revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ESTRATÉGIA PARA ENSINAR, APRENDER E AVALIAR O CONTEÚDO PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.76-99

Manoel dos Santos Costa[1]
Ana Célia de Jesus Martins[2]
Érica Marlúcia Leite Pagani[3]
Norma Suely Gomes Allevato[4]

Resumo: O presente estudo tem por objetivo averiguar o sucedido durante o desenvolvimento de atividades envolvendo o conteúdo proporcionalidade, cujo intuito era investigar como trinta e seis estudantes do Ensino Médio integrado ao ensino profissionalizante, na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJATEC), exploravam o conceito de proporcionalidade na resolução de problemas. Em particular, pretende analisar aspectos relevantes a respeito do raciocínio proporcional que emergiu dessa vivência. Trata-se, portanto, de um estudo de natureza qualitativa, cujos dados foram coletados por meio da observação durante a construção do conhecimento sobre proporcionalidade realizada através da resolução de problemas. Os estudantes mobilizaram diferentes estratégias de resolução (tabelas, regra de três, raciocínio proporcional), empregando tanto o pensamento quantitativo (manipulando algoritmos numéricos) quanto o qualitativo (analisando e explicando as estratégias utilizadas, ligadas ao conceito de proporcionalidade), construindo, assim, novos conhecimentos. Além disso, o estudo possibilitou concluir que os alunos foram co-construtores de sua própria aprendizagem, percebendo que as atividades desenvolvidas, centradas na resolução de problemas, serviram como ponto de partida para o ensino, a aprendizagem e a avaliação do conteúdo em estudo, ou seja, a proporcionalidade.
Palavras-chave: Ensino de Matemática. Educação de Jovens e Adultos. Proporcionalidade. Resolução de Problemas.

PROBLEM SOLVING: STRATEGY FOR TEACHING, LEARNING AND ASSESSING PROPORTIONALITY CONTENT IN YOUTH AND ADULT EDUCATION

Abstract: The present study aims to report what happened during the development of activities involving the proportionality content, whose purpose was to investigate how thirty-six students who are attending high school integrated to vocational education, in the modality (EJATEC), explored the concept of proportionality through problem solving. Particularly, it aims to analyze the relevant aspects regarding the proportional reasoning that emerged from this experience. This is, therefore, a qualitative study, whose data were collected through observation during the construction of knowledge about the proportionality content through problem solving. The students mobilized different problem solving strategies (tables, graphs, numerical and algebraic expressions), employing both quantitative (involving the manipulation of numerical algorithms) and qualitative thinking (analyzing and explaining the

[1] Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Professor do Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IEMA) e da Universidade Federal do Maranhão (UFMA). E-mail: manolopromat@hotmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8774-9633.
[2] Mestranda em Gestão de Ensino da Educação Básica pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Professora do Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IEMA). E-mail: anamartins701@hotmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9109-9960.
[3] Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Professora do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). E-mail: leitepagani@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9025-3420.
[4] Doutora em Educação Matemática. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). E-mail; normallev@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6892-606X.

strategies used), thus building new knowledge. Furthermore, the study concludes that the students were co-constructors of their own learning, realizing that the developed activities, centered on problem solving, served as a starting point for the teaching, learning and evaluation of the content under study, that is, proportionality.
Keywords: Mathematics Teaching. Youth and Adult Education. Proportionality. Problem Solving.

Introdução

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) é uma modalidade de ensino que atende a um público específico (jovens e adultos), com um histórico de exclusão ou de falta de acesso aos sistemas escolares e que, por isso, não teve condições de concluir os estudos básicos na idade apropriada. Entretanto, apesar das adversidades e dificuldades enfrentadas, retornam à escola em busca de uma certificação para que tenham melhores condições de trabalho e, consequentemente, de vida. Outra característica marcante dessa modalidade é que a maioria de seus alunos já está inserida no mercado de trabalho e, muitas vezes, necessita também de qualificação profissional técnica.

Em razão disso, a EJA necessita de uma atenção especial de toda a comunidade escolar, uma vez que tem por objetivo principal integrar esses cidadãos na sociedade, garantindo-lhes o direito à educação e escolarização. Em suas atividades profissionais, geralmente esses estudantes se deparam com situações que necessitam de conhecimentos matemáticos, como para realizar medições, interpretar e construir escalas e analisar variações. Dessa forma, a Matemática se apresenta como um conhecimento e contexto bastante relevantes na formação do aluno enquanto cidadão, de forma a possibilitar que se afirme como sujeito ativo, crítico e criativo; além disso, contribui para o desenvolvimento profissional dos estudantes, ajudando-os a criar, transformar e enxergar o mundo com seus próprios olhos (CASTRO, 2017).

Nesse aspecto, a Educação Matemática vem tentando dar sua contribuição à formação do cidadão. Orientações curriculares não recentes sugeriam o desenvolvimento de metodologias que enfatizassem a construção de estratégias, a justificativa e argumentação dos resultados, a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1998).

Contudo, nesse processo de formação, ainda encontramos professores, em sala de aula, que apenas explicam os conteúdos (objetos de conhecimento), enquanto os estudantes, de forma passiva, tentam desenvolver algum tipo de aprendizagem. Nesse processo, na maioria das vezes, essas aprendizagens não ocorrem de forma efetiva, nem com significado, o que acaba por prejudicar a trajetória escolar e acadêmica e, até mesmo, a carreira profissional do estudante.

De acordo com Vygotsky (1987 *apud* BANDEIRA, 2009), o ensino que se inicia com a apresentação de conceitos e procedimentos não tem relevância para o aluno, do ponto de vista da construção de conhecimento. De acordo com o autor,

> O ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo (VYGOTSKY, 1987 *apud* BANDEIRA, 2009, p. 3)

Por isso, nos últimos anos, a literatura que discute o ensino de Matemática em todos os níveis e modalidades de ensino no Brasil e no mundo tem demonstrado preocupação no que diz respeito aos processos de ensino, aprendizagem e avaliação, e apresentado possibilidades para que os educadores possam inovar suas práticas em sala de aula, principalmente em relação às novas metodologias de ensino, propondo estratégias para que os alunos se tornem sujeitos ativos na construção de sua aprendizagem (VAN DE WALLE, 2009; ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) evidencia a necessidade de se apresentarem ideias que sejam fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes, e que estas se convertam na aprendizagem dos objetos de conhecimento. Além disso, orienta que a aprendizagem matemática deva estar intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão dos significados dos objetos matemáticos. A partir disso, o documento indica a resolução de problemas como uma das habilidades a ser desenvolvida através do ensino de diversos objetos de conhecimento da Matemática, em todas as etapas e modalidades de escolaridade da Educação Básica.

Essa indicação se relaciona fortemente à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, proposta por Allevato e Onuchic (2021). As autoras consideram essa metodologia como um “bom” caminho para ensinar, aprender e avaliar os conteúdos[5] matemáticos, ao considerar o problema como ponto de partida e orientação para construção de novos conceitos e procedimentos matemáticos, a partir dos conhecimentos prévios dos alunos.

Na pesquisa retratada no presente artigo, em que visamos discutir o ensino de Matemática e os conteúdos que envolvem a proporcionalidade, os participantes foram

[5] A partir de agora, quando nos referirmos a conteúdos, estaremos abordando, de maneira equivalente, objetos de conhecimento.

colocados como protagonistas da construção de sua própria aprendizagem. Para isso, fizemos uso das etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021) para o desenvolvimento das atividades propostas aos alunos. Sendo assim, o presente artigo objetiva averiguar o sucedido durante o desenvolvimento de atividades envolvendo o conteúdo proporcionalidade, cujo intuito era investigar como os estudantes que estão cursando o Ensino Médio integrado ao Ensino Técnico, na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJATEC), exploraram o conceito de proporcionalidade através da resolução de problemas, e, dessa forma, analisar aspectos relevantes a respeito do raciocínio proporcional que emergiu dessa vivência.

