

ENSINO DA GRANDEZA VOLUME POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.461-479>

Rosineide de Sousa Jucá¹
Ninarosa Tavares da Costa²
Kymberli Luana Santos Ramos³

Resumo: O objetivo desse trabalho é relatar uma experiência desenvolvida por meio da exploração e resolução de problemas para a construção do conceito de volume com alunos do 6º e 7º do ensino fundamental. O caminho metodológico desse trabalho seguiu as orientações do *design research*, um tipo de metodologia qualitativa, que inclui três fases de uma investigação na modalidade de experiência de ensino: a preparação da experiência, a experimentação em sala de aula e a análise retrospectiva. Para isso, elaboramos uma proposta de ensino por meio da exploração e resolução de problemas sobre conteúdo de volume do prisma e do cilindro. O referencial teórico adotado traz discussões sobre resolução de problemas e sua importância no ensino de matemática, como também sobre construção de conceitos. Os resultados apontaram que os alunos que participaram do experimento de ensino apresentaram compreensão do conceito de volume, e se mostraram motivados ao participar das atividades.

Palavras-chave: Educação matemática. Ensino de matemática. Resolução de problemas.

TEACHING GREATNESS VOLUME THROUGH PROBLEM SOLVING

Abstract: The objective of this work is to report an experience through exploration and problem solving for the construction of the volume concept carried out by students from the 6th and 7th of elementary school. The methodological path of this work followed the guidelines of design research, which is a type of qualitative methodology, and which includes three phases of an investigation in the teaching experience modality: the preparation of the experience, the experimentation in the classroom and the retrospective analysis. For this, we developed a teaching proposal through the exploration and resolution of problems about the volume content of the prism and the cylinder. The theoretical framework adopted brings discussions about problem solving and its importance in mathematics teaching, as well as about the construction of concepts. The results showed that the students who participated in the teaching experiment showed understanding of the concept of volume, as well as being motivated to participate in the activities.

Keywords: Mathematics education. Mathematics teaching. Problem solving.

Introdução

O ensino de geometria na escola é fundamental para que os alunos compreendam o espaço em que vivem e possam lidar com situações que envolvem as diferentes grandezas e as medidas. Assim, é importante possibilitar aos alunos a compreensão das unidades de medidas

¹ Professora Dra. da Universidade do Estado do Pará. Atua no Curso de Licenciatura em Matemática e no Programa de Pós-Graduação em Educação. Email: rosejuca@gmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1386-3388>

² Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará. Email: ninarosa.tdcosta@aluno.uepa.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9733-1628>

³ Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade do Estado do Pará. Email: kymberli.ramos@aluno.uepa.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0275-3500>

e as grandezas como perímetro, área e volume dentre outras, a fim de que entendam seus significados e seu uso no dia a dia. Pois a “Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2018, p.271).

Em nossa experiência enquanto professoras, temos observado que os alunos da educação básica apresentam dificuldades em compreender as propriedades geométricas e apreender os conceitos de perímetro, área e volume, assim como utilizar as unidades de medidas e suas transformações. Igualmente, Figueiredo, Bellemain e Teles (2014) declaram que os alunos apresentam dificuldades na compreensão do conceito da grandeza volume diante de situações de comparação que exigem do aluno a articulação entre os quadros geométrico, numérico e as grandezas. Tais dificuldades se refletem de forma mais evidente junto aos alunos do ensino médio, quando começam a estudar os sólidos geométricos.

Nesse sentido, o ensino de matemática precisa ser dinâmico para que o aluno possa atuar de forma ativa e desenvolva o senso de investigação e exploração nas situações matemáticas e compreendam seus significados. Um trabalho desenvolvido por meio da resolução de problemas pode proporcionar aos alunos uma aprendizagem mais significativa e compreensível dos conteúdos matemáticos trabalhados, pois eles são provocados a mobilizarem seus conhecimentos prévios para a construção de um novo conhecimento, e a refletirem sobre as estratégias e resultados que encontram.

De acordo com Onuchic, Pironel e Jucá (2022), a resolução de um problema faz com que o ser humano articule conhecimentos anteriormente acumulados, muitas vezes esquecidos ou latentes, e construa um conhecimento novo. Vemos na resolução de problemas esse caráter de desafio e de provocação que permite ao professor a estimulação do pensamento do aluno. Diante disso, o objetivo desse trabalho é relatar uma experiência por meio da exploração e resolução de problemas para a construção do conceito de volume realizada com um grupo de alunos do 6º e 7º do ensino fundamental.

