dos responsáveis pela alimentação de suas famílias. Seu José, que vive de um salário mínimo (R\$ 1.212,00), fazendo os seus cálculos, percebeu que em dezembro de 2020 comprava, por mês, 5kg de arroz por R\$ 3,20 cada kg. Considerando o aumento, quanto do salário de seu José é destinado a compra de 5kg de arroz nos dias de hoje?

Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

Também configuramos o problema em questão de aplicação e puzzle, visto que precisa de análise, recolhimento de dados, tomada de decisão e olhar para as situações sob diversos pontos de vista. Para ele, os estudantes seguiram as mesmas regras do anterior, preenchendo o arco na medida em que iam fazendo a leitura. Destarte, iremos analisar as etapas do arco, casando com a solução exposta do problema. Observe a figura abaixo:

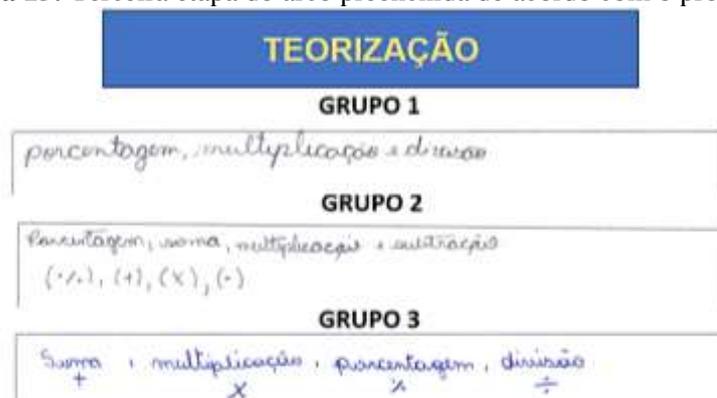
Figura 14: Segunda etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2 da aula 2



Fonte: dados da pesquisa (2022)

Para iniciar, o professor questionou sobre a compreensão do problema, o que interfere nas etapas do arco e todos os grupos expuseram que entenderam. Com isso, tratando-se da etapa um, observação da realidade, apesar de o problema ser baseado na mesma situação norteadora do anterior, as percepções dos estudantes mostram o entendimento sobre o tema abordado de um modo geral e o que está sendo tratado no problema em si. Desse modo, configuramos isso como uma habilidade de relacionar a situação norteadora com o problema trabalhado por vez. Nela também dá para notar que o conhecimento linguístico dos estudantes é aguçado e que eles se apropriam das informações do problema de um modo muito singular, possibilitando uma reflexão ampla (SILVA; SIQUEIRA FILHO, 2011) e o pensamento criativo (MAHARANI, 2014). Aviste na figura abaixo a seguir o que foi preenchido na etapa de Teorização:

Figura 15: Terceira etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na etapa dos pontos-chave, os grupos mencionam o que estava sendo investigado, destacando o preço do arroz devido ao aumento da inflação. Ao tratar dos conceitos matemáticos e não matemáticos envolvidos, novamente merece destaque o grupo 3, que mencionou o aumento da pobreza e desigualdade social. Entretanto, de maneira geral, todos os

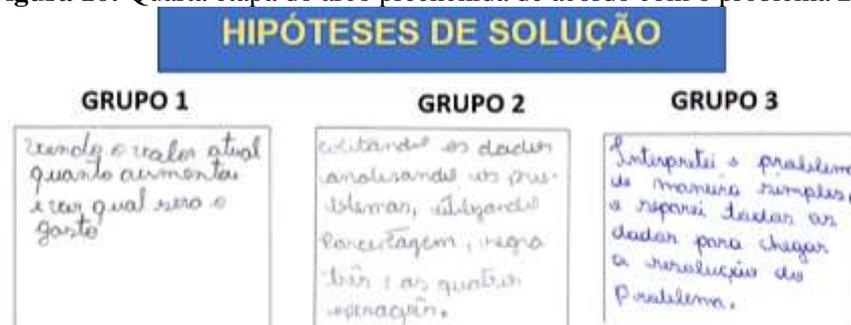
grupos trataram do preço.

Com o grupo 1, assim como fez no problema 1, estava expondo as situações de maneira muito sucinta, o professor questionou se eles observavam algo a mais além do que está exposto, sendo mencionado pelo Estudante 1 que acham que o exposto era suficiente. Respostas curtas, sucintas, revelam a pouca familiaridade que os estudantes têm com a escrita nas aulas de Matemática e com a argumentação. A argumentação é uma das competências gerais da BNCC, no entanto, é raro ser desenvolvida nas aulas de Matemática. A dinâmica das aulas de Matemática nas escolas brasileiras é centrada na figura do professor que tem o domínio do discurso e autoriza os momentos de fala dos estudantes que em geral são aqueles nos quais eles podem dizer se acertaram a resposta ou não. Não há espaço para discutirem as resoluções das questões, nem de apresentarem outras formas de resolução e heurísticas próprias.