O Ensino de Matemática na Educação de Jovens e Adultos

De acordo com Silva e Nacarato (2008), alunos da EJA que por algum motivo não concluíram seus estudos na idade certa retornam à escola com anseios, vontades e modos de pensar próprios, que devem ser reconhecidos e legitimados dentro e fora do ambiente escolar. No entanto, alguns estudos (SILVA; MOURA, 2011) revelam que esses estudantes têm dificuldade em relacionar a Matemática escolar com a Matemática desenvolvida fora da sala de aula, bem como o professor tem dificuldade em apresentar os objetos de conhecimentos matemáticos de forma a instigar os alunos e motivá-los a aprender.

A motivação e o desejo para aprender são fundamentais para que a aprendizagem da Matemática escolar ocorra com sentido e significado para os alunos. "Uma possibilidade seria considerar atividades de ensino que propiciem um 'fazer matemático', o que significa recorrer a uma interação educativa, no qual o aspecto matemático de uma situação possa ser identificado pela linguagem utilizada" (FERREIRA, 2011, p. 40).

Assim, sendo a Matemática um importante componente curricular a ser desenvolvido na educação dos jovens e dos adultos, deve possibilitar a esses estudantes entenderem a realidade à sua volta e agirem sobre ela. Além disso, deve ser apresentada como uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento profissional e na formação de capacidades intelectuais – como o pensamento criativo e autônomo desses alunos – para enfrentarem desafios, contribuindo, assim, com sua formação como cidadão (DAMASCENO; OLIVEIRA; CARDOSO, 2018).

No entender de Ferreira (2011), os processos de ensino e aprendizagem de Matemática na EJA poderiam envolver situações-problemas que considerem as características exploratórias e investigativas dos estudantes, e que estas sejam sistematizadas priorizando as estratégias de resolução desenvolvidas pelos estudantes, uma vez que o processo de investigação no desenvolvimento de atividades auxilia os alunos não apenas na formulação de questões, mas também na construção de conhecimento. No caso da Matemática, os registros das estratégias adotadas pelos alunos na resolução dos problemas ou das atividades que lhes são propostas podem auxiliar de maneira significativa na forma de compreender, organizar e mobilizar os conhecimentos construídos (FONSECA, 2020).

Dessa forma, o ensino da Matemática na EJA deve possibilitar um caminho para uma educação democrática, que deve ser desenvolvido em sala de aula de maneira que os conhecimentos prévios, as experiências profissionais e cotidianas dos jovens e dos adultos sejam adequadamente aproveitadas, possibilitando de fato uma melhor compreensão dos problemas sociais. Ou seja, o professor deve apresentar a Matemática como uma ferramenta construtora do conhecimento, e não como uma disciplina cheia de regras e teorias, aproveitando ao máximo as experiências de vida dos alunos, estimulando novas ideias, deixando que eles busquem na sua vivência soluções para os problemas relacionados ao seu contexto social (POMPEU, 2017).

Desse modo, ensinar deixa de ser um mero ato de transferir conhecimento para se tornar uma forma de criar condições para que os alunos possam construir seus próprios conhecimentos. Sendo assim, ressaltamos que a prática pedagógica do professor deve ir além de simplesmente reproduzir aquilo que aprendeu enquanto estudante, proporcionando vivenciar experiências e trocas de conhecimentos. É nesse sentido que a resolução de problemas se apresenta na Educação de Jovens e Adultos como um caminho, uma estratégia para ensinar, aprender e avaliar os conteúdos matemáticos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

A Proporcionalidade no Ensino de Matemática

A proporcionalidade é um dos conceitos matemáticos com que mais nos deparamos no cotidiano, ou seja, são frequentes as situações para as quais necessitamos mobilizar processos que coloquem em prática as noções relacionadas a esse conceito, como, por exemplo, leitura e interpretação de escala, compreensão e comparação de figuras semelhantes e das relações entre seus elementos.

Apesar de a maioria dos alunos quase que diariamente terem contato com situações de proporcionalidade, ainda assim, tendem a apresentar algumas dificuldades em compreender completamente os fundamentos desse conceito. Por isso, desenvolver o raciocínio proporcional dos estudantes tem sido um grande desafio, sendo este essencial ao aprendizado, inclusive, de diversos outros componentes curriculares da Educação Básica e Superior. Ou seja, o raciocínio proporcional permeia a construção de diversos conhecimentos matemáticos, bem como conecta variados componentes curriculares. Daí a importância de se desenvolver o conceito de proporcionalidade com os alunos, dada a sua projeção tanto no contexto escolar como no cotidiano das pessoas, nas mais diversas situações, envolvendo desde interpretar dados estatísticos até fazer análises de plantas de imóveis ou mapas, ampliar ou reduzir fotos, entre outras atividades (TINOCO, 2011).

Confirmando essas ideias, Maranhão e Machado (2011, p. 142) afirmam:

> A proporcionalidade é um tema indubitavelmente importante em Matemática e outras Ciências em âmbito escolar, e em diversas situações da atividade humana. Por isso, o pensamento proporcional tem sido objeto de estudo em Educação Matemática e em suas especialidades, a Psicologia da Educação Matemática, há várias décadas.

Lamon (2005) reforça que raciocínio proporcional não é sinônimo de proporcionalidade, mas constitui-se na condição necessária para a compreensão de contextos e aplicações baseadas no conceito de proporcionalidade. Além disso, o conceito de raciocínio proporcional vai muito além da mecanização de estratégias formais de resolução de problemas, associado à capacidade de analisar de forma consciente as relações entre quantidades, e evidenciado por argumentos e explicações sobre as relações proporcionais.

Van de Walle (2009, p. 382) acrescenta que “o pensamento proporcional é desenvolvido por atividades que envolvem comparar e determinar equivalências de razões e resolver proporções em uma ampla variedade de contextos e situações baseadas em resolução de problemas sem recursos às regras ou fórmulas”.

Ampliando essa ideia, Cyrino e seus colaboradores (2014) consideram que o conceito de raciocínio proporcional é um pivô no processo de aprendizagem matemática, o ponto alto do aprendizado de Aritmética na Educação Básica e, ainda, a base para futuros estudos de conceitos matemáticos mais complexos que envolvem proporcionalidade, nos objetos de conhecimento da Álgebra, da Geometria e de Medidas e Grandezas.

Também Onuchic e Allevato (2015) evidenciam a possibilidade de abordar diversos conteúdos matemáticos de forma integrada ao conceito de proporcionalidade, recomendando que isso se faça através da resolução de problemas.

Ao relacionarem ideias matemáticas entre si, os alunos podem reconhecer princípios gerais da proporcionalidade, estabelecendo relações que os façam compreender de fato e efetivamente os conteúdos matemáticos, já que abordá-los de forma isolada não permite que esses conhecimentos se tornem uma ferramenta eficaz para resolver problemas e, consequentemente, não favorece a construção da aprendizagem de novos conceitos. Assim, a proporcionalidade não é apenas um conteúdo matemático, mas um “formador” de estruturas cognitivas para a compreensão de outros importantes conceitos, tanto nas questões numéricas como as que envolvem Medidas e Geometria.