A resolução de problemas na construção de conceitos

As discussões referentes à resolução de problemas no ensino de matemática não é algo novo, nas décadas de 30 e 40, ela já aparecia nas orientações metodológicas dos currículos de matemática, tanto da reforma educacional Francisco Campos de 1930, quanto da reforma Gustavo Capanema de 1942. Segundo Shoenfeld (1992), nesse período, o matemático mais

conhecido por sua conceituação da matemática como resolução de problemas e, por seu trabalho em fazer da resolução de problemas o foco do ensino de matemática foi George Polya. “O edifício do trabalho de resolução de problemas erguido nas últimas duas décadas se baseia em grande parte nos alicerces de seu trabalho” (SHOENFELD, 1992, p.6)

A obra de Polya “A arte de resolver problemas” publicado nos anos 40, apresentava as quatro etapas de como resolver um problema: compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e fazer o retrospecto da resolução (POLYA, 2006). Esse passo a passo descrito pelo autor influenciou por muito tempo a forma como os professores de matemática conduziam suas aulas, fazendo dessa proposta um modelo a ser seguido. No entanto, as ideias de Polya eram mais que um passo a passo, elas objetivavam que assim como os matemáticos, os alunos aprendessem a desenvolver estratégias para resolver problemas e assim se tornarem resolvedores de problemas matemáticos.

Para Shoenfeld (2012), quando os professores tentavam ensinar as etapas de resolver problema descritas nos livros de Polya, os alunos não aprendiam a usá-las com eficácia. Isso foi decepcionante, mas também apresentou à Educação Matemática, o desafio de nós, professores, buscarmos compreender bem as etapas de resolução de problemas, sugeridas por Polya, para podermos ajudar os alunos a aprendê-las e a usá-las de forma eficaz.

Nos anos 60, com o advento do Movimento da Matemática Moderna, a resolução de problemas foi ignorada, o foco passou a ser a aprendizagem das estruturas algébricas usando o rigor e a formalidade matemática. Com o insucesso desse movimento no final dos anos 70, o ensino de matemática passou por novas modificações nos anos 80, trazidas pelo documento National Council of Teachers of Mathematics - NCTM, dos Estados Unidos, o qual apresentou recomendações para o ensino de Matemática em “*An Agenda for Action*”. Nesse documento, a resolução de problemas passa a ser destacada como o foco para o ensino da Matemática escolar.

Nos anos 90, no Brasil, apoiados nas ideias dos Standards do NCTM, surgiram os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, que apontavam o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. Atualmente, essas ideias são corroboradas pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC, homologada em 2018.

Ao descrever a linha do tempo relativa ao ensino da matemática, observamos que a resolução de problemas sempre orientou o ensino de matemática de uma forma ou de outra, seja como uma forma de treinar os conteúdos de matemática, seja como uma forma de construir novos conhecimentos. A partir das discussões que se afloraram sobre a resolução de problema

nos anos 80, autores como Schroeder e Lester (1989) apresentaram diferentes abordagens relativas à maneira de conceber a resolução de problemas: ensinar resolução de problemas; ensinar matemática para resolver problemas; e ensinar matemática a partir da resolução de problemas.

Segundo Schroeder e Lester (1989), a primeira abordagem refere-se às etapas descritas por Polya (1995) para resolver um problema, em que os alunos são levados a seguir essas etapas e a se tornarem conscientes de sua própria progressão por meio dessas fases, quando se depararem com os problemas. A segunda, é uma abordagem muito explorada nos livros didáticos, no qual os problemas são usados como aplicação dos conteúdos estudados e o professor está preocupado com a capacidade dos alunos de transmitir o que aprenderam a partir de um contexto do problema para outros. Na terceira abordagem, os problemas são valorizados não apenas como um propósito para aprender matemática, mas, também, como um meio primário de fazê-lo; o ensino de um tópico matemático começa com uma situação problemática que incorpora aspectos-chave do tópico, e as técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas razoáveis para os problemas.

Lester e Cai (2015) ao se referirem a ensinar matemática a partir da resolução de problema explicam que à medida que os alunos resolvem problemas, eles podem usar qualquer abordagem que podem pensar, aproveitar qualquer conhecimento que aprenderam ou que podem construir e justificar suas ideias da maneira que acharem convincente. Logo, empiricamente, ensinar matemática por meio da resolução de problemas ajuda os alunos a irem além da aquisição de ideias isoladas para se desenvolverem cada vez mais em sistema de conhecimento conectado e complexo.

No entanto, para que os alunos se envolvam em atividades de resolução de problemas é importante que algumas crenças sejam superadas, pois como afirma Lester e Cai (2015) para ajudar os alunos a se tornarem solucionadores de problemas bem-sucedidos, precisamos cultivar crenças produtivas em relação à matemática em geral e à resolução de problemas em particular, pois muitas vezes os alunos acreditam que existe apenas uma maneira "certa" de abordar e resolver um problema.

É com a terceira abordagem “ensinar a partir da resolução de problemas” que novos caminhos para o ensino da matemática envolvendo a resolução de problemas começam a aflorar. Onuchic e Alevatto (2011) desenvolveram nos anos 90, a metodologia de ensino, aprendizagem e avaliação através da resolução de problemas, por meio da qual o problema é o ponto de partida, e os três momentos: ensino, aprendizagem e avaliação ocorrem ao mesmo

tempo em constante diálogo.

Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento (ONUCHIC; ALEVATTO, 2011, p. 81).

Um ponto a destacar nessa metodologia é a incorporação da avaliação durante o processo de resolução de problema, pois não é somente o processo de ensino e aprendizagem que está em jogo, a avaliação tem um papel fundamental, visto que é ela quem dá os direcionamentos relativos à aprendizagem dos alunos, permitindo que eles reavaliem seus erros juntamente com o professor, possibilitando a sua aprendizagem. Para Onuchic (2012, p.13) “A avaliação, é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário.”

Outro caminho que surge para trabalhar com a resolução de problemas é a metodologia de aprendizagem baseada em problemas, que segundo Silver (2004) é uma aprendizagem experiencial focada e organizada em torno da investigação, explicação e resolução de problemas significativos, por meio da qual os alunos trabalham em pequenos grupos colaborativos e aprendem o que precisam saber para resolver um problema.

Nessa abordagem, o professor atua como um facilitador para orientar a aprendizagem dos alunos. Estes, por sua vez, analisam o problema, identificando os fatos relevantes do cenário. Essa etapa de identificação de fato ajuda os alunos a representar e a entender melhor o problema, na qual geram hipóteses sobre possíveis soluções. Uma parte importante deste ciclo é identificar as deficiências de conhecimento relativas ao problema proposto. Para serem intrinsecamente motivadores, os problemas devem fornecer aos alunos o objetivo próximo e tangível de aplicar seus conhecimentos para resolver um problema concreto (SILVER, 2004).

Apesar de as diferentes abordagens sobre como trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula, apontadas pelos autores supracitados, temos observado que no geral ela é usualmente trabalhada como forma de aplicação de conteúdos estudados com o objetivo de levar o aluno a memorizar ou a treinar procedimentos. Para Proença e Maia-Afonso (2020, p.185), “essa caracterização de ensinar para resolução de problemas revela uma interpretação equivocada sobre o uso de problemas no ensino de Matemática.”

Essa forma de trabalhar a resolução de problemas não permite ao aluno o

desenvolvimento do pensamento e da criatividade matemática e nem a visualização da atividade matemática como um conhecimento que pode ser construído por diferentes caminhos. Jesus e Serrazina (2005) afirmam que se a intenção é fazer com que os alunos vejam a Matemática como conhecimento em permanente construção, é fundamental eles experimentarem, desde o início da escolaridade, momentos parecidos ao trabalho dos matemáticos. Pois o matemático ao resolver problemas busca soluções que o leve a um novo conhecimento.

Ao se referir à noção de problema, Vergnaud (1977, p.92) diz que comporta uma ideia de novidade, de algo nunca feito, de algo ainda não compreendido. Assim, “problema é tudo o que, de uma forma ou de outra, implica por parte do sujeito a construção de uma resposta ou de uma ação que produz um efeito determinado”. Desse modo, a noção de problema não tem sentido para problemas resolvidos que já apresentam uma solução pronta. No entanto, o matemático explica que o sistema cognitivo por meio do qual o sujeito aborda o novo problema não é novo, pelo contrário, trata-se de um sistema antigo que está solidamente adaptado.

A resolução de problemas é uma atividade matemática ativa por meio da qual o aluno é colocado no centro do processo de aprendizagem, participando ativamente da construção dos conceitos matemáticos que estão sendo estudados. A resolução de problemas como uma metodologia ativa se opõe ao ensino tradicional de exposição de conteúdos, em que os alunos são sujeitos passivos, apenas recebem conteúdos prontos e acabados, memorizam, não conseguem atribuir nenhum significado aos seus estudos.

A esse respeito, Vygotsky (2005) discorre sobre a impossibilidade de um conceito simplesmente ser transmitido por um professor.

A experiência mostra que o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pelas crianças, semelhantes à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo (VYGOTSKY, 2005, p.104).

Para Vygotsky (2017), a formação dos conceitos pressupõe o desenvolvimento de muitas funções superiores, pois o aluno é colocado em um processo produtivo de atividade mental ao comparar, diferenciar, analisar, abstrair, entre outros; assim, a atividade escolar deve ser pensada para estimular esse desenvolvimento nos discentes.

A construção de conceitos se inicia com os conceitos espontâneos e vai evoluindo para os conceitos científicos. Nesse caso, segundo Vygotsky (2005), a criança possui o conceito espontâneo (conhece o objeto, ao qual o conceito se refere), mas não está consciente do seu próprio ato de pensamento, assim não tem noção do conceito científico. É preciso que o conceito

espontâneo tenha alcançado um certo nível para que ocorra a internalização de um conceito científico.

Segundo Vergnaud (2011), não é em alguns dias ou em algumas semanas que uma criança adquire uma competência nova ou compreende um conceito novo, mas sim, ao longo de vários anos de escola e de experiência. Assim como a construção de conceitos pelo adolescente não é algo simples, pois ele formará e utilizará um conceito com domínio numa situação concreta, mas terá dificuldade de expressar esse conceito em palavras. Logo, entre as primeiras competências adquiridas pelas crianças de quatro ou cinco anos e as competências que os adolescentes de quinze anos ainda precisam desenvolver, observamos numerosas etapas e processos, filiações e rupturas.

