

## ETNOMODELAGEM: FORMALIZANDO O CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DA ELABORAÇÃO DE (ETNO)MODELOS PARA PRODUÇÃO ARTESANAL DE CHOCOLATE

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.23.124-144>

Jonas dos Santos<sup>1</sup>  
Zulma Elizabete de Freitas Madruga<sup>2</sup>

**Resumo:** Este artigo apresenta recorte de uma dissertação que objetivou analisar o desenvolvimento de uma proposta de ensino, fundamentada na Etnomodelagem, para a construção de etnomodelos para a produção artesanal de chocolate, por meio do conceito de função. Essa proposta foi desenvolvida em uma turma com 28 estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola do sul da Bahia, Brasil. A pesquisa é qualitativa e utilizou-se a Análise de Conteúdo como método de análise dos dados. Neste artigo é apresentada a categoria emergente: formalizando conceitos e elaborando etnomodelos. Como resultado, observou-se que os conhecimentos êmicos provenientes da visita à fábrica, possibilitaram aos estudantes a criação de hipóteses e sistematização da produção de chocolate para determinada quantidade de cacau, calculando os possíveis lucros dos assentados. Por meios dos etnomodelos êmicos, os participantes conseguiram criar (etno)modelos algébricos (éticos e/ou dialógicos) para representar a produção de chocolate artesanal da fábrica. Considera-se que essa proposta auxiliou os estudantes para formalizarem o conceito de função, e uso contextualizado do objeto matemático, atrelado ao aspecto cultural, contribuiu para que os estudantes se envolvessem no processo de ensino e aprendizagem, na construção de autonomia, e superação de dificuldades de interagir com diferentes tipos de pessoas.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Etnomatemática. Etnomodelagem. Produção de Chocolate.

## ETHNOMODELLING: FORMALIZING THE CONCEPT OF FUNCTION THROUGH THE ELABORATION OF (ETHNO)MODELS FOR ARTISANAL CHOCOLATE PRODUCTION

**Abstract:** This article presents an excerpt from a dissertation that aimed to analyze the development of a teaching proposal, based on Ethnomodelling, for the construction of ethnomodels for the artisanal production of chocolate, through the concept of function. This proposal was developed in a class of 28 students from the 9th grade of elementary school at a school in southern Bahia, Brazil. The research is qualitative and Content Analysis was used as a method of data analysis. This article presents the emerging category: formalizing concepts and developing ethnomodels. As a result, it was observed that emic knowledge from the factory visit allowed students to create hypotheses and systematize the production of chocolate for a certain amount of cocoa, calculating the possible profits of the settlers. Through emic ethnomodels, the participants were able to create algebraic (ethno)models (ethical and/or dialogical) to represent the factory's artisanal chocolate production. It is considered that this proposal helped students to formalize the concept of function, and contextualized use of the mathematical object, linked to the cultural aspect, contributed to the students becoming involved in the teaching and learning process, in the construction of autonomy, and overcoming difficulties in interacting with different types of people.

**Keywords:** Mathematical Modelling. Ethnomathematics. Ethnomodelling. Chocolate production.

<sup>1</sup> Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Professor na Secretaria de Educação do Estado da Bahia. E-mail: jonasfisica@bol.com.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9546-1659>.

<sup>2</sup> Doutora em Educação em Ciências e Matemática. Professora adjunta, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Docente permanente do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (UESC). E-mail: betemadruga@ufrb.edu.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1674-0479>.

### Considerações iniciais

Esta pesquisa foi realizada em um município no sul da Bahia, Brasil, na região cacaueira. No cotidiano da sala de aula das cidades dessa região, é comum o professor ter alunos que são filhos de pequenos produtores rurais, ou que mantenham alguma relação com o espaço rural. E como “aluno está constantemente interpretando seu mundo e suas experiências” (D’AMBROSIO, 1986, p. 2), faz-se necessário que, nas aulas de Matemática, o professor procure estratégias de valorização do entorno da escola, trabalhando com elementos da região e possibilitando que os conteúdos dialoguem com a realidade desses estudantes.

Com base nesses pressupostos, foi construída uma proposta de ensino para trabalhar o conceito de função, por meio da produção artesanal de chocolate. Isso porque verificou-se, na região, várias comunidades produzindo chocolates artesanais, que são vendidos em diferentes espaços. Considerando as questões regionais, procurou-se fazer uma relação com os documentos oficiais que orientam o ensino de Matemática na Educação Básica.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a seleção e organização dos conteúdos no Ensino Fundamental devem objetivar, em sua essência, o “desempenho das funções básicas do cidadão brasileiro” (BRASIL, 1998, p. 48), com isso, pode-se compreender que os conteúdos matemáticos precisam ajudar a construir as experiências de vida do estudante, levando em consideração o seu meio social, para que consiga perceber a aplicabilidade dos conceitos matemáticos aprendidos na escola em situações do dia a dia.

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) reforça a importância do conhecimento matemático na vida de todos os estudantes da Educação Básica, devido à sua relevância para a sociedade e aplicabilidade no cotidiano das pessoas, bem como a sua contribuição para a formação e emancipação do indivíduo, contribuindo para a formação de um sujeito “crítico, ciente de suas responsabilidades sociais” (BRASIL, 2017, p.221).

De acordo com a BNCC, para que o ensino de Matemática faça sentido para o estudante, é necessário que os professores considerem suas experiências, valorizando os conhecimentos adquiridos e proporcionando situações-problema nas quais possam “fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade” (BRASIL, 2017, p. 254), motivando-os a desenvolverem outras mais complexas, que poderão não ter relação ou aplicação imediata no cotidiano desses estudantes. Para isso, tais situações deverão proporcionar ao estudante meios de “articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos” (BRASIL, 2017, p. 254).

A BNCC organiza os conteúdos em cinco unidades temáticas: Números; Álgebra;

Geometria; Grandezas e medidas; e Probabilidade e estatística. No caso desta pesquisa, o objeto matemático função está inserido na unidade temática Álgebra. Esse objeto matemático deverá ser apresentado para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental com as suas definições e representações (numérica, algébrica e gráfica).

Dessa forma, de acordo com a BNCC, Brasil (2017), o ensino de Matemática precisa desenvolver habilidades no estudante que contribuam para sua emancipação em um mundo cheio de informações, para que ele seja capaz de ler e compreender as diferentes situações que surgirão à sua volta, mas, para isso, precisa ser um cidadão crítico e reflexivo, para tomar as decisões necessárias ao longo de toda a sua vida. No entanto, para isso ocorrer, é necessário mudar a maneira como os conteúdos matemáticos são apresentados em sala de aula.