Dessa forma, podemos observar a importância da proporcionalidade como eixo de conexão entre os conteúdos matemáticos e em contextos que relacionam a Matemática a outras áreas do conhecimento. Portanto, vale ressaltar que resolver problemas que envolvem o conceito de proporcionalidade é muito mais que aplicar algoritmos como a regra de três, por exemplo, o que geralmente é feito quando se apresenta esse conteúdo aos alunos no Ensino Fundamental (COSTA, 2012; ONUCHIC; ALLEVATO, 2015).

Em vista disso, Costa e Allevato (2015) ressaltam a importância de os alunos serem capazes de reconhecer situações proporcionais e não proporcionais, resolvendo problemas que envolvam o raciocínio proporcional de natureza quantitativa (que envolve a manipulação de algoritmos numéricos) e qualitativa (que analisa e explica as estratégias utilizadas na resolução), compreendendo que, para isso, podem ser utilizados vários procedimentos relacionados entre si, não se limitando, durante a resolução dos problemas, apenas aos aspectos numéricos.

A Resolução de Problemas e suas Abordagens no Ensino de Matemática

Educadores matemáticos do Brasil (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021) e de outros países (VAN DE WALLE, 2009), e documentos oficiais (BRASIL, 1998, 2018; NCTM, 2000) têm demonstrado preocupação em adequar o trabalho escolar a novas metodologias que levem a melhores formas de ensinar, de aprender e de avaliar os conteúdos matemáticos.

> Embora ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática se constituam em elementos distintos, que não ocorrem necessariamente ao mesmo tempo ou como decorrência um do outro, o que se considera ideal é que ensino e aprendizagem se realizem, sim, integrados nas situações de sala de aula [...]. Ocorre que, mais recentemente, também o conceito de avaliação começou a ser repensado e, a partir da compreensão da necessidade de adotar princípios de avaliação contínua e formativa, ela passou a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 46).

Portanto, ensinar Matemática não tem sido uma tarefa fácil.

> O ensino da Matemática precisa ser tratado de forma dinâmica, para que consiga despertar o interesse do estudante, de forma a proporcionar uma interação professor/aluno e aluno/aluno, fomentando a busca do melhor entendimento e compreensão dos princípios matemáticos (MARANHÃO, 2019, p. 313).

Assim sendo, o professor precisa fazer uso de metodologias de ensino que estimulem o estudante nas situações cotidianas que envolvam aspectos básicos, como relacionar a observação do mundo real com as representações e os princípios matemáticos.

De acordo com Onuchic e Allevato (2005, p. 213-214):

> Sempre houve muita dificuldade para se ensinar Matemática. Apesar disso todos reconhecem a importância e a necessidade da Matemática para se entender o mundo e nele viver. Como o elemento mais importante para se trabalhar Matemática é o professor de Matemática, e como este não está sendo bem preparado para desempenhar bem suas funções, as dificuldades neste processo têm aumentado muito.

Para as autoras, uma alternativa seria fortalecer e aprimorar o trabalho com resolução de problemas em sala de aula, conferindo-lhe sua principal função, que é desenvolver a compreensão matemática dos alunos, considerando que a compreensão ou não de determinadas ideias aparece quando se resolve um problema.

Ao apresentarem a caracterização de um ensino fundamentado na resolução de problemas para o currículo de Matemática, Allevato e Onuchic (2021, grifo nosso) destacam três formas de se conceber a resolução de problemas, que podem configurar a abordagem de ensino do professor: ensinar **sobre** resolução de problemas, ensinar Matemática **para** a resolução de problemas e ensinar Matemática **através da** resolução de problemas.

Ao ensinar **sobre** resolução de problemas, o professor teoriza acerca da resolução de problemas, explicando estratégias e métodos para obter a solução. No ensino de Matemática **para** a resolução de problemas, o professor apresenta a Matemática formal, para depois oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa Matemática; essa é a prática mais usual e fortemente impregnada da ideia de utilizar a resolução de problemas para a fixação de conteúdos ou para mostrar sua utilidade. O ensino de Matemática **através da** resolução de problemas será mais detalhadamente explorado a seguir, por se constituir no eixo teórico central neste trabalho. Vale destacar que essas abordagens já haviam sido observadas por Hatfield (1978) e foram ratificadas por Schroeder e Lester (1989).

Inserida na concepção de ensinar Matemática **através da** resolução de problemas, uma boa estratégia para desenvolver os conteúdos matemáticos seria utilizar a Metodologia de

Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO, ONUCHIC, 2019). Essa abordagem sinaliza para uma "nova" maneira de se conceber a resolução de problemas, "que se constitui num caminho para ensinar Matemática e não apenas para ensinar a resolver problemas. Tem como princípio que o problema é um ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos" (p. 3). Dessa forma, os estudantes mobilizam seus conhecimentos prévios e desenvolvem a capacidade de gerenciar as informações que estão ao seu alcance, além de terem a oportunidade de ampliar todos os conhecimentos acerca de conceitos e/ou conteúdos matemáticos quanto à visão que têm dos problemas da Matemática e do mundo em geral, e assim, desenvolverem sua autoconfiança.

Essa visão foi apoiada, especialmente, nas orientações dos Standards 2000 (NCTM, 2000), em que a Resolução de Problemas aparece fortemente destacada e recomendada como primeiro padrão no processo de ensino de Matemática. Acompanhando esse movimento, o Brasil renovou, em 1998, suas orientações curriculares com a chegada dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN. Dentre as diversas recomendações, esse documento já indicava que a resolução de problemas deveria ser o ponto de partida para o desenvolvimento das atividades matemáticas em sala de aula. Atualmente, a BNCC também aponta os processos matemáticos de resolução de problemas "como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem [ao longo de toda a Educação Básica]" (BRASIL, 2018, p. 266).

Na metodologia proposta por Allevato e Onuchic (2021), denominada por elas "Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas", devem-se propor aos estudantes problemas que tenham como objetivo a construção de novos conceitos e conteúdos, antes de se apresentar formalmente sua teoria e a linguagem matemática. A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, de acordo com as autoras, expressa a concepção de que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante o processo de resolução dos problemas, ou seja, durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como mediador. Trata-se, portanto, de uma configuração de trabalho em que a avaliação é integrada ao processo, ou seja, em que o professor consegue acompanhar os avanços dos estudantes e, com isso, aumentar a aprendizagem e (re)planejar sua prática docente quando necessário.

Além disso, as autoras (ALLEVATO; ONUCHIC 2021) destacam que para uma atividade matemática se configurar, de fato, como um problema, o professor não deve oferecer aos estudantes regras ou métodos específicos de como resolver, mas precisa escolher e/ou preparar problemas de acordo com o ano/série de escolaridade do aluno, adequados aos objetivos do conhecimento que se pretende construir e considerando seus conhecimentos prévios. Assim, os problemas devem ser propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático mais adequado à sua resolução. Para se usufruir melhor essa metodologia de ensino em sala de aula, as autoras sugerem que a atividade seja organizada seguindo as seguintes etapas:

> (1) proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 48).

Observa-se, com essa sugestão, que o trabalho inicia com o professor propondo um problema, denominado gerador[6]. Após a leitura individual, os alunos resolvem o problema em grupos, a partir de seus conhecimentos prévios; em seguida, fazem o registro de suas resoluções na lousa e expõem em plenária, e, com toda a classe, é feita uma discussão para se chegar a um consenso sobre a melhor (re)solução para o problema. Finalmente, o professor assume o "comando" e formaliza o conteúdo matemático envolvido no problema, podendo, ao final, propor novos problemas relacionados ao conteúdo, com o intuito de avaliar, reforçar ou ampliar a aprendizagem.