Filiações porque as competências novas apoiam-se, em parte, nas competências adquiridas antes; - rupturas porque, às vezes, a tomada de consciência necessária à formação de uma nova competência exige que a criança deixe de lado ideias e formas de agir anteriores (VERGNAUD,2011, p.16).

É por meio da resolução de problemas, que tais competências e aquisição de novos conceitos se tornam possíveis, pois ao resolver um problema, o aluno mobiliza conceitos prévios ou espontâneos que vão na direção da construção dos conceitos científicos. Neste sentido, na construção de um conceito, outros conceitos são envolvidos, Vergnaud (2009) fala de campos conceituais, como sendo ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos interligados. O significado de um conceito não vem de uma situação única, mas a partir de uma variedade de situações em que, reciprocamente, uma situação não pode ser analisada com um conceito por si só, mas sim com diversos conceitos, os esquemas de formação.

Na Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud (1977) destaca que expressamos nossos conhecimentos pelo que dizemos (forma predicativa) e pelo que fazemos (forma operatória). Para o autor, certamente a forma operatória é mais rica que a forma predicativa, visto que um sujeito mostra defasagem entre a competência de manifestar em uma dada situação e aquilo que é capaz de dizer a respeito dela. Ele exemplifica que uma criança consegue realizar uma operação matemática, mas tem dificuldade de explicar como realizou, que esquemas foram utilizados na execução dessa operação.

Esses estudos supracitados nos permitem inferir que o processo de aquisição do conhecimento matemático, envolvendo a resolução de problemas pode permitir que a construção dos conceitos seja realizada de forma significativa, possibilitando tanto o

desenvolvimento da forma predicativa quanto da operatória do conhecimento, oportunizando aos alunos os conhecimentos conceituais e procedimentais da matemática.

Metodologia de pesquisa

O caminho metodológico traçado para esse trabalho seguiu as orientações do *design research*, um tipo de metodologia qualitativa. Para Molina, Castro e Castro (2007), a pesquisa em *design* pode ser definida como um conjunto de métodos e abordagens, nas quais o desenho instrucional e a pesquisa são interdependentes, pois o desenho de situações de aprendizagem serve de contexto para a pesquisa. Assim, visamos analisar a aprendizagem em seu contexto, projetando sistematicamente formas particulares de aprendizagem, estratégias e ferramentas educativas de uma forma que seja sensível à natureza sistêmica da aprendizagem, educação e avaliação. A *design research* é considerada como um paradigma metodológico que serve para estudos relacionados a experiências de ensino.

O objetivo é produzir conhecimento apoiado em evidências práticas que orientam a tomada de decisão sobre o ensino, para melhorar o aprendizado dos alunos. Considera-se que a pesquisa em *Design* tem potencial para promover a aprendizagem, para criar conhecimento, e fazer com que as teorias de aprendizagem e ensino progridam em ambientes complexos. A *design research* inclui três fases de uma investigação na modalidade de experiência de ensino: a preparação da experiência, a experimentação em sala de aula e a análise retrospectiva. Assim sendo, a experiência de ensino descrita nesse trabalho foi pensada seguindo essas fases.

- Na fase de preparação da experiência de ensino: o intuito era trabalhar com a abordagem de ensino a partir da resolução de problemas, para isso, escolhemos os problemas e o material que seriam usados nas atividades que tinham o objetivo de construir a ideia de volume em diferentes sólidos geométricos.
- A experimentação ocorreu com um grupo de alunos do 6º e 7º do ensino fundamental, com o qual trabalhamos a resolução de problemas e a exploração matemática.
- A análise retrospectiva se deu com a análise e discussão dos resultados do experimento e seu efeito sobre a aprendizagem dos alunos.

Os alunos que participaram desse experimento fazem parte do Clube de Ciências do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará. O clube de Ciências, constitui-se em um espaço de ensino e pesquisa que utiliza a investigação matemática

e científica nas atividades realizadas com os alunos da educação básica. As inscrições para participar do Clube de Ciências são abertas ao público no início do ano, e tanto os alunos da educação básica como da Universidade podem participar. Os alunos da graduação atuam como professores estagiários nas atividades aplicadas aos sábados para os alunos da educação básica que frequentam o clube. As aulas, que são executadas aos sábados, são planejadas durante a semana pelos estagiários com a supervisão de um professor orientador, o qual é professor da Universidade ou da Secretaria de Educação, que participam do Clube de Ciências.

As atividades desenvolvidas no Clube de Ciências proporcionam aos alunos das licenciaturas vivenciarem experiências de como é ser professor, tão importante para a construção de sua prática docente. Pois, como coloca Proença e Maia-Afonso (2020) o saber experiencial na formação inicial tem grande importância, porque propicia subsídios para o futuro professor aperfeiçoar sua prática. Assim, a experiência proporcionou às futuras professoras aprender novas formas de ensinar matemática e de trabalhar de forma colaborativa e interdisciplinar com seus pares desde o planejamento das aulas à execução dela.

