revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A RELEVÂNCIA DE CONHECER E COMPREENDER A INCOMPLETUDE DA MATEMÁTICA: UM OLHAR FENOMENOLÓGICO SOBRE O TEOREMA DA INCOMPLETUDE DE GÖDEL

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.21.44-63

José Milton Lopes Pinheiro[1]
Rosemeire de Fatima Batistela[2]

Resumo: Este artigo discute a pertinência da crise nas ciências apresentadas pelo fenomenólogo Edmund Husserl diante do teorema da incompletude de Gödel. Com essa discussão objetiva-se expor o compreendido a respeito da importância de conhecer e compreender a incompletude da Matemática. Para isso realiza-se uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico buscando o dito por alguns pesquisadores das áreas de Filosofia, Matemática e Educação Matemática sobre a temática aqui focada. Neste estudo, considerações sobre a importância da compreensão da incompletude da Matemática são apresentadas com direcionamento aos matemáticos e, principalmente, aos não matemáticos, expondo possíveis implicações desse teorema nas vivências de sala de aula, evidenciando o escopo do método de produção da Matemática e questionando a ideia de que essa ciência reina suprema em um oásis que só é acessível para alguns. Com o revés produzido pelo teorema da incompletude para a possibilidade de completude em Matemática, entende-se que algo muda na compreensão dos limites do método axiomático. Disso, tem-se que a incompletude, a possibilidade de mudança e a transformação não se restringe ao sujeito que trabalha com a Matemática, mas também pode ocorrer na própria Matemática, que mesmo em suas estruturas mais complexas pode avançar através da produção de novos conhecimentos, como pode ser observado nos estudos da história da constituição e produção dessa ciência.
Palavras-chave: Teorema da Incompletude de Gödel (TIG); Crise nas ciências; Fenomenologia Husserliana.

THE RELEVANCE OF KNOWING AND UNDERSTANDING THE INCOMPLETENESS OF MATHEMATICS: A PHENOMENOLOGICAL PERSPECTIVE AT GÖDEL'S INCOMPLETENESS THEOREM

Abstract: This article discusses the relevance of the crisis in the sciences presented by phenomenologist Edmund Husserl in the face of Gödel's incompleteness theorem. This discussion aims to expose the understanding of the importance of knowing and understanding the incompleteness of Mathematics. For this, a qualitative research of bibliographic nature is carried out, interpreting what was said by some researchers in the areas of Philosophy, Mathematics and Mathematical Education on the theme discussed here. In this study, considerations about the importance of understanding the incompleteness of Mathematics are presented with a focus on mathematicians and, mainly, non-mathematicians, exposing possible implications of this theorem in the classroom experiences, highlighting the scope of the Mathematics production method and questioning the idea that this science reigns supreme in an oasis that is only accessible to some. With the setback produced by the incompleteness theorem for the possibility of completeness in Mathematics, it is understood that something changes in the understanding of the limits of the axiomatic method. From this, we have that incompleteness, the possibility of change and transformation is not restricted to the subject who works with Mathematics, but it can also occur in Mathematics itself, which even in its most complex

[1] Doutor em Educação Matemática. Professor no Centro de Ciências Exatas, Naturais e Tecnológicas da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (UEMASUL). E-mail: jose.pinheiro@uemasul.edu.br - ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0989-7403.
[2] Doutora em Educação Matemática. Professora no Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). E-mail: rosebatistela@uefