

## PENSAMENTO ALGÉBRICO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: POSSIBILIDADES NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.33-49>

Ariane da Silva Landgraf<sup>1</sup>  
Andresa Maria Justulin<sup>2</sup>

**Resumo:** O presente trabalho tem como objetivo identificar contribuições de um curso de formação docente com foco no pensamento algébrico e na resolução de problemas. O curso, responsável pela geração de dados, foi ofertado remotamente na modalidade de extensão, com encontros síncronos, atividades assíncronas, discussões teóricas e momentos práticos, envolvendo a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Seis professores participaram da proposta, os quais atuavam desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Metodologicamente, a pesquisa desenvolvida configura-se como qualitativa e os instrumentos utilizados para coleta de dados abarcaram questionários, registros escritos produzidos e compartilhados pelos participantes durante o curso e transcrições dos áudios produzidos. Para a análise dos dados, foi realizada uma triangulação entre o referencial teórico e os elementos evidenciados. Os resultados demonstram que, após o curso, houve uma mudança no planejamento das aulas por parte dos professores, bem como uma valorização dos conhecimentos prévios dos alunos, além da alteração no tipo de problema proposto em uma aula de resolução de problemas e na conduta do professor como mediador.

**Palavras-chave:** Resolução de problemas. Formação de professores. Álgebra. Pensamento Algébrico.

## ALGEBRAIC THINKING AND PROBLEM SOLVING: POSSIBILITIES IN TEACHER EDUCATION

**Abstract:** This work aims to identify the contributions of a teacher education course focused on algebraic thinking and problem solving. The course, responsible for generating data, was offered remotely as an extension course, with synchronous meetings, asynchronous activities, theoretical discussions and practical moments, involving the Methodology of Teaching-Learning-Evaluation of Mathematics through Problem Solving. Six teachers participated in the proposal, from the Early Years of Elementary School to High School. Methodologically, the research developed is qualitative and the instruments used for data included questionnaires, the written records produced and shared by the participants and the transcripts of the audios produced. For data analysis, a triangulation was performed between the theoretical framework and the evidenced elements. The results obtained show that, after the course, there was a change in the planning of classes by teachers, as well as an appreciation of their students' previous knowledge, besides a change in the type of problem proposed in a problem solving class and in the teacher's conduct as a mediator.

**Keywords:** Problem solving. Teacher education. Algebra. Algebraic Thinking.

<sup>1</sup> Mestra em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR); Professora da Educação Básica no Município de Cornélio Procópio - Paraná; E-mail: arianelandgraf@hotmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5250-4049>).

<sup>2</sup> Doutora em Educação Matemática. Docente do Departamento Acadêmico da Matemática, Campus Cornélio Procópio e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), *multicampi* Cornélio Procópio e Londrina, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR); E-mail: ajustulin@utfpr.edu.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4107-8464>).

## Introdução

No percurso de estudos da primeira autora deste trabalho, principalmente durante os estágios do curso de Licenciatura em Matemática e do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), foi possível identificar dificuldades na aprendizagem dos alunos em relação a conteúdos matemáticos e, em especial, à Álgebra. Com o intuito de compreendê-las um pouco mais, a referida autora, sob a orientação da segunda, desenvolveu um Trabalho de Conclusão de Curso (LANDGRAF, 2018), analisando o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – *campus* Cornélio Procópio. Posteriormente, no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) *multicampi* Cornélio Procópio e Londrina (LANDGRAF, 2021), investigou as contribuições de um curso de Resolução de Problemas para a formação docente, com foco no ensino de Álgebra, de acordo com as habilidades da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018). Neste artigo, portanto, apresenta-se um recorte da última pesquisa realizada.

Pesquisas relacionadas à Educação Matemática, que abordam o Pensamento Algébrico e o ensino de Álgebra, mostram que tal abordagem e as experiências algébricas em sala de aula podem ficar restritas a atividades mecanizadas e repetitivas. Em contrapartida, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) e com a BNCC (BRASIL, 2018), a resolução de problemas seria um caminho eficaz para o ensino de Álgebra, e consequentemente, para a aprendizagem de conteúdos algébricos. Na perspectiva de Tinoco (2011), a resolução de problemas pode ser o pano de fundo, em que o aluno se torna capaz de perceber as várias faces da Álgebra.