A presente experiência foi aplicada aos alunos do 6º e dos 7º anos frequentadores do referido Clube. O experimento foi executado pela segunda autora, a terceira autora foi a observadora da pesquisa, a qual compõe parte do teste piloto de sua pesquisa de mestrado, e a primeira autora é a orientadora da pesquisa de mestrado e dos estagiários que participam do Clube de Ciências.

Os temas para as aulas do sábado são escolhidos de forma a propiciar um diálogo interdisciplinar entre as diferentes áreas de conhecimento, assim, em cada sábado, se pensa em uma atividade que envolva um componente curricular diferente, para depois ampliar as ideias dos alunos e promover o diálogo entre os diferentes componentes curriculares. Como os estagiários pretendiam trabalhar a ideia de vasos comunicantes para falar sobre o efeito da pressão nos líquidos e contextualizar essas ideias para a realidade dos alunos, explorando com eles a situação da distribuição da água que vem da caixa que abastece suas casas, iniciamos trabalhando a ideia de volume, visto que os alunos ainda não tinham estudado esse conteúdo na escola e tinham pouco conhecimento sobre o tema.

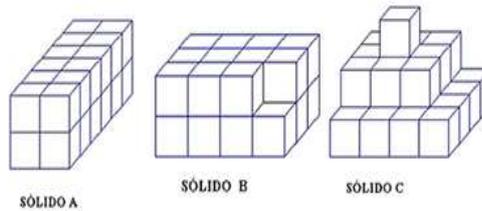
Importante esclarecer que os pais dos alunos assinaram o termo de consentimento para que as imagens dos alunos na realização das atividades desenvolvidas no Clube de Ciências fossem divulgadas e os alunos que participaram da atividade foram identificados como Aluno 1, Aluno 2, Aluno 3, etc.

Descrição do experimento

A primeira atividade foi desenvolvida no sábado do dia 03/09/2022. Neste dia, estavam presentes na sala cinco alunos do 6º e 7º anos do ensino fundamental. Inicialmente, cada aluno recebeu folhas de papel A4 e uma folha com o problema 1, conforme Imagem 1.

Imagem 1: Problema 1

A Professora perguntou para seus alunos qual desses sólidos tem uma maior quantidade de cubinhos.



Nina disse que o sólido A tem mais peças

Victor disse que o sólido B é que tem mais peças

Eduarda disse que o sólido C é que tem mais peças

Gabriel disse que os três tem a mesma quantidade de peças

Qual dos amigos está certo?

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Em seguida, foi realizada a leitura do problema juntamente com os alunos, e foram feitas as seguintes perguntas:

Professora Estagiária: Vocês sabem o que é um sólido?

Aluno1: É uma coisa que é dura e firme.

Aluno2: É algo que tem volume.

Depois, os alunos retornaram a ler o problema e se fez o seguinte questionamento:

Professora Estagiária: Qual dos amigos vocês acham que está certo?

Após analisarem o problema, um dos alunos supôs que a Nina é quem estaria certa, justificando que o sólido A é o mais completo com cubinhos, e os demais deduziram que seria a Eduarda, alegando que o sólido C aparentemente possuía uma quantidade maior de cubinhos.

Professora Estagiária: como podemos fazer para comprovar essas ideias?

Os alunos, inicialmente tentaram contar os cubinhos que apareciam na imagem, e iniciou-se uma discussão pois não concordavam nas quantidades que cada um falava. Então, tiveram a ideia de pegar uns cubinhos que estavam sobre a mesa e tentaram montar os sólidos.

Imagem 2.

Imagem 2: aluno resolvendo o problema



Fonte: arquivo das autoras

Após os alunos finalizarem as construções, eles anotaram que para a construção do sólido A, foram necessários 24 cubinhos, para o sólido B, 23 cubinhos e para o sólido C, 26 cubinhos, a seguir, a professora estagiária questionou:

Professora Estagiária: O que vocês concluíram?

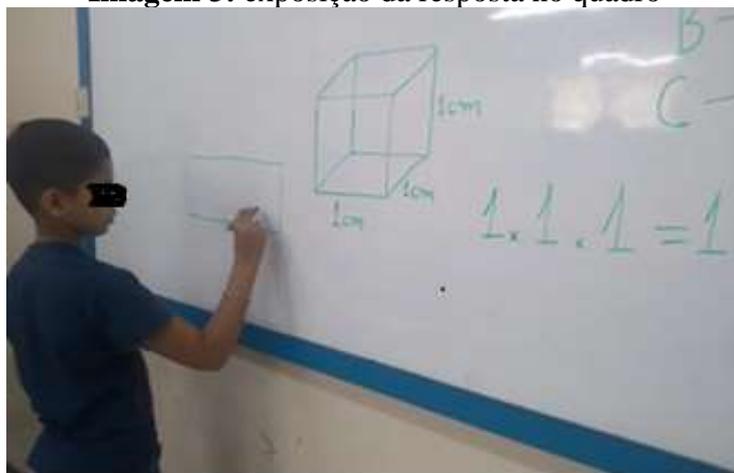
Todos responderam que o sólido C teria o maior volume, pois usaram mais cubinhos na sua construção. Em seguida, a professora estagiária fez a formalização da noção de volume:

Professora Estagiária: a quantidade de cubinhos representa o volume desses sólidos, e cada cubinho é a unidade de medida de volume desses sólidos.

Após essas discussões, foi-lhes solicitado que medissem com uma régua os lados dos cubinhos. Nesse momento, percebeu-se as dificuldades de alguns alunos em utilizar a régua, e aproveitou-se para ensinar e auxiliar na medição. No final das medições, os alunos notaram que a largura, o comprimento e a altura dos cubinhos mediam, respectivamente, 1 cm.

Posteriormente, foi perguntado quem gostaria de ir ao quadro desenhar um cubo e colocar as medidas encontradas. Um dos alunos se ofereceu para ir ao quadro (Imagem 3).

Imagem 3: exposição da resposta no quadro



Fonte: arquivo das autoras

Depois, retornou-se o diálogo com os alunos:

Professora Estagiária: Qual é o volume desse cubinho?

Aluno1: o volume é 3cm.

Aluno2: 1cm.

Ao serem instigados quanto às respostas dadas e como pensaram, o Aluno1 justificou que fez a soma das medidas encontradas e o Aluno 2 disse que multiplicou essas medidas.

Em seguida, foi feita a formalização das ideias trabalhadas pela professora estagiária.

Professora Estagiária: o volume do cubinho equivale a 1cm^3 , porque se multiplicarmos as medidas das suas 3 dimensões, 1cm (largura) \times 1cm (comprimento) \times 1cm (altura) = 1cm^3 (colocamos essa anotação no quadro), é por isso que é elevado ao cubo, ou seja, elevado a 3, porque refere-se à multiplicação das 3 dimensões. A palavra cúbico vem de cubo.

Em continuação da atividade, foi pedido aos alunos que construíssem novamente o sólido A do problema com os cubinhos e foi-lhes perguntado o seguinte:

Professora Estagiária: “Vocês sabem o nome do sólido A?”

Os alunos responderam que o sólido A se chama paralelepípedo, nesse momento, foi oportuno dizer que ele pode ser também chamado de prisma. Assim, foi-lhes pedido que contassem quantos cubinhos o paralelepípedo tem na sua largura, no seu comprimento e na sua altura. Após conferirem, o prisma foi desenhado no quadro com as medidas dos lados que eles mediram, 2 cubos na largura, 6 cubos no comprimento e 2 cubos na altura. A professora estagiária perguntou:

*Professora Estagiária: Como podemos achar o volume desse sólido?
Alunos: multiplicando as 3 dimensões.*

Foi-lhes solicitado também que fizessem a multiplicação das medidas dos lados e que comparassem com a quantidade dos cubinhos que usaram para fazer o sólido A. Dessa maneira, concluíram que o sólido construído tinha a mesma quantidade dos cubos que o resultado da multiplicação das três medidas dos lados.

Após esse momento, foi realizada a formalização das ideias trabalhadas pela professora estagiária.

Professora Estagiária: o volume de um prisma é representado pela quantidade de cubos de 1cm^3 que são usados na sua construção, nesse caso 24 cubos. E podemos calcular seu volume multiplicando as suas três dimensões: a largura \times o comprimento \times a altura, encontramos 24cm^3 .

No final, perguntou-se aos alunos se tinham compreendido a ideia de volume de um sólido, todos responderam que sim; quando questionados se eles haviam gostado da aula, disseram que tinha sido legal, que gostaram e que não foi chata.

A segunda atividade foi realizada no sábado dia 10/09/2022. Nesse dia, estavam presentes 5 alunos. As ideias de volume da aula do sábado anterior foram retomadas, pois nessa atividade íamos trabalhar com o cilindro. Em seguida, ocorreu a apresentação do problema 2 exposto na imagem 4.

Imagem 4: problema 2

A professora entregou a cada um de seus alunos uma folha A4 e fita adesiva. Ela lhes pediu para enrolar o papel e fazer um cilindro. Os alunos seguiram as instruções, mas os seus cilindros se mostraram de dois tamanhos diferentes. A professora pediu, então, que determinassem qual dos dois cilindros tem o maior volume.

Jorge disse: No meu cabe mais, porque é mais alto.

Maria: No meu que cabe mais, porque é mais largo.

E Laura disse: Eles devem conter a mesma quantidade, porque elas foram feitas de folhas do mesmo tamanho.

- Qual o aluno que está certo? Por quê?

Fonte: Onuchic *et al.* (2021).

Depois, a leitura do problema foi realizada pela professora estagiária em conjunto com os alunos e ao final, foi perguntado:

Professora Estagiária: Vocês sabem o que é um cilindro?

Os alunos responderam que sabiam o que era um cilindro.

Professora Estagiária: Na aula passada estudamos o paralelepípedo e vimos que ele tem 3 dimensões: largura, altura e comprimento. O cilindro é um sólido? Ele tem 3 dimensões?

