

UMA INVESTIGAÇÃO ACERCA DA TOMADA DE CONSCIÊNCIA DE ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL NO DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.23.72-97>

Maykon Jhonatan Schrenk¹
Rodolfo Eduardo Vertuan²

Resumo: Nesta pesquisa, de abordagem qualitativa, investigamos a manifestação da tomada de consciência de estudantes de quintos e sextos anos do Ensino Fundamental enquanto desenvolvem atividades de Modelagem Matemática. Associada a um processo consciente de tomada de decisão, neste artigo a tomada de consciência é considerada em uma perspectiva metacognitiva. Já a Modelagem Matemática é considerada no âmbito da Educação Matemática. A questão que norteia a pesquisa é: *O que manifestam estudantes de quintos e sextos anos do Ensino Fundamental em relação à tomada de consciência sobre suas ideias e seus encaminhamentos de resolução ao investigar uma situação por meio da Modelagem Matemática?* Os registros escritos, os áudios e os vídeos das conversas dos estudantes enquanto desenvolviam a atividade, constituem os dados da pesquisa. O estudo aponta que a tomada de consciência, no contexto das atividades de Modelagem, é manifestada pelos estudantes: diante da necessidade de revisitar e monitorar seus próprios processos cognitivos; devido às atividades de mediação realizadas por outro (docente, estudante e/ou atividade); e devido às relações que estabelecem com conhecimentos e experiências já vivenciados por eles. Aponta, ainda, que em uma atividade de Modelagem Matemática, quando o estudante toma consciência sobre seus modos de aprender, acaba por potencializar sua aprendizagem, as relações que estabelece entre conceitos, seus modos de pensar e agir, bem como a superação de dificuldades.

Palavras-chave: Ensino Fundamental. Educação Matemática. Metacognição.

AN INVESTIGATION ON THE TAKE OF AWARENESS OF ELEMENTARY STUDENTS IN THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES

Abstract: In this research, with a qualitative approach, we investigate the take of awareness of fifth and sixth grade students in elementary school while developing Mathematical Modeling activities. Associated with a conscious decision-making process, in this article, take of awareness is considered from a metacognitive perspective. Mathematical Modeling is considered within the scope of Mathematics Education. The question that guides the research is: *What do fifth and sixth grade students of Elementary School manifest in relation to take of awareness of their ideas and their resolution steps when investigating a situation through Mathematical Modeling?* Written records, audios and videos of the students' conversations while developing the activity constitute the research data. The study points out that take of awareness, in the context of Modeling activities, is manifested by students: given the need to revisit and monitor their own cognitive processes; due to mediation activities performed by another (teacher, student and/or activity); and due to the relationships it establishes with knowledge and experiences already lived by them. It also points out that in a Mathematical Modeling activity, when the student becomes aware of their ways of learning, they end

¹ Mestre em Educação em Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste – Cascavel/PR). Professor dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Colégio Estadual Pedro Álvares Cabral (EMPÁC – Santa Helena/PR). E-mail: maykon_schrenk@hotmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1448-6596>.

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL – Londrina/PR). Professor do Magistério Superior da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR – Toledo/PR). E-mail: rodolfovertuan@utfpr.edu.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0695-3086>.

up enhancing their learning, the relationships they establish between concepts, their ways of thinking and acting, as well as overcoming difficulties.

Keywords: Elementary School. Mathematics Education. Metacognition.

Introdução

Dentre os diferentes aspectos que constituem os processos de aprender e de ensinar matemática, no contexto de práticas de Modelagem Matemática e na perspectiva da Educação Matemática, interessamo-nos, de modo particular, por aqueles relacionados à reflexão e reconhecimento pelo próprio estudante, das ideias que ele mesmo mobiliza, das resoluções que ele mesmo empreende, das dificuldades e habilidades que ele mesmo apresenta, ou mesmo das aprendizagens que ele mesmo desenvolve, inclusive e principalmente, quando desenvolve atividades de Modelagem³ em sala de aula. Trata-se de considerar o que tem sido denominado na literatura de metacognição (FLAVELL, 1976).

No âmbito das pesquisas que tratam, simultaneamente, de metacognição e de Modelagem Matemática, Vertuan e Almeida (2016) apresentam uma investigação acerca do que manifestavam estudantes de um ensino médio técnico integrado e de um curso de licenciatura em Matemática, participantes de uma atividade extensionista que tinha como foco a realização de atividades de Modelagem Matemática, em relação ao monitoramento cognitivo que empreendiam enquanto desenvolviam as atividades. Dentre as considerações apontadas pelos autores, destaca-se a ideia de que, em Modelagem Matemática, as práticas de monitoramento são realizadas coletivamente, aprendidas nas interações entre os diferentes envolvidos com as atividades e suscitadas pelo constante movimento de analisar o desenvolvimento da atividade, quando considerada em sua totalidade.

Castro e Almeida (2019), por sua vez, ao examinar trabalhos produzidos entre 2008 a 2019 que discutiam a metacognição no âmbito da Modelagem Matemática na Educação Matemática, tendo por fontes o banco de teses e dissertações da Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), o periódico ZDM (The International Journal on Mathematics Education) e livros do ICTMA (The International Community of Teachers of Modelling and Applications), afirmam que possibilitar aos estudantes refletirem sobre como eles desenvolvem a atividade e como aprendem ou mobilizam conhecimentos matemáticos em relação à situação em estudo, pode tornar estes aspectos metacognitivos potencializadores da aprendizagem de matemática por meio de atividades de Modelagem Matemática.

Vertuan e Almeida (2016) atentam, ainda, para a tomada de consciência dos

³ Neste artigo, utilizamos as expressões “Modelagem Matemática” e “Modelagem” como sinônimas.

estudantes acerca das suas estratégias de resolução e sua utilização como potencializadora da aprendizagem e de novas atividades de Modelagem Matemática.

Considerando a reflexão do estudante acerca da tarefa, de suas dificuldades e estratégias de resolução no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, tanto individualmente quanto em grupo, é que, nesta pesquisa, temos interesse pela tomada de consciência dos estudantes, em uma perspectiva metacognitiva, sobre como realizam uma investigação, quais ideias têm e o que manifestam aprender durante uma atividade de Modelagem Matemática. Tomamos, para isso, os registros escritos presentes nas atividades desenvolvidas, os áudios das conversas dos estudantes enquanto desenvolviam as atividades e os vídeos feitos das salas de aula, com as movimentações, falas e expressões dos estudantes, de modo a complementar os áudios e registros escritos.

A relevância do tema desta pesquisa se alinha à afirmação de Vertuan e Almeida (2016) de que quando alguém toma “alguma” consciência da estrutura cognitiva que mobiliza para desenvolver uma atividade, de Modelagem inclusive, ele potencializa a resolução de problemas escolares e extraescolares que sejam encarados futuramente. Neste contexto, a questão que norteia esta pesquisa é: *O que manifestam estudantes de quintos e sextos anos do Ensino Fundamental em relação à Tomada de Consciência sobre suas ideias e seus encaminhamentos de resolução ao investigar uma situação por meio da Modelagem Matemática?*

A fim de empreender a investigação, buscamos identificar, nas manifestações de estudantes de três quintos e dois sextos anos do Ensino Fundamental, indícios da tomada de consciência sobre suas ideias e seus encaminhamentos de resolução, ao investigar uma situação por meio da Modelagem Matemática. Mais especificamente, pretendemos verificar, nas resoluções das atividades de Modelagem, momentos/situações que levaram ao monitoramento cognitivo dos estudantes em suas ações, inferir acerca de manifestações que podem ser consideradas como tomada de consciência dos estudantes sobre a atividade que realizam e inferir sobre a tomada de consciência dos estudantes acerca desses encaminhamentos.

Portanto, neste texto apresentamos, inicialmente, nossos entendimentos acerca da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e da tomada de consciência em uma perspectiva metacognitiva. Em seguida, discutimos a metodologia de produção, coleta e análise dos dados, bem como a atividade desenvolvida com os estudantes e o contexto da pesquisa. Na sequência, tecemos uma reflexão global acerca das convergências das unidades de significado categorizadas a partir da análise dos dados. Seguem as

considerações finais do trabalho.

Acerca da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

Apesar de a matemática estar presente em diferentes situações do dia a dia das pessoas e ser utilizada o tempo todo por elas, muito pouco dessa matemática parece figurar nos contextos escolares, os quais privilegiam, por vezes, matemáticas distantes das presentes em contextos cotidianos. Todavia, a matemática se aplica a uma variedade de disciplinas e áreas, de diversas formas (NISS, 2012).