Neste trabalho, busca-se identificar as contribuições de um curso de formação docente com foco no Pensamento Algébrico e na resolução de problemas. Para isso, o artigo segue estruturado em cinco seções: a primeira apresenta a Resolução de Problemas como um caminho, enfatizando sua trajetória histórica, concepções e, em especial, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMARP); a segunda destaca a Álgebra e o Pensamento Algébrico, bem como a Álgebra em documentos oficiais da educação, entre eles, a BNCC (BRASIL, 2018). Além disso, são apresentadas algumas ideias do pensamento algébrico, conforme o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (2000) e Van de Walle (2009); a terceira trata da formação de professores, com enfoque nos saberes profissionais docentes; a quarta descreve os participantes,

os instrumentos e os procedimentos de pesquisa; e a quinta, analisa os dados obtidos. Por fim, são tecidas as considerações finais, com as contribuições evidenciadas para a formação docente com foco no pensamento algébrico e alguns aspectos gerais da pesquisa.

### **Resolução de Problemas como um caminho para se ensinar Matemática**

Resolver problemas é uma ação decorrente da evolução humana, da necessidade de solucionar problemas cotidianos. Segundo os PCN, (BRASIL, 1998, p. 32):

A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas, por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outros (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados à investigação interna da própria Matemática.

Já a resolução de problemas no ensino de Matemática reporta ao século XX e teve um grande impulso com George Polya, um dos autores pioneiros a discuti-la em 1944. No Brasil, o referido autor ficou conhecido por meio do livro *“How to solve it: a new aspect of mathematical method”*, traduzido como *“A arte de resolver problemas”*. Na obra, Polya apresenta quatro fases (ou passos) que considera importante no processo de resolver problemas: compreender o problema, elaborar um plano de resolução, executar o plano e examinar e validar a solução (POLYA, 2006). A primeira fase envolve a leitura e a compreensão do problema, inclusive das palavras do enunciado; a segunda compreende o estabelecimento de um plano a partir do que o resolvidor conhece (problemas correlatos, problemas auxiliares, reformulação do problema); a terceira corresponde à execução do plano, verificando se ele está correto; e a quarta propõe um retrospecto, em que se examina a solução obtida, avaliando o resultado e refletindo se é possível alcançá-lo por um caminho diferente.

De acordo com Onuchic (1999), o grande marco da resolução de problemas no ensino de Matemática foi a publicação do documento *“An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980’s”*<sup>3</sup>, pelo (NCTM), o qual indicou que essa prática deveria ser o foco da Matemática escolar. A partir dessa orientação dada pelo NCTM, os professores tiveram diferentes interpretações relacionadas à forma de tratar a resolução de problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004).

Neste trabalho, entende-se que problema é “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” (ONUCHIC, 1999, p. 215). Schroeder e Lester (1989)

---

<sup>3</sup> Uma agenda para a ação: Recomendações para a Matemática escolar na década de 1980.

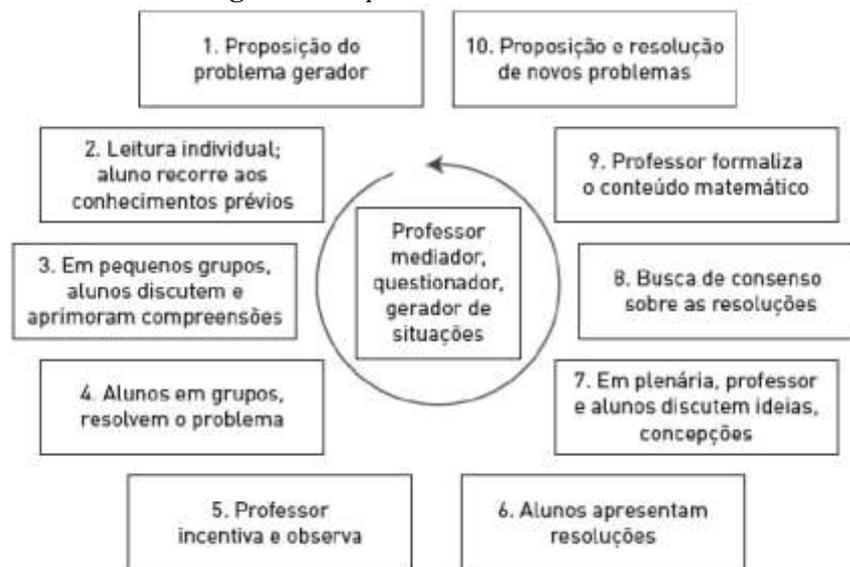
indicam três formas de trabalhar ou conceber a resolução de problemas: (1) Ensinar sobre a resolução de problemas, na qual se recomenda teorizá-la, (2) Ensinar para a resolução de problemas, focando em resolvê-los e em desenvolver a capacidade de utilizar os conteúdos já aprendidos e (3) Ensinar via ou através da resolução de problemas, considerando-a como um meio de ensinar Matemática, na qual o problema é o ponto de partida para a atividade matemática e o gerador do novo conteúdo a ser construído pelo aluno, tendo o professor como mediador.