O Contexto e os Procedimentos Metodológicos da Pesquisa

A pesquisa aqui apresentada foi desenvolvida com 36 estudantes ingressantes da 1ª etapa[7] do Ensino Médio integrado ao curso profissionalizante em Logística, na modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJATEC). A escolha da turma ocorreu porque a professora-pesquisadora era, no momento da coleta dos dados, a professora da turma. Como professora percebeu que os alunos apresentavam fragilidades na sua formação no que se refere a conteúdos considerados integradores da Matemática. Esses alunos, com idades superiores à faixa etária própria da 1ª série do Ensino Médio, apresentavam dificuldades para relacionar a Matemática supostamente desenvolvida e aprendida no Ensino Fundamental com objetos de conhecimento

[6] Problema gerador – Problema proposto aos alunos como ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e/ou conteúdos matemáticos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).
[7] Equivalente à 1ª série do Ensino Médio Regular.

dessa etapa do Ensino Médio, com a Matemática do cotidiano.

Este artigo tem como objetivo relatar e analisar episódios ocorridos durante o desenvolvimento de atividades envolvendo o conteúdo proporcionalidade, com o intuito de investigar como esses alunos exploravam esse conceito através da resolução de problemas. A partir daí, pretende evidenciar aspectos relevantes a respeito do raciocínio proporcional que emergiram dessa vivência.

Para se resguardar a identidade dos participantes foram usados pseudônimos A-EJA_1, A-EJA_2, ..., A-EJA_{36}. As duplas de alunos foram identificadas como D_1, D_2, ..., D_{18}, e a professora-pesquisadora, como PE.

Trata-se, portanto, de uma pesquisa com abordagem qualitativa de cunho descritivo, cujos dados foram coletados a partir dos problemas desenvolvidos durante as aulas de Matemática. A análise dos problemas configurou o método da análise documental, ou seja, os dados foram construídos a partir de originais escritos (resolução dos problemas) entregues pelos estudantes, e que ainda não haviam recebido um tratamento analítico (HELDER, 2006). Também foi conduzida a observação participante, realizada junto ao comportamento natural dos estudantes enquanto eles discutiam, em plenária, as resoluções desenvolvidas para os problemas propostos (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

Para cada problema foram disponibilizadas duas horas-aula para a resolução e uma hora para a discussão em plenária. Neste trabalho, serão apresentadas e discutidas as resoluções de dois dos problemas geradores que foram resolvidos pelos estudantes em sala de aula, envolvendo o conteúdo proporcionalidade.

Apresentação e Análise dos Dados

Nesta seção, serão apresentados dois dos problemas que foram resolvidos pelos participantes desta pesquisa, com o intuito de evidenciar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas os ajudou na superação das dificuldades apresentadas ao explorarem o conceito de proporcionalidade. O primeiro problema (Quadro 1) desenvolvido teve como objetivo desencadear processos de discussão e (re)construção de conhecimento acerca dos elementos que constituem o conceito de proporcionalidade. Os alunos iniciaram realizando uma leitura individual do problema, seguida de uma leitura coletiva para entendimento do que estava sendo solicitado e para que fossem esclarecidas eventuais dúvidas.

Quadro 1: Primeiro problema gerador

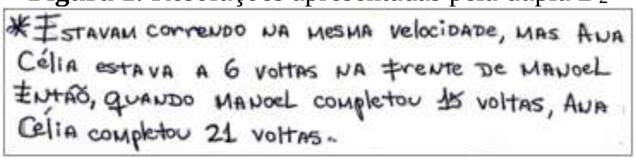
Ana Célia e Manoel estavam correndo na mesma velocidade ao redor de uma trilha. Ana Célia começou primeiro. Quando Ana completou 9 voltas, Manoel completou 3 voltas. Quando Manoel completou 15 voltas, quantas voltas Ana Célia completou? **Agora responda**: Esse problema expressa uma situação de proporcionalidade? Justifique.

Fonte: Adaptado de Tinoco, 2011

Com o problema entendido, os estudantes se reuniram em duplas e começaram a resolvê-lo. Embora tivessem dito que haviam entendido o problema, foi possível observar que alguns ainda tinham dúvidas; a professora-pesquisadora deixou que questionassem, mas preferiu não responder a todos os questionamentos para não interferir em suas interpretações pessoais e resoluções; no entanto, em alguns momentos, foi necessário fazer intervenções para ajudá-los na compreensão do problema.

Após todas as duplas terem finalizado a atividade à sua maneira, as resoluções escritas foram entregues a professora-pesquisadora, algumas das quais serão apresentadas e analisadas a seguir. A resposta (resolução) mostrada na figura 1 foi apresentada pelos alunos da dupla D_2 (A-EJA$_3$ e A-EJA$_4$).

Figura 1: Resoluções apresentadas pela dupla D_2


*Estavam correndo na mesma velocidade, mas Ana Célia estava a 6 voltas na frente de Manoel
Então, quando Manoel completou 15 voltas, Ana Célia completou 21 voltas.

Fonte: Dados da Pesquisa

Os alunos não apresentaram nenhum tipo de cálculo e não fizeram nenhuma demonstração de como chegaram a essa conclusão. Por isso, a professora questionou:

PE: — Como vocês chegaram a essa conclusão?

Um dos alunos da dupla respondeu:

A-EJA$_3$: — Foi pelo cálculo de cabeça.

PE: — Poderia explicar como foi esse cálculo de cabeça?

A-EJA$_3$: — Ana saiu primeiro e Manoel só começou a correr depois, quando Ana já tinha corrido seis voltas. Concluímos: Ana está na sua sétima volta e Manoel na primeira, e a partir de agora, ambos vão correr na mesma velocidade; então, quando Manoel estava na sua 15ª volta, Ana estava na 21ª, uma vez que ela tinha seis a mais. Então, somamos 15+6, encontrando que dá 21 voltas para ela.

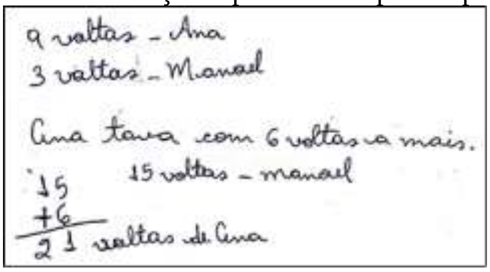
A professora questionou:

PE: — Essa situação representa uma proporcionalidade?

Os estudantes não responderam ao questionamento, disseram apenas que não sabiam.

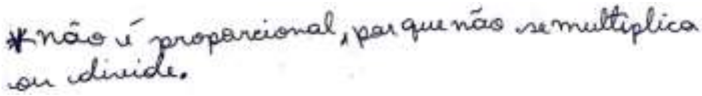
Eles não conseguiram explicar, a partir dos quatro dados do problema (9, 3, 21 e 15), se havia uma relação de proporcionalidade. Entretanto, o fato de a velocidade ser a mesma os intrigou, pois perceberam uma mesma variação na distância percorrida em função da variação do tempo, para os dois personagens do problema. Esse mesmo procedimento foi utilizado pela dupla D_7.