Considerando tais fatos, esta pesquisa procura apresentar contribuições para o ensino de funções nos anos finais do Ensino Fundamental, fundamentando-se na Etnomatemática, Modelagem Matemática e Etnomodelagem, para a construção de um instrumento que possa auxiliar os estudantes a aprenderem o conceito de função utilizando elementos da região na qual estão inseridos. Para isso, partiu-se do seguinte questionamento: Como os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental modelam a produção artesanal de chocolate em uma fábrica, por meio do estudo de funções? E, para responder, foi traçado o seguinte objetivo geral: Analisar o desenvolvimento de uma proposta de ensino, fundamentada na Etnomodelagem, para a construção de um etnomodelo para a produção artesanal de chocolate, por meio do conceito de função.

### **Marco teórico**

O programa Etnomatemática procura compreender como determinado grupo social utiliza os conhecimentos matemáticos construídos ao longo dos anos, e como esses conhecimentos são utilizados para solucionar os seus problemas do dia a dia (D'AMBROSIO, 2001).

A expressão Etnomatemática é a junção dos radicais *etno*, que se refere ao ambiente natural, à cultura, aos mitos, a outros elementos que tornam a cultura viva de um povo, e aos membros de grupos culturais específicos, como por exemplo, às categorias profissionais, às crianças de uma determinada faixa etária, e até mesmo à própria Matemática acadêmica; *matema* é a forma de explicar, aprender, conhecer e lidar com o conhecimento produzido em determinado grupo social; e *tica* é o modo, o estilo, a técnica de compreender esses conhecimentos (D'AMBROSIO, 2001). Logo, as “*ticas de matema*” podem ser

compreendidas como a arte ou a técnica usada para explicar e aprender os conhecimentos matemáticos de determinado grupo social - “*etno*”. Segundo D’Ambrosio (2001, p. 22),

O cotidiano está impregnado de saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios da sua própria cultura.

Os instrumentos intelectuais e materiais citados pelo autor, são elementos transmitidos ou construídos a partir das necessidades diárias de cada grupo cultural, e formam a Etnomatemática. No entanto, para D’Ambrosio (2001), essa Etnomatemática não é aprendida na escola e sim na vida diária, com pessoas do grupo, na família, no trabalho, entre outros.

Segundo Madruga e Biembengut (2016, p.32), é comum, em todas as culturas, que o conhecimento seja produzido “pela necessidade de respostas a problemas e situações distintas, subordinados a um contexto natural, social e cultural”. Dessa forma, o conhecimento matemático que emerge das práticas sociais de determinado grupo, tem como objetivo resolver situações imediatas e vão sendo aperfeiçoadas a longo dos anos, dentro daquele contexto.

Para Biembengut e Hein (2011), é nato do ser humano criar modelos para representar fenômenos naturais, sociais e culturais. Baseados nas ideias de Granger, afirmam que o “modelo é uma imagem que se forma na mente humana, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções” (GRANGER, 1969 *apud* BIEMBENGUT; HEIN, 2011, p.11).

Com isso, nota-se que a humanidade cria modelos para tentar explicar ou compreender determinada ação ou fenômeno que acontece ao seu redor, na sociedade, na natureza à sua volta, ou, ainda, modelos que surgem em sua mente, baseando-se em comparações com o cotidiano.

Dessa forma, quando o professor trabalha com a Modelagem Matemática, o estudante percebe a Matemática imersa no cotidiano e, ao mesmo tempo, aproxima-se da Matemática acadêmica. Com isso, o estudante começa a verificar que nem todo conhecimento matemático terá uma aplicação direta no dia a dia, mas terá consciência de que todo conhecimento matemático o ajudará na construção de uma visão crítica e científica da sociedade, de forma global.

O uso da Modelagem Matemática para compreender objetos matemáticos praticados

por um grupo cultural, possibilita a construção de modelos matemáticos. Quando esses modelos são oriundos desses elementos culturais, Rosa e Orey (2012, 2017) consideram como etnomodelos. Os etnomodelos são “artefatos culturais, que são instrumentos pedagógicos utilizados para facilitar o entendimento e a compreensão de sistemas retirados da realidade de grupos culturais distintos” (ROSA; OREY, 2012, p. 870). Pode-se compreender que um etnomodelo é uma forma clara e objetiva de explicitar o conhecimento matemático oriundo de um grupo cultural. Segundo os autores, os etnomodelos são representações externas fundamentadas em conhecimentos científicos que poderão ser compartilhados com outros grupos que possuem o mesmo interesse.

De acordo com Rosa e Orey (2012, p. 870), os modelos matemáticos (etnomodelos) construídos precisam, de alguma forma, ter “significado para a realidade a ser modelada”. Para isso, os autores afirmam que os pesquisadores não poderão se deixar enganar com as suas próprias ideologias, para que possam ter condições de observar o conhecimento matemático de diferentes perspectivas dentro do sistema que está sendo modelado.

A Etnomodelagem usa como apoio a Modelagem Matemática e a Etnomatemática, por meio da pesquisa, estudando as manifestações matemáticas dentro de uma realidade local, e o conhecimento matemático por um “processo de interação que influencia os aspectos locais (êmico) e global (ético) de uma determinada cultura” (ROSA; OREY, 2017, p. 18).

A abordagem êmica procura compreender o comportamento dos indivíduos de determinada cultura e os seus costumes, e compreender, ainda, como esses indivíduos mobilizam o conhecimento para realizar suas tarefas do dia a dia; e o aspecto ético procura analisar esse comportamento na busca por universalizá-lo por meio de um padrão. Segundo Rosa e Orey (2017, p. 20): “Abordagem Ética: está relacionado como o ponto de vista dos pesquisadores [...] Abordagem Êmica: está relacionado ao ponto de vista dos membros de grupos culturais distintos em relação aos seus próprios costumes e crenças”.

De acordo como os autores, as pessoas com visão ética são observadores externos de determinada cultura e “possuem um ponto de vista considerado como culturalmente universal”; mas as pessoas com visão êmica são os indivíduos que estão imersos em um grupo cultural e possuem um ponto de vista culturalmente específico (ROSA; OREY, 2017, p.20). Esses conceitos serão utilizados como instrumentos teóricos para compreender o “como” os estudantes produzem os etnomodelos.

### **Procedimentos metodológicos**

A pesquisa é de cunho qualitativo, pois em consonância com Bogdan e Biklen (2010), os dados foram produzidos no ambiente natural (sala de aula), pelo professor-pesquisador. Foram considerados não só os resultados finais (etnomodelos), mas os procedimentos e o processo durante o desenvolvimento da investigação.