Nessa última perspectiva, a resolução de problemas pode ser entendida como uma metodologia de ensino de Matemática e, nesse cenário, se insere a MEAAMARP. Destaca-se que “[...] a expressão “através” - significando “ao longo”, “no decurso” - enfatiza o fato de que ambas, Matemática e resolução de problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 40). Pensando no trabalho com a Resolução de Problemas em uma aula de Matemática, Onuchic (1999) criou um roteiro inicial, com o intuito de ajudar professores em um curso de formação. Tal roteiro e a MEAAMARP foram modificados, ampliados e construídos ao longo dos trabalhos acadêmicos do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP)<sup>4</sup>. Com isso, passou-se “[...] a empregar a expressão ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica que integra a avaliação às atividades de sala de aula e que entendemos como uma metodologia” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 43). O roteiro da MEAAMARP, em sua versão mais atual, publicada por Allevato e Onuchic (2021), é constituído por um ciclo com etapas que podem ser organizadas conforme a Figura 1:

---

<sup>4</sup> O Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) atua na Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Rio Claro desde 1992, desenvolvendo pesquisas de mestrado e doutorado, publicações em revistas e participando de congressos nacionais e internacionais. Além disso, ele tem sido o núcleo gerador de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas associada à Formação de Professores e/ou ao Ensino e Aprendizagem. Atualmente, dedica-se a trabalhos na linha de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

**Figura 1:** Esquema da MEAMARP



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

As etapas do referido roteiro são: 1. Preparação e seleção do chamado “problema gerador”, visando à construção de algum conceito matemático que ainda não foi trabalhado em sala de aula; 2. Entrega de uma cópia do problema selecionado aos alunos e realização de uma leitura individual; 3. Realização de uma leitura em conjunto a partir da formação de grupos e, caso haja necessidade, o professor também pode realizar a leitura e tirar dúvidas sobre palavras difíceis ou desconhecidas; 4. Sem dúvidas quanto ao enunciado, ocorre a resolução do problema a partir dos entendimentos dos alunos e do trabalho cooperativo – assim, eles assumem o papel de construtores do próprio conhecimento; 5. Observação por parte do professor e incentivo aos alunos, assumindo o novo papel de levá-los a pensar, dando-lhes tempo e instruindo o compartilhamento de ideias; 6. Registro das resoluções encontradas, no qual um representante de cada grupo escreve no quadro a resolução encontrada em consenso pelo seu grupo, estando certa ou não; 7. Realização de uma plenária com discussões sobre as resoluções registradas, defesa dos pontos de vista e esclarecimento de dúvidas, tendo o professor como guia e mediador, para constituir um momento muito rico para a aprendizagem; 8. Busca por um consenso da sala para encontrar um resultado correto e satisfatório; 9. Apresentação do conteúdo pelo professor de maneira formal, organizada e estruturada em linguagem matemática, com padronização de conceitos, princípios e procedimentos envolvidos no problema e 10. Proposição de novos problemas, para que os alunos possam aplicar o conteúdo construído.

Os problemas selecionados pelo professor nessa metodologia possuem papel de geradores de conteúdos novos, possibilitando ao aluno relacionar seus conhecimentos

matemáticos prévios para resolver o que é solicitado. O professor, nesse contexto, tem o papel de organizador, mediador e incentivador da aprendizagem (ONUChIC; ALLEVATO, 2004).

Além disso, Onuchic e Allevato (2011, p. 85) ressaltam que:

Nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado para à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema [o problema gerador] que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado.

No roteiro apresentado por Allevato e Onuchic (2021), o professor é o mediador do conhecimento. Segundo Shulman (2014), esse profissional precisa ter uma compreensão multifacetada e adequada para ofertar diferentes explicações dos mesmos conceitos e princípios.

### **Álgebra e o Pensamento Algébrico**

Desde o início do ensino da Álgebra, percebe-se dificuldades em tornar o conteúdo compreensível. Dessa forma, segundo os PCNs, “O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p. 115).

No currículo da Educação Básica, foi somente a partir de 2017, com a reformulação da BNCC (BRASIL, 2018), que a Álgebra passou a figurar como uma Unidade Temática. Anteriormente, ela era apresentada de forma tímida e articulada com o bloco Números e Operações. Agora, no que tange aos Anos Finais do Ensino Fundamental, a BNCC (BRASIL, 2018, p. 270-271) orienta que:

[...] os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental- Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação.

