

ESTADO DO CONHECIMENTO DE PESQUISAS BRASILEIRAS SOBRE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS: ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM E TEORIAS QUE EMBASAM AS DISCUSSÕES

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.28.108-132>

Priscila Lanes¹
Rafael Montoito²
Aline Vieira da Cunha³

Resumo: Este artigo apresenta um estado do conhecimento feito sobre as pesquisas brasileiras que abordam a álgebra nos/dos anos iniciais. As publicações selecionadas para análise (dissertações e teses) estão compreendidas no espaço temporal de cinco anos, qual seja, entre 2016 e 2020. A construção deste estado do conhecimento teve como objetivo principal elaborar uma síntese que deixasse claro quais são as estratégias mais utilizadas para o ensino e aprendizagem de tópicos atinentes à álgebra e quais as principais teorias a que os pesquisadores fazem referência ao tratarem deste tema. Como resultado, são apresentados dois quadros em que as sínteses construídas são comunicadas, de modo que o leitor perceberá que distintas estratégias e teorias têm servido de suporte para os pesquisadores desenvolverem seus trabalhos, os quais abordam a álgebra tanto nos anos escolares quanto em cursos de formação de professores. Deste modo, pode-se ter uma visão geral dos movimentos de pesquisa feitos sobre essa temática, no Brasil, em anos recentes.

Palavras-chave: Álgebra. Anos iniciais. Estratégia de ensino. Teorias de ensino e aprendizagem.

STATE OF KNOWLEDGE OF BRAZILIAN RESEARCH ON ALGEBRA IN THE EARLY YEARS OF SCHOOL: TEACHING AND LEARNING STRATEGIES AND THEORIES THAT SUPPORT THE DISCUSSIONS

Summary: This article presents a state of knowledge about Brazilian researches concerning Algebra in the early years of school. The publications selected for analysis (dissertations and theses) are comprehended over the period of time of the last five years, that is, from 2016 to 2020. The construction of this state of knowledge had as main objective to elaborate a synthesis that would enlighten the most used strategies for teaching and learning the topics related to Algebra and about the main theories that researchers refer to, when dealing with these topics. As a result, two tables are presented where the constructed syntheses are communicated, so that a reader will be able to perceive what different strategies and theories have supported researchers to develop their work, in which they approach Algebra during the scholar years and during teacher training courses. In this way, it is possible to have an overview of the research movements carried out on this theme in Brazil during the recent years.

Keywords: Algebra. Early years of school. Teaching strategy. Teaching and learning theories.

Introdução

O objetivo deste artigo é elaborar uma síntese de quais são as estratégias mais utilizadas

¹ Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (UFPEL); professora na rede pública da cidade de São Vicente do Sul (RS); E-mail: prilannessouza@gmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2605-5977>

² Doutor em Educação para a Ciência (UNESP); professor no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (UFPEL) e no Programa de Pós-graduação em Educação (IFSul); E-mail: xmontoito@gmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3294-3711>

³ Doutoranda no Programa de Pós-graduação em Educação (IFSul); professora na rede pública da cidade de Pelotas (RS); E-mail: alinepacto@gmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3392-4942>

para o ensino e aprendizagem de tópicos atinentes à álgebra e quais as principais teorias a que os pesquisadores fazem referência ao tratarem deste tema. Deste modo, buscou-se, a partir da análise das pesquisas científicas publicadas entre 2016 e 2020, responder a seguinte questão: *Quais estratégias têm sido utilizadas no ensino e aprendizagem de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental e quais teorias têm servido de suporte para os pesquisadores desenvolverem suas pesquisas?*

A álgebra constitui um importante campo da matemática. Para Vigotski (2001, p. 267), “a álgebra liberta o pensamento da criança da prisão das dependências numéricas concretas e o eleva a um nível de pensamento mais generalizado”. Outros autores, como Lins e Gimenez (2001), destacam que é “preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra” (LINS; GIMENEZ, 2001, p. 10). Estas afirmações nos levam a refletir sobre a relevância dessa área do conhecimento matemático e da importância da estimulação e abordagem desse conteúdo desde os primeiros anos de escolaridade.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é o documento normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais a todo estudante, apregoa que a álgebra seja trabalhada desde os anos iniciais no Brasil. Tal determinação é válida para os currículos de todas as instituições de ensino em rede nacional, de escolas públicas e privadas, tendo em vista sua obrigatoriedade e previsão legal.

A álgebra nos anos iniciais recebeu uma ênfase especial na BNCC, ganhando uma Unidade Temática que lhe deu mais destaque. No documento atual são propostas cinco unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e, Probabilidade e Estatística. Estas unidades temáticas se correlacionam e orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas no decorrer do Ensino Fundamental. No entanto, a álgebra, quando proposta nos anos iniciais, não preconiza a utilização de letras para que seja expressa a regularidade, mesmo que de forma simples. Segundo a BNCC, “é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – anos iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (BRASIL, 2018, p. 270).

A busca por elementos que possibilitassem responder a questão de pesquisa anteriormente enunciada constituiu o primeiro movimento para a escrita de uma pesquisa (dissertação), a qual entende que literatura infantil pode ser tomada como um elemento potencialmente pedagógico para o desenvolvimento do raciocínio algébrico – e é deste primeiro movimento de pesquisa que o presente artigo trata.

O artigo está organizado em três partes: (1) Estado do conhecimento, no qual apresentamos como realizamos a busca das produções brasileiras (dissertações e teses, 2016-2020) que tratam da álgebra nos anos iniciais; (2) Algumas análises, em que destacamos alguns pontos, e apresentamos duas sínteses que visam responder à questão norteadora do estudo; e (3) as considerações finais, em que tecemos observações gerais sobre as pesquisas analisadas.

Estado do conhecimento das pesquisas brasileiras sobre álgebra nos anos iniciais

Este artigo é parte da dissertação intitulada “O enigma do Bichano: conectando literatura com o pensamento algébrico”, da primeira autora deste artigo, defendida em 2022 no PPGEMAT – UFPel, a qual tem o ensino de álgebra como objeto central de estudo. Em um primeiro movimento de pesquisa, foi elaborado um estado do conhecimento sobre as produções brasileiras (dissertações e teses, 2016-2020) que tratam da álgebra nos anos iniciais, visando instrumentalizar os autores deste texto acerca das abordagens didático-pedagógicas que têm servido de suporte para os pesquisadores desenvolverem seus trabalhos.

Este processo de investigação entende que o estado do conhecimento contempla “[...] identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica (MOROSINI; FERNANDES, 2014. p.155).