Niss (2012, p. 49, tradução nossa) afirma que “toda vez que a matemática é usada para lidar com questões, problemas, situações e contextos em domínios fora da matemática, modelos matemáticos e Modelagem são necessariamente envolvidos, seja implícita ou explicitamente”. Portanto, consideramos que, em sala de aula, quando os estudantes e professores, interessados em investigar uma situação ou problema extramatemático, utilizam como aporte (também) os conhecimentos matemáticos e sobre a situação se dedicam, de modo a estudar e discutir a matemática associada ao problema, temos o que denominamos de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. Para Almeida e Brito (2005), neste contexto é fundamental que a Modelagem Matemática torne compreensível aos estudantes o papel que a matemática tem fora da sala de aula.

Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17) definem a Modelagem Matemática como “uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática”. Para os autores, uma atividade de Modelagem Matemática pode ser descrita em termos de uma situação inicial, a partir da qual emerge um problema para investigação, de uma situação final, geralmente respostas e reflexões acerca do problema investigado, e de um processo investigativo necessário para sair da situação inicial e chegar à situação final.

Para Barbosa (2004, p. 3), a Modelagem Matemática pode ser entendida como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. O autor apresenta cinco argumentos que considera significativos para a inclusão da Modelagem no Currículo: “motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática” (p. 2).

Neste trabalho, consideramos a Modelagem Matemática na Educação Matemática

como uma “prática pedagógica, realizada no âmbito de um grupo, que tem como objetivo colocar os estudantes em movimento de investigação de uma situação aberta, não necessariamente matemática, com recursos matemáticos (conceitos, estratégias e modelos)” (SCHRENK, 2020, p. 26). Tomar a Modelagem Matemática como uma prática pedagógica implica compreender que os processos de ensino e de aprendizagem da matemática com uma atividade de Modelagem iniciam (muito) antes e se estendem para além da realização da atividade em sala de aula, e que a matemática é importante para a formação do estudante e para as situações que encontrará na sua vivência dentro e fora da sala de aula.

No contexto das práticas de sala de aula dos Anos Iniciais da Educação Básica, Scheller *et al.* (2016, p. 212) apontam tarefas e ações de professores e de estudantes no desenvolvimento de atividades de Modelagem que diferem de atividades consideradas tradicionais:

(i) do estudante - o envolvimento na atividade desafiadora ilustra o potencial que este tipo de prática investigativa oportuniza: percepção, organização, reflexão, capacidade de trabalho em grupo, flexibilidade de ações, cooperação, dentre outros; (ii) do professor - exige que ele atue como mediador, que pergunte mais do que dê respostas; de alguém que aceite o desafio de trabalhar com atividade sem procedimento fixo; tenha planejamento como rotina; flexibilidade para o redirecionamento de perpassar pelas várias fases; comprometimento com o ofício da profissão; espírito para aventurar-se com práticas que nem sempre estão estruturadas e que a princípio já se tenha o resultado que os estudantes terão para o problema.

Schrenk (2020) defende que a prática pedagógica de Modelagem Matemática possibilita ao professor e aos estudantes momentos de reflexão sobre a própria matemática, bem como sobre as situações de dentro e de fora do ambiente escolar em que esta matemática é ou pode ser utilizada, contribuindo para a formação de um sujeito reflexivo que potencializa suas possibilidades de aprendizagem. Para isso, consideramos fundamental que o estudante tome consciência sobre seus modos de aprender, inclusive em práticas de Modelagem Matemática.

Acerca da tomada de consciência em uma perspectiva metacognitiva

Dentre os significados da palavra consciência presentes no dicionário⁴, consta a “percepção dos fenômenos próprios da existência” e a “noção do que se passa em nós”.

⁴ <https://www.dicio.com.br/>

Tomar consciência, neste sentido, pode ser associado a conquistar, adquirir, ou ainda, ativar a percepção ou noção sobre algo.

Guimarães, Stoltz e Bosse (2008, p. 16) afirmam, a partir da perspectiva vygotskyana, que consciência é um termo utilizado

[...] para referir-se à percepção da atividade da mente, ou seja, a consciência de estar consciente. Tal consciência, segundo o autor, é o que a criança pequena ainda não possui, e que sua entrada na escola irá ativar, pois o aprendizado escolar induz a percepções generalizantes.

Trata-se de uma reflexão de segundo nível, em que o sujeito observa a si mesmo, consciente de seus processos e produtos cognitivos.

Flavell (1976, p. 232, tradução nossa), denomina essa reflexão de segundo nível de metacognição e a define como “o conhecimento que uma pessoa tem acerca dos próprios processos e produtos cognitivos”. Já para González (1996, p. 109, tradução nossa), metacognição “é um termo usado para designar uma série de operações, atividades e funções cognitivas empreendidas por uma pessoa mediante um conjunto interiorizado de mecanismos intelectuais”. Consideramos que a metacognição pode ser entendida como “um pensamento que se dá enquanto desenvolvemos uma tarefa e lidamos com as situações, que coloca as ações empreendidas nessas situações como foco de análise e reflexão” (SCHRENK, 2020, p. 52).

Para Vertuan e Almeida (2016), a metacognição pode ser tomada como produto, quando se refere ao conhecimento acerca da cognição (conhecimento metacognitivo) ou como processo, quando se relaciona ao monitoramento que um sujeito exerce sobre sua própria atividade cognitiva (monitoramento cognitivo). González (2009) apresenta estas duas vertentes quando afirma que a metacognição está associada ao conhecimento de si próprio, possibilitando a autoconsciência, regulação e controle de sua própria atividade cognitiva.

Deste modo, apresentar a tomada de consciência em uma perspectiva metacognitiva significa considerá-la como um “processo consciente de percepção e reconhecimento que se dá enquanto o sujeito desenvolve tarefas e lida com situações que envolvem investigação” (SCHRENK, 2020, p. 68). A tomada de consciência, nesta perspectiva, tem em sua essência a administração, a reflexão e a avaliação dos estudantes sobre suas ações no desenvolvimento de uma tarefa, potencializando suas próprias atividades cognitivas e metacognitivas (VERTUAN, 2013).

De acordo com Jesús (2020, p. 3, tradução nossa), “a implementação da reflexão metacognitiva melhora os processos de ensino-aprendizagem e auxilia os alunos na resolução

de problemas de forma organizada”. Para o autor, esta reflexão é caracterizada pela tomada de consciência e permite ao estudante planejar, monitorar e controlar seu próprio processo mental e, assim, potencializar o sucesso frente ao enfrentamento de situações futuras.

Vertuan (2013, p. 221) apresenta uma perspectiva metacognitiva da Modelagem Matemática, “em que as práticas de monitoramento são empreendidas coletivamente, o que nos leva a denominar tais práticas, nesse contexto e dada essa especificidade, de ‘metacognição social’”. Segundo o autor, o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática possibilita aos estudantes praticar experiências metacognitivas e constituir conhecimentos metacognitivos.

Como temos interesse pela tomada de consciência dos estudantes enquanto desenvolvem uma atividade de Modelagem Matemática, passamos a apresentar os encaminhamentos metodológicos e a atividade desenvolvida com os estudantes, utilizada para análise neste artigo.

Encaminhamentos metodológicos da pesquisa

A atividade de Modelagem que apresentamos neste artigo foi realizada no âmbito da coleta e produção de dados para uma pesquisa de maior duração junto à estudantes de cinco turmas, três quintos (de três escolas municipais distintas) e dois sextos anos do Ensino Fundamental (de duas escolas estaduais localizadas geograficamente nos mesmos bairros das três escolas municipais). Esta pesquisa se insere em um projeto apoiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) de título “*Da passagem do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental: uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções docentes e discentes*”, com interesse, especificamente, nos aspectos de ruptura e continuidade na transição do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental de escolas públicas de um município do oeste do Paraná, no que diz respeito à disciplina de Matemática.

Para a produção e a coleta de dados utilizados neste artigo, portanto, uma atividade de Modelagem Matemática foi discutida e planejada com antecedência entre os pesquisadores, levando em consideração o contexto da sala de aula, a conversa com os professores regentes das turmas e os possíveis interesses dos estudantes.