O ensino de Álgebra, conforme já apresentado nos documentos oficiais brasileiros, deve

ser iniciado nos Anos Iniciais e ampliado ao longo do Ensino Fundamental. Nesse sentido, cabe ao professor “[...] levar o aluno a encarar a Álgebra, não só como um assunto que se deve dominar, mas também como uma ferramenta que é importante saber mobilizar em diferentes situações” (MATOS, 2005, p. 54).

Trabalhar com aspectos algébricos desde os Anos Iniciais potencializa a compreensão de conceitos algébricos que serão introduzidos no final dos Anos Finais do Ensino Fundamental, além de permitir o desenvolvimento do Pensamento Algébrico que:

[...] inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10).

O NCTM (2000) considera que o Pensamento Algébrico diz respeito ao estudo das estruturas, da simbolização, da modelação e da variação. Segundo Van de Walle (2009), não se trata de uma ideia singular, mas sim de um composto de diferentes formas de pensamentos e de compreensão do simbolismo. O autor ainda destaca que:

O pensamento algébrico ou raciocínio algébrico envolve formar generalização a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativos e explorar os conceitos de padrão e de função. Longe de ser um tópico de pouco uso no mundo real, o pensamento algébrico penetra toda matemática e é essencial para torná-la útil na vida cotidiana (VAN DE WALLE, 2009, p. 287).

O Pensamento Algébrico pode ser desenvolvido independentemente da idade dos estudantes, desde que com um grau de formalidade crescente. Inicialmente, não há a necessidade de utilização da simbologia formal, de modo que os estudantes podem se expressar por meio da linguagem natural ou da linguagem aritmética.

### **Formação de Professores**

Outro campo teórico relevante para o desenvolvimento da pesquisa é a formação de professores, considerando o interesse de compreender os saberes<sup>5</sup> profissionais docentes e a sua relação com o uso da resolução de problemas.

---

<sup>5</sup> Neste trabalho, considera-se conhecimento e saberes docentes como sinônimos. No entanto, algumas pesquisas diferenciam esses termos com base na experiência ou vivência profissional. Nesse caso, utilizam saberes docentes para denominar aquilo que o professor adquire/possui ao longo de sua formação.

O saber do professor pode ser compreendido em uma relação profunda com o trabalho que desempenha, envolvendo uma diversidade de saberes. É um saber “plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais” (TARDIF, 2014. p. 36). Com a preocupação em atender esse pluralismo de saberes, “pesquisas vêm evidenciando a necessidade de que, em programas de formação, os conteúdos matemáticos sejam visitados e revisitados, mas é necessário pensar sob que olhar isso deveria acontecer” (NACARATO; PAIVA, 2008, p. 14).

Segundo Shulman (2014), o professor tem responsabilidade sobre o conhecimento do conteúdo, pois ele é a primeira fonte do conhecimento, ou seja, é aquele que apresenta o conteúdo ao aluno. Logo, tal profissional torna-se responsável pela forma como essa compreensão é comunicada, se é transmitido ao aluno o que é essencial e o que é periférico na matéria, etc. Diante da diversidade de alunos, ele deve ter uma compreensão multifacetada e adequada à oferta de explicações, que devem ser diferentes dos mesmos conceitos e princípios. No entanto, o conhecimento do conteúdo é um dos conhecimentos docentes, que ainda abarcam os conhecimentos pedagógicos e os conhecimentos pedagógicos do conteúdo.

Em relação à maneira como a formação de professores tem sido tratada no contexto da Resolução de Problemas, Fiorentini (2011) destaca seis principais abordagens:

- (1) “Ensinar para a resolução de problemas”, na qual o professor começa trabalhando com conteúdo de Matemática e, em seguida, com problemas de aplicação, geralmente, fechados, que precisam de conceitos e procedimentos adquiridos;
- (2) “Ensinar sobre Resolução de Problemas”, em que o professor precisa conhecer a teoria sobre Resolução de Problemas – o que é feito na formação inicial, por exemplo, com uma disciplina isolada sobre esse tema;
- (3) “Aprender sobre a Resolução de Problemas”, que é uma variação da abordagem anterior e enfatiza a necessidade de o professor assumir um papel central na construção de conhecimentos sobre a Resolução de Problemas, propondo bibliografias ou recursos para o desenvolvimento de atividades;
- (4) “Propõe que o professor-aluno vivencie (...) práticas com/através ou via resolução de problemas, sem necessariamente teorizá-las ou problematizá-las” (FIORENTINI, 2011, p. 70);
- (5) Esta abordagem é variante da anterior e tem a “intencionalidade explícita de problematizar e teorizar a vivência, da formação inicial, de práticas com/através ou via resolução de problemas” (FIORENTINI, 2011, p. 70);

(6) Esta abordagem “com forte impacto no desenvolvimento profissional docente, é a investigação sobre a própria prática de ensinar/aprender matemática em um ambiente exploratório-investigativo ou de resolução de problemas” (FIORENTINI, 2011, p. 70).