Para a elaboração do estado do conhecimento sobre o tema “álgebra”, foram utilizadas, como bases de dados, os sítios da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e o da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A busca das produções foi realizada considerando-se as palavras-chaves “Álgebra” e “Anos Iniciais”. Para contemplarmos as pesquisas mais atuais sobre o tema, a busca foi delimitada nos últimos cinco anos, e seu resultado pode ser visualizado no quadro abaixo⁴:

Quadro 1: Resultado quantitativo do levantamento de referenciais

PALAVRAS-CHAVE	ANO					TOTAL
	2016	2017	2018	2019	2020	
Álgebra; Anos Iniciais						
Teses	-	-	-	1	1	2
Dissertações	3	7	4	9	2	25

Fonte: Autores

⁴ É importante ressaltar que, no período da busca, o sítio da CAPES estava passando por algumas instabilidades; sendo assim, se a busca fosse refeita hoje, é provável que encontraríamos resultados ligeiramente distintos. Como este estudo começou a ser feito no primeiro semestre de 2021, optamos por delimitá-lo temporariamente até o final de 2020.

Dentre o total de 25 das teses e dissertações encontradas, foram selecionadas 15, sendo utilizado como estratégia para essa seleção a leitura dos resumos e sumários. Foram descartadas as pesquisas que apareceram repetidas nos repositórios e aquelas que tratavam do tema, porém sem relação com o ensino e aprendizagem (exemplo: história da matemática, demonstração de fórmulas etc.). Após a seleção, realizamos a leitura de seus textos na íntegra, o que propiciou a elaboração das sínteses que serão apresentadas ao final deste artigo.

A seguir, os trabalhos são apresentados de maneira mais detalhada:

Quadro 2: Dissertações e teses selecionadas para este estudo

TÍTULO DA PESQUISA	ANO	AUTOR/A	INSTITUIÇÃO	PALAVRAS-CHAVE
<i>A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção</i> (dissertação)	2016	Antônio César Nascimento Teixeira	Universidade Estadual de Santa Cruz	Anos iniciais; Intervenção de ensino; Estrutura multiplicativa; Raciocínio funcional; <i>Early Algebra</i> .
<i>Expressões algébricas na educação básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem</i> (dissertação)	2016	Ludimila Cássia Coelho de Andrade	Universidade de Brasília	Atividades de Ensino; Ensino Fundamental; Anos Finais; Expressões Algébricas.
<i>Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico</i> (dissertação)	2017	Miriam Criez Nobrega Ferreira	Universidade Federal do ABC	Álgebra nos Anos Iniciais; Formação continuada de professores; Conhecimento matemático para o ensino; Pensamento Algébrico.
<i>Contribuições dos jogos para ensinar álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: perspectivas histórica e atual</i> (dissertação)	2017	Amanda Moura da Rocha	Universidade Federal do Pará	Educação Matemática; Os jogos na História; Situações didáticas; Jogos como material didático; Pré-álgebra.
<i>O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: a</i>	2017	Carla Cristiane Silva Santos	Universidade São Francisco	Pensamento algébrico; Percepção de regularidades; Pensamento relacional;

<i>percepção de regularidades e o pensamento relacional</i> (dissertação)				Álgebra nos anos iniciais; Padrões matemáticos.
<i>Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental</i> (dissertação)	2017	Priscila Arcego	Universidade Federal de Santa Maria	Registro de representação semiótica; Apreensões; Ensino de geometria; Área do Círculo; Ensino Fundamental.
<i>O ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico</i> (dissertação)	2018	Anderson Cangane Pinheiro	Universidade Estadual Paulista	Educação algébrica; Pensamento algébrico; Crenças de autoeficácia.
<i>Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas</i> (dissertação)	2018	José Roberto de Campos Lima	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Pensamento algébrico; Ciclo de alfabetização; Currículo prescrito; BNCC; Álgebra inicial.
<i>A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental</i> (dissertação)	2019	Jane Lopes de Souza Goma	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Pensamento algébrico; Comunicação escrita matemática; Formação de professores; Anos iniciais e Ensino Fundamental; Álgebra nos anos iniciais.
<i>Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico</i> (dissertação)	2019	Diego Henrique de Moraes Trídico	Universidade Estadual de Campinas	Formação de professores; Conhecimentos do professor; Álgebra; Anos iniciais.

<i>Explorando tarefas com a escala cuisenaire nos anos iniciais do Ensino Fundamental</i> (dissertação)	2019	Kauana Francine Machado Gonçalves Santos Miranda	Universidade Estadual de Londrina	Matemática nos anos Iniciais; Escala cuisenaire; Ensino de matemática.
<i>Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service</i> (dissertação)	2019	Roseli Regina Fernandes Santana.	Universidade Estadual Paulista	Pensamento algébrico; Anos iniciais; Crenças de autoeficácia; Atitudes em relação à matemática; Conhecimento matemático especializado do professor para o ensino.
<i>As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico</i> (dissertação)	2020	Débora Cristina Borba Pereira Favero.	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Pensamento algébrico; Livros didáticos; Anos Iniciais; BNCC; Análise praxeológica.
<i>Equação do 1º Grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais</i> (dissertação)	2020	Nayana Silva Santos Araújo	Universidade Estadual de Santa Cruz	Aluno; Anos iniciais do Ensino fundamental; Álgebra; Equação; Diagnóstico.
<i>Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação</i> (tese)	2020	Luanna Priscila da Silva Gomes	Universidade Federal do Rio Grande do Norte	Pensamento algébrico; Anos iniciais do Ensino Fundamental; Teoria da Objetivação.

Fonte: Autores

Observamos que foram encontradas pesquisas nas cinco regiões brasileiras acerca da temática que tangencia o estudo; entretanto, a grande maioria das pesquisas selecionadas estava localizada na região sudeste do Brasil, o que provavelmente é resultado da concentração de uma

quantidade maior de programas de pós-graduação que pesquisam a Educação Matemática. O resultado nos levou a refletir que o tema é entendido como relevante nas diversas localidades do país e que interessa para diferentes pesquisadores com realidades distintas, assim como em múltiplos contextos escolares e sociais. Feita essa exposição geral das produções encontradas, passaremos agora a comentar cada uma delas, com maior profundidade, seguindo a ordem temporal de suas publicações.

A dissertação de Teixeira (2016), intitulada *A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção*, teve como objetivo investigar o raciocínio funcional introdutório dos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, apoiado em uma intervenção de ensino pautada em situações multiplicativas e sequenciais, icônica e numérica. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz, fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais⁵ de Vergnaud (1996), em especial na Estrutura Multiplicativa, que também teve como aporte teórico a *Early Algebra*. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola da rede pública do município de Ilhéus (BA), em uma classe de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, e foi construída em duas etapas distintas: uma, envolvendo a aplicação de instrumentos diagnósticos (um pré-teste e dois pós-testes) e, a outra, voltada à intervenção de ensino que contou com cinco encontros, cada um desses com a duração de aproximadamente uma hora. A metodologia utilizada foi a da pesquisa quase experimental, de caráter intervencionista.