Todos os alunos responderam que o cilindro é um sólido, porém apenas dois alunos afirmaram que o cilindro tem 3 dimensões, os outros apresentaram dúvidas em suas respostas, pois não conseguiram identificar o comprimento e a largura do cilindro devido a ser um sólido circular que não possui lados, e assim, utilizando um cilindro de papel e apontando com o lápis, a professora estagiária mostrou o comprimento, a largura e altura desse cilindro, reafirmando que ele possui sim 3 dimensões.

Após essas explicações voltou-se a discutir o problema.

Professora Estagiária: Vamos voltar ao problema. O que vocês acham, qual aluno está certo?

Os alunos tiveram respostas diversificadas, um disse que o Jorge que estava certo, outro que a Maria estava certa e os demais responderam que quem estava certa era a Laura. As respostas foram anotadas no quadro e em seguida, foi feito o seguinte questionamento:

Professora Estagiária: E como podemos descobrir quem está certo?

Alunos: Fazendo os cilindros de papel.

O aluno 2 usou a informação do problema de que os dois cilindros foram feitos com o papel de mesmo tamanho, ou seja, uma folha de papel A4. Assim, os alunos se dedicaram a construir os cilindros, um mais comprido e outro mais largo, utilizando as duas folhas A4 que receberam e a fita adesiva. Após terminarem de construir foi perguntado:

Professora Estagiária: E agora, como poderíamos medir a capacidade do volume desses cilindros?

Aluno1: “enchendo com alguma coisa”.

Os alunos deram a ideia de preencher os cilindros com bolinhas de papel. Uma aluna começou a preencher o cilindro somente rasgando o papel em pequenos pedaços e colocando dentro do cilindro, mas após olhar a estratégia dos colegas, passou a fazer bolinhas de papel também.

Para medir o volume de cada cilindro, os alunos colocaram o mais comprido dentro do mais largo e começaram preenchendo o cilindro mais comprido, após o preenchimento total, retiraram o cilindro comprido de maneira que a quantidade de bolinhas que continha nele fosse

ficando no cilindro largo. Dessa forma, conseguiram identificar que o cilindro mais largo seria o de maior volume, pois foi necessário acrescentar mais bolinhas de papel para que ocorresse o seu preenchimento total (imagem 5). Então, concluíram na resposta do problema que Maria estava certa.

Imagem 5: alunos resolvendo o problema



Fonte: arquivo das autoras

Em seguida, com a intenção de provocar novas reflexões nos alunos, foram apresentados dois cilindros de mesma altura e com área da base diferentes para que os alunos preenchessem com bolinhas de papel e verificassem se teriam volumes iguais ou diferentes. Os alunos confirmaram que o cilindro com área da base maior seria o de maior volume. Após isso, a professora estagiária perguntou:

Professora Estagiária: Por que o cilindro mais largo tem o maior volume?

Aluno1: Como o alto possui é mais estreito a capacidade dele vai ser menor que a do mais largo.

Aluno2: porque ele tem mais área.

Aluno3: Mesmo com as alturas iguais o mais largo tem o volume maior, porque ele é mais aberto que o outro.

Após as discussões dos alunos, a ideia de volume como o espaço interno de um sólido geométrico foi retomada e a ideia de volume do cilindro foi formalizada pela professora estagiária.

Professora Estagiária: Como os dois cilindros tem a mesma altura, a diferença nos volumes vai depender do tamanho da área do círculo que forma a base (fundo) dos cilindros.

Após as explicações dadas pela professora estagiária, perguntou-se se eles tinham dúvidas e se tinham entendido o que foi discutido, e eles disseram que tinham compreendido as

ideias trabalhadas. Perguntou-se se tinham gostado da aula do dia, e os alunos disseram que sim.

Discussão dos resultados

As atividades tiveram como objetivo fazer com que os alunos ao resolverem os problemas propostos pudessem construir um novo conhecimento, neste caso, o conceito de volume, e compreendessem o volume do prisma e do cilindro.

Observou-se que os alunos ao resolver o problema 1, no primeiro momento, apenas levantaram hipóteses sobre as possíveis respostas, mas com a ajuda dos cubinhos conseguiram explorar a situação e comprovar suas respostas e ter uma compreensão do conceito que estava sendo ensinado.

O problema 2, que abordava a ideia de volume do cilindro, permitiu aos alunos explorar e aprofundar as ideias que tinham sido inicialmente trabalhadas, e depois conseguiram perceber que se tratava de um sólido diferente. Ao buscarem formas de resolver o problema e comprovar suas hipóteses, os alunos movimentaram seus esquemas mentais em busca de uma solução, como não tinham uma fórmula para aplicar ao problema e resolver, eles buscaram alternativas que permitiram resolver o problema. No desenvolvimento das atividades destaca-se além da aprendizagem do conceito de volume do prisma e do cilindro, que os alunos se sentiram entusiasmados com os problemas e demonstraram interesse em encontrar suas respostas, e que gostaram principalmente de construir os sólidos geométricos, o cilindro (com papel A4) e o prisma (com os cubinhos) em busca de comprovar suas hipóteses para a resposta do problema.