Figura 2: Resoluções apresentadas pela dupla D_7


9 valtas - Ana
3 valtas - Manoel
Ana tava com 6 voltas a mais.
15 voltas - manoel
15
+6
21 valtas de Ana

Fonte: Dados da Pesquisa

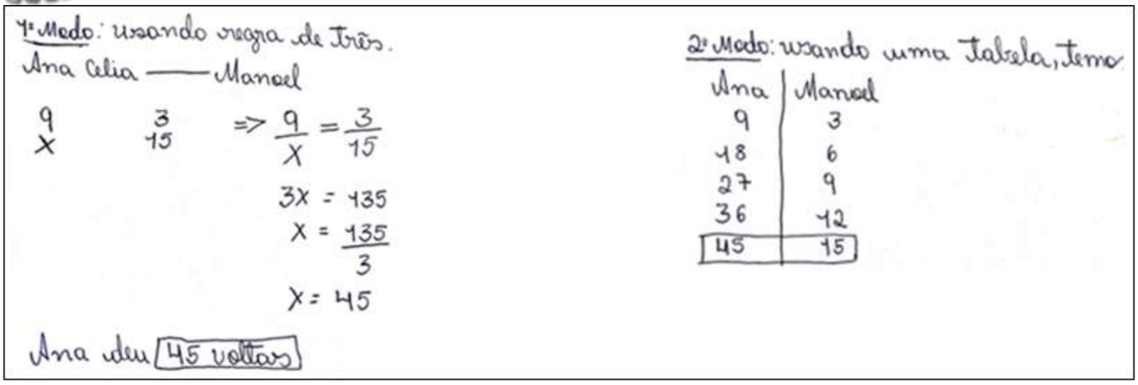
A dupla chegou à conclusão de que a situação não representava uma proporcionalidade, e justificou:


*não é proporcional, porque não se multiplica ou divide.

Essa justificativa apresentada pela dupla D_7 indica que os alunos sabiam que havia uma relação multiplicativa entre as grandezas que são proporcionais, por isso, utilizaram as operações de multiplicação e divisão para explicar sua constatação, embora sem muita precisão na explicação. Em relação a essa abordagem, Tinoco (2011) alerta sobre a especial dificuldade que os alunos têm no entendimento e na utilização do conceito de proporção a partir de sua definição, isto é, como uma igualdade entre razões; por isso, a autora defende que o mais importante é que, ao utilizá-la, o aluno saiba por que está utilizando.

Contudo, nesse problema, a maioria das duplas não utilizou esse procedimento, conforme as resoluções mostradas anteriormente (Figuras 1 e 2). Somente duas, das quatorze duplas, resolveram por esse método, além de utilizarem uma tabela para confirmar o resultado encontrado, conforme será mostrado na Figura 3 a seguir.

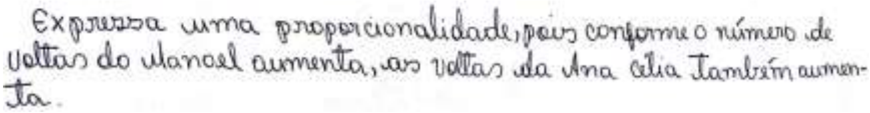
Figura 3: Resoluções apresentadas pela dupla D_4



Fonte: Dados da Pesquisa

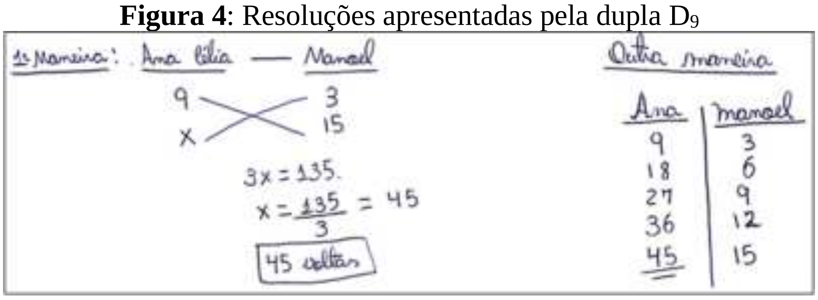
Nessa resolução, os alunos utilizaram a regra de três, a partir da definição de proporção (igualdade entre duas razões). Para confirmarem a solução encontrada (45 voltas), resolveram novamente, de outra maneira, desta vez usando uma tabela. Como o resultado encontrado foi o mesmo, chegaram à conclusão de que Ana deu 45 voltas, enquanto Manoel deu 15. Vale enfatizar, conforme aponta Tinoco (2011), que a elaboração de uma tabela com os dados do problema pode ser um ponto de partida fundamental ou um facilitador para solucioná-lo, principalmente quando se trata de um problema envolvendo proporcionalidade; no entanto, os alunos recorreram a esse procedimento mesmo não se tratando de grandezas proporcionais, como podemos observar nos dados apresentados na figura 3.

A partir da resolução, a dupla concluiu que a situação:



Outra dupla (D9), formada pelos alunos A-EJA17 e A-EJA18, apresentou respostas semelhantes à que foi apresentada pela dupla anterior. Elas constam na Figura 4, a seguir.

Figura 4: Resoluções apresentadas pela dupla D9



Fonte: Dados da Pesquisa

No momento em que a dupla estava resolvendo pela tabela, o aluno A-EJA18 fez o seguinte questionamento a professora-pesquisadora:

A-EJA18: — Professora, se ambos estão na mesma velocidade, como pode Manoel dar

6 voltas e Ana 18?

Retomando as indicações de Tinoco (2011) acerca do uso de tabelas, consideramos que nesse caso, ela possibilitou ao aluno (A-EJA$_{18}$) perceber que havia algum erro na resolução que desenvolveu com seu colega na dupla. O importante foi que a dupla pôde refletir sobre as estratégias utilizadas por eles.

O aluno estava se referindo aos dados da tabela construída pela dupla. A professora questionou:

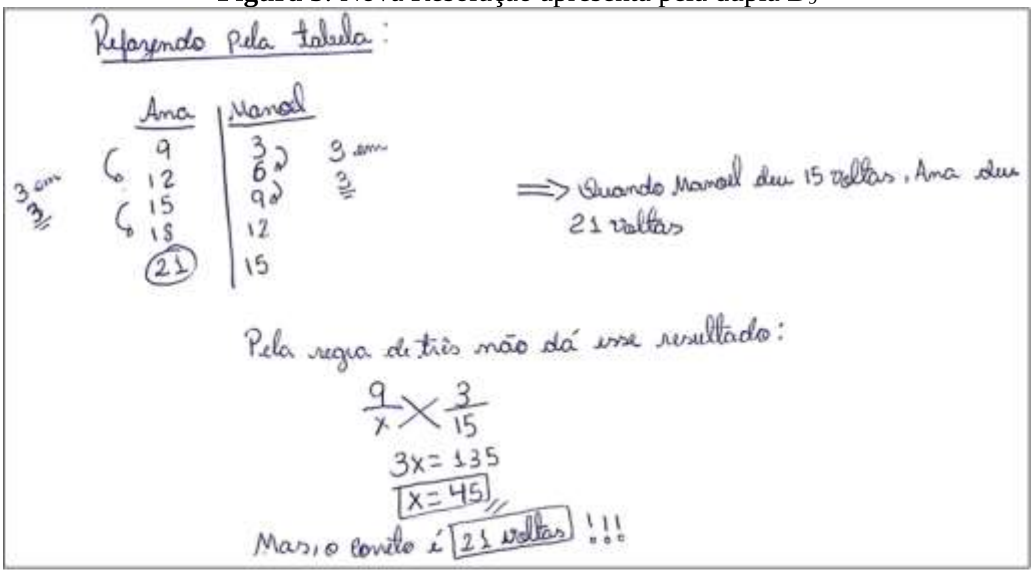
PE: — Então, qual seria o número de voltas correto?

O aluno respondeu exatamente o que ele havia escrito em sua folha de resposta:

obs: Quando Manoel deu 6 voltas, Ana não poderia ter dado 18 voltas, uma vez que eles estavam na mesma velocidade. Ana deveria ter dado 12 voltas.