Os resultados, no que concerne ao desempenho dos estudantes, indicaram um efeito positivo na construção do raciocínio funcional dos estudantes, pois o pesquisador considerou que ocorreu um aumento no desempenho dos estudantes entre o pré-teste e o pós-teste 1, quadro que se manteve no pós-teste 2. Já no que concerne às estratégias utilizadas, foram identificadas nove estratégias distintas no estudo, porém a mais utilizada pelos estudantes nos três testes foi a icônica; destacou-se também o aumento no uso da estratégia “Generalização por multiplicação” nos dois pós-testes em detrimento do pré-teste, e isto foi o maior indicador de

⁵Em sua pesquisa, Teixeira transcreve o que é um campo conceitual para Vergnaud: “Consideremos, antes de mais, um campo conceptual como um conjunto de situações. Por exemplo, para o campo conceptual das estruturas aditivas, o conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtração ou uma combinação destas duas operações e, para as estruturas multiplicativas, o conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações. A primeira vantagem desta abordagem pelas situações é permitir gerar uma classificação que assenta na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas. O conceito de situação não tem, aqui, o sentido de situação didática, mas antes o sentido de tarefa; a ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer. A dificuldade de uma tarefa não é, nem a soma, nem o produto das dificuldades diferentes da subtarefa, mas é claro que o fracasso numa subtarefa implica o fracasso global” (VERGNAUD *apud* TEIXEIRA, 2016, p. 48).

que ocorreu mudança no pensamento desses estudantes, no que tange ao raciocínio funcional.

A dissertação *Expressões algébricas na educação básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem*, de autoria de Andrade (2016), teve como objetivo validar atividades para o ensino e aprendizagem de expressões algébricas junto a professores da Educação Básica da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal. O estudo é uma pesquisa de Mestrado em Matemática da Universidade de Brasília que evidenciou a importância dos processos de investigação e experimentação em sala de aula. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que propôs a validação de três atividades de ensino: Boliche Matemático, Trilha das Leis e Batalha Naval. Os sujeitos da pesquisa foram oito professores de matemática que atuavam em salas de aula do Ensino Fundamental e Ensino Médio de escolas públicas do Distrito Federal, em escolas particulares ou institutos federais, e teve como cenário o Laboratório de Ensino de Matemática do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília (LEMAT/UnB).

A pesquisa foi dividida em quatro momentos: elaboração do projeto, pesquisa e leitura das bibliografias; organização das atividades de ensino socializadas com os professores (denominadas “sessão”); análise dos resultados e conclusão. Durante cada sessão, foram feitas filmagens e recolhimento dos registros da pesquisa para a construção das informações; também foram elaboradas situações nas quais os professores se colocaram no papel de estudantes. As considerações finais evidenciaram o papel fundamental do professor para que o estudante não apenas “receba” o conhecimento, mas que tenha papel ativo na sua construção. Os resultados apontaram a relevância da formação continuada e da necessidade do permanente diálogo e troca de experiências entre os professores para que sejam aprimoradas as metodologias e ações voltadas para o ensino de matemática, especialmente o de álgebra.

Já a dissertação *Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico*, de autoria de Ferreira (2017), teve como objetivo investigar o conhecimento matemático para o ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC, na forma *multipaper*, composta por três artigos independentes: o primeiro, intitulado *Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise dos documentos curriculares nacionais*; o segundo, *Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão dos professores acerca do pensamento algébrico*; e o terceiro, *Conhecimento matemático para ensinar álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Cada um dos referidos tem objetivos específicos distintos, mas articulados de modo a responder ao objetivo da pesquisa.

A metodologia utilizada foi a de pesquisa qualitativa interpretativa a partir de dois contextos/procedimentos de coleta de dados, análise dos documentos curriculares e dados coletados junto a professores em um curso de extensão. O estudo revelou que o pensamento algébrico tem presença limitada nos documentos curriculares nacionais, à exceção dos mais recentes, e os resultados evidenciaram que os professores, no que se refere ao trabalho com o pensamento algébrico, possuem um conhecimento mais voltado para o saber fazer em detrimento do conhecimento específico matemático do conteúdo a ser ensinado.

A dissertação intitulada *Contribuições dos jogos para ensinar álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: perspectivas histórica e atual*, de autoria de Rocha (2017), teve como objetivo enfatizar pontos convergentes na TSD (Teoria das Situações Didáticas⁶) e na História dos Jogos para fundamentar a elaboração de propostas de ensino que objetivavam o desenvolvimento do raciocínio algébrico com o auxílio de jogos. O estudo é uma pesquisa de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, de cunho qualitativo e com procedimento de pesquisa bibliográfica. Os conteúdos curriculares matemáticos em destaque na pesquisa foram os voltados para o pensamento/raciocínio algébrico a ser ensinado durante o Ensino Fundamental e a proposta do estudo foi a da utilização dos jogos, considerando a Teorias das Situações Didáticas (TSD).

O estudo apontou o papel fundamental do professor em jogos educacionais no que se refere aos que ensinam matemática e discorreu sobre aspectos da pré-álgebra centrados na definição escolhida de pensamento/raciocínio algébrico. A autora elencou propostas de jogos com base nas demandas atuais nacionais e internacionais de inclusão do pensamento algébrico nos primeiros anos do Ensino fundamental, de maneira a propiciar o desenvolvimento de situações didáticas que estimulassem a compreensão de suas formas de raciocínio.

A dissertação *O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional*, de autoria de Santos (2017), teve como objetivo analisar como o trabalho com situações-problemas pode contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade São Francisco e abordou discussões referentes à resolução de problemas, à ação problematizadora do professor na investigação matemática, à organização do ambiente da sala

⁶ Rocha, em seu estudo (2017, p.3), versa sobre a Teoria das Situações Didática (TSD), na qual Guy Brousseau (1996) identifica a relação sistema educacional-saber-aluno e as situações que provocam desequilíbrios cognitivos aos alunos (tipologia de situações), entendidas como obstáculos didáticos.

de aula (prática de ensino com compreensão) e às perspectivas que definem o pensamento algébrico. O estudo, que teve abordagem qualitativa, de natureza colaborativa e foi desenvolvido a partir dos princípios da perspectiva histórico-cultural, estava vinculado ao Programa Observatório da Educação (Obeduc).

Foi estabelecida uma parceria com uma professora (uma das docentes colaboradoras do Obeduc) para que fossem realizadas, na sala de aula em que esta lecionava, as sequências de tarefas elaboradas para uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de rede municipal de Nazaré/SP. Duas sequências de tarefas elaboradas pelo Grucomat (Grupo Colaborativo em Matemática) buscaram possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, sendo que a primeira visou trabalhar as noções de sequência e regularidade, enquanto que a segunda focou no pensamento relacional e nas noções de equivalência, com o uso das barras Cuisenaire e da balança para as noções de equilíbrio. Nas considerações finais, no que se refere às análises do desenvolvimento da resolução dos alunos ao longo de suas experiências de investigação, foi constatado um avanço nas estratégias para resolver as situações propostas e também se percebeu que os conhecimentos aritméticos foram sendo manifestados e aprofundados conforme os alunos se envolviam em cada momento. O estudo também enfatizou a importância do papel do professor e da comunicação para o desenvolvimento das estratégias pelos alunos, bem como o fato de que as estratégias de resolução podem ser tomadas como indícios de desenvolvimento do pensamento algébrico.

A dissertação *Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no ensino fundamental*, de autoria de Arcego (2017), teve como objetivo analisar os registros de representação semiótica e as apreensões sequencial, perceptiva, discursiva e operatória mobilizadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental no estudo da área do círculo. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria, que teve caráter qualitativo. A proposta, que teve como base o princípio da exaustão, utilizando material manipulável e *applets*⁷ produzidos nos *softwares Geogebra*, foi realizada em uma escola municipal de Ensino Fundamental de Erechim/RS, onde foram analisados três instrumentos de coleta de dados: análise de conteúdo de duas coleções de livros didáticos (coleções adotadas no ano letivo de 2016 pela escola Municipal que era campo da pesquisa), uma destinada aos anos iniciais e a outra aos anos finais; análise de conteúdo do caderno dos alunos (foram coletados os cadernos

⁷Um applet é uma aplicação (pequeno programa) escrito na linguagem de programação Java que pode ser incluído em uma página HTML, da mesma forma que uma imagem é incluída em uma página.

de dois alunos de cada uma das nove turmas, do 1º ao 9º ano) do Ensino Fundamental; e a análise de conteúdo das sequências de atividades (desenvolvida com os alunos do 9º ano e constituída por vinte e nove itens versando sobre a área do círculo a partir do princípio da exaustão, contando com a utilização de material manipulável e do *Geogebra*).

Constatou-se no estudo que a área do círculo foi trabalhada apenas no livro didático do 9º ano enquanto, nos anos anteriores, principalmente nos anos iniciais, exploravam-se as características do círculo e buscava-se diferenciá-lo das demais formas planas. Já no que se refere à análise dos cadernos, concluiu-se que, do total de atividades envolvendo o círculo propostas aos alunos do Ensino Fundamental no ano letivo de 2016, 58,62% exploravam nomenclatura e caracterização dessa figura geométrica e foram identificadas nos cadernos do 1º ao 4º ano; as demais atividades especificavam a área do círculo e foram desenvolvidas no 8º e 9º ano. Entre as representações mobilizadas nas atividades desenvolvidas, percebeu-se que o RLN (Registro de Língua Natural) estava restrito aos enunciados, enquanto o RNm (Registro Numérico) teve destaque em 80% das questões e o RFG (Registro Figural) foi mobilizado em todas as resoluções e empregado em 40% dos tratamentos. Nas atividades identificadas nos cadernos, detectou-se que: foi mobilizada apenas apreensão perceptiva em todas as atividades; a operatória nas situações que solicitavam área da coroa circular; todas as apreensões no que tange à sequência de atividades, entretanto mantendo a prevalência da perceptiva.

A dissertação *O ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico*, de autoria de Pinheiro (2018), objetivou uma análise das crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental da rede pública do Estado de São Paulo. O estudo é uma pesquisa do Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da Universidade Estadual Paulista, Campus Bauru, que adotou um método de pesquisa misto, ou seja, simultaneamente qualitativo e quantitativo. A pesquisa, que foi fundamentada na Teoria da Autoeficácia e nos entendimentos do pensamento algébrico presentes na literatura acadêmica, contou com a participação de professores (nove dos anos iniciais e trinta e nove dos anos finais do ensino fundamental). Foram elaborados dois tipos de formulários, sendo um voltado para professores dos anos iniciais e outro para professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, para o estudo. Foram construídas as escalas de autoeficácia, as quais foram compostas por uma série de afirmações que representavam situações didáticas em que os participantes puderam discordar totalmente, discordar, concordar ou concordar

totalmente e as alternativas foram organizadas no formato *likert*⁸.

Considerando as questões que nortearam o estudo e os objetivos da pesquisa, verificou-se que as crenças de autoeficácia docente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do ensino fundamental são positivas, porém essas crenças não são fortes; constatou-se também que os professores dos anos iniciais manifestaram maior segurança em ações relacionadas às suas práticas de ensino do que em objetivos de aprendizagem, enquanto os professores dos anos finais manifestaram maior segurança em atingir objetivos de aprendizagem do que em suas práticas de ensino.

A dissertação intitulada *Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas*, de autoria de Lima (2018), teve por objetivo investigar qual a abordagem dada ao pensamento algébrico no currículo prescrito do ciclo de alfabetização, que se refere aos três primeiros anos de escolaridade do ensino fundamental, ou seja, para o ensino de crianças de seis a oito anos, de duas propostas. O estudo é uma pesquisa do Mestrado em Educação Matemática do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, o qual teve abordagem qualitativa e análise documental como procedimento para a coleta de dados. O referido estudo envolve dois conceitos centrais (pensamento algébrico e currículo) e concentrou-se em dois documentos: um nacional (a Base Nacional Curricular Comum, BNCC) e outro estadual (as Orientações Curriculares de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, OCMAI, que compõem a proposta curricular do Estado de São Paulo (2014).

As considerações apontam que a concepção de álgebra apresentada na BNCC tem grande proximidade conceitual à denominada área de pesquisa *Early Algebra*, que parte da identificação de regularidades e de padrões em diversos contextos para levar as crianças às generalizações, sem a necessidade do formalismo algébrico. E, embora a álgebra seja considerada uma unidade temática na Base Comum Curricular, foram identificadas características implícitas de suas ideias e conceitos presentes em outras unidades temáticas que favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico, evidenciando uma articulação entre elas; já nas OCMAI constatou-se que existem indícios, porém de modo implícito, ou seja, pouco é citada essa forma de pensamento matemático.

A dissertação *A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental*, de Goma (2019), teve como objetivo investigar a comunicação escrita matemática de futuras professoras dos anos iniciais

⁸A escala *Likert* é uma escala de resposta geralmente utilizada em questionários; é bastante empregada em pesquisas de opinião, pois especificam o nível de concordância.

do Ensino Fundamental, em relação ao pensamento algébrico, por meio de tarefas visando ao desenvolvimento desse pensamento. O estudo é uma pesquisa do Mestrado do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, e teve uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo que utilizou, como materiais para análise e interpretação, os registros escritos pelas participantes da oficina ofertada, a qual ocorreu em um sábado, com duas horas de duração, e contou com quinze participantes, dentre as vinte e duas futuras professoras de uma instituição de Ensino Superior (IES) privada que oferece o curso de Pedagogia. A sequência das questões envolveu duas tarefas relacionadas à álgebra, as quais foram propostas de maneira a favorecer momentos de criatividade e de autonomia. As tarefas 1 e 2 de cada participante foram organizadas em dois quadros, de acordo com as quatro dimensões da comunicação escrita, e categorizadas por: Clareza, Fundamentação, Lógica e Profundidade, sendo cada uma delas separadas e divididas por níveis: baixo, médio e elevado.

Nas considerações finais, os dados da pesquisa revelaram que, de modo geral, as futuras professoras não conseguem expressar precisamente construções algébricas para explicar situações. Na dimensão Lógica, assim como na dimensão de Fundamentação, predominaram concentrações nos níveis baixos e médio; na dimensão Profundidade, não houve registros que indicassem um nível elevado. Já com relação à dimensão Clareza, houve uma maior concentração no nível médio.

A dissertação *Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico*, de Trídico (2019), teve como objetivo analisar, por meio da Engenharia Didática, em que medida um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais contribui para o desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Educação Escolar, da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, que teve cunho qualitativo e fez uso da metodologia de Engenharia Didática, o qual contou com a participação de cinco professores dos anos Iniciais que lecionavam na rede pública estadual. Foi ofertado um curso de formação continuada, de trinta e duas horas distribuídas em oito sessões presenciais, sendo analisadas neste estudo as quatro sessões que se referiram ao pensamento relacional. Durante o curso, foram abordadas a construção e a mobilização do conhecimento pedagógico, tecnológico e de conteúdo algébrico. As sessões contaram com tarefas nas quais os professores interagiam com objetos digitais de aprendizagem, visando à compreensão de alguns conceitos da álgebra por meio da mobilização do pensamento

relacional, articulando-os a reflexões de como se ensina e de como se aprende tais conceitos por meio do uso da tecnologia.

As análises apontaram que o curso de formação continuada contribuiu para o desenvolvimento dos conhecimentos dos professores, e teve resultados mais expressivos no conhecimento de conteúdo algébrico, no conhecimento pedagógico de conteúdo algébrico e no conhecimento tecnológico pedagógico de conteúdo algébrico, sendo esse último evidenciado por todos os participantes no questionário que foi aplicado ao fim do curso.

A dissertação *Explorando tarefas com a escala cuisenaire nos anos iniciais do Ensino Fundamental*, de autoria de Miranda (2019), teve por objetivo apresentar uma proposta de tarefas que utilizassem o material manipulável da escala cuisenaire em diferentes fases dos anos iniciais do Ensino Fundamental, para trabalhar diferentes conteúdos da matemática, validadas a partir da aplicação com os professores e alunos que fazem parte dessa fase de ensino. O estudo é uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina, que utilizou uma metodologia qualitativa e apresentou uma proposta de tarefas com utilização de material manipulável no Ensino Fundamental (anos iniciais). Foi selecionada como material manipulativo a escala cuisenaire e foram elaboradas tarefas que poderiam abordar conceitos presentes em diferentes fases nos anos iniciais. As tarefas foram aplicadas em duas escolas públicas do Paraná, entretanto, antes de sua aplicação, as mesmas foram levadas ao grupo GEAMAI (Grupo de Estudo de Aulas de Matemática nos anos iniciais) e discutidas com as professoras dos anos iniciais que dele participavam, para que fossem validadas.

As considerações finais apontaram que não basta levar o material manipulável para sala de aula para se ter uma aula mais dinâmica, pois é necessário refletir sobre a prática e preparar as aulas de modo a aproveitar ao máximo as potencialidades do material. Constatou-se, ao finalizar o recolhimento de dados e análises, que o material pode permitir uma representação clara de conceitos e proporciona uma base para abstração deles; além disso, para aproveitar o potencial do material, é necessário pensar a respeito das questões que estão envolvidas nas tarefas e discutir sobre os conceitos que estão por trás de cada uma, pois essas discussões geram oportunidades de aprendizagem.

A dissertação *Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service*, de autoria de Santana (2019), teve como objetivo investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico face às crenças de autoeficácia e as atitudes em relação à Matemática e ao conhecimento matemático especializado para o seu

ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Buscou, também, analisar possíveis relações e influências de aspectos afetivos na solução de problemas algébricos, com foco na capacidade de generalização. O estudo é uma pesquisa do Mestrado do Programa de pós-graduação em Educação para as Ciências, da Universidade Estadual Paulista, Campus de Bauru, que se desenvolveu na perspectiva da Psicologia da Educação Matemática. A referida pesquisa está inserida no âmbito das investigações realizadas pelo Grupo de Pesquisa de Psicologia da Educação Matemática (GPPEM), o qual é vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da UNESP de Bauru, e a abordagem da fundamentação teórica foi embasada em importantes pesquisas portuguesas e norte-americanas, por serem estudos pioneiros acerca da temática (na Teoria Social Cognitiva (TSC), de Albert Bandura no que se refere a crenças de Autoeficácia, e Teoria de Henri Wallon sobre a afetividade). O estudo apresentou pressupostos teóricos sobre o ensino da álgebra nos anos iniciais e a caracterização do desenvolvimento do pensamento algébrico, as concepções e contribuições de estudos internacionais e nacionais para a “algebrização do currículo”, as relações entre a Álgebra, a Aritmética e a Geometria, bem como o papel do professor no desenvolvimento do pensamento algébrico.

A metodologia teve abordagem mista, quanti-qualitativa, e foi desenvolvida com a participação de professores in-service de dois municípios do noroeste paulista, além de professores pre-service, ou seja, estudantes do curso presencial de Pedagogia de instituições de ensino superior particulares. A primeira etapa da pesquisa contou com a participação de cento e vinte e oito estudantes do curso de Pedagogia (pre-service) e cento e dezenove professores (in-service) dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas municipais. Os instrumentos utilizados para essa coleta, na primeira etapa do trabalho, foram um questionário para caracterização dos participantes (um para os pre-service e outro para os in-service) e uma Escala de Atitudes e uma Escala de Crenças de Autoeficácia (em relação ao conhecimento especializado para o ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais, do tipo *likert*). A segunda etapa da pesquisa contou com seis participantes, três de cada grupo, de acordo com suas pontuações nas escalas, para uma entrevista semiestruturada e solução de problemas algébricos, baseado no método “Pensar em voz alta⁹”.

Os resultados do estudo mostram que os participantes pre-service apresentaram ter atitudes negativas em relação à matemática, enquanto que, os in-service, positivas; as crenças

⁹Santana (2019) esclarece que “Pensar em voz alta” é uma técnica que potencializa a análise da solução de problemas construída, pois aproxima as linguagens escrita e oral, o que possibilita ao pesquisador entender melhor os passos do pensamento do indivíduo.

de autoeficácia para o conhecimento especializado no ensino do desenvolvimento do pensamento algébrico mostraram-se positivas nos dois grupos, apesar das do in-service serem mais positivas; os participantes se sentiram menos seguros para o ensino do pensamento algébrico do que quanto ao conhecimento do conteúdo curricular, embora tenham revelado conhecer pouco a respeito de elementos conceituais e pedagógicos, bem como os caracterizadores desse pensamento matemático. Ainda segundo o estudo, alguns fatores identificados influenciaram tais atitudes e crenças, como por exemplo: idade, tempo de magistério, reprovação, julgamento do seu desempenho nas aulas de matemática, formação inicial, possuir pós-graduação, dentre outros.