A pesquisa foi realizada em uma escola municipal do sul da Bahia, Brasil, em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, com 28 estudantes<sup>3</sup> na faixa etária entre 13 e 18 anos. Do total de estudantes, 15 moram na zona urbana, oito em fazendas e cinco em associações ou povoados, sendo que 17 afirmaram que alguém de sua família trabalha ou vive da agricultura familiar. Foram realizados 10 encontros, sendo que o primeiro teve duração de três horas-aulas e nove encontros com duas horas-aulas cada (cada hora-aula corresponde a 50 minutos). Para realização das atividades, os estudantes inicialmente trabalharam de forma individual, sendo que, a partir do 9º encontro, foram organizados em grupos de até quatro pessoas.

As atividades desenvolvidas, em consonância com Santos e Madruga (2021), constam explicitadas na Figura 1, a seguir, com destaque para as tratadas neste artigo, que correspondem ao 3º, 4º e 10º encontros. Nesta pesquisa o professor-pesquisador era o professor regente da turma.

---

<sup>3</sup> Para preservar a identidade dos participantes da pesquisa, os estudantes foram nomeados de A1 a A28, seguindo ordem aleatória.



**Figura 1:** Síntese das atividades desenvolvidas nos encontros.

Encontro	Atividade	Local	Objetivos
1º	Aula de campo e visita à fábrica	Assentamento de Produtores	- Familiarizar com o tema; - Coletar informações sobre o tema para trabalhar em sala de aula.
2º	Atividade I – Análise da aula de campo e da visita à fábrica por meio de narrativas	Sala de Aula	- Analisar a aula de campo e da visita à fábrica e as atividades desenvolvidas em sala; - Organizar os dados.
3º	Atividade II – Disposição em tabelas dos dados coletados na fábrica	Sala de Aula	- Relacionar grandezas; - Observar a relação de dependência entre duas grandezas.
4º	Atividade II - Disposição em tabelas dos dados coletados na fábrica Atividade III – Organização dos dados	Sala de Aula	- Organizar as despesas da produção de chocolate; - Organizar a quantidade de chocolate produzido pela quantidade de cacau usado na fabricação.
5º e 6º	Atividade IV – Construindo do conceito de função	Sala de Aula	- Reconstruir o conceito de Função por meio das informações anteriormente organizadas; - Fomentar uma discussão para contribuição coletiva para a construção do conceito de Função.
7º	Atividade IV - Construindo do conceito de função	Sala de Aula	- Consolidar o conceito de Função; - Fomentar discussões coletivas.
8º	Atividade V – Formalização do conceito de função	Sala de Aula	- Resolver problemas envolvendo o conceito de Função; - Aplicar os conceitos de Função.
9º	Construção de bancos de dados	Sala de Aula	- Organizar de informações.
10º	Atividade VI – Construção dos etnomodelos	Sala de Aula	- Construir os modelos (etnomodelos); - Avaliar as atividades desenvolvidas.

Fonte: Adaptado de Santos e Madruga (2021, p. 5-6).

Os dados foram produzidos por meio de áudio gravações, diário de campo, atividades realizadas durante a proposta de ensino e questionários semiestruturados. As atividades desenvolvidas foram organizadas em três etapas: a) visita com os estudantes a um assentamento de trabalhadores rurais sem-terra, para se obter informações sobre a produção de chocolate por meio de entrevistas com os produtores; b) execução de uma proposta de ensino para a construção do conceito de função; c) elaboração de etnomodelos pelos estudantes para representar a produção de chocolate.

Depois de coletadas, as informações passaram por vários processos até emergirem os resultados: a) pré-análise (processo de codificação do material); b) exploração do material (transformação das informações em unidades); c) categorização (tratamento das informações); d) análise dos dados (descrição e interpretação das categorias).

Procurou-se dar significados aos argumentos proferidos pelos estudantes usando os pressupostos da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2016). Para isso, foram feitas várias operações, como: unitarização, comparação, diferenciação, semelhança e reagrupamento, unidades de registro. Essas foram agrupadas em 18 temas iniciais, reagrupados em 10 eixos

temáticos, e sintetizados em quatro categorias de análise, que emergiram das informações: conectando duas realidades; formalizando conceitos e elaborando etnomodelos; aplicando conceitos; e para além do conceito de função. Neste recorte, será explicitada apenas a categoria *Formalizando conceitos e elaborando etnomodelos*.

### **Discussão dos resultados: *Formalizando conceitos e elaborando etnomodelos***

Nessa categoria, o objetivo foi compreender como os participantes elaboraram os modelos para representar a produção de chocolate usando conceitos de função, que foram sendo construídos durante o desenvolvimento das atividades II e dos etnomodelos construídos na atividade VI.

A atividade II objetivou a organização dos dados sobre a produção de cacau e chocolate, coletados na aula de campo. Nessa atividade, os estudantes organizaram as informações sobre a quantidade de cacau a ser colhida por área e o valor arrecadado com a venda do produto, por área de cultivo. A intenção era de que os estudantes fossem percebendo as relações existentes entre a área de cultivo e a quantidade de cacau produzido, assim como a relação entre a área cultivada e o lucro, ou seja, verificar que há uma relação de dependência entre esses elementos e que o tamanho da área influencia na quantidade de cacau produzido e no lucro do proprietário.

Ao concluir a atividade, os estudantes foram convidados a argumentar sobre a produção de chocolate, posicionando-se sobre a viabilidade ou não da fabricação do produto (formulação de hipóteses). As hipóteses apresentadas foram todas relacionadas com lucros ou prejuízos derivados da produção de chocolate. A seguir são apresentadas três hipóteses sugeridas pelos participantes.

*A1: Produzir chocolate é mais lucrativo, pois com trinta quilos de cacau uma pessoa poderá lucrar até R\$ 3mil.*

*A9: Para ter lucro, tem que vender o chocolate todo, se não vai ter prejuízo.*

*A25: Vender o chocolate é mais vantajoso, mas ao vender o cacau o produtor não irá ter despesas.*

Apesar de ser simples, o processo de elaboração das hipóteses levou os estudantes a refletirem sobre a viabilidade de produzir o chocolate e as condições em que é possível obter lucro com a fabricação desse chocolate. O participante A25 afirma que produzir chocolate é vantajoso, mas, na sua compreensão, se optar pela venda do cacau, o produtor não terá despesas extras. Aqui, foi se iniciando uma reflexão sobre o tema. Os estudantes foram



instigados a formular hipóteses, para que eles não a “vejam como um conjunto de regras sem sentido” (BIEMBENGUT, 2016, p. 197).

Após a formulação das hipóteses, foi feita uma busca por informações no comércio local sobre o preço do cacau. Foram encontrados três valores que os comerciantes estavam pagando pela arroba do cacau.

*A5: Professor, no armazém do Pedro a arroba é R\$ 120,00.*

*A7: E no Marcos é R\$ 110,00.*

*A9: O José está comprando por R\$ 116,00.*

A ‘pesquisa’ sobre o preço do cacau no comércio local foi uma forma de aguçar o interesse e a curiosidade dos estudantes para o tema, conectando-o com “valores reais” e direcioná-los para resolver o que era solicitado na atividade. A partir daí o professor-pesquisador questionou:

*PP: Observando esses valores, em qual loja o produtor deverá vender a produção? E por quê?*

*A11: Na de Pedro, lá, o valor é maior.*

*PP: Será que tem gente que irá preferir vender, no armazém de Marcos? Serão quais as razões para uma pessoa vender nesse armazém?*

*A6: Se a pessoa não pesquisar, vai vender barato.*

*A9: Professor, eles são espertos.*

*PP: Como assim A9?*

*A9: Eles emprestam dinheiro para os meeiros<sup>4</sup>, e quando os meeiros vão vender o cacau, eles compram a um preço mais baixo.*

*A13: Verdade, pois meu tio pega dinheiro com eles.*

Nessas unidades de registro, ficou evidente que alguns estudantes tinham conhecimento da realidade local sobre a compra e venda do cacau. As unidades de registro evidenciam que esses participantes estão dentro de um contexto social no qual têm acesso a situações próprias do cultivo de cacau, ao se referirem à relação entre compradores e meeiros.

Os diálogos com o professor-pesquisador contribuíram para que os estudantes relembassem a conversão das unidades de medidas de massa, ou seja, como converte gramas para quilogramas e vice e versa.

*A1: Professor, na tabela tem que usar o quilo?*

---

<sup>4</sup>Agricultor que aceita trabalhar em terras que pertencem a outra pessoa, cuidando do plantio, da colheita, ou seja, fazendo todo o serviço sobre sua responsabilidade, e repassa ao proprietário da terra metade da produção ou a quantidade que ambos combinaram previamente. Disponível em <https://www.dicio.com.br/meeiro/>. Acessado em 24 de abril de 2020.

PP: Isso. Na palestra<sup>5</sup>, foi dito que, em um hectare, são produzidas quantas arrobas de cacau?

A9: 90, professor.

A1: É noventa arroba e está pedindo quilo.

PP: Quantos quilogramas de cacau tem uma arroba?

A1: 15.

A2: Então, é só multiplicar por 15.

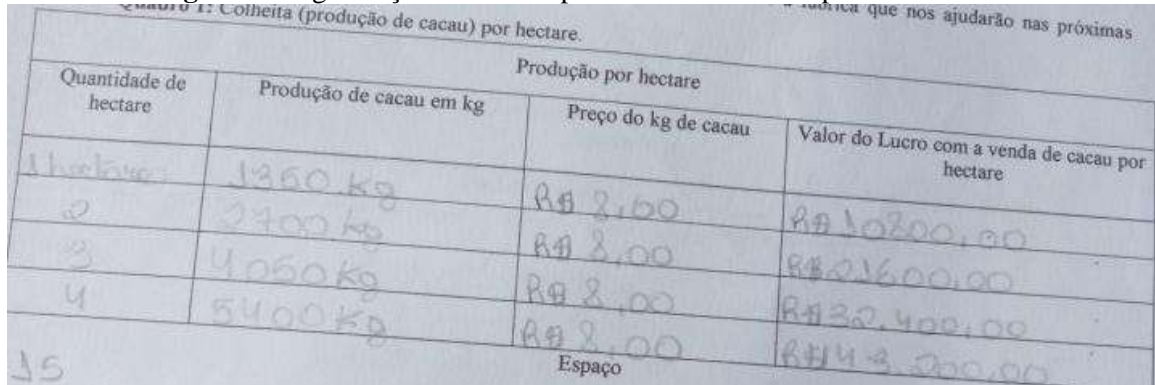
A17: Professor, já calculei a quantidade de cacau e o lucro da venda do cacau. Para dois hectares vou multiplicar por dois, né?

PP: Isso mesmo.

A9: Então, para as outros hectares, é só multiplicar por 3 e por 4.

A Figura 2 mostra a organização de A11 sobre a produção de cacau por hectare e a relação entre o lucro do produtor por área.

**Figura 2:** Organização dos dados por hectare elaborado pelo aluno A11.



Produção por hectare

Quantidade de hectare	Produção de cacau em kg	Preço do kg de cacau	Valor do Lucro com a venda de cacau por hectare
1 hectare	1350 kg	R\$ 2,00	R\$ 2700,00
2	2700 kg	R\$ 2,00	R\$ 5400,00
3	4050 kg	R\$ 2,00	R\$ 8100,00
4	5400 kg	R\$ 2,00	R\$ 10800,00
5			R\$ 13500,00

Espaço

Fonte: Os autores.

Nas unidades de registros: “para dois hectares vou multiplicar por dois” (A17) e “os outros hectares é só multiplicar por 3 e por 4” (A9), constatou-se que começaram a surgir, nas falas dos estudantes, as primeiras noções de relação. Mesmo que noções simplórias, essas ideias são essenciais para a compreensão da relação entre duas grandezas. Nelas estão subentendidas as relações hectare (área)/quantidade de cacau e hectare/lucro; a multiplicação é citada como a operação que possibilita os vínculos entre esses dados. A quantidade de cacau produzida em um hectare e o lucro para essa área, são os elementos multiplicados pelos valores que estão variando, que é o tamanho da área, ou seja, duas vezes 1.350; três vezes 1.350; quatro vezes 1.350. Nas afirmações dos estudantes, é possível observar as ideias implícitas do termo dependente e da variável da função afim.

Na sequência da atividade, os estudantes organizaram os dados sobre a produção de chocolate. A ideia principal era organizar esses dados por ingredientes, e considerando os

<sup>5</sup> A palestra a que o Professor-pesquisador se refere, foi proferida pelos funcionários da fábrica no 1º encontro: aula de campo e visita à fábrica de chocolates.

valores para cada, em um quadro. No entanto, os funcionários não tinham essas informações sistematizadas. Então, o professor-pesquisador, em diálogo com os estudantes, sugeriu outra estratégia para preenchê-los.

*PP: Vocês têm ideia de como começar a preencher o quadro?*

*A17: Professor, não tem como fazer, porque eles não têm a quantidade certa de cada chocolate.*

*PP: Mas eles nos deram informações e elas nos ajudarão nessa tarefa.*

*A9: Já sei, o valor aproximado.*

*PP: Poderia ser, é uma boa opção, mas tem duas informações que nos ajudarão a encontrar um valor mais próximo da real produção.*

*A12: Quais?*

*PP: Quantos quilogramas de cacau eles processam de uma vez?*

*A1: Trinta.*

*PP: Essa é uma das informações, a outra está nos tipos de chocolate produzidos. Quem lembra os tipos de chocolates?*

*A12: 56% e 70%.*

*A9: Com 30 e 90 gramas.*

*PP: - Quais dessas informações, nós poderemos usar?*

*A17: Eu acredito que é 30 e 90.*

*A9: É só dividir trinta quilos por 30g e 90g.*

Esse momento foi bastante produtivo, pois proporcionou dúvidas, questionamentos, e a defesa de posicionamentos por parte dos participantes. A1 lembrou que 30kg correspondia a 30.000g. O professor-pesquisador os induziu a questionar suas afirmações, pois uma parte da turma acreditava que era só a quantidade de cacau processado pela quantidade de chocolate de cada unidade (30g ou 90g); a outra parcela ficou receosa em proferir um ponto de vista.

*PP: O Chocolate 56% é feito só de cacau?*

*A3: Não.*

*PP: Uma unidade de chocolate de 56% com 30g significa que dos 30g, os 56% são de cacau e os restantes são dos outros ingredientes, considerando as porcentagens de cada um.*

Primeiramente, os participantes encontraram a quantidade de cacau em cada tipo de chocolate; esses valores foram: 63g; 21g; 16,8g; e 50,4g, respectivamente, para os tipos A, B, C e D. A partir desses valores, eles encontraram a quantidade de unidades de chocolate que é possível produzir, com 30 kg de cacau. Calcularam também os valores que o produtor poderia arrecadar com a venda de chocolate e o possível lucro para cada tipo de chocolate. Esses dados compõem a Figura 3.



**Figura 3:** Organização sobre o lucro da produção de chocolate do aluno A9.

Valor em Reais das despesas para a produção de chocolate						
Tipo de chocolate	Ingrediente/ Quantidade	Valor do ingrediente	Quantidade de chocolate produzido	Valor de venda da unidade do chocolate	Possível lucro	Esquema para cálculo das despesas Para a produção do chocolate
701-30g	CACAU		477	R\$ 15,00	6155	$70 \times 30 = 2100$ $2100 - 1000 = 1100$ $1100 \times 6 = 6600$ $6600 - 1000 = 5600$
701-30g			3408	5,00	7140	$30000 - 14000 = 16000$ $16000 - 1000 = 15000$ $15000 \times 5 = 75000$ $75000 - 10000 = 65000$
561-30g			1725	5,00	7925	$30000 - 14000 = 16000$ $16000 - 1000 = 15000$ $15000 \times 5 = 75000$ $75000 - 10000 = 65000$
561-30g			595	15,00	7925	$30000 - 14000 = 16000$ $16000 - 1000 = 15000$ $15000 \times 5 = 75000$ $75000 - 10000 = 65000$
Outras despesas						

Fonte: Os autores.

A partir dessas informações, A9 concluiu que, com 30kg de cacau, é possível produzir 477 unidades de chocolates A; cada unidade é vendida, pelos assentados, por R\$ 15,00; na hipótese de o produtor vender todas as unidades de chocolate, obteria um lucro de R\$ 6.155,00. O valor de R\$ 6.155,00 é o resultado do valor bruto (R\$ 7.155,00) adquirido com as vendas, subtraindo a quantia de R\$ 1.000,00, referente às despesas de produção. Para os chocolates B, C e D, o lucro seria, respectivamente, de R\$ 7.140,00; R\$ 7.925,00 e R\$ 7.925,00. Para o chocolate B, o valor do lucro deveria ser R\$ 6.140,00 e não R\$ 7.140,00; isso porque o estudante não amortizou as despesas da produção.

No caso, o estudante incluiu nas despesas o valor do cacau, considerando o raciocínio dos funcionários da fábrica. Caso esse valor fosse desconsiderado, uma vez que o assentado não pagará pelo produto, as despesas giravam em torno dos R\$ 760,00. Logo, haveria o acréscimo de R\$ 240,00 nos lucros supracitados; alguns estudantes tiveram esse raciocínio. A hipótese para considerar o cacau com parte das despesas, está nas ideias levantadas pelos estudantes, ou seja, caso o produto não seja vendido, o assentado acumula o prejuízo investido para a produção de chocolate, mais o prejuízo do cacau investido.

Durante a resolução dessa atividade, os estudantes apresentaram muitas dificuldades, geradas principalmente pelos cálculos com porcentagem. Mas o diálogo constante entre professor/estudantes e estudantes/estudantes foi elemento indispensável para que todos os 28 participantes a resolvessem. Esse vínculo possibilitou que os participantes mantivessem o foco e o interesse.

Após concluir a atividade II, o professor-pesquisador fomentou uma discussão sobre o que fazer com os resultados, investigando se os participantes viam alguma utilidade naqueles dados. Nesses diálogos, surgiu a primeira ideia de modelo.

*PP: Vocês calcularam o lucro para a produção de chocolate. O que podemos fazer com esse resultado? Vocês têm alguma ideia?*

*A1: Poderíamos mostrar para eles.*

*PP: Eles quem?*

*A1: Os funcionários.*

*A19: Para eles verem que poderão lucrar muito mais.*

*PP: De que forma poderíamos mostrar esses resultados na fábrica?*

*A8: Poderia ser os cálculos.*

*PP: Teriam alguma forma de mostrarmos esses cálculos?*

*A14: Essa tabela que nós preenchemos, com esses valores.*

*A9: Poderia ser um cartaz.*

*A14: Em uma cartolina ou papel madeira bem grande.*

Nesses diálogos aparecem as primeiras ideias de instrumentos, sugeridos pelos estudantes para expor os resultados na fábrica. A ideia de cartaz sugere ser o tipo de instrumento conhecido por eles para expor informações. O professor-pesquisador salientou que, posteriormente, os estudantes iriam confeccionar esse material.

Observou-se que as primeiras noções de etnomodelo surgiram no momento em que os estudantes sistematizaram as informações trazidas da visita em campo, e posteriormente, na tentativa de encontrar uma maneira para apresentar os resultados que refletissem a produção de chocolate. Para isso, o cartaz foi o instrumento eleito pelos estudantes como o mais adequado para conter as informações.

O professor-pesquisador, no intuito de manter a ideia inicial dos estudantes, sugeriu a confecção de um cartaz com dados sobre a fabricação de chocolate, que foi concretizado de fato no 9º encontro. O professor-pesquisador sugeriu que os estudantes formassem dois grupos para a confecção do cartaz, que recebeu no nome de banco de dados, sugerido pelo professor-pesquisador. A Figura 4 apresenta um dos resultados desses etnomodelos.



**Figura 4:** Etnomodelo construído pelo grupo 2.

Quantidade de unidades	Quantidade de unidades	Quantidade de unidades	Quantidade de unidades	Quantidade de unidades	Quantidade de unidades
1786	19 unidades	R\$ 55,00	R\$ 25,34	R\$ 28	
8930	99 unidades	R\$ 55,00	R\$ 16,50	R\$ 36	
17860	198 unidades	R\$ 55,00	R\$ 23,40	R\$ 27	
55720	396 unidades	R\$ 55,00	R\$ 50,10	R\$ 54,20	
53580	595 unidades	R\$ 55,00	R\$ 26,90	R\$ 44	

Fonte: Os autores.

Analisando as unidades de registro, foi observado que dos 28 etnomodelos apresentados, 17 foram expressos usando o algoritmo da função afim e 11 expressos em quadro. Durante a construção, os estudantes ficaram livres para escolher o tipo de modelo para representação. Alguns apresentaram dificuldades em decidir sobre o modelo, e o professor-pesquisador os orientou de um modo geral, fazendo questionamentos que os auxiliassem, sem interferir na produção dos estudantes. Eles deveriam escolher um dos tipos de chocolate e construir o etnomodelo. No primeiro etnomodelo construído pelos participantes, eles organizam as possíveis quantidades de chocolate que poderia ser produzido com 30 kg de cacau, conforme mostra a Figura 5.

**Figura 5:** Quantidade de chocolate que poderia ser produzido com 30 kg de cacau (A9).

Valor em Reais das despesas para a produção de chocolate						
Tipo de chocolate	Ingrediente/ Quantidade	Valor do ingrediente	Quantidade de chocolate produzido	Valor de venda da unidade do chocolate	Possível lucro	Espaço para cálculo das despesas Para a produção do chocolate
701-808	CACAU 30kg		477	R\$ 15,00	6155	$70 \cdot 30 = 2100$ $2100 - 630 = 1470$ $1470 - 1000 = 470$
701-808			1408	5,00	7040	$30000 - 14080 = 15920$ $15920 - 1000 = 14920$
561-308			1785	3,00	5355	$308 - 16,80 = 291,20$ $291,20 \cdot 18 = 5241,60$
561-909			595	15,00	8925	$408 - 604 = -196$ $30000 - 11725 = 18275$ $18275 - 1000 = 17275$

Fonte: Os autores.



Nos etnomodelos cujas informações foram apresentadas em quadros, os estudantes apresentaram informações como lucro, despesas, quantidades de cacau e quantidades de chocolates. A Figura 6 apresenta o etnomodelo do participante A22.

**Figura 6:** Etnomodelo construído pelo estudante A22.

Quantidade de cacau	Quantidade de chocolate	Despesa	Lucro
1 kg	16	R\$ 25,33	214,67
5 kg	80	R\$ 126,65	1078,35
10 kg	160	R\$ 253,30	2146,7
15 kg	240	R\$ 379,95	3200,05
20 kg	320	R\$ 506,6	4293,4
25 kg	400	R\$ 633,25	5386,75
30 kg	480	R\$ 760	6480,00

Fonte: Os autores.

No etnomodelo do participante A22, observou-se que com 1kg de cacau é possível fabricar 16 unidades de 90g de chocolate, com 56% de cacau. Para produzir essa quantidade de chocolate, a fábrica teria uma despesa de R\$ 25,33, com um lucro de R\$ 214,67; oito participantes fizeram esse etnomodelo.

Nos etnomodelos algébricos, foram encontrados quatro tipos de expressões para calcular o lucro, em função da quantidade de chocolate. Dois tipos para o chocolate C e um tipo para os chocolates A e B. A seguir, nas Figuras 7, 8, 9 e 10, são apresentadas as expressões usadas pelos participantes para representar o lucro para a quantidade de chocolate produzido com 30kg de cacau.

**Figura 7:** Etnomodelo construído pelo estudante A9.

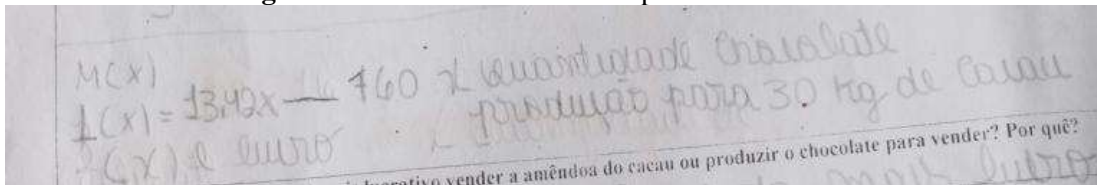
X número de chocolate  
 Despesa 3000  
 Chocolate 56% com 30g  
 a = 4,43 mais ou menos o lucro  

$$e(x) = 4,43 \cdot x - 3000$$

Fonte: Os autores.

Para construir seu etnomodelo, o participante considerou o valor das despesas informadas pela fábrica como o termo independente (R\$ 1.000,00) da função e o valor de R\$ 4,43 como o valor do termo dependente e a quantidade de chocolate vendido como a variável  $x$ . O valor do termo dependente representa o lucro por unidade do chocolate  $C$  vendido. Logo, o etnomodelo apresentado pelo participante foi  $e(x) = 4,43x - 1.000$ . Nove participantes apresentaram esse etnomodelo para modelar a produção, diferenciando apenas a letra para representá-lo.

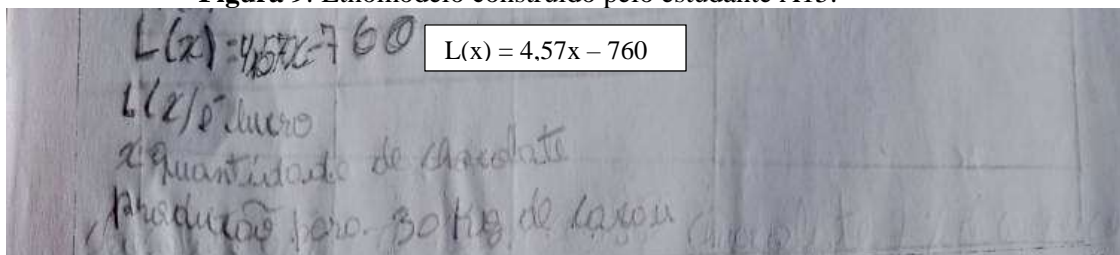
**Figura 8:** Etnomodelo construído pelo estudante A18.



Fonte: Os autores.

O estudante A18 apresentou um etnomodelo para o lucro que poderia ser obtido com a fabricação do chocolate A. Neste caso, o participante considerou o valor das despesas como R\$ 760 (termo dependente), mas não incluiu o cacau nas despesas, uma vez que os assentados não pagam pelo produto, e o valor de R\$ 13,42 como o lucro por unidade vendida do produto. Logo, o estudante A18 apresentou o etnomodelo  $f(x) = 13,42x - 760$  para modelar o lucro para o processamento de 30kg de cacau. Esse etnomodelo foi apresentado por seis participantes.

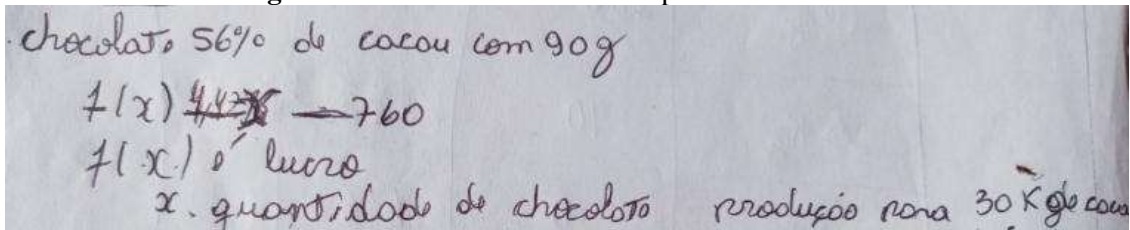
**Figura 9:** Etnomodelo construído pelo estudante A15.



Fonte: Os autores.

A15 escolheu o etnomodelo  $L(x) = 4,57x - 760$  para representar o possível lucro que poderia ser obtido com a fabricação e venda do chocolate C. Nesse caso, o participante considerou o valor das despesas como sendo R\$ 760,00 (termo dependente), mas não incluiu o cacau nas despesas, uma vez que os assentados não pagam pelo produto; e o valor de R\$ 4,57 como lucro por unidade vendida do produto.

**Figura 10:** Etnomodelo construído pelo estudante A10.



chocolate 56% de cacau com 90g  
 $f(x) 4,47x - 760$   
 $f(x)$  o lucro  
 $x$ . quantidade de chocolate produção para 30 Kg de cacau

Fonte: Os autores.

O estudante A10 apresentou o etnomodelo  $f(x) = 4,47x - 760$  para representar o possível lucro que poderá ser obtido com a fabricação e venda do chocolate B. Nesse caso, o participante considerou o valor das despesas como R\$ 760,00 (termo dependente), mas não incluiu o cacau nas despesas; e considerou o valor de R\$ 4,47 como lucro por unidade vendida do produto.

Outra ideia de etnomodelos surgiu durante a entrevista que os estudantes fizeram com os funcionários da fábrica, realizada na Atividade I<sup>6</sup>. Esses etnomodelos representam a forma como os funcionários fazem deduções sobre a produção de chocolate, as despesas e os possíveis lucros gerados na fabricação de chocolates (etnomodelos êmicos).

*Ele irá investir mais uns R\$ 700,00 a R\$ 750,00 que com o cacau será mil [...] terá de retorno de dois a três mil reais com o chocolate já pronto e embalado. (Etnomodelo de F3 para as despesas e dedução do possível lucro na fabricação de chocolate).*

*O chocolate com 90g devemos produzir de 250 a 350 unidades e o de 30g de 800 a 1000 unidades. (Etnomodelo de F3 para as possíveis quantidades de chocolates produzidos com 30 kg de cacau).*

Nos etnomodelos apresentados os participantes sistematizaram a produção de chocolate para 30 Kg de cacau, calculando a quantidade que poderia ser possível de ser produzido, e seus possíveis lucros e despesas, sendo que dessa forma, esses etnomodelos poderiam contribuir para os funcionários melhorem a gestão da produção de chocolate na fábrica. Isso porque na época da visita na unidade de produção, foi dito pelos funcionários que esses modelos não existiam, e esses valores não haviam sido sistematizados. Nesse sentido, os modelos algébricos poderiam ajudar os assentados a terem uma visão mais rápida do lucro (ou prejuízo), a partir da quantidade de chocolate vendida. Nesse caso, os estudantes puderam refletir sobre o conhecimento dos funcionários da fábrica (conhecimento êmico) e confrontá-los com os conhecimentos já interiorizados por eles (conhecimento ético).

<sup>6</sup> Embora este texto não trate sobre a Atividade I, considerou-se importante essa referência acerca dos etnomodelos.

No processo de construção dos etnomodelos, os estudantes desenvolveram dialeto; como por exemplos “*eles vão aumentando juntos*” (A9), “*número de cacau se liga a uma quantidade de chocolate*” (A6) e “*se aumentar a quantidade de cacau, aumenta o número de chocolate*” (A9) para explicar o conteúdo matemático que estavam observando. Essas expressões são maneiras de o estudante tentar explicar em linguagem natural aquilo que ainda não foi formalizado (BIEMBENGUT, 2016). Segundo Biembengut (2016), na medida em que os estudantes vão expressando os dados, as noções dos conceitos começam a emergir como padrões, relações, entre outros.

Após a expressão dos dados, o professor-pesquisador formulou o conceito de função e algumas definições que permeiam esse objeto matemático. Segundo Biembengut (2016, p. 199) a “apresentação do conteúdo da disciplina” ou objeto matemático deve ser um momento no qual o professor-pesquisador não poderá se afastar muito da temática que foi trabalhada; caso isso ocorra, poderá levar os estudantes a perderem o interesse pelo conteúdo a ser formalizado. Isso foi verificado durante a formalização do conceito de função, definição de função e outras definições trabalhadas. A consolidação do conteúdo ocorreu a partir das informações trabalhadas com os estudantes, e isso possibilitou diálogos constantes, durante esse processo, em que os estudantes participaram sugerindo, questionando e tirando dúvidas sobre o que era exposto pelo professor-pesquisador.