O discurso é unilateral e de autoridade, de subordinação, sem dar espaço para os alunos expressarem as suas formas de raciocínio, seja oralmente seja de modo escrito, pois este se finda em uma resposta numérica, sem a construção de frases com estrutura argumentativa para explicar como se chegou aquela estratégia de resolução e quais os impactos daquele valor para o que foi solicitado pelo problema. Assim, reiteramos ser necessário que se possibilite, se permita que os alunos falem nas aulas de Matemática, argumentem, expressem oralmente e por escrito seu raciocínio, que assumam o seu protagonismo no processo de aprendizagem.

Sobre a etapa de teorização, todos os grupos destacam a porcentagem e as operações matemáticas básicas, entretanto, o grupo 1 não colocou os símbolos matemáticos. Cabe salientar que os estudantes podem não ter uma familiaridade para mencionar a variação entre grandezas como um conteúdo matemático, como também o aumento, o que pode representar uma falha dos conhecimentos semânticos (MAYER, 1992). Veja na figura a seguir o que foi preenchido na etapa de hipóteses de solução:

Figura 16: Quarta etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2

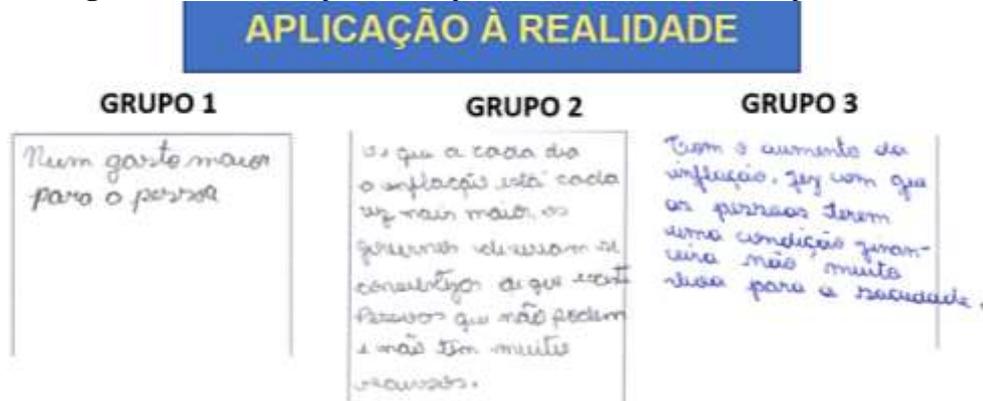


Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na etapa de hipóteses de solução, percebemos um avanço em relação ao grupo 3, que

aplicação à realidade na figura seguinte:

Figura 18: Última etapa do arco preenchida de acordo com o problema 2



Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Na última etapa do arco, que se refere à aplicação à realidade, o grupo 1 destacou que o resultado numérico encontrado no problema impacta em um maior gasto para o consumidor; os demais destacaram, de um modo geral, os desconfortos que a inflação traz na vida do cidadão.

Considerações Finais

O estudo em questão teve como questão de pesquisa: *Quais as contribuições do Arco de Maguerez em tarefas de Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira?* e objetivou *investigar, a partir da proposição de uma tarefa utilizando a Resolução de Problemas envolvendo Matemática Financeira, as contribuições do Arco de Maguerez*. Assim sendo, notamos que a utilização do Arco de Maguerez na Resolução de Problemas favoreceu um maior envolvimento dos estudantes sobre o que estava sendo tratado e que considerar situações da realidade permite que eles expressem diversos pontos de vista sobre a temática.

Por esse viés, pontuamos que, a partir de todas as etapas do arco e esboçadas as ideias dos estudantes, notamos a contribuição do processo de leitura, análise, colaboração, partilha de ideias, tratamento de dados, produção, resultado e reflexão, pois as situações permitiram um olhar dos estudantes além da Matemática, mas considerando também outras áreas do conhecimento, a exemplo das Ciências Sociais e Humanas, quando mencionaram a injustiça social e o aumento da pobreza, fomentando a importância de se desenvolver uma Educação Matemática Crítica em sala de aula (SKOVSMOSE, 2001). O preenchimento de cada etapa do arco foi fundamental para uma maior análise das etapas do pensamento dos estudantes na resolução dos problemas, pois as etapas de observação da realidade, pontos-chave e teorização

permitiram enxergar se o estudante compreendeu o problema, a etapa de hipóteses de solução como ele planejou, executou as estratégias e a verificação da solução encontrada. Sobre as etapas, notamos que os estudantes apresentaram uma certa resistência em dizer os termos matemáticos e não matemáticos presentes em cada problema, bem como mencionar como organizaram as suas estratégias para a solução do problema.