Já a dissertação intitulada *As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico*, de autoria de Favero (2020), teve como objetivo comparar as praxeologias, segundo Chevallard, na abordagem do pensamento algébrico de duas edições de uma coleção de livros didáticos para o ciclo da alfabetização (três primeiros anos do Ensino Fundamental), sendo uma edição anterior à homologação da BNCC e, a outra, por ela orientada. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e teve uma abordagem qualitativa, do tipo análise documental, que compreendeu a análise da parte da BNCC referente aos anos iniciais do Ensino Fundamental, utilizando-se das categorias do pensamento algébrico, propostas por Blanton e Kaput¹⁰, como referencial teórico. Para análise dos livros didáticos foi utilizada a organização praxeológica da Teoria Antropológica do Didático (TAD)¹¹.

As análises mostraram que aconteceu uma reorganização nas coleções, de modo que diversas tarefas passaram a ser mais bem distribuídas ao longo dos três anos de ensino, abrindo espaço para um trabalho mais intencional, como no caso de sequências. Segundo o estudo, a abordagem, no que se refere ao pensamento algébrico, foi ampliada e, no âmbito da organização

¹⁰ Em sua pesquisa, Favero (2020) apresentou a divisão do pensamento algébrico de Blanton e Kaput, com base nas práticas de sala de aula realizadas com crianças do 3º ano, em treze categorias agrupadas em três blocos, a saber: Aritmética generalizada, em categorias de A a E (A: explorar propriedades e relações de números inteiros; B: explorar propriedades das operações com os números inteiros; C: explorar a igualdade como relação entre quantidades; D: tratar o número algebricamente; E: encontrar valores desconhecidos); Pensamento funcional, em categorias de F a J (F: simbolizar quantidades e operar com expressões simbolizadas; G: representar dados graficamente; H: encontrar relações funcionais; I: prever resultados desconhecidos usando dados conhecidos; J: identificar e descrever padrões numéricos e geométricos); Hábitos avançados, em categorias de K a M (K: usar generalizações para resolver tarefas algébricas; L: justificar, provar e testar conjecturas; M: generalizar um processo matemático).

¹¹ Para análise de livros didáticos, Favero (2020) utilizou a organização praxeológica da Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Chevallard que, de forma resumida, divide a atividade humana em dois blocos: o bloco prático-técnico, formado por uma tarefa e as respectivas maneiras de realizá-la; e o bloco tecnológico-teórico, que garante e justifica as maneiras de realizar tal tarefa.

praxeológica, se evidenciou que o discurso tecnológico-teórico das tarefas com potencial para desenvolver o pensamento algébrico se relaciona não só com o campo algébrico, mas também com outros campos matemáticos.

A dissertação intitulada *Equação do 1º Grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais*, de autoria de Araújo (2020), teve como objetivo investigar o desempenho e as estratégias de resolução utilizadas por alunos do 5º ano, do Ensino Fundamental, na resolução de problemas envolvendo equação do 1º grau, no que diz respeito à equivalência. O estudo é uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz. Inicialmente, a autora discorre sobre a sua experiência como professora e suas inquietações relacionadas ao ensino de álgebra, e em seguida apresenta, como aporte teórico, estudos referentes a *Early Algebra* de alguns pesquisadores. A pesquisa expõe a importância da *Early Algebra* no desenvolvimento do raciocínio algébrico, e exhibe a álgebra sob três pontos de vista: no seu desenvolvimento histórico (História da Álgebra e a evolução do estudo das equações); nos documentos oficiais (a *Early Algebra* na escola); e no conceito de equação (a equação como conceito matemático). Esse estudo teve caráter diagnóstico e foi realizado em duas escolas públicas no sul da Bahia, com seis turmas de 5º ano; a metodologia adotada foi a descritiva, e o instrumento diagnóstico foi composto por nove questões, sendo quatro icônicas, quatro numéricas, e uma última (Q9) que solicitava ao aluno que escrevesse uma expressão matemática a partir da primeira questão (Q1). As questões foram elaboradas de forma a realizar um comparativo entre as questões icônicas e as numéricas; entretanto, na Q9, a análise foi feita à parte, por ser uma questão aberta no sentido de não ter um único tipo de resposta. O procedimento de análise dos dados foi realizado sob dois pontos de vista: quantitativo e qualitativo.

Embora o estudo tenha sido realizado em duas escolas distintas, do ponto de vista quantitativo não houve nenhuma diferença estatisticamente significativa entre os desempenhos dos alunos das duas escolas, o que permitiu que a pesquisadora tratasse a análise realizada como sendo proveniente de uma única escola. Os resultados apontam que, apesar de ainda não terem o contato com a álgebra formal, 30,2% dos alunos conseguiram resolver de forma correta as questões, além de explicitarem de formas variadas suas estratégias. Outro resultado que foi destaque provém da comparação de todas as questões correlacionadas icônica versus numéricas: dados do estudo revelaram que a presença do ícone não foi decisiva para o desempenho dos alunos, pois a diferença entre os desempenhos nesse quesito foi de três acertos a mais que nas questões icônicas. Ainda, o estudo evidenciou que é possível trabalhar com conceitos algébricos em conjunto com os conceitos aritméticos, assim como sugere a *Early*

Algebra.

A tese intitulada *Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação*, de autoria de Gomes (2020), teve como objetivo caracterizar, a partir da Teoria da Objetivação, estratégias de pensamento demonstradas por crianças 4º e 5º ano do Ensino Fundamental do NEI/CAP-UFRN no processo de introdução da álgebra, em tarefas que abordam sentenças matemáticas em que um dos termos é desconhecido. O estudo é uma pesquisa do Programa de Pós-graduação em Educação, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. A investigação foi desenvolvida com base na perspectiva da Teoria da Objetivação (TO) acerca do pensamento algébrico e o objeto de análise metodológica foi a atividade que aconteceu em dez sessões, com a turma em que a autora atuava como professora, com a intenção pedagógica de que as crianças pensassem algebricamente a resolução de sentenças matemáticas (objeto pedagógico); para isso, foram apresentadas sentenças matemáticas com um termo desconhecido para que os alunos resolvessem (objetivo pedagógico). Esta pesquisa foi delineada como qualitativa do tipo descritiva e interpretativa, com o método de análise multisemiótico ou multimodal, característico da Teoria da Objetivação.