Com base nas ideias de Fiorentini (2011), Justulin e Noguti (2017) analisaram dissertações e teses brasileiras, com o objetivo de compreender as diferentes abordagens utilizadas no contexto da formação de professores em relação à resolução de problemas. Os resultados indicaram cinco meios principais: disciplinas, cursos, encontros de formação, oficinas e grupos de estudo. Destes, 33% trabalham a Resolução de Problemas como disciplina e 22% oferecem encontros de formação continuada. Considerando os resultados da pesquisa de Justulin e Noguti (2017), que evidenciam a defasagem de oferta de cursos ou encontros de formação, as autoras desta pesquisa desenvolveram uma proposta de curso de extensão, com foco na formação continuada de professores que ensinam Matemática, para trabalhar a resolução de problemas e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

### **Participantes, instrumentos e procedimentos de pesquisa**

A pesquisa realizada foi do tipo qualitativa, que de acordo com Lüdke e André (2013), nesse tipo de pesquisa, o pesquisador tem contato direto com o ambiente que está sendo investigado. Logo, ela auxilia o pesquisador a identificar as particularidades dos sujeitos participantes, bem como suas dificuldades e anseios, além de propiciar a participação ativa em discussões.

O curso de extensão ofertado para a produção de dados foi intitulado “A exploração do Pensamento Algébrico através da Resolução de Problemas”, e destinado a professores de Matemática. O foco dessa proposta formativa foi a discussão do ensino de Álgebra e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico através da Resolução de Problemas, sendo que a seleção dos problemas discutidos no decorrer do processo foi realizada considerando as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018).

Devido à pandemia de Covid-19, o curso aconteceu de forma remota, com duração de 25 horas. Na prática, houve sete encontros síncronos, realizados e gravados pela plataforma *Google Meet*, facilitando o contato com os dados produzidos, e atividades assíncronas pelo *Google Classroom*, para disponibilizar avisos e materiais para estudos, bem como solicitações de entregas de atividades por parte dos participantes. A princípio, 82 professores fizeram a inscrição para participar da formação, e os 20 primeiros foram selecionados, no entanto, após

o primeiro encontro, apenas seis professores participaram, devido à sobrecarga de trabalho. Diante disso, foi feito contato com os professores desistentes e eles disseram que participariam dos próximos encontros. No entanto alguns professores apesar de terem confirmado presença anteriormente, não deram continuidade no curso e, por isso, apenas seis docentes de diversas regiões do Brasil participaram de forma efetiva e com direito à certificação.

Os participantes do referido curso atuavam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, bem como no Ensino Médio. Apesar de terem sido ofertadas 20 vagas. A fim de preservar a identidade dos participantes, optou-se por identificá-los como P1, P2, P3, P4, P5 e P6, respeitando-se o gênero.

Durante o curso, foram abordadas as concepções da resolução de problemas; a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas; o ensino de Álgebra e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental; o Ensino de Álgebra através da Resolução de Problemas; e a BNCC (BRASIL, 2018), as habilidades e competências da temática Álgebra.

### **Descrição e análise dos dados**

No encontro 0 do curso (assíncrono), foram disponibilizados dois textos, de Allevato e Onuchic (2014) e Allevato e Onuchic (2009), que tratam sobre a trajetória da resolução de problemas, suas concepções e sua abordagem como metodologia, além de um questionário diagnóstico. Tais textos foram discutidos, posteriormente, no Encontro 1, que ocorreu de forma síncrona, com foco na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

O Encontro 2 (Atividade assíncrona) solicitou que os participantes encaminhassem, via *Google Classroom*, um problema que tratasse de Álgebra. Além disso, perguntava-se: “Por que você considera que ele é adequado? E para qual conteúdo?”. A atividade deve ser pensada de acordo com a Resolução de Problemas como Metodologia estudada no encontro anterior e de acordo com as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018)”.

O Encontro 3 ocorreu de forma síncrona, com enfoque no ensino de Álgebra e o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Além de discussões sobre o tema apresentado, houve uma atividade prática em que um problema deveria ser pensado e resolvido seguindo o roteiro da MEAAMARP.

No Encontro 4 do curso, síncrono, foram discutidos dois problemas, de acordo com a

MEEAMARP e com as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018). As discussões giraram em torno das possibilidades de utilizá-los em sala de aula, e um dos problemas discutidos (Figura 2) será detalhado em seguida, nesta seção, após a breve descrição dos encontros.

No Encontro 5 (Atividade assíncrona), cada participante escolheu um problema com enfoque em algum conteúdo algébrico para ser trabalhada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e uma ou mais habilidades da BNCC (BRASIL, 2018). O problema precisava ser destinado aos Anos Finais do Ensino Fundamental e, além dele, era necessário elaborar um plano de aula e uma breve apresentação sobre a proposição.

Já no Encontro 6, realizado de forma síncrona, os participantes fizeram uma apresentação dos planos de aulas elaborados e dos problemas geradores, expuseram as dificuldades encontradas no desenvolvimento da atividade, e indicaram se conseguiram implementar a MEAMARP.

**Figura 2:** Problema 1



1- Continue observando a sequência. Em seguida, escreva o número de triângulos equiláteros pretos dos sete primeiros termos dessa sequência.  
2-Represente simbolicamente através de sentença matemática, um termo qualquer dessa sequência numérica.  
3-Você conseguiria determinar o 10º e 20º termo dessa sequência sem conhecer os termos anteriores?  
4- Explique verbalmente, se essa sequência é recursiva ou não recursiva. Justifique sua resposta.

Fonte: Albuquerque (2021).

Nesse problema, é explorada a habilidade “(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na Matemática, mas também nas Artes e na Literatura” (BRASIL, 2018, p. 307). Conforme o ano escolar (sétimo ano) e o objetivo para o qual o problema foi selecionado, ele envolve conceitos algébricos, fractais, sequências recursivas e não recursivas. No entanto, pode ser trabalhado e estendido a outros anos, seguindo os objetivos do professor.

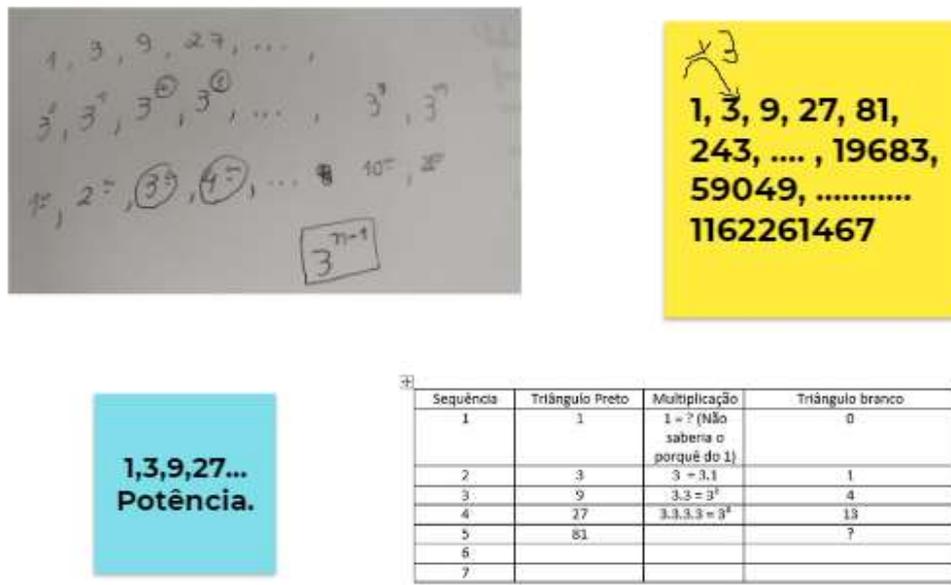
Após a pesquisadora orientar que o problema seria proposto ao 7º ano do Ensino Fundamental, P3 disse que achou que o problema seria destinado ao Ensino Médio, com foco no conteúdo de Progressão Aritmética. No entanto, pensando para o 7º ano, o aluno exploraria

a relação, realizando a contagem de cada termo até encontrar o vigésimo, pois não teriam a noção de uma fórmula.

Foi solicitado, então, que os participantes que estavam naquele encontro trabalhassem em grupo e pensassem como alunos de 7º ano resolveriam o problema, sem utilizar o conceito ou os procedimentos formais de função. Assim, P4 disse que faria uma tabela, ao passo que P3 disse que realizaria uma sequência, enfatizando o primeiro termo e seguiria contando cada termo, encontrando a sequência 1, 3, 9 e 27. Ao analisar, seria possível perceber que o termo está sendo multiplicado por três. P6 afirmou que faria igual: “1, 3, 9 e 27, como aluno, e colocaria potência”.

Dentro dessa discussão, com o intuito de organizar as ideias e estratégias de resolução dos participantes, foi criado um quadro interativo no *Google Jamboard*, conforme a Figura 3.

**Figura 3:** Imagem do quadro virtual com as resoluções apresentadas pelos participantes



Fonte: dados da pesquisa (2021).