Para desenvolver as atividades, cada turma foi dividida em grupos de cinco ou seis estudantes e cada grupo recebeu um gravador. Ao fundo da sala uma câmera foi posicionada para filmar a realização das atividades, a fim de identificar momentos do desenvolvimento das

atividades em que os estudantes se distanciassem do gravador. Os áudios das discussões dos estudantes no desenvolvimento das atividades e nos momentos das apresentações foram transcritos na íntegra e utilizados para análise. Somaram-se aos áudios, as imagens gravadas pela filmadora e as produções escritas dos estudantes.

Para análise dos dados utilizamos como referencial teórico a Modelagem Matemática e a tomada de consciência em uma perspectiva metacognitiva, já apresentados anteriormente. Nos baseamos, todavia, na metodologia da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2016) para organizar os dados e proceder à análise, buscando construir categorizações a partir da identificação de convergências entre as unidades de significado destacadas das várias leituras feitas dos dados.

Para identificar os excertos (unidades de significado) utilizados no texto, consideramos um código com letras e números, de modo que a primeira letra indica se a manifestação é de um estudante (E), um grupo (G) ou um professor (P). Se for professor, usamos um número indicando qual é. P1 representa o professor 1 em relação à atividade desenvolvida. Se for estudante, usamos um número indicando qual estudante é em relação ao grupo; um ponto; um número indicando qual grupo é em relação à turma; um ponto; e um número seguido de uma letra, indicando o ano escolar que representa. Por exemplo: uma atividade desenvolvida pelo estudante E5.2.6B, é o estudante cinco do grupo dois do sexto ano B. Se for um grupo, usamos um número indicando qual grupo é em relação à turma; um ponto; e um número seguido de uma letra, indicando o ano escolar que representa. Por exemplo: uma atividade desenvolvida pelo grupo G1.5A, refere-se ao grupo um do quinto ano A.

No tratamento dos resultados e interpretação, os resultados brutos são tratados de maneira a serem significativos e válidos (BARDIN, 2016), com base nas inferências realizadas e organizando em categorias que buscam refletir a questão da pesquisa: *O que manifestam estudantes de quintos e sextos anos do Ensino Fundamental em relação à tomada de consciência sobre suas ideias e seus encaminhamentos de resolução ao investigar uma situação por meio da Modelagem Matemática?*

Neste artigo, tomamos as manifestações dos estudantes na atividade “No caminho da Escola” (Figura 1) para discussão e análise. Nela, os estudantes precisavam pensar no trajeto percorrido por eles de suas casas até a escola. Para isso, tinham em mãos um mapa da região do bairro em que se localizava a escola, impresso em uma folha A3. Como a produção dos


dados se deu em escolas distintas, foram impressos mapas diferentes para cada situação⁵.

Consideramos esta atividade como uma atividade de Modelagem Matemática porque tem em sua origem uma situação problemática e sua principal característica é a possibilidade de abranger e compreender a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à matemática, mas recorrendo à matemática para pensar a situação.

Figura 1: Situação “No caminho da escola!”.

Aluno (a): _____ Ano: _____

No caminho da escola...



Ir andando para a escola é bom para fazer atividade física e bom para conhecer melhor o lugar em que se vive. Mas você já parou para pensar que o caminho que você faz também tem matemática?

Usando o mapa do bairro em que fica a escola, faça uma marca no lugar em que fica a escola e tente encontrar o lugar, do mapa, em que fica sua casa.

Depois, responda:

Quanto você anda quando vai para a escola a pé?

Qual é a distância da sua casa até a escola?

Os valores encontrados nas questões acima são iguais? Porque?

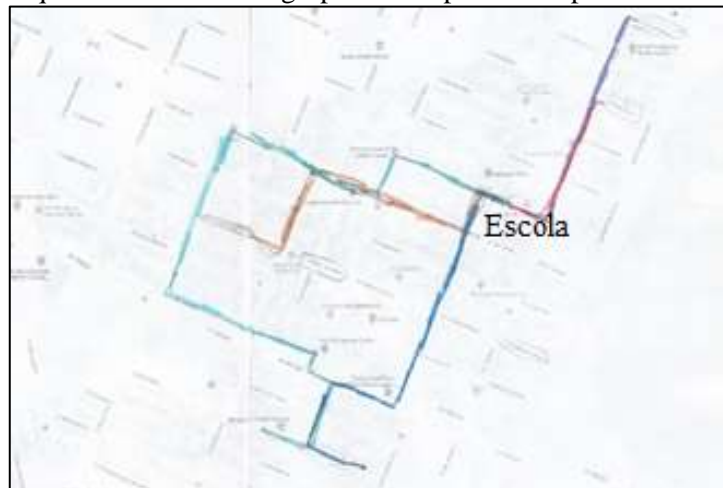
Se fosse possível andar a menor distância da sua casa até a escola, quanto a menos você andaria?

Fonte: dos autores.

Dentre os diferentes encaminhamentos de resolução dos estudantes, destacamos alguns, de modo a ilustrar possibilidades de enfrentamento da situação. Alguns grupos utilizaram o mesmo mapa para identificar as residências dos diferentes estudantes e, a partir de então, traçar os trajetos feitos por eles todos os dias. Na Figura 2, por exemplo, os estudantes do grupo G3.5A utilizam cores distintas para representar os trajetos específicos de cada um deles.

⁵ Em uma das turmas estava presente um estudante com espectro autista e cegoira. Para este estudante, a atividade de Modelagem Matemática foi adaptada para que este não fosse (e não se sentisse) excluído em relação aos colegas. Esta experiência foi relatada em Schrenk, Seibert e Vertuan (2020).

Figura 2: Trajeto que os estudantes do grupo G3.5A percorrem para irem de casa até a escola.



Fonte: dos autores.

Na primeira pergunta – *Quanto você anda quando vai para a escola a pé?* – as respostas mais apresentadas pelos estudantes foram a de medir o trajeto em quadras ou ruas, metros, passos, quilômetros, entre outros. Na Figura 3, por exemplo, a resolução do estudante E1.4.5A, que escolheu medir o trajeto em quadras e, na Figura 4, o estudante E3.5.6A, que decidiu medir o trajeto que percorre em metros.

Figura 3: Resolução do estudante E1.4.5A.

Quanto você anda quando vai para a escola a pé?
5 Quadras da minha casa até a escola

Fonte: dos autores.

Figura 4: Resolução do estudante E3.5.6A.

Quanto você anda quando vai para a escola a pé?
650 m,
Por que nós medimos com o mapa.

Fonte: dos autores.

A questão seguinte – *Qual é a distância da sua casa até a escola?* – intentava levar o estudante a pensar na unidade de medida mais usual para representar essa distância. Como exemplo, apresentamos a resolução do estudante E1.2.5B, que utilizou a unidade de medida “metros”. Em seguida, o estudante explica como encontrou esta medida.

Figura 5: Resolução do estudante E1.2.5B.

Qual é a distância da sua casa até a escola?
R: Cerca de 50 metros. Eu usei a escala para medir o tamanho do lateral da quadra e fiz uma estimativa de quanto ando, cerca de metade do lateral da quadra, então só dividi 100 pela metade, que deu 50 metros.
Os valores encontrados nas questões acima são iguais? Porque?

(na imagem, o estudante escreveu: *cerca de 50 metros. Eu usei a escala para medir o tamanho da lateral da quadra e fiz uma estimativa de quanto ando, cerca de metade do lateral da quadra, então só dividi 100 pela metade.*)

Fonte: dos autores.

A terceira questão – *Os valores encontrados nas questões acima são iguais? Por quê?* – buscava levar os estudantes a pensarem nas relações entre as unidades de medida. As Figuras 6 e 7 apresentam exemplos de respostas apresentadas pelos estudantes.

Figura 6: Resolução do estudante E4.3.5A.

Os valores encontrados nas questões acima são iguais? Porque?
Sim, a única coisa que muda é que a primeira pergunta está escrito 3 quadras e a segunda está escrito em metros.

Fonte: dos autores.

Figura 7: Resolução do estudante E4.1.5B.

Os valores encontrados nas questões acima são iguais? Porque?
Não porque na primeira nós usamos passos e na segunda metros e centímetros.

(na imagem, o estudante escreveu: *não porque na primeira nós usamos passos e na segunda metros e centímetros*).

Fonte: dos autores.

A última questão – *Se fosse possível andar a menor distância da sua casa até a escola, quanto a menos você andaria?* – levou os estudantes a pensarem se o caminho que eles faziam de casa à escola era o menor caminho. Na maioria das respostas, os estudantes afirmaram que andariam menos e representaram a referida distância em metros (Figura 8). Outros alunos fizeram uso de uma unidade de medida de tempo para responder à pergunta (Figura 9).

Figura 8: Resolução do estudante E3.5.6A.

Se fosse possível andar a menor distância da sua casa até a escola, quanto a menos você andaria?
Iria vir de avião e ele andaria 350m

(na imagem, o estudante escreveu: *iria vir de avião e ele andaria 350 m*).

Fonte: dos autores.

Figura 9: Resolução do estudante E2.4.5B.

Se fosse possível andar a menor distância da sua casa até a escola, quanto a menos você andaria?
De balão ou de linha reta. Menor por 6 min.

(na imagem, o estudante escreveu: *de balão ou de linha reta. Menor por 6 min*).

Fonte: dos autores.

Atentamos para o fato de que as respostas escritas apresentadas pelos estudantes não representam todo o desenvolvimento da atividade, no sentido de que não é possível conhecer o movimento de produção destas respostas escritas somente a partir deste registro. Neste sentido, destacam-se as demais fontes de dados, especificamente, os áudios e vídeos dos diálogos e discussões dos estudantes realizados nos grupos durante o desenvolvimento da atividade. Por isso nos interessamos nos diálogos e discussões nos grupos que, juntamente com os registros escritos, nos permite inferir sobre a tomada de consciência manifestada pelos estudantes no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática nos grupos.

Um olhar para os momentos de tomada de consciência dos estudantes no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática

Nosso objetivo neste trabalho é identificar, nas manifestações de estudantes de quintos e sextos anos do Ensino Fundamental, indícios da tomada de consciência sobre suas ideias e seus encaminhamentos de resolução, ao investigar uma situação por meio da Modelagem Matemática. O processo de categorização possibilitou a construção de três agrupamentos que, de modo geral, discorrem acerca da manifestação da tomada de consciência dos estudantes sobre suas ações e ideias no desenvolvimento da atividade de Modelagem, atentando para os momentos disparadores da tomada de consciência, como a atividade de mediação; a relação que os estudantes estabelecem com algum conhecimento ou experiência vivenciada em momento anterior; ou ainda, as necessidades decorrentes das características das próprias atividades de Modelagem Matemática.

Neste sentido, apresentamos as confluências identificadas na análise, na descrição dos dados e no referencial teórico, por meio de três categorias estabelecidas a partir da análise:

i) Tomada de consciência manifestada em uma atividade de Modelagem Matemática diante da necessidade de o estudante revisar e monitorar seus processos cognitivos;

ii) Tomada de consciência manifestada em uma atividade de Modelagem Matemática devido à atividade de mediação;

iii) Tomada de consciência manifestada em uma atividade de Modelagem Matemática na relação que o estudante estabelece com algo que é concreto para ele;

É sobre as convergências vislumbradas nas unidades de significado destacadas das manifestações dos estudantes enquanto desenvolviam a atividade de Modelagem Matemática, principalmente dos diálogos realizados nos grupos, que se desenham as análises que passamos a apresentar em relação à cada categoria.

i) Tomada de consciência manifestada em uma atividade de Modelagem Matemática diante da necessidade de o estudante revisar e monitorar seus processos cognitivos

Compreender o que (e como) fazer, está fazendo ou já se fez em uma tarefa, é fundamental para que o estudante potencialize sua aprendizagem. Nesta categoria, consideramos as situações em que os estudantes manifestam a necessidade de revisar seus processos cognitivos e recuperar suas memórias em relação a alguma experiência, enquanto analisam a atividade, antes, durante e depois de sua realização.

Neste contexto, a tomada de consciência foi suscitada na atividade de Modelagem nas

seguintes situações: *quando os estudantes revisitam e refletem sobre conhecimentos que já possuem para poder desenvolver uma atividade; quando os estudantes administram a atividade, trazendo à consciência o que estão desenvolvendo, com a finalidade de direcionar e resolver uma situação-problema; quando os estudantes avaliam a atividade ou parte da atividade que já desenvolveram e refletem sobre o que já alcançaram e possíveis encaminhamentos a partir do que já fizeram.*

Acerca do agrupamento “quando os estudantes revisitam e refletem sobre conhecimentos que já possuem para poder desenvolver uma atividade”, a tomada de consciência é manifestada pelos estudantes durante o desenvolvimento da atividade quando estes sentem a necessidade de lembrar um trajeto, um espaço, um ambiente, uma atividade, ou seja, algo que já tenham vivenciado para ter alguma noção do que é possível realizar.

Um exemplo se deu quando os estudantes precisaram lembrar o trajeto de suas casas até a escola e pensar como poderiam medir este trajeto. O grupo G3.5A, conhecendo os nomes das ruas onde moravam e alguns pontos de referência, olhando para o mapa, começou a discutir e a pensar a localização das ruas:

- E1.3.5A: tamo desenhando o caminho.*
E4.3.5A: aqui ó. Eu já achei aqui. Rua Castro Alves.
E1.3.5A: Rua José de Alencar.
E4.3.5A: José de Alencar aqui ó.
E1.3.5A: então é bem ali mesmo.
E3.3.5A: acho a rua Pedro Nardi?
E4.3.5A: cadê a Maripá?
E1.3.5A: Pedro Nardi, achei.
E3.3.5A: nós dois mora na mesma rua.
E4.3.5A: qual o nome da sua rua?
E5.3.5A: Rua Prudente de Moraes.
E4.3.5A: Ah é pertinho.
E5.3.5A: Não, é em frente a fábrica de pote.
E4.3.5A: Fábrica de pote onde que é?
E5.3.5A: Perto do Hebron.

Essa reflexão permitiu aos estudantes localizarem pontos de referência no mapa. Ainda neste grupo, é significativo quando E3.3.5A toma consciência de que o Jardim América é um bairro e não uma rua, pois a procura por este local no mapa é diferente como rua ou bairro, modificando a forma de busca e conseqüentemente o desenvolvimento da atividade (“*bairro, Jardim América é bairro*” (E3.3.5A)).

Identificamos em alguns grupos que quando a casa do estudante não aparecia no mapa da folha A3, os alunos precisavam imaginar o trajeto sem o auxílio do mapa. Isso aconteceu

com E2.2.5B quando passa a estimar a distância com base no que os colegas falaram de suas casas: “*eu venho de carro, mas é imaginar*” (E2.2.5B). A tomada de consciência neste momento revela que apesar de o estudante não poder utilizar o mapa para medir a distância, como ele sabe o local em que mora, pode imaginar o trajeto que percorre e estimar essa distância.

Consideramos que a manifestação da tomada de consciência permitiu que outras reflexões emergissem, influenciassem e desencadeassem ações nas atividades. Disso se infere que “atividades que estimulam a tomada de consciência dos processos envolvidos na aprendizagem poderiam resultar no desenvolvimento da metacognição” (FLAVEL, 1979 *apud* MARINI-FILHO; STOLTZ, 2008, p. 163).

Referente ao agrupamento “quando os estudantes administram a atividade, trazendo à consciência o que estão desenvolvendo, com a finalidade de direcionar e resolver uma situação-problema”, a tomada de consciência é manifestada pelos estudantes quando estão formulando estratégias para dar prosseguimento ao desenvolvimento da atividade. De certo modo, o monitoramento cognitivo dos estudantes sobre a atividade que desenvolvem possibilita que reflitam sobre encaminhamentos de resolução.

Isso acontece quando E3.3.6A afirma que, no mapa, deu 6 “risquinhos” (escala) de 3 centímetros e como cada risquinho representa 100 metros no tamanho real, a distância da casa que escolheram até a escola era de 600 metros (100 somado com 100, 6 vezes). O mesmo estudante também apresenta outra forma de calcular essa distância: “*deu 18 centímetros ao todo que dá 600*”, considerando que é possível encontrar o mesmo resultado fazendo 18 dividido por 3 e multiplicando o resultado por 100.

As atividades de Modelagem Matemática podem tomar diferentes caminhos e requerer diferentes conceitos para seu desenvolvimento. O monitoramento cognitivo contribui para que, frente a um repertório de estratégias, o estudante possa administrar seus componentes cognitivos que considera mais adequados para cada contexto.

No agrupamento “quando os estudantes avaliam a atividade ou parte da atividade que já desenvolveram e refletem sobre o que já alcançaram e os possíveis encaminhamentos a partir do que já fizeram”, a tomada de consciência se revela quando os estudantes revisitam a atividade ou parte da atividade que já desenvolveram, seja para explicar como fizeram, para resolver uma situação, para dar prosseguimento à atividade ou para refletir sobre outra forma de resolver a situação caso precisassem refazer a atividade.