No entanto, a experiência com o Arco de Maguerz sinalizou a falta de estímulo à argumentação nas aulas de Matemática, pois houve respostas sucintas, curtas, desprovidas de justificativas robustas, sendo necessário que esse cenário seja modificado dando oportunidade aos estudantes de manifestarem suas formas de raciocínio, seja oralmente ou por escrito, com um texto coeso e coerente, com ideias matemáticas e não-matemáticas convergentes, ensejando o pensamento crítico-reflexivo e que supere o estilo monossilábico e abreviado, que costumeiramente manifestam.

Por sua vez, o trabalho com o Arco de Maguerz demonstrou também a importância da resolução de problemas de forma colaborativa, ou seja, em grupos, que já era prevista e defendida pelo PISA - Programme for International Student Assessment (2015) ao colocá-la como a capacidade de um indivíduo de se envolver efetivamente em um processo pelo qual dois ou mais agentes tentam resolver um problema, compartilhando o entendimento e o esforço necessários para chegar a uma solução, por meio da reunião de conhecimentos e habilidades. Nesse contexto, segundo o que se propõe no PISA, a eficácia da resolução de problemas de forma colaborativa depende da capacidade dos membros do grupo de colaborar e priorizar o sucesso do grupo sobre os sucessos individuais, envolvendo o processamento cognitivo de um indivíduo que abrange habilidades cognitivas e sociais. Dessa forma, existem processos individuais de resolução de problemas, bem como processos de comunicação que interagem com os sistemas cognitivos dos outros participantes durante a resolução de problemas em grupo, ou seja, há uma interação do processo cognitivo individual com o coletivo simultaneamente.

Outrossim, este tipo de proposta em grupo favorece a participação dos alunos nas discussões em busca das soluções, promovendo um ambiente mais interativo e dialógico, no qual todos os alunos têm a oportunidade de explicar suas soluções e entender as diferentes perspectivas de pensamentos dos colegas, esclarecer seus raciocínios, melhorar a compreensão de um problema em questão e os conceitos matemáticos e não-matemáticos que o envolvem, conforme explicam Yackel, Cobb e Wood (1991). Por outro lado, também pudemos notar que mesmo em grupos houve momentos nos quais foi necessário o suporte do professor para se promover a interação no grupo por meio de questionamentos que levassem os alunos a refletir

sobre pontos que pareciam estar estagnados ou finalizados e avançar no processo de resolução do problema.

Por outro lado, é importante ressaltar que o Arco de Magueres possibilita a problematização tendo como ponto de partida a realidade, os conteúdos factuais (ZABALA, 1998), que constituem focos de interesse dos alunos uma vez que estão presentes no cotidiano, de modo com que as aplicações dos conceitos matemáticos passar a ter significado, ao mesmo tempo que promovem maior engajamento nas aulas. Nesse sentido, De Corte, Verschaffel e Greer (2000) já chamavam a atenção para a necessidade da abordagem de problemas a partir de situações reais. Os autores pontuam que há uma tendência de desconectar a resolução de problemas do mundo real, ou seja, em vez do professor trazer contextos reais que convidam os alunos a usar seu senso comum, conhecimentos e experiências sobre o mundo real em combinação com conhecimentos matemáticos adquiridos e habilidades para resolver o problema, os problemas de matemática escolar propostos são separados do mundo real. Estes problemas geralmente possuem situações artificiais que devem ser resolvidas por meio de certas operações que já estão evidenciadas ou em pistas visivelmente percebidas nos números dados no enunciado, ignorando o conhecimento do mundo real que os alunos possuem e muitas vezes aceitando condições sobre o contexto do problema que são empiricamente falsas, ou seja, valores numéricos que não corresponderiam quantitativamente na realidade com números usados somente para mecanização de procedimentos matemáticos.

Destacamos ainda que, diante do Arco de Magueres, os estudantes demandam disposição e esforços para alcançar os resultados pretendidos na solução dos problemas e que foram além de mostrar uma solução numérica, mas também uma reflexão crítica a respeito de cada resultado encontrado. Isto implica em um movimento cognitivo articulado com a realidade. A esse respeito, Schoenfeld (2016) explica que a resolução de problemas envolve o conhecimento matemático, o conhecimento metacognitivo e o conhecimento do mundo real. Mas, o que se vê na resolução de problemas nas aulas de Matemática é a desconsideração do conhecimento do mundo real que os alunos trazem para a escola e que também é um elemento importante no processo de resolução. Desta forma, o Arco de Magueres valoriza o conhecimento que os alunos trazem do mundo real, pois a resolução de problemas parte da realidade e conecta os diferentes conhecimentos e vivências, desenvolvendo o pensamento analítico, crítico e reflexivo.

Assim, a resolução de problemas por meio do Arco de Magueres permite a aproximação entre realidade e a sala de aula, pois a escola é um lugar de preparação para atuação do indivíduo

em sociedade e que a Matemática deve ser utilizada na busca de soluções de problemas diversos no âmbito social. Para mais, concluímos que o estudo contribuiu para que os alunos desenvolvessem algumas habilidades do século XXI, entre elas, a criatividade, colaboração e reflexão, além de apresentar uma nova proposta de abordagem de resolução de problemas que prioriza a realidade e a discussão dessa realidade, transcendendo o paradigma de que as aulas de Matemática são exclusivamente um ambiente de números, demonstrações matemáticas, falas monocráticas e acríticas.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas? In. ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.) **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Paco, 2014.

ALVARENGA, D.; VALE, I. A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Revista Quadrante**, Portugal, v. 16, n. 1, p. 27 - 55, 2007.

ANDRÉ, M. Questões sobre os fins e sobre os métodos de pesquisa em educação. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 1, n. 1, p. 119-131, 2007.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luis Antero Reto, Augusto Pinheiro. 1. ed. São Paulo: Edições 70, 2016.

BERBEL, N. A. N. **A metodologia da problematização com o Arco de Magueres: uma reflexão teórico-epistemológica**. Londrina: EDUEL, 2012.

BORDENAVE, J. D.; PEREIRA, A. P. **Estratégias de ensino-aprendizagem**. 33ª. ed. Petrópolis: Vozes, 2015.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática, 1º e 2º Ciclos**. Brasília: SEF/MEC, 1997.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática, 3º e 4º Ciclos**. Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais Mais - Ensino Médio**. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares. Brasília: SEF/MEC, 2002.

BRASIL. Secretária de Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental e Médio**. Brasília, 2018.

BRASIL, CAPES. **Documento de Área – Ensino**. Brasília, 2019.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). 2. ed. **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2010.

CHAMBERLIN, S. A. Mathematical problems that optimize learning for academically advanced students in grades K±6. **Journal of Advanced Academics**, v.22, n.1, p. 52-76, 2010.

CHARLES, R; LESTER, F. **Mathematical problem solving**. Springhouse: Learning Institute, 1986.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

COLOMBO, A. A.; BERBEL, N. A. N. A metodologia da problematização com o arco de Maguerez e sua relação com os saberes de professores. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, Londrina, v. 8, n. 2, p. 121-146, 2007.

DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L.; GREER, B. **Connecting mathematics problem solving to the real world**. Disponível em:
<https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=e385ed2e292d83abb83d746a32763ca53c46809f>. Acesso em: 20 nov. 2022.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 13-42.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 2017.

GRAESSER, A.; KUO, B.; LIAO, C. Complex problem solving in assessments of collaborative problem solving. **Journal of Intelligence**, v. 5, n. 2, p. 1-19, 2017.

MAHARANI, H. R. Creative thinking in mathematics: are we able to solve mathematical problems in a variety of way?. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICS, SCIENCE, AND EDUCATION, 2014, Helsinki, Finland, **Proceedings...** Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE): Helsinki, Finland. p. 120-125.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition**. 2. ed. New York: WH Freeman and Company, 1992.

PISA. **Collaborative problem-solving framework: PISA 2015**. Disponível em:
<https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Collaborative%20Problem%20Solving%20Framework%20.pdf>. Acesso em: 20 out. 2022.

PROENÇA, M. C. **Resolução de problemas: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula**. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C.; MAIA-AFONSO, E. J.; MENDES, L. O. R.; TRAVASSOS, W. B. Dificuldades de alunos na resolução de problemas: análise a partir de propostas de ensino em dissertações. **Bolema**, Rio Claro, v. 36, n. 72, p. 262 -285, 2022.

SCHOENFELD A. H. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). **Journal of Education**, v. 196, n.2, p. 1-38, 2016.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.

SILVA, M. C. A.; GASPARIN, J. L. A teoria da ação comunicativa de Jürgen Habermas e suas influências sobre a educação escolar. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS, 7, 2006, Campinas. **Anais...** Campinas: FE/HISTEDBR, 2006.

SILVA, C. M. S.; SIQUEIRA FILHO, M. G. **Matemática: resolução de problemas**. Brasília: Líber Livro, 2011.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

SZABO, Z. K.; KORTESI, P.; GUNCAGA, J.; SZABO, D.; NEAG, R. Examples of Problem-Solving Strategies in Mathematics Education Supporting the Sustainability of 21st-Century Skills. **Sustainability**, v.12, p. 1- 28, 2020.

YACKEL, E., COBB, P., WOOD, T. Small-group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics. **J. Res. Math. Edu.** v. 22, n. 5, p. 390-408, 1991.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Recebido em: 20 de dezembro de 2022

Aprovado em: 07 de fevereiro de 2023