Por meio da resolução dos problemas propostos, os alunos tiveram a oportunidade de construir o conceito de volume de forma significativa, permitindo que um conceito espontâneo que o aluno já possuía fosse utilizado para a construção de um conceito científico. Nesse contexto, os alunos ao construírem o conceito de volume mobilizaram os conceitos espontâneos que possuíam sobre esse tema, pois já tinham vivenciado situações na sua vida cotidiana que envolviam a ideia de volume, e assim foram evoluindo para o conceito formal de volume. Logo, percebeu-se na realização das atividades duas formas de conhecimento exposta por Vergnaud (1977), a forma predicativa e a operatória, visto que os alunos buscaram uma forma de resolver o problema e depois tiveram que explicar suas escolhas. Essas duas formas de expressar o conhecimento contribuiu para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Nesta perspectiva, o ensino da matemática escolar deve proporcionar aos alunos uma

vivência dos conceitos matemáticos que serão ensinados, colocando os alunos em situações de exploração e investigação matemática para que possam construir os novos conhecimentos e compreender seus significados e sua importância no contexto social.

Considerações finais

O objetivo desse trabalho foi relatar uma experiência desenvolvida por meio da exploração e resolução de problemas para a construção do conceito de volume realizada com alunos do 6º e 7º do ensino fundamental. As atividades propostas tinham como propósito levar os alunos a construir o conceito da grandeza volume dos cilindros e dos paralelepípedos.

Durante a resolução dos problemas, percebeu-se que os discentes geraram respostas diferentes quanto à resolução dos problemas. No entanto, no decorrer da atividade, foi possível identificar uma evolução quanto aos conhecimentos prévios que tinham do conceito de volume, pois ao final da atividade todos encontram uma resposta para os problemas e também conseguiram explicar suas formas de pensamento.

Outro ponto a destacar, refere-se ao entusiasmo e motivação demonstrados pelos alunos ao manipularem os materiais para as construções dos sólidos, pois se mostraram curiosos para encontrar a solução dos problemas e confirmarem se suas respostas iniciais estavam corretas ou não.

Para concluir, defendemos que o ensino de matemática por meio da resolução de problemas propicia uma aula dinâmica e diferente em que o aluno se sente motivado e entusiasmado para a construção de um novo conhecimento. Pois ele passa a ter uma visão diferente dos conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula e consegue correlacionar tais conhecimentos com a sua realidade, de modo, a compreender o significado e a importância daquele aprendizado para a sua vida

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

FIGUEIREDO, A.P.N.; BELLEMAIN, P.M.B.; TELES, R.A.M. Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, vol. 28, n. 50, 2014

SILVER, C. E. H. Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn? **Educational Psychology Review**, Vol. 16, n. 3, September, 2004

JESUS, A. M., & SERRAZINA, L. Atividades de natureza investigativa nos primeiros anos de escolaridade. **Quadrante**, 14(1), 3-35, 2005

LESTER, Frank; CAI, Jinfa. Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from Thirty Years of Research. *In: **Posing and Solving Mathematical Problems***: advances and perspectives. Buenos Aires: Springe, 2015

MOLINA, M.; CASTRO, E.; CASTRO, J. L. M. E. Teaching experiments within design research. **The International Journal of Interdisciplinary Social Sciences**: Annual Review vol.2, 4. Common Ground Research Networks, 2007. p.435-440

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS MATHEMATICS. **An Agenda for Action**. Reston: NCTM, 1980.

ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos? **Anais da IV jornada de Educação Matemática**. Universidade de Passo Fundo, 2012

ONUCHIC, L. de la R., ALEVATTO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H. e JUSTULIN, A.M. **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. 2ª edição. São Paulo: Editora paco, 2021

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73- 98, dez. 2011

ONUCHIC, L. de la R.; PIRONEL, M. JUCÁ, R.S. Problemas na Sala de Aula de Matemática: Propor para ensinar; resolver para aprender. **Revista Cocar**. Edição Especial. N.14. Dossiê: Tendências de Educação Matemática, 2022 p.1-17

POLYA, G. **Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006

PROENÇA, M. C. DE, & MAIA-AFONSO, ÉRIKA J. Resolução de problemas: análise de propostas de ensino em dissertações de mestrado profissional. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, 9(18), 2020, p.180–201.

SCHOENFELD. A. H. How We Think. **Revista Tópicos Educacionais**. v. 18, n. 1-2, 2012

SCHOENFELD. A. H. Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. **Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning**, 1992

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. *In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics***. Reston: NCTM, 1989. p.31 – 42

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba, Editora da UFPR: 2009

VERGNAUD, G. Théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didáctique des Mathématiques**. vol. 10, n. 2, 3. France, 1990.

VERGNAUD, G. Activité et connaissance opératoire. **Bulletin de l'association des professeurs de Mathématique**. Février, 307. France, 1977. p.52-65

VYGOTSKY, L.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem**. 16. ed. São Paulo: ícone, 2017.

VYGOTSKY, L. **Pensamento e Linguagem**. 3. ed. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 2005.

Recebido em: 18 de dezembro de 2022

Aprovado em: 13 de fevereiro de 2023