As análises sinalizaram que, no processo de introdução à álgebra, as estratégias demonstradas pelas crianças evidenciaram a presença latente da proto-analiticidade como uma característica que compõe esse processo. Outras conclusões importantes reveladas pelo estudo são: que o pensamento algébrico apresenta uma ruptura ao pensamento aritmético; que o emprego de estratégias aritméticas refinadas e o uso de propriedades das operações colaboram no desenvolvimento e estruturação do pensamento algébrico; que o pensamento algébrico e/ou aritmético pode ser expresso de múltiplos modos; que, para as crianças operarem algebricamente, precisam transpor a concepção aritmética de operar com termos conhecidos na perspectiva da Teoria da Objetivação. Além disso, as análises do estudo baseadas na TO elucidaram que o que a BNCC e os livros didáticos do PNLD 2019, como também os materiais de orientação ao professor, trazem como álgebra são, na verdade, uma pré-álgebra, cabendo ao professor, como sujeito com mais experiência, ampliar as possibilidades para a aprendizagem do saber algébrico.

Algumas análises

Com base nas pesquisas selecionadas e analisadas para a elaboração desse estado do conhecimento, é possível destacar alguns pontos, visando responder a questão: *Quais*

estratégias têm sido utilizadas no ensino e aprendizagem de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental e quais teorias têm servido de suporte para os pesquisadores desenvolverem suas pesquisas? Essa questão será respondida em duas partes, nos quadros subsequentes, que sintetizam as informações encontradas. Entretanto, vale a pena ressaltar que as pesquisas encontradas nos permitiram entender a expressão “aprendizagem de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental” para além do ensino voltado aos alunos, integrando, também, processos formativos que visavam instrumentalizar os professores em formação inicial ou continuada para ensinarem esse conteúdo.

Considerando isso, o Quadro 3 destaca seis categorias que apresentam as principais estratégias de ensino e aprendizagem de álgebra mapeadas nas pesquisas lidas, agrupadas por seus elementos apresentarem características semelhantes, conforme expresso a seguir:

- Processos formativos: são atividades envolvendo grupos de professores ou futuros professores; pedagogos; estudantes de pedagogias ou estudantes de outras licenciaturas; cursos de formação, formação continuada e de extensão; oficinas; capacitações.
- Material manipulável: pesquisas que utilizaram os mais diversos materiais concretos, tais como blocos lógicos; folhas com exercícios; fichas de atividade; barbante; miçanga; palitos; cordões; caixas; balanças; livros didáticos; escala cuisenaire; etc.
- Jogos: inserem-se nessa categorização diferentes tipos de jogos; inclusive estudos referentes a jogos na antiguidade ou contemporaneidade.
- Softwares: estão incluídos nesta categoria aplicativos; programas; objetos digitais.
- Intervenção em sala de aula: atividades realizadas com alunos ou grupos de alunos.
- Outras categorias: estão nesta categoria as diversas estratégias que não se enquadram nas demais categorizações elencadas; elas podem ser a principal estratégia da pesquisa ou terem sido utilizadas de modo complementar ou concomitante às demais estratégias categorizadas.

Quadro 3: Estratégias Utilizadas no ensino e aprendizagem de álgebra

TÍTULO DAS PESQUISAS	Processos formativos	Material Manipulável	Jogos	Software	Intervenção em aula	Outras estratégias
A Introdução do raciocínio funcional no 5º Ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção (2016)		X			X	
Expressões algébricas na educação básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem (2016)	X	X	X			

Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico (2017)	X	X				
Contribuições dos jogos para ensinar álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: perspectivas histórica e atual (2017)			X			
O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional (2017)		X			X	
Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental (2017)		X		X	X	
O ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico (2018)	X	X				
Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas (2018)						X
A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental (2019)	X	X				
Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico (2019)	X			X		
Explorando tarefas com a Escala Cuisenaire nos anos iniciais do Ensino Fundamental (2019)	X	X			X	
Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service (2019)	X	X				X
As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico (2020)		X				X
Equação do 1º Grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais (2020)		X			X	
Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação (2020)		X			X	X
Total	7	12	2	2	6	4

Fonte: Autores

No que se refere às estratégias utilizadas no ensino e aprendizagem de álgebra nos Anos Iniciais, notamos que muitas pesquisas referentes ao tema enfatizam capacitações, cursos de

extensão e oficinas com grupos de professores ou com acadêmicos (normalmente estudantes de pedagogia). Tais propostas evidenciam a preocupação dos pesquisadores acerca dos professores que trabalham nos anos iniciais terem um sólido conhecimento sobre álgebra (pensamento algébrico) e saberem transmiti-lo bem, visando facilitar o processo de compreensão e aprendizagem de alunos. Além disso, percebemos também alternativas diversificadas de material manipulável para promover a aprendizagem dos estudantes, como, por exemplo, a escala cuisenaire como método de ensino de álgebra nos anos Iniciais.

A utilização de jogos não ficou alheia às pesquisas. Alguns desses jogos foram utilizados nas capacitações, formações continuadas e oficinas com professores ou estudantes de pedagogia. Com relação às atividades com *softwares*, o *Geogebra* apareceu como suporte de ensino e aprendizagem de álgebra; ainda, encontramos um número expressivo de pesquisas realizando intervenções em sala de aula, visando favorecer a aprendizagem dessa.

Com relação às teorias que têm servido de suporte para as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de álgebra nos Anos Iniciais, foi elaborado o Quadro 4. Ao visualizá-lo, percebemos que as teorias utilizadas são diversas, o que nos permite entender que os pesquisadores têm se aproximado do tema “álgebra” por diferentes correntes teóricas, dirigindo a ele olhares e abordagens múltiplas que enriquecem seu estudo na área de Educação Matemática. Algumas pesquisas fizeram uso de uma mesma teoria, enquanto que outras recorreram à combinação de mais de uma.

Quadro 4: Algumas das teorias das pesquisas selecionadas para o estudo

Título das pesquisas	Teoria(s) utilizada(s)
A Introdução do raciocínio funcional no 5º Ano do Ensino Fundamental: uma proposta de intervenção (2016)	Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud
Contribuições dos jogos para ensinar álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: perspectivas histórica e atual (2017)	Teoria das Situações Didáticas (TSD), de Guy Brousseau
O pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: a percepção de regularidades e o pensamento relacional (2017)	Perspectiva Histórico-cultural, de Lev Vygotsky
Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no Ensino Fundamental (2017)	Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval.
O ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico (2018)	Teoria Social Cognitiva (TSC), de Albert Bandura, e Teoria da Autoeficácia
Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do	Conhecimento Pedagógico, Tecnológico e de Conteúdos dos professores (TPACK) ¹² –

¹²Segundo Trídico (2019, p.12) “Mishra e Koehler (2006) investigaram sobre a intersecção complexa – e necessária – dos conhecimentos pedagógicos, tecnológicos e de conteúdo dos professores, com foco no desenvolvimento profissional dos docentes, buscando estruturar uma teoria relacionada à tecnologia educacional”. Assim, propuseram o modelo Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK).

conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico (2019)	Technological Pedagogical Content Knowledge)
Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service (2019)	Teoria Social Cognitiva (TSC), de Albert Bandura no que se refere a Crenças de Autoeficácia e Teoria de Henri Wallon sobre a afetividade
As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico (2020)	Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Yves Chevallard
Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação (2020)	Teoria da Objetivação, de Luis Radford

Fonte: Autores

Ressaltamos que, no Quadro 4, foram contempladas apenas as pesquisas que fizeram uma declaração explícita sobre as teorias utilizadas na sua elaboração, ou seja, apresentaram uma robusta demarcação teórica; as faltantes tiveram como aporte teórico outras pesquisas ou uma revisão de literatura feita. Ainda que o quadro apresente só nove das quinze publicações selecionadas para a elaboração do Estado do Conhecimento, fica evidente a ampla gama de referenciais que pode auxiliar os pesquisadores numa tratativa do tema; outrossim, cada uma dessas teorias – ou combinações – possibilita se aproximar, investigar, entender e inferir aspectos distintos sobre o ensino e a aprendizagem da álgebra nos Anos Iniciais.

Considerações finais

Além das sínteses apresentadas nos quadros 3 e 4, percebemos outros pontos que merecem destaque, como o fato de algumas pesquisas terem feito menções à BNCC. Na versão atualizada deste documento normativo, a álgebra recebeu uma ênfase especial, sendo uma das cinco unidades temáticas propostas para a matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o que pode ter ampliado o interesse de alguns pesquisadores nessa temática. Destacamos, também, trabalhos que realizaram análises de livros didáticos, a fim de observar como estão sendo abordados, nesses, os conteúdos referentes à álgebra, assim como estudos comparando as propostas dos livros didáticos antes e após a homologação da BNCC. Além disso, também encontramos estudos realizando comparativos entre documentos. Todos esses casos sugerem que alguns pesquisadores têm interesse em estudar o “movimento” da álgebra nos currículos escolares e como ela tem se apresentado aos alunos nos materiais didáticos.

Outro aspecto importante que foi notabilizado é que as pesquisas sinalizam que todos

os conhecimentos e habilidades referentes à álgebra são alargados e mobilizados a partir das estratégias de ensino e aprendizagem que seus autores resolveram aplicar/investigar. Dito isso, com relação à temática “álgebra”, de um modo geral, o Estado do Conhecimento nos ajuda a perceber que, tanto na sala de aula com alunos dos Anos Iniciais quanto com professores em formação (inicial ou continuada), diversos procedimentos didáticos podem ser utilizados, visando a um ensino mais eficaz. Procedimentos didáticos, via de regra, vêm associados a concepções teóricas que auxiliam no tratamento do tema e, portanto, é indispensável que os professores e/ou pesquisadores conheçam as discussões aqui expostas para poderem escolher modos de ensinar álgebra adequados às suas realidades escolares.

Referências

ANDRADE, L. C. C. **Expressões algébricas na educação básica: a validação de atividades de ensino e aprendizagem.** 2016. 132 f. Dissertação (Mestrado) - Programa Universidade de Brasília, Brasília, 2016. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/21666>
Acesso em: 9jul. 2021.

ARAÚJO, N. S. S. **Equação do 1º grau: a compreensão da equivalência nos anos iniciais.** 2020. 116 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA, 2020. Disponível em: <http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/bdtd/201810092D.pdf>. Acesso em: 7 jul. 2021.

ARCEGO, P. **Representações semióticas mobilizadas no estudo da área do círculo no ensino fundamental.** 2017. 155 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/13530/DIS_PPGEMEF_2017_ARCEGO_%20PRISCILA.pdf. Acesso em: 5 jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 23 jul. de 2021.

FAVERO, D. C. B. P. **As mudanças geradas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em uma coleção de livros didáticos para o ciclo de alfabetização na abordagem do pensamento algébrico.** 2020. 185 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2020. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/23130/2/D%C3%A9bora%20Cristina%20Borba%20Pereira%20Favero.pdf> . Acesso em: 15jul. 2021.

FERREIRA, M. C. N. **Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico.** 2017. 147 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática-

Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017. Disponível em:
http://biblioteca.ufabc.edu.br/index.php?codigo_sophia=106022 . Acesso em: 11 jul. 2021.

GOMA, J. L. de S. **A comunicação escrita matemática envolvendo o pensamento algébrico com futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. 92 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em:
<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/22865>. Acesso em: 19 jul. 2021.

GOMES, L. P. da S. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação**. 2020. 180f. Tese (Doutorado) - Programa de pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/29327> . Acesso em: 21 jul. 2021.

LIMA, J. R. de C. **Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de duas propostas**. 2018. 80 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/21287>. Acesso em: 7 jul. 2021.

LINS, R. C.; GIMENES, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 2001.

MIRANDA, K. F. M. G. S. **Explorando tarefas com a Escala Cuisenaire nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. 135 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2019. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000231237>. Acesso em: 3 jul. 2021.

MOROSINI, M. C; FERNANDES, C. M. B. Estado do Conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções. **Educação por escrito**, Porto Alegre, v. 5, n. 2, p. 154-164, jul.-dez. 2014.

PINHEIRO, A. C. O. **Ensino de álgebra e a crença de autoeficácia docente no desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2018. 144 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós- Graduação em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, Bauru, 2018. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/154898>. Acesso em: 11 jul. 2021.

ROCHA, A. M. **Contribuições dos jogos para ensinar Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: perspectivas histórica e atual**. 2017. 116 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2017. Disponível em:
https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6013898 .Acessado em: 27 jul. 2021.

SANTANA, R. R. F. **Um estudo sobre as relações entre o desenvolvimento do pensamento algébrico, as crenças de autoeficácia, as atitudes e o conhecimento especializado de professores pre-service e in-service**. 2019. 321f. Dissertação (Mestrado) - Programa de pós-graduação Educação para a Ciência. Universidade Estadual Paulista “Júlio

De Mesquita Filho” (UNESP)-Faculdade de Ciências. Bauru, 2019. Disponível em:
<http://hdl.handle.net/11449/183663>. Acesso em: 3 ago. 2021.

SANTOS, C. C. S. **O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: a percepção de regularidade e o pensamento relacional.** 2017. 182p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade São Francisco. Itatiba: USF, 2017. Disponível em:
https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5003752. Acesso em: 9jul. 2021.

SANTOS, O. J. **Fundamentos sociológicos da educação.** Belo Horizonte: FUMEC, 2005.

TEIXEIRA, A. C. N. **A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do ensino fundamental: uma proposta de intervenção.** 2016. 149 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, Bahia, 2016. Disponível em :
https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3658377 . Acesso em: 21jul.2021.

TRÍDICO, D. H. de M. **Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico.** 2019. 129 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Educação Escolar, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, São Paulo, 2019. Disponível em:
<https://hdl.handle.net/20.500.12733/1639041>. Acesso em: ago. 2021.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 2001.

Recebido em: 25 de junho de 2022
Aprovado em: 23 de julho de 2022