Com relação à segunda pergunta do problema, os participantes disseram que os alunos utilizariam, possivelmente, a multiplicação (a partir da segunda figura) da quantidade de triângulos pretos da figura anterior por três. Na pergunta, três deles responderam que sim e que o aluno poderia fazer termo a termo, até obter o décimo e o vigésimo. No entanto, para o décimo termo, que seria 19.683, isso seria possível. Mas, para o vigésimo termo,  $3^{19}$ , o valor já seria difícil de obter por meio de multiplicação, sendo mais fácil sua indicação como potência de base 3.

Em seguida, eles entraram na discussão da questão ser recursiva ou não recursiva e relembrou as definições. Nesse problema em discussão, a sequência pode ser classificada

como recursiva, se trabalhada com a multiplicação do termo anterior por três; e não recursiva, se utilizada a potência relacionada à posição do termo.

Uma possibilidade de trabalho com o problema em sala de aula, que poderia ser realizada é, inicialmente, discutir até a terceira pergunta, realizando uma formalização e mostrando que é possível chegar a uma sentença:  $3^{n-1}$ , buscando uma exploração de resultados. Depois, propor a quarta questão, gerando outra forma de discussão, focando em definir e identificar sequências recursivas e não recursivas.

Com a discussão realizada no decorrer desse problema, algumas dúvidas dos professores acerca da resolução de problemas e a exploração do pensamento algébrico puderam ser expostas e sanadas. Foi compreendido, também, que este tipo de pensamento deve passar a ser valorizado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme a BNCC propõe (BRASIL, 2018). Nesse cenário, a Álgebra passa a assumir seu importante papel, como de uma ferramenta matemática. Conforme Ponte (2006) sinaliza, o grande objetivo do estudo da Álgebra em sala de aula está atrelado ao desenvolvimento do pensamento algébrico, e a capacidade de manipulação da simbologia vai além de estudos mecanizados de expressões, equações e funções. Portanto, compreender como deve ser o processo de desenvolvimento do pensamento algébrico e a relação entre o pensamento e a linguagem algébrica faz-se importante para o professor de Matemática.

Em seguida, destacou-se aos participantes que, após a discussão, seria o momento de formalização do conteúdo de sequências recursivas e não recursivas, e que poderiam ser dados novos problemas de fixação para identificação de sequências de acordo com o conteúdo. P6 apontou que *“Eu acho que o trabalho com a metodologia de resolução de problemas para chegar em um conceito, é uma discussão mais rica, do que você dar um monte de sequências e o aluno somente identificá-las como recursivas ou não recursivas, do que a resposta em si, a ideia enriquece e amplia horizontes para o aluno. Busco no curso, trabalhar melhor a resolução de problemas, buscando a qualidade em vez da quantidade, pois um problema como esse tem discussões que envolvem a Álgebra”*.

Ao final do encontro, os participantes fizeram algumas considerações. P4, por exemplo, disse que: *“Como nós professores a maioria das vezes temos a cabeça bem fechada, pensamos apenas na resolução e não pensamos na discussão que pode gerar a partir do problema [...] “Eu vejo que quando nós vamos escolher um problema, primeiro nós vamos pensar no tipo de aluno que nós temos. Na verdade, eu não estou trabalhando com os 7º anos, mas eu comecei a refletir nos que eu já trabalhei... será que é possível trabalhar esse problema? Como eu posso*

*fazer? Será que ele vai ter bagagem suficiente? Pode ser que não, mas pode ser possível resgatar esses conceitos a partir desse problema [...] pensei nisso na hora de trabalhar o problema”.* Nota-se, então, que o participante percebe as possibilidades de trabalho com um problema, ao enxergar as potencialidades dos seus alunos. P4 entendeu a importância da primeira etapa do roteiro da MEAAMARP, conforme Allevato e Onuchic (2021), que consiste na preparação do problema, o qual deve ser selecionado visando construir um conceito matemático, cujo conteúdo não deve ter sido trabalhado previamente em sala de aula. Nesse momento, o conhecimento prévio dos alunos deve ser considerado para essa escolha.

Sobre as dificuldades dos alunos em aprender e se familiarizar com a Álgebra, P5 expôs que *“Os alunos quando percebem que irão estudar álgebra já criam um estigma em cima do tema, pois ficam apavorados sem saber o que virá pela frente. A BNCC, nessa questão, contribuiu bastante no sentido de ampliar o conhecimento dos alunos permitindo que eles tenham contato com a álgebra de forma indireta desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental”.*

A partir das análises realizadas, é possível identificar grande diferença na visão dos professores com relação à escolha de problemas geradores, bem como na preparação das aulas, no uso da resolução de problemas como uma metodologia e na percepção da necessidade de conhecer seus alunos e seus conhecimentos prévios, como apontado por P4 e por P5.