Ao invés de responder ao questionamento feito pelo aluno, a PE pediu à dupla que relesse o problema, já que estava com dúvidas em relação à solução encontrada, e tentasse resolver de novo; e ficou observando as estratégias dos alunos. A professora percebeu que os alunos utilizaram o mesmo procedimento anterior, isto é, fizeram uma nova tabela, e também uma indicação de produto cruzado, que é o procedimento da regra de três (Figura 5), conforme segue.

Figura 5: Nova Resolução apresenta pela dupla D$_9$



Fonte: Dados da pesquisa

Após a dupla ter resolvido novamente o problema, no momento da explicação de suas respostas registradas na lousa, o aluno A-EJA$_{18}$, que as defendeu, questionou novamente a PE.

A-EJA18: — Por que pela tabela dá um resultado e pela regra de três dá outro? Tem alguma coisa errada no cálculo, né? Como na regra de três não dá o mesmo resultado, então, a situação não é de proporcionalidade, é isso?

A professora respondeu fazendo novos questionamentos à dupla:

PE: — Tem alguma coisa de errado na resolução de vocês? Ou a situação não representa uma situação de proporcionalidade?

O aluno respondeu:

A-EJA18: — Professora, vamos dar a mesma resposta que colocamos em nossa folha.

A resposta dada pela dupla foi:

Mas a respota na tabela indica que, quando o numero de voltas do Manoel aumenta, da Ana tambem aumenta, então é proporcionalidade.

Ou seja, a dupla concluiu que o problema expressava uma situação de proporcionalidade, da mesma forma que a dupla D_4. Contudo, essa justificativa apresentada pela maioria das duplas indica que os estudantes não tinham clareza em relação ao conceito de proporcionalidade. O fato de "uma grandeza aumentar ou diminuir enquanto a outra também aumenta ou diminui, nesta ordem" não é condição suficiente para que ocorra a proporcionalidade; entretanto, essa é uma expressão equivocada muito enraizada no conhecimento que muitos alunos carregam sobre a proporcionalidade.

Também, é possível observar nas resoluções apresentadas que os estudantes empregaram tanto o raciocínio quantitativo, que envolve cálculos realizados valendo-se de algoritmos numéricos, quanto o qualitativo, ao explicarem as estratégias utilizadas, conforme apontam Costa e Allevato (2015). As resoluções foram apresentadas na lousa e discutidas em plenária antes de a professora formalizar o conteúdo apresentado nos problemas, deixando claro que não se referia a uma situação de proporcionalidade.

Vale destacar que os alunos que formavam as duplas D_4 e D_9 tinham concluído recentemente o Ensino Fundamental (modalidade EJA), diferentemente dos demais, que já haviam concluído essa etapa de ensino há mais tempo.

O segundo problema (Quadro 2) desenvolvido em sala de aula com os alunos teve o objetivo de identificar se um problema se referia, ou não, a uma situação de proporcionalidade, além de analisar as estratégias e os saberes matemáticos utilizados por eles para solucioná-lo.

Quadro 2: segundo problema gerador

Alfredo colocou lajotas no piso do banheiro, que mede 4 m por 4 m de comprimento, e gastou R$ 100,00.

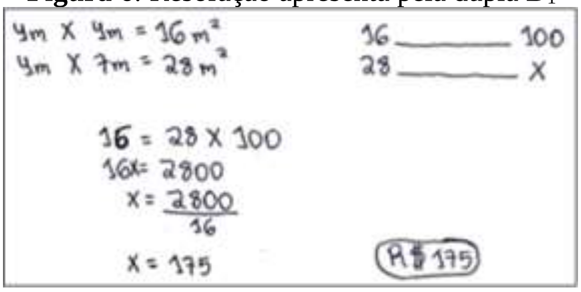
Agora, ele quer colocar o mesmo tipo de lajota na cozinha, que mede 4 m por 7 m de comprimento. Quanto Alfredo gastará na compra das lajotas? Essa situação representa uma proporcionalidade? Justifique.

Fonte: Adaptado de Dante, 2018

Para os alunos resolverem esse problema, procedeu-se de forma semelhante à anterior, solicitando aos alunos que fizessem a leitura para entendimento do enunciado e do problema apresentado; feito isso e com as dúvidas esclarecidas, iniciaram o processo de resolução. Vale destacar que a professora-pesquisadora teve o papel de incentivadora, pois, enquanto os estudantes resolviam o problema, ela observava o comportamento de cada um, estimulando-os a resolver o problema. Foi possível perceber que nesse problema, eles compreenderam com mais facilidade o que estava sendo solicitado. De acordo com os estudantes, esse problema estava mais compreensível e mais fácil de resolver.

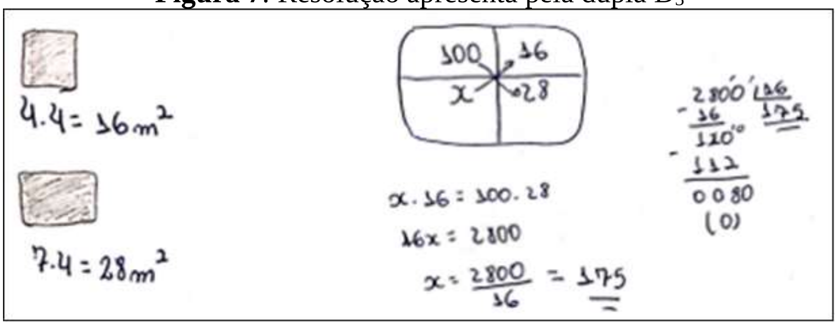
A seguir, algumas das resoluções apresentadas pelas duplas.

Figura 6: Resolução apresenta pela dupla D_1



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 7: Resolução apresenta pela dupla D_3



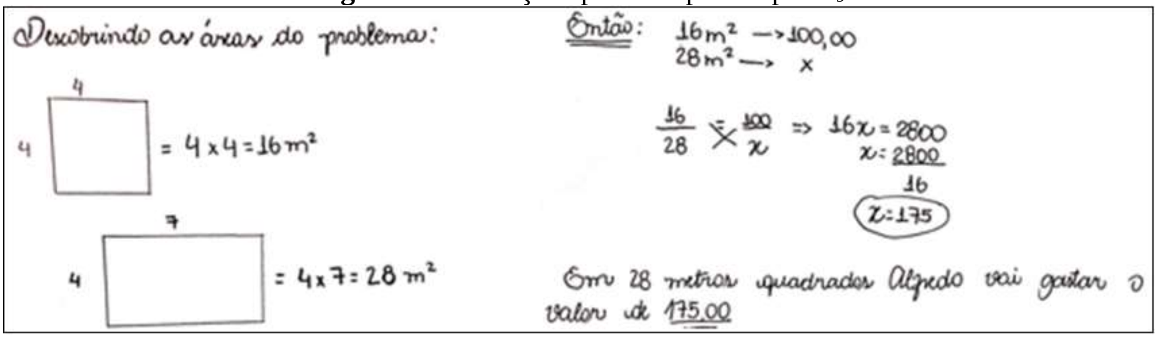
Fonte: Dados da pesquisa

As estratégias utilizadas pelas duplas D_1 e D_3 (Figuras 6 e 7) mostram que eles tentaram utilizar a regra de três, um dos métodos preferidos pelos estudantes para resolver problemas envolvendo a proporcionalidade, conforme apontam Tinoco (2011) e Costa (2012). No entanto, nas resoluções, o que é possível perceber é que as duplas fizeram uma indicação de produto cruzado, que é um procedimento da regra de três; eles não utilizaram o sinal de igualdade entre as duas grandezas, o que leva a crer que não pensaram na igualdade entre duas razões, ou seja, não fizeram associação ao fato de que se tratava de grandezas diretamente proporcionais.