Esse agrupamento se mostra quando E5.5.5A revisita a atividade para explicar à P1 o modo com que pensou para desenvolver a primeira parte da atividade 1: “[P2] *falou que ela*

de lá da casa dela pra vim aqui dá 8 quilômetros e ela chega aqui em 20 minutos. [...] e de lá da minha casa de ônibus chega aqui em 10 minutos, então mais ou menos uns 5 quilômetros” (E5.5.5A). Nesta situação, o monitoramento cognitivo foi fundamental para que a tomada de consciência se manifestasse.

Referente à tomada de consciência manifestada para poder resolver uma situação e dar prosseguimento à atividade, percebemos, como exemplo, quando E4.3.5A, na atividade 1, avalia as respostas para a primeira e a segunda questão e afirma: *“aqui eu vou escrever ‘sim’, a única coisa que muda é que na primeira pergunta está escrito 3 quadras e na segunda está escrito 250 metros*”, denotando o entendimento da aluna de que a distância é a mesma, apenas o que muda é a unidade de medida utilizada.

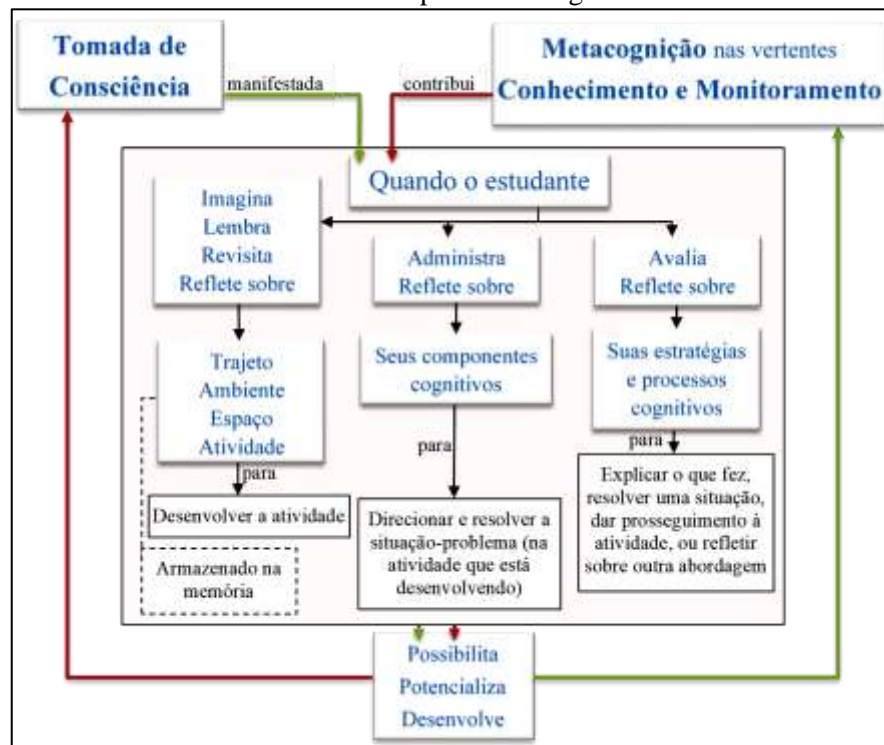
O último exemplo abarca a ideia de possíveis novos encaminhamentos caso fizessem a atividade novamente. Neste exemplo, E4.5.6B manifesta que também seria possível calcular o “tempo” que se leva para ir de casa até a escola: *“com meu grupo, eu faria um conteúdo sobre horas, o quanto você demorava pra chegar na escola*”. Este exemplo sugere que mesmo depois do aparente fim da atividade, os estudantes podem avaliar o que fizeram, pensar uma nova abordagem ou encaminhamento ou, ainda, elencar um novo problema para investigação.

Na perspectiva metacognitiva, quando o estudante avalia a atividade que desenvolveu, *“avalia a implementação de suas estratégias e o grau em que o objetivo cognitivo está sendo alcançado*” (TOVAR-GÁLVEZ, 2008, p. 3), recorda o processo empreendido, modos de pensar e fazer, tomando consciência de sua ação como uma interação entre ele e o objeto (YANNI-PLANTEVIN, 1999).

Para Doly (1999, p. 27), *“a tomada de consciência é [...] um processo que intervém mais tarde para operar uma reformulação conceitualizada dos procedimentos postos em ação para atingir um fim*”. Com efeito, mesmo que aconteça a *posteriori*, a tomada de consciência refaz todo o processo metacognitivo realizado pelo estudante, ou seja, *“implica toda a atividade metacognitiva que passa desde os diferentes níveis de consciência, de intencionalidade até a introspecção*” (PORTILHO, 2011, p. 111).

A fim de compilar as considerações sobre a manifestação da tomada de consciência em uma perspectiva metacognitiva em uma atividade de Modelagem Matemática na necessidade de o estudante revisitar e monitorar seus processos cognitivos, conforme discussão empreendida nessa seção do texto, apresentamos o esquema da Figura 10.

Figura 10: Manifestação da tomada de consciência diante da necessidade de o estudante revisar e monitorar seus processos cognitivos.



Fonte: dos autores.

ii) Tomada de consciência manifestada em uma atividade de Modelagem Matemática devido à atividade de mediação

As atividades de Modelagem Matemática, por serem desenvolvidas geralmente em grupos, intensificam as mediações no seu desenvolvimento. Segundo Beber, Silva e Bonfiglio (2014, p. 150), “a aprendizagem nem sempre é solitária, envolve a relação aprendiz-aprendiz, mediador-aprendiz, aprendiz-mediador-aprendiz, muito embora o aprendiz seja o protagonista do saber, independentemente dos desafios com que se depara”. Estas mediações podem ser dicas, sugestões, auxílios, explicações, comentários, manifestações, perguntas, informações, solicitações, provocações e comparações. Segundo Grangeat (1999, p. 154),

[...] o sucesso das aprendizagens é representado pelo impacto das interações sociais sobre o decurso da atividade cognitiva. [...] no interior de um pequeno grupo de colegas ou sobre a tutela de um adulto perito, o aprendente vai gradualmente conseguir orientar de uma forma refletida os seus percursos cognitivos pessoais”.

Em relação à mediação nas atividades de Modelagem Matemática, segundo nossos dados, a tomada de consciência se manifesta: *quando acontece a mediação professor-estudante; quando acontece a mediação estudante-estudante; e quando acontece a mediação atividade-estudante.*

Sobre a mediação professor-estudante, consideramos a tomada de consciência manifestada pelos estudantes a partir de uma mediação explícita realizada pelo docente. Segundo Doly (1999, p. 29), a mediação pode ser entendida também como “aquilo que o adulto interpõe entre a criança e o mundo para lhe tornar inteligível, de tal modo que ela possa pensar nele, viver e construir uma identidade de ser humano”.

O primeiro exemplo é sobre o início da atividade quando E1.1.5A afirma para a professora que os trajetos que ele verificou fariam com que ele percorresse um trajeto maior para vir à escola do que o que ele já percorre. Porém, quando P2 fala: “*mesmo que for de um jeito que não seja real*”, o mesmo estudante passa a refletir sobre outros possíveis caminhos e conclui que se ele fosse “passar voando”, conseguiria um jeito de encurtar o trajeto. A resposta de E1.1.5A levou outros estudantes a considerarem esta possibilidade.

Outro exemplo se dá quando E5.5.5A, ao tentar desenvolver a primeira parte da atividade, começa a “chutar” alguns valores para a distância de sua casa até a escola. Neste momento, P2 afirma que mora a uns 8 quilômetros de distância da escola e leva 20 minutos de carro. A partir deste comentário, E5.5.5A reflete sobre o tempo que P2 leva para fazer o trajeto e a distância que percorre e parece tomar consciência de que é possível fazer uma relação com o tempo que leva para vir de ônibus para a escola (10 minutos), estimando que o trajeto que percorre é de 5 quilômetros (“*[P2] falou que ela de lá da casa dela pra vim aqui da 8 quilômetros e ela chega aqui em 20 minutos, [...] e de lá da minha casa de ônibus chega aqui em 10 minutos, então mais ou menos uns 5 quilômetros*” (E5.5.5A)). É significativa a manifestação de P2 que, frente a um impasse na resolução, bem como de dúvidas dos estudantes sobre unidades de medidas, fala de sua trajetória e permite o desenvolvimento de outra estratégia, até então não vislumbrada quando do desenvolvimento inicial da atividade.