Cabe destacar que os etnomodelos tiveram um importante papel na formalização do conceito de funções pelos estudantes envolvidos, pois auxiliaram para uma melhor visualização e compreensão das relações funcionais enquanto elaboravam os etnomodelos.

De acordo com sua natureza, os etnomodelos construídos pelos estudantes foram dos tipos ético e dialógico, para construir esse etnomodelos os estudantes se fundamentaram nos modelos ênicos propostos pelos funcionários da fábrica. Segundo Rosa e Orey (2017, p. 46-53), “etnomodelos ênicos estão baseados nas características que são importantes para o sistema retirados do cotidiano daqueles que estão sendo modelados”, éticos são elaborados a partir das interpretações que o observador “externo aos sistemas retirado do cotidiano que está sendo modelado” e no etnomodelo dialógico observa que “a compreensão da complexidade dos fenômenos matemáticos somente é verificado no contexto do grupo cultural no qual esses fenômenos foram desenvolvidos” (ROSA; OREY, 2017, p. 62).

Na pesquisa, pode-se inferir que os etnomodelos usados pelos funcionários da fábrica correspondem a etnomodelos ênicos uma vez que, representa a maneira que eles olham para a produção de chocolate fazendo deduções da quantidade de chocolate produzido e dos possíveis lucros. Esses etnomodelos serviram como base para os estudantes modelassem a

produção de chocolate da fábrica.

A pesquisa apontou que, durante a elaboração dos etnomodelos, em alguns casos, os estudantes consideraram apenas os valores das despesas “reais”, ou seja, aquelas que os assentados precisam pagar. O valor do ingrediente cacau, portanto, foi desconsiderado pelos estudantes, uma vez que eles não concordaram com os funcionários da fábrica, em considerá-los como parte das despesas. Os etnomodelos foram, assim, formulados a partir da perspectiva dos estudantes.

Nos modelos dialógicos, os estudantes observaram os argumentos oferecidos pelos funcionários da fábrica, considerando todas as despesas no valor de R\$ 1.000,00, pois concluíram que se o assentado não vender os chocolates fabricados, ficará no prejuízo, uma vez que, se tivesse vendido as amêndoas, teria o lucro de R\$ 240,00. Os etnomodelos dialógicos apresentados pelos participantes foram feitos do tipo analógico de representação algébrica.

Analisando as unidades de registros, observou-se que, durante a construção dos etnomodelos, foram considerados três aspectos. O primeiro é que os estudantes usaram os elementos trabalhados na construção do conceito de função, para elaborar seus etnomodelos. Talvez por influência da dinâmica adotada em todas as etapas para a construção do conceito, foi possível perceber que 17 participantes os fizeram por representações algébricas, ou seja, usando a expressão da função afim para construir seus modelos; a segunda é que os estudantes construíram seus etnomodelos tendo que confrontar as informações dos funcionários da fábrica com o seu nível de compreensão da realidade; nesse caso, obtiveram modelos éticos e dialógicos; e o terceiro corresponde à complexidade dos etnomodelos para representar os lucros sobre a fabricação de chocolate, observou-se que todos procuraram representar tal lucro, e que alguns deles são ideais para esse fim.

### **Considerações finais**

A pesquisa teve como objetivo analisar o desenvolvimento de uma proposta de ensino fundamentada na Etnomodelagem, para a construção de um etnomodelo para a produção artesanal de chocolate, por meio do conceito de função. A pesquisa conseguiu atingir esse objetivo na medida em que, durante o desenvolvimento da proposta de ensino, os estudantes conseguiram construir etnomodelos para representar a produção de chocolate por meio dos elementos trabalhados para a construção do conceito de função, com quadros e algoritmos da função afim.

As unidades de registros revelaram que a aula de campo contribuiu para aproximar os estudantes das discussões em sala de aula, uma vez que vivenciaram as etapas de produção dos dados, tornando o ensino de Matemática mais “agradável”, na compreensão dos estudantes. Durante a visita ao assentamento, os estudantes puderam verificar como os assentados gerenciavam a produção de chocolate na fábrica, por meio desse conhecimento, os estudantes puderam criar hipóteses e construir etnomodelos, para isso eles usam as abordagensêmica ou ética, possibilitando uma visão crítica da situação que estavam modelando.

Os estudantes construíram etnomodelos analógicos, do tipo algébricos, para representar a produção de chocolate a partir dos dados fornecidos pelos funcionários da fábrica, e das informações encontradas nas embalagens dos chocolates produzidos naquela localidade. A natureza dos etnomodelos foi ética e dialógica.

Para nortear esta pesquisa, foi feito o seguinte questionamento: Como os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental modelam a produção artesanal de chocolate em uma fábrica, por meio do estudo de Funções? Os registros mostraram que os estudantes modelaram a produção de chocolate usando tanto a abordagem dialógica, em que as informações dos assentados foram consideradas durante a construção de etnomodelos; quanto a abordagem ética, com os estudantes modelando a produção do ponto de vista deles. Neste caso, os etnomodelos elaborados pelos estudantes foram dialógicos, de representação algébrica (SANTOS; MADRUGA, 2021). Foi possível observar que os modelos conseguiram representar os possíveis lucros que os assentados poderiam obter com a venda de chocolate. Logo, observou-se, nos etnomodelos, que eles poderiam contribuir com os funcionários da fábrica, uma vez que os estudantes sistematizaram a produção e comercialização do chocolate produzido pelos assentados.

## Referências

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. 70.ed. São Paulo: Almedina Brasil, 2016.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 2010.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática na educação e na ciência**. São Paulo: Editora da Física, 2016.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo:



Contexto, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. 3. versão. Brasília: MEC, 2017.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre a Educação e Matemática. São Paulo: Summus Editorial, 1986.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: o elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

MADRUGA, Z. E. F.; BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem & Aleg(o)rias**: um enredo entre cultura e educação. 1. ed. Curitiba: Appris, 2016.

ROSA, M.; OREY, D. C. O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagensêmica, ética e dialética. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 38, n. 04, p. 865-879, out./dez, 2012.

ROSA, M.; OREY, D. C. **Etnomodelagem**: arte de traduzir prática matemática locais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

SANTOS, J.; MADRUGA, Z. Etnomodelagem e produção artesanal de chocolate: uma investigação no 9º ano do Ensino Fundamental. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 1, p. 1-20, 18 mar. 2021.

**Recebido em: 01 de setembro de 2021**  
**Aprovado em: 29 de setembro de 2021**