Nessas resoluções, percebemos as dificuldades dos alunos no entendimento das ideias envolvidas no conceito de proporção e na aplicação de sua definição, ou seja, no uso de que uma proporção é uma igualdade de razões. Por isso, durante a plenária e, principalmente, durante a formalização do conteúdo pela professora, foi importante discutir com os estudantes sobre o conceito de proporcionalidade; afinal, como defende Tinoco (2011), o mais importante é que, ao utilizá-lo, o aluno saiba por que está utilizando.

Também, a resolução apresentada por D_9 (Figura 8) mostra que a dupla fez uso da regra de três para solucionar o problema.

Figura 8: Resolução apresenta pela dupla D_9



Fonte: dados da pesquisa

É possível observar nessa resolução que os alunos separaram as razões entre as grandezas envolvidas no problema por meio do sinal de igualdade, realizando corretamente os cálculos correspondentes às áreas, inclusive usando a unidade de medida correta, o m^2. Além disso, fizeram referência ao fato de se tratar de grandezas proporcionais.

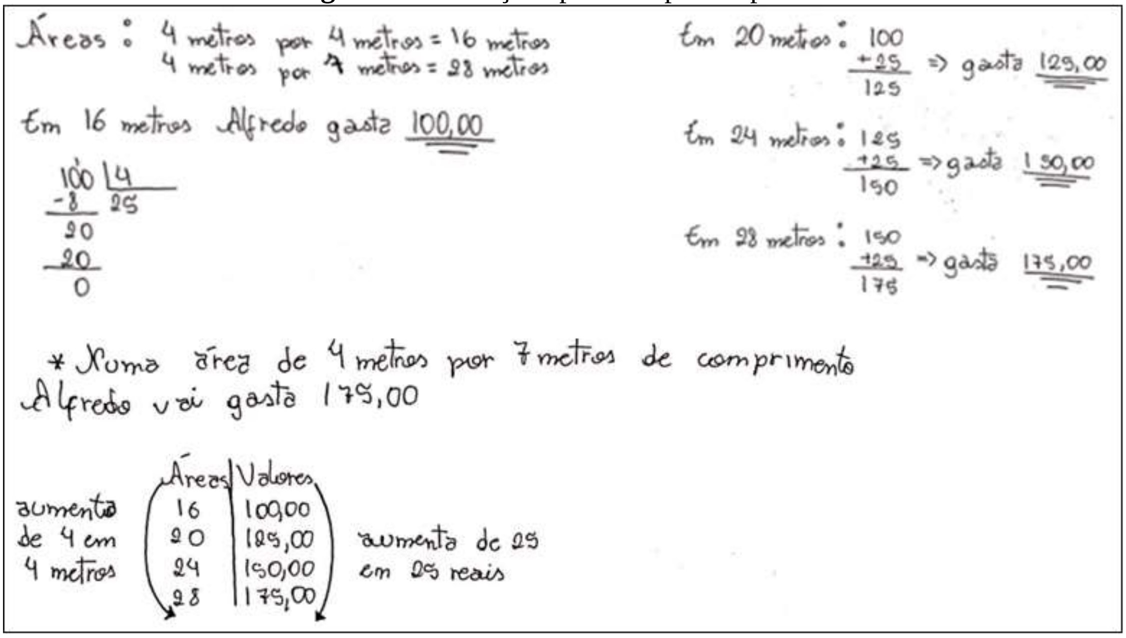
A dupla concluiu que a situação:

É uma proporcionalidade, uma vez que a área aumentou de 16m² para 28m² e os valores de 100,00 para 175,00

Vale destacar que a maior parte das duplas deu essa justificativa, não explicando como "se dá essa relação de aumento das duas grandezas", uma vez que, conforme já destacado anteriormente, o fato de uma grandeza aumentar enquanto a outra também aumenta não é condição suficiente para que ocorra a proporcionalidade. Isso nos leva a crer que essa é uma concepção errônea que os alunos trazem do Ensino Fundamental.

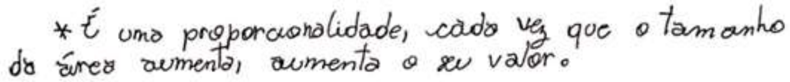
Chamou-nos a atenção uma das resoluções apresentadas pelos alunos, a qual está exposta na Figura 9. Nessa resolução, desenvolvida pela dupla D_{14}, podemos observar com clareza o raciocínio (proporcional) utilizado pelos estudantes.

Figura 9: Resolução apresenta pela dupla D_{14}



Fonte: Dados da pesquisa

Para essa dupla a situação apresentada:



E mais uma vez, constatamos o quão enraizado está o entendimento equivocado de que o fato de duas grandezas aumentarem garante que elas são proporcionais. Apesar disso, observamos, no decorrer da resolução, que os alunos tiveram certa facilidade em descobrir o preço (valor aditivo) que aumenta R$ 25,00 a cada 4 metros quadrados de piso colocado, sem fazerem menção sobre a constante (razão de proporcionalidade) entre as duas grandezas (área e preço) no valor de R$ 6,25. Ainda assim, conseguiram chegar ao valor que Alfredo irá gastar na compra das lajotas para a cozinha, R$ 175,00.

Durante a apresentação da resolução pela dupla D_{14} para a turma, foram feitos alguns questionamentos:

PE: — O que levou vocês a realizarem a divisão de 100 por 4?

A dupla, representada por A-EJA28, respondeu:

A-EJA28: — Como Alfredo havia gastado R$ 100,00 (cem reais) para colocar o piso do banheiro de 4 metros por 4 metros, ou seja, 16 metros, pensamos em encontrar o valor que ele gasta a cada 4 metros, e dessa forma, fomos somando.

PE: — A cada 4 metros quadrados, não é? Trata-se da área de um quadrado.

Nesse momento, a professora-pesquisadora aproveitou para esclarecer uma dúvida da dupla sobre a unidade de medida para expressar a área de um quadrado.

PE: — Por que o preço de cada 4 metros quadrados?

A-EJA28: — Assim ficaria fácil encontrar o valor final que estávamos procurando, somando de 4 em 4 metros, chegaríamos nos 28 metros.

PE: — Não esqueçam: metros quadrados!

Em relação à avaliação, vale destacar que essa fez parte do processo. A avaliação iniciou-se no momento em que os estudantes começaram a resolver o problema até o momento da plenária. Durante todo esse tempo, a professora-pesquisadora foi observando a maneira como eles resolviam os problemas, as estratégias utilizadas, a construção da resolução e a solução apresentada, verificando o que eles já sabiam e em que ainda apresentavam dificuldades, sendo uma incentivadora, motivando-os na resolução do problema. Ou seja, as atividades desenvolvidas também serviram para elucidar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito da proporcionalidade.

As discussões (plenárias) com os alunos sobre as resoluções construídas por eles para os problemas e compartilhadas com toda a turma foram feitas no encontro seguinte, momento em que se chegou a um consenso sobre as (re)soluções corretas. Após as discussões, a professora-pesquisadora registrou na lousa, de maneira formal e organizada, o conteúdo estudado nos problemas, com o intuito de (re)construir o conceito de proporcionalidade. Durante a plenária, enquanto os alunos apresentavam e discutiam suas resoluções, a professora-pesquisadora continuou avaliando os processos (estratégias) de resoluções utilizados por eles, não com o intuito de apontar o que estava "correto" ou "errado", mas buscando perceber as dificuldades demonstradas e as que estavam sendo superadas e, consequentemente, os avanços que conquistaram, além de observar os conhecimentos matemáticos prévios trazidos por eles nas resoluções dos problemas. Também percebeu as habilidades de os alunos expressarem suas ideias matemáticas oralmente e por escrito.