### **Considerações Finais**

Realizar uma pesquisa implica reconhecer algumas inquietações que, neste caso, apontam para o ensino de Álgebra, o desenvolvimento do pensamento algébrico e a Resolução de Problemas. Diante disso, o objetivo deste trabalho foi identificar contribuições evidenciadas em um curso de formação docente com foco no pensamento algébrico e na resolução de problemas.

As contribuições evidenciadas no curso ofertado foram relacionadas ao planejamento final das aulas dos professores participantes, quando comparados com as discussões iniciais do curso, ao questionário diagnóstico e aos problemas enviados por eles no encontro 2. Também foi possível notar uma melhor compreensão dos participantes acerca do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, uma vez que os problemas deixaram de ser usados apenas como aplicação de conteúdo. Por fim, o curso contribuiu para as reflexões sobre o Pensamento Algébrico, seus elementos e seu

desenvolvimento pelos docentes e sobre as Ideias da Álgebra, cujo desenvolvimento deve ser iniciado desde os Anos Iniciais, conforme as orientações da BNCC (BRASIL, 2018).

O curso de extensão ofertado também resultou em um Produto Educacional, intitulado “A exploração do pensamento algébrico através da Resolução de Problemas: um curso de extensão”, que visa contribuir para a formação docente e servir tanto como base para novos cursos de extensão, quanto como fonte de consulta para professores que estejam trilhando caminhos para compreender e implementar a Resolução de Problemas como metodologia em suas aulas.

Ressalta-se que trabalhar com formação de professores não é uma tarefa fácil, pois muitos fatores influenciam na forma de pensar de cada um deles. Essa dificuldade se acentuou, sobretudo, no cenário desta pesquisa, que contou com a participação de professores de algumas regiões do Brasil, com idades e experiências diferentes. Além disso, o ensino remoto foi mais um desafio a ser enfrentado. Apesar disso, evidencia-se que, por meio do curso ofertado, os professores passaram a entender a Resolução de Problemas como metodologia, deixando de lado sua concepção apenas de fixação de conteúdo.

## Referências

ALBUQUERQUE, S. C. Plano de aula: Sequência recursiva e não recursiva nas figuras fractais. **Nova Escola**. [S. l.], 2021. Disponível em:

<https://planosdeaula.novaescola.org.br/fundamental/7ano/matematica/sequencia-nao-recursiva-nas-figuras-fractais/4926>. Acesso: 3 mar. 2021.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. E. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. 2a. ed. Jundiaí, Paco Editorial: 2021.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (5ª a 8ª séries)**. Brasília, DF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

FIORENTINI, D. Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2011, Recife.

Anais [...]. Recife: Conferences & Journals Sa, 2011. p. 1-14. Disponível em: [http://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/2890/1188](http://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2890/1188). Acesso em: 20 jun. 2021.

JUSTULIN, A. M.; NOGUTI, F. C. H. Formação de professores e Resolução de Problemas: um estudo a partir de teses e dissertações brasileiras. *In*: ONUCHIC, L. R.; LEAL, C. P.; PIRONEL, M. (orgs.). **Perspectivas para a Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 21-54.

LANDGRAF, Ariane da Silva. **Um estudo sobre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR Câmpus Cornélio Procópio**. 2018. 64 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2018. Disponível em: <http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/11172>. Acesso em: 20 out. 2020.

LANDGRAF, Ariane da Silva. **Pensamento Algébrico e a Resolução de Problemas: contribuições para a formação docente**. 2021. 106 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cornélio Procópio, 2021.

LÜDKE, M.; ANDRE, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2 ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

MATOS, A.; BRANCO, N.; PONTE, J. P. Como vai o pensamento algébrico dos alunos? **Educação & Matemática**. Revista da Associação de professores de matemática. Lisboa: Torriana, nº 85, nov-dez. 2005. p. 54-60.

NARACATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Org). **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: NCTM, 2000.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. P199-2018

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortês, 2004. p. 212-231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

POLYA, G. **Arte de resolver problemas**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, J. P; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: ME - DGIDC, 2009.

SCHROEDER, T. L.; JR LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via

problem solving. *In:* TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.

SHULMAN, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec**. São Paulo, v. 4, n. 2, p. 196-229. dez. 2014.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis: Vozes, 2014.

TINOCO, L. A. (Coord.). **Álgebra: pensar, calcular, comunicar**. 2. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2011.

VAN DE WALLE, J. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto de Alegre: Artmed, 2009.

**Recebido em: 20 de dezembro de 2022**  
**Aprovado em: 23 de janeiro de 2023**