Um exemplo de mediação que consideramos inapropriado se deu quando os estudantes do grupo G4.5A discutiam como calcular a distância de casa até a escola. Pouco antes de eles começarem a calcular, P1 disse como utilizava a escala para calcular a distância: “*mede com o mapa agora, com a régua. A escala do mapa é 50 metros, se deu 4 centímetros vai multiplicar por 50, vai ser a resposta em metros*”. Consideramos que a intervenção de P1 não foi adequada, uma vez que antecipou aos estudantes o que precisavam fazer utilizando a escala, quando estes poderiam, por meio da investigação no desenvolvimento da atividade, ter entendido e construído essa possibilidade por si mesmos. Entendemos que esse tipo de mediação pouco contribui para a tomada de consciência dos estudantes.

É importante que o professor auxilie com cautela, a fim de que não desenvolva a atividade para o estudante, mas abra caminhos para o estudante pensar. Em outras palavras, o

professor deve ter ciência da gestão da mediação, levando em consideração o tipo de situação e o modo de intervenção que se configure um apoio para a aprendizagem (DOLY, 1999). Blum e Ferri (2009, p. 52, tradução nossa) afirmam que

[...] para um ensino de qualidade, é crucial que seja mantido um equilíbrio permanente entre a orientação (mínima) do professor e a independência (máxima) dos estudantes (de acordo com o famoso ditado de Maria Montessori: “Ajude-me a fazer isso sozinho”).

A mediação estudante-estudante trata da tomada de consciência que acontece quando é estabelecida uma mediação entre os estudantes no âmbito de um grupo. O envolvimento entre os estudantes potencializa o desenvolvimento da atividade e suas aprendizagens, até porque muitas das dúvidas que surgem neste contexto podem desencadear a construção de conhecimentos. Segundo Almeida e Dias (2004, p. 22), “a interação social tem um lugar importante na construção do conhecimento”.

Um exemplo se dá quando o grupo G2.5B tentava descobrir a distância de casa até a escola acreditando que a medida de 1 passo correspondia à 1 metro. Porém, E5.2.5B comenta que seu passo não chega à 30 centímetros (“*meu passo não dá nem 30 centímetros* (E5.2.5B)), levando o grupo a pensar que, se 1 passo tem medida menor que 1 metro, a resposta em número de passos deve ser maior que o número de metros. Dessa forma, é pela mediação de E5.2.5B que o grupo parece tomar consciência do que significa o valor que haviam encontrado.

A mediação também se mostrou com a finalidade de o estudante convencer o outro sobre algum conceito ou ideia, assim como quando os estudantes do grupo G6.5C, ao final da atividade 1, discutem se a distância percorrida de avião ou a pé seriam diferentes. Alguns integrantes do grupo afirmam que de avião é mais rápido do que a pé, porém E4.6.5C compreende que o que a questão solicita é o menor caminho, e não o mais rápido e, nesse sentido, utilizou argumentos para defender sua ideia e tentar provar para os colegas que não importa como é percorrida a distância, a pé ou de avião, que ela, a distância, não muda (“*olha só, se você percorre um trajeto de 1 metro da casa até a escola, e você faz a mesma coisa com o avião, no mesmo trajeto sem muda nada, mesmo sendo mil vezes mais rápido não vai dá a mesma coisa [E1.6.5C]?*” (E4.6.5C)). Destacamos a prática de E4.6.5C, muito utilizada por professores quando pretendem que seus estudantes cheguem a conclusões que poderiam ser apenas ditas, para levar seus pares a pensar no argumento que defende, questionando a partir de argumentos. Pode ser uma prática interiorizada diante de sua vivência com pessoas, professores inclusive e principalmente, que utilizam, com ele, esse *modus operandi*.

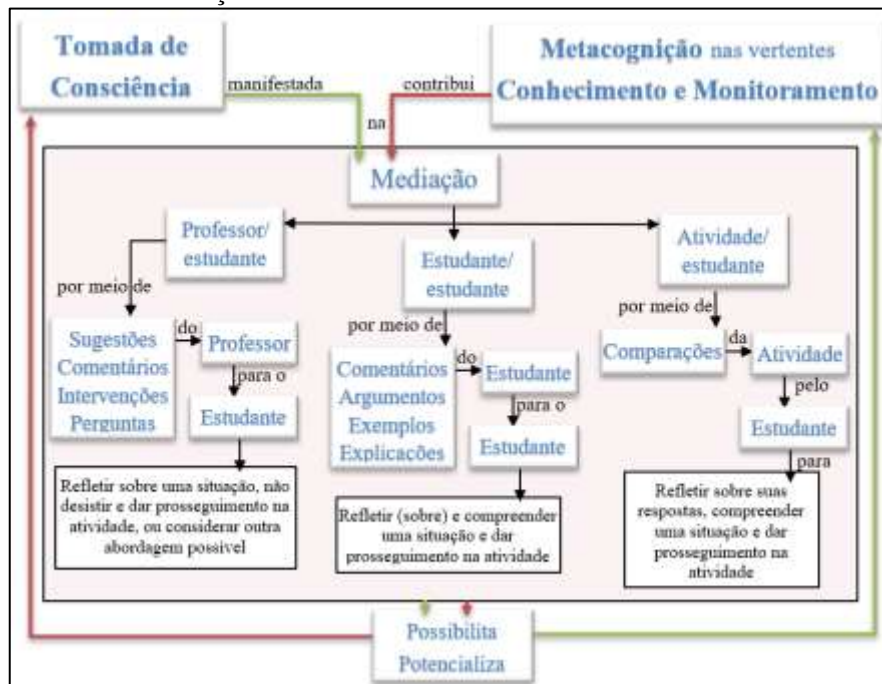
Em outro momento de mediação, para ajudar o estudante E3.3.5A, E4.3.5A também toma a posição de “quem ensina”: *“aqui tem a escala né, daí você vai medir pra 1 centímetro. Tipo assim, daqui até aqui vai da 50 metros. Daí você vai fazer, daqui até aqui deu mais 50 metros, quanto que é 50 mais 50?”*. E ainda, quando E5.3.5A percebe a soma de 50 em 50 e relaciona essa soma à tabuada do 5: *“o [E3.3.5A] se lembra da tabuada do 5? É quase mesma coisa, só que daí você tem que aumenta 50, não 5”*. Destacamos também o momento em que E5.3.5A pede aos colegas para deixarem E3.3.5A realizar os cálculos, pois entende que é importante que ele compreenda o que está fazendo e sugere a preocupação de que todos do grupo entendam como desenvolver a atividade. Nesse sentido, não dar a resposta pode ser caracterizada como uma forma de mediação, no sentido de que alguém que já entende o conceito “provoca” no outro a tomada de consciência. Beber, Silva e Bonfiglio (2014) afirmam que interagir de modo a analisar e escolher o melhor modo de auxiliar um colega de turma é também uma forma de aprender.

A mediação atividade-estudante, por sua vez, trata da situação da tomada de consciência manifestada pelo estudante quando compara sua atividade com a de seus colegas e, pela comparação, passa a refletir sobre suas resoluções. Dos dados, verificamos a mediação possibilitada pelo registro escrito, quando o estudante olha para ele e este provoca reflexão e da tomada de consciência. Assim como quando, no grupo G3.5A, o estudante E3.3.5A afirma que a distância de sua casa até a escola era de 14 metros. Neste momento, E5.3.5A, comparando com a resposta de E4.3.5A, parece tomar consciência de que a casa de E3.3.5A fica mais longe da casa de E4.3.5A, que deu 250 metros e falou: *“não, tu não anda 14, se ela é mais perto e faz 250 tu não faz 14”*. Portanto, para ele, a distância em metros também deveria ser maior, fazendo com que E3.3.5A também comparasse as respostas e refletisse sobre a sua resposta.

É importante que os estudantes discutam em grupo as resoluções encontradas por eles, comparem e entendam os diferentes “jeitos” de pensar a atividade. Segundo Almeida e Vertuan (2011), ao compartilhar as diferentes resoluções, os estudantes tanto põe em evidência aquilo que sabem e pensam a respeito do assunto, quanto conhecem outros modos de pensar. Para Doly (1999, p. 24), quando um estudante entende como construiu algo sob a tutela do professor e quando compara a sua construção com a atividade de seus colegas pode tomar essa compreensão como referência no momento de guiar sua própria aprendizagem.

Com vistas a compilar as considerações sobre a manifestação da tomada de consciência em uma perspectiva metacognitiva em uma atividade de Modelagem Matemática na categoria relacionada à mediação, apresentamos o esquema da Figura 11.

Figura 11: Manifestação da tomada de consciência devido à atividade de mediação.



Fonte: dos autores.

iii) *Tomada de consciência manifestada em uma atividade de Modelagem Matemática na relação que o estudante estabelece com algo que é concreto para ele*

É significativo que as aulas de matemática busquem construir experiências no sentido de que o estudante consiga fazer relações com algo que é concreto¹ para ele. Nesta categoria, consideramos os momentos em que, no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, o estudante faz relações com situações que já vivenciou, seja a realidade ou um conteúdo escolar já discutido, trabalhado e aprendido. Nesta categoria, identificamos a tomada de consciência: *quando os estudantes estabelecem relações com a realidade; quando os estudantes estabelecem relações com conteúdos já conhecidos; quando os estudantes reconhecem suas dificuldades no desenvolvimento da atividade.*

No que diz acerca ao estabelecimento de relações com a realidade, consideramos as manifestações dos estudantes acerca de suas vivências no contexto da realização da atividade de Modelagem. Na atividade 1, E1.5.5A perguntou se o que caminhava de casa até a escola era 18 metros e E7.5.5A atenta que essa distância daria aproximadamente da sala de aula até a sala da direção e, portanto, a distância deveria ser maior (“*quilômetros, você falou metros, 18 metros dá mais ou menos da nossa sala até na diretoria*” (E7.5.5A)). Por isso, sugeri que provavelmente a distância que E1.5.5A tinha comentado seria em quilômetros, fazendo com

¹ Tomamos concreto no sentido de denominar aquilo que já é conhecido pelo estudante, em sua estrutura cognitiva, de modo que novas aprendizagens possam ser pensadas como ancoradas em algo que já lhe é familiar.

que E1.5.5A também relacionasse a sua resposta com a realidade e verificasse que a trajetória era maior do que o que havia apresentado.

Outro momento que destacamos é quando E5.4.5B parece tomar consciência de que as quadras não são do mesmo tamanho e justifica: “*porque por exemplo 1 quadra tem 40, outra tem 30, e outra tem 10 quilômetros e outra tem 15 quilômetros*”. Todavia, embora os estudantes tenham trazido ao plano da consciência as distâncias informadas em quilômetros, é possível inferir que eles não têm noção do que significa a unidade de medida metros e a unidade de medida quilômetros ainda, até porque uma quadra de 15 quilômetros ou de 40 quilômetros não condiz com a realidade da cidade em que vivem. Certamente, estas distâncias das quadras mencionadas pelos estudantes não condigam com a realidade de nenhuma cidade.

O próximo exemplo é sobre a relação com a unidade de medida. Nesse caso, os estudantes do grupo G6.6A analisaram a distância encontrada do trajeto de casa até a escola e a unidade de medida que seria utilizada. E1.6.6A diz: “*vai ser 600*”. Quando E3.6.6A pergunta: “*quilômetros?*”, E4.6.6A relaciona esse valor com a realidade que é concreta para ele e, impressionado, responde que, se usasse essa unidade de medida, com o valor encontrado, poderia, saindo de sua cidade, chegar perto do Rio Grande do Sul² (“*quilômetros? nossa senhora, 600 quilômetros, vai lá nem pra rio grande, mas chega perto*” (E4.6.6A)).

Para Blum e Ferri (2009, p. 47, tradução nossa), “ao modelar, a matemática se torna mais significativa para os estudantes”. Neste sentido é que a Modelagem Matemática, enquanto prática pedagógica, proporciona aos estudantes entenderem que, enquanto investigam uma situação não necessariamente matemática com recursos matemáticos, estes conteúdos se tornam importantes para situações que extrapolam o contexto escolar.

Em relação às situações em que os estudantes estabelecem relações com os conteúdos já conhecidos por eles, a tomada de consciência se manifesta, por exemplo, quando o grupo G3.5A utiliza a escala para calcular a distância de sua casa até a escola, e E5.3.5A percebe a soma de 50 em 50 e relaciona essa soma à tabuada do 5: “*o [E3.3.5A] se lembra da tabuada do 5? É quase mesma coisa, só que daí você tem que aumenta 50, não 5*”. A tomada de consciência se revela na reflexão de E5.3.5A sobre conteúdos que já tinham aprendido nas aulas de matemática e a possibilidade de relacioná-los com outros conteúdos.

Há, ainda, o caso de E1.2.5B que percebe que o quanto ele anda não dá nem uma quadra inteira e, portanto, precisa dividir a quadra em partes. Neste momento utiliza a ideia de frações para representar o seu trajeto (“*eu sei lá, um quarto, eu ando um quarto, se dividi essa*

² Escrevemos como Rio Grande do Sul pois entendemos que, na nossa região, costumamos chamar o estado apenas de Rio Grande.

quadra na metade, em 4 partes, eu ando um quarto” (E1.2.5B)).

O grupo G2.6A, por sua vez, percebe que não dava para dividir 100 por 3 e chegar a um valor inteiro (“*nunca vai terminar, sempre vai dar 9*” (E1.2.6A)). Neste caso, o estudante E2.2.6A também faz relação da fala da colega com a ideia de dízima periódica.

Compreendemos que é significativo que os conteúdos já estudados pelos estudantes sejam relacionados com as situações novas que enfrentam, de modo a “facilitar” a compreensão e a investigação da situação, bem como de modo a ressignificar estes conteúdos.

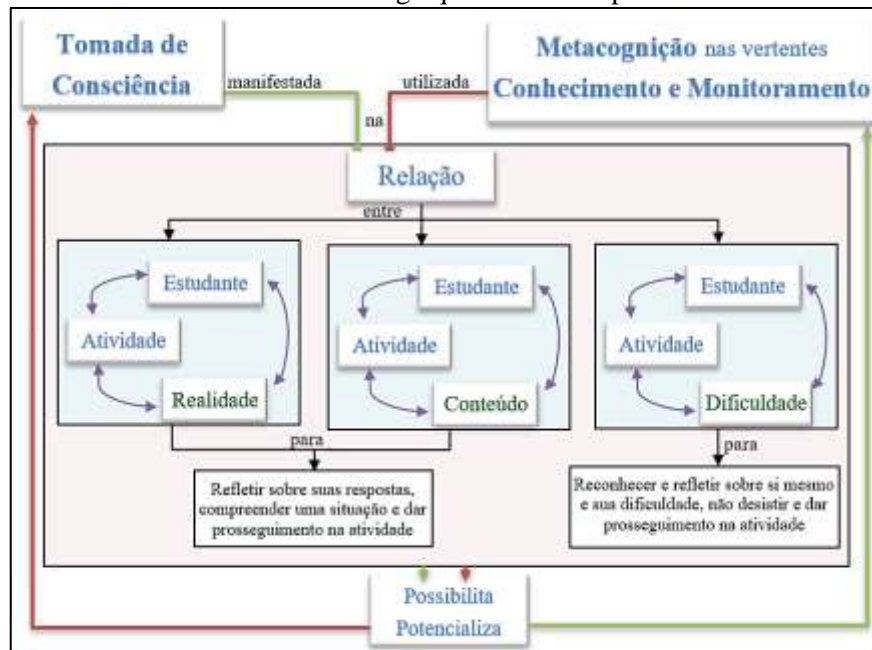
Quanto ao terceiro agrupamento desta categoria, relacionada aos momentos em que os estudantes reconhecem suas dificuldades no desenvolvimento da atividade, atentamos que nem sempre essas dificuldades são reconhecidas pelos próprios estudantes, mesmo que identificadas pelos docentes. Todavia, tomar consciência da dificuldade é essencial para que o estudante possa superá-la. Blum e Ferri (2009) consideram que as atividades de Modelagem Matemática geralmente exigem mais dos estudantes por estarem ligadas a várias competências, como ler, comunicar, projetar, aplicar estratégias e trabalhar matematicamente. Desse modo, entendemos, em Modelagem os alunos podem encarar dificuldades de diferentes naturezas e aprender ao lidar com elas de modo consciente.

Isso se mostra quando os estudantes E1.5.5A e E5.5.5A percebem que moram em um local que não aparece no mapa da região em que se localiza a escola, levado pelo professor. Para estes estudantes, o desenvolvimento da atividade toma outro rumo, pois, se realmente quisessem calcular a distância de suas casas até a escola, precisariam proceder de forma diferente dos colegas, exigindo reflexão sobre a possibilidade de desenvolvimento da atividade. Para conseguir resolver a situação, E5.5.5A faz uma relação do tempo que levava para ir de ônibus para a escola (10 minutos) com o tempo que P2 levava para ir de sua casa até a escola de carro (20 minutos), estimando que o trajeto que percorria era de 5 quilômetros. Deste modo, torna possível um cálculo que a princípio não conseguiriam realizar, permitindo o desenvolvimento de outra estratégia, até então não vislumbrada quando do desenvolvimento inicial da atividade.

Quando o estudante reconhece seus limites e dificuldades, ele também passa a reconhecer as suas potencialidades. Segundo Beber, Silva e Bonfiglio (2014, p. 150), “quando a metacognição está presente, o aprendiz reconhece suas potencialidades e/ou dificuldades, ultrapassando limites e obstáculos”. Tomando consciência do que fazem, os estudantes monitoram seus processos e aumentam as chances de sucesso na atividade de Modelagem Matemática, ou seja, “o avanço está na tomada de consciência do saber e do não saber, num processo constante de autoavaliação para alcançar a autorregulação” (*ibid.*).

A fim de compilar as considerações sobre a manifestação da tomada de consciência em uma perspectiva metacognitiva em uma atividade de Modelagem Matemática na relação que o estudante estabelece com algo que é concreto para ele, apresentamos o esquema da Figura 12.

Figura 12: Manifestação da tomada de consciência na relação que o estudante estabelece com algo que é concreto para ele.



Fonte: dos autores.

Considerações finais

Ao escrever as considerações finais deste artigo, somos levados a retomar a questão que norteou a pesquisa: *O que manifestam estudantes de quintos e sextos anos do Ensino Fundamental em relação à Tomada de Consciência sobre suas ideias e seus encaminhamentos de resolução ao investigar uma situação por meio da Modelagem Matemática?*

Percebemos que nas três categorias relacionadas à manifestação da tomada de consciência esteve presente a reflexão dos estudantes em relação à atividade (Figuras 10, 11 e 12). Além disso, as ações relacionadas à tomada de consciência presentes nas categorias podem acontecer de forma não linear em um mesmo momento da atividade de Modelagem, estando, portanto, intimamente vinculadas, no sentido de que, enquanto o estudante (no âmbito do grupo) desenvolve uma atividade de Modelagem Matemática, pode manifestar a tomada de consciência de diferentes maneiras e em diferentes intensidades. Ainda, uma conscientização pode levar a outra.

Inspirados nas análises empreendidas e nos esquemas sínteses de cada categoria (figuras 10, 11 e 12), consideramos significativo complementar nossa concepção de tomada de consciência, apresentada no referencial teórico, a partir do contexto de atividades de Modelagem Matemática. Atentamos que, embora utilizemos nas análises excertos e exemplos relativos à atividade do caminho de casa à escola, outras atividades de Modelagem foram realizadas pelos alunos e corroboraram a construção de cada categoria.

Da pesquisa, entendemos que a tomada de consciência, na perspectiva metacognitiva *e em contexto de atividades de Modelagem Matemática*, é um processo consciente de percepção das ações e dos processos cognitivos que se dá na interdependência entre a *atividade de mediação, o conhecimento e o monitoramento cognitivos e a relação que o sujeito estabelece com algo concreto para ele*, enquanto desenvolve atividades e lida com situações que envolvem investigação, envolto ao diálogo empreendido no âmbito de um grupo.

Acreditamos que, em uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida no âmbito de um grupo, quando o estudante toma consciência sobre seus modos fazer e de aprender, os conhecimentos que já possui sobre determinado conteúdo, as relações que estabelece, os modos como age, a superação de dificuldades, são potencializados, assim como as possibilidades de aprendizagens e de reconhecimento dos momentos oportunos para uso de uma ou outra estratégia de resolução.

Agradecimento

O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, ao que agradecemos pelo financiamento.

Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; BRITO, Dirceu dos Santos. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 11, p. 483-497, 2005.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Registros de

representação semiótica em atividades de modelagem matemática: uma categorização das práticas dos alunos. **Unión: revista iberoamericana de educación matemática**, n. 25, p. 109-125, 2011.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática na sala de aula. Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife. **Anais [...]** Recife: UFPE, CD-ROM, 2004.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. 3ª reimp. da 1ª ed. São Paulo: Edições, v. 70, 2016.

BEBER, Bernadette; SILVA, Eduardo; BONFIGLIO, Simoni. Metacognição como processo da aprendizagem. **Psicopedagogia**. v.31, n. 95, p. 144-51, 2014.

BLUM, Werner; FERRI, Rita Borromeo. Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. **Journal of mathematical modelling and application**, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.

CASTRO, Élide Maiara Velozo de; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Metacognição em modelagem matemática: um olhar para produções sobre esta temática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2019, Belo Horizonte - MG. **Anais [...]**. Belo Horizonte: 2019. 12 p.

DOLY, Anne-Marie. Metacognição e mediação na escola. In: GRANGEAT, Michel. **A metacognição, um apoio ao trabalho dos alunos**. Porto: Porto Editora, p. 17-59, 1999.

FLAVELL, John H. Metacognitive aspects of problem-solving. In: RESNICK, L. B. (Ed.). **The nature of intelligence**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, p.231-236, 1976.

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Acerca de la metacognición. **Paradigma**, v. 14, n. 1-2, 1996.

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Metacognición y aprendizaje estratégico. **Revista Integra Educativa**, v. 2, n. 2, p. 127-136, 2009.

GRANGEAT, Michel. **A metacognição, um apoio ao trabalho dos alunos**. Porto: Porto Editora, v. 1, 1999.

GUIMARÃES, Sandra Regina Kirchner; STOLTZ, Tania; BOSSE, Vera Regina Passos. Da tomada de consciência à metacognição. In: GUIMARÃES, Sandra Regina Kirchner; STOLTZ, Tania. **Tomada de consciência e conhecimento metacognitivo**. Curitiba: Editora UFPR, 2008. p. 13-28.

JESÚS, Amaury de. Caracterización de la Regulación Metacognitiva en la Resolución de Problemas sobre Medidas de Tendencia Central. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 26, 2020.

MARINI-FILHO, Renato; STOLTZ, Tania. Aprendizagem baseada em problemas, metacognição e tomada de consciência: reflexões sobre um estudo transversal. In: GUIMARÃES, Sandra Regina Kirchner; STOLTZ, Tania. **Tomada de consciência e conhecimento metacognitivo**. Curitiba: Editora UFPR, 2008. p. 13-28.

NISS, Mogens. Models and modelling in mathematics education. **Ems Newsletter**, v. 86, p.

PORTILHO, E. Como se aprende Estratégias, estilos e metacognição. 2 edição. Rio de Janeiro. **Wake d**, 2011.

SCHELLER, Morgana; DE LARA BONOTTO, Danusa; VIALI, Lori. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais por meio da Modelagem Matemática na Educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica. **Perspectivas da educação matemática**, v. 9, n. 21, 2016.

SCHRENK, Maykon Jhonatan. **Tomada de consciência em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Fundamental**. 2020. P. 222. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, Cascavel, 2020.

SCHRENK, Maykon Jhonatan; SEIBERT, Daiane Maria; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Adaptando uma atividade de Modelagem Matemática para um estudante autista e cego – o relato de uma experiência. In: ENCONTRO NACIONAL ONLINE DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA, 2020, Online. **Anais [...]**. Online: 2020. 11 p.

TOVAR-GÁLVEZ, Julio César. Modelo metacognitivo como integrador de estrategias de enseñanza y estrategias de aprendizaje de las ciencias, y su relación con las competencias. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 46, n. 7, p. 1-9, 2008.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática**. 2013. 247 p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de modelagem Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 30, n. 56, p. 1070-1091, 2016.

YANNI-PLANTEVIN, Emmanuelle. Metacognição e relação com o saber. In: GRANGEAT, Michel. **A metacognição, um apoio ao trabalho dos alunos**. Tradução: Teresa Maria Estrela. Portugal: Porto Editora, p. 127-149, 1999.

Recebido em: 01 de setembro de 2021
Aprovado em: 04 de outubro de 2021