Considerar a avaliação dessa forma é valorizar as soluções apresentadas pelos estudantes, compreendendo, assim, os procedimentos adotados por eles durante suas resoluções e ajudando-os a perceber seus próprios erros e a construir conhecimento. Essa conduta busca envolver os alunos de forma que os faça pensar "sobre" a Matemática que precisam aprender. Além disso, esse tipo de avaliação torna-se uma fonte valiosa de informações que permitem ao professor auxiliar seus alunos, avaliar seu progresso, além de servir como auxílio para planejar as próximas aulas e avaliar e reformular os processos quando necessário.

Portanto, a avaliação configura-se como um processo que deve acontecer tanto para o professor como para o aluno. Ambos devem realizar um movimento que permita a reflexão. Ao professor cabe avaliar se as ações propostas possibilitaram atingir os resultados almejados, assim como detectar o que pode ser melhorado. Ao aluno compete analisar se a forma como se colocou nesse processo contribuiu para a construção de sua aprendizagem.

Considerações Finais

Com relação ao objetivo de nossa pesquisa, os estudantes perceberam que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é um caminho contrário ao que é usualmente proposto em sala de aula, em que, primeiramente, o professor explica o conteúdo para que os alunos possam, em seguida, reproduzi-lo na resolução de um suposto problema. A partir das resoluções apresentadas pelos alunos aos problemas propostos e das discussões, eles puderam (re)ver e (re)construir conhecimentos relacionados ao conceito de proporcionalidade, com compreensão e significado, tornando-se capazes de pensar, interpretar e chegar às suas próprias conclusões.

Além disso, eles perceberam maneiras de sair da condição de "aprendizado repetitivo", libertando-se dessa forma "mecânica" de ensinar e aprender, buscando novas maneiras de construir conhecimento e, consequentemente, o aprendizado.

Vale destacar que, no modelo dito tradicional de ensino, é muito comum encontrarmos, nas escolas, práticas de avaliação feitas apenas nos moldes de correção; ou seja, o professor centra sua atenção no produto final, no que está "certo" ou "errado" em relação ao algoritmo utilizado pelo aluno, com o intuito de verificar resultados. Com a resolução de problemas como metodologia de ensino, o professor adota uma postura investigativa, questionadora e criativa, oportunizando, dessa forma, investigar como os estudantes estão resolvendo os problemas, quais conhecimentos estão sendo colocados em ação e quais dificuldades são reveladas e superadas.

A comunicação, a reflexão e o diálogo entre estudantes, e entre os estudantes e a professora-pesquisadora, no momento da explanação das resoluções e na plenária, foram elementos essenciais, tanto para uma melhor compreensão sobre proporcionalidade, como sobre a metodologia de ensino utilizada no desenvolvimento do conteúdo – proporcionalidade. No entanto, ainda é necessário ler, avançar, (re)descobrir e produzir atividades diferenciadas com os alunos da EJA, e, sobretudo, acreditar que isso é possível.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. As conexões trabalhadas através da resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática. **REnCiMa** - Revista de Ensino de Ciências e Matemática, São Paulo, v. 10, p. 1-14, 2019.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. 2ª. ed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2021, p. 37-57.

BANDEIRA, E. Linguagem escrita em aulas de matemática: uma experiência em sala de aula. In: **Anais do X EGEM** - Encontro Gaúcho de Educ. Matemática. Ijuí: UNIJUÍ, 2009, p. 1 - 7. Disponível em: http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/RE/RE_25.pdf. Acesso em: 12 jul. 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf. Acesso em: 06 ago. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 10 jun. 2022.

CASTRO, N. F. O Ensino da Matemática na Educação de Jovens e Adultos. **Revista Com Censo**, Brasília, v. 4, n. 4, p. 69-76, 2017. Disponível em: http://periodicos.se.df.gov.br/index.php/comcenso/article/view/145. Acesso em: 25 abr. 2022.

COSTA, M. S. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Proporcionalidade através da resolução de problemas**: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de matemática, 2012. 292 f. (Tese Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

COSTA, M. S.; ALLEVATO, N. S. G. Proporcionalidade: eixo de conexão entre conteúdos matemáticos. **EM TEIA**: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, v. 6, n. 1, p. 1-26, 2015. Disponível: https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2263/1830. Acesso em: 27 out. 2022.

CYRINO, M. C. C. T, et al. **Formação de professores em comunidade da prática**: frações e raciocínio proporcional. Londrina: UEL, 2014.

DAMASCENO, A. A; OLIVEIRA, G. S; CARDOSO, M. R. G. O ensino de matemática na educação de jovens e adultos: a importância da contextualização. **Cadernos da Fucamp**, Monte Carmelo, v. 17, n. 29, p. 112-124, 2018. Disponível em: https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/1347. Acesso: 06 jun. 2022.

DANTE, L. R. **Teláris matemática, 7º ano**: ensino fundamental, anos finais. 3ª. ed. São Paulo: Ática, 2018.

FERREIRA, R. B. **O ensino de funções através da resolução de problemas na educação de jovens e adultos**. 2011. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2011.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3ª. ed. revisada. Campinas: Autores Associados, 2012.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**: especificidades, desafios e contribuições. 3ª. ed. [2. reimp.] – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020.

HELDER, R. **Como fazer análise documental**. Porto: Universidade de Algarve, 2006.

HATFIELD, L. L. Heuristical emphasis in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. In: HATFIELD, L. L.; BRADBARD, D. A. (org.). **Mathematical Problem Solving**: papers from a research workshop. Colombus: Eric, 1978.

LAMON, S. **Teaching fractions and ratios for understanding**: Essential Content Knowledge and instructional strategies for teachers, 2ª. ed. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2005.

MARANHÃO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. **Documento Curricular do Território Maranhense:** para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental. 1ª. ed. FGV Editora, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/curriculos_estados/documento_curricular_ma.pdf. Acesso em: 01 nov. 2022.

MARANHÃO, C.; MACHADO, S. Uma meta-análise de pesquisas sobre o pensamento proporcional. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 27, n. especial, p. 141-156, Editora UFPR, 2011.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston: NCTM, 2000.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo. Editora Cortez. 2005, p. 213-231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Proporcionalidade através da Resolução de Problemas no Curso Superior de Licenciatura em Matemática. In: **Anais do VI SIPEM** – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirenópolis, 2015. p. 1-14.

POMPEU, C. C. **Um estudo sobre a relação de alunos da educação de jovens e adultos do estado de São Paulo com a Matemática**. 2017. 281 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Org.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, p. 31-42, 1989.

SILVA, J. E. N.; NACARATO, A. M. A mobilização de saberes matemáticos pelo aluno da EJA em um ambiente de aprendizagem no ensino médio. In: **Anais do XII EBRAPEM** – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Rio Claro: UNESP, 2008, p. 1-20.

SILVA, V. C.; MOURA, F. A. A relação com o saber e suas implicações no desempenho escolar em matemática. **Estilos da Clínica**, São Paulo, v. 16, n. 2, p. 442-459, 2011. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/estic/article/view/46128. Acesso: 08 ago. 2022.

TINOCO, L. A. A. (Coord.) **Razões e proporções.** 2ª. ed. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática – UFRJ/IM, 2011.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6ª. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Recebido em: 08 de dezembro de 2022
Aprovado em: 04 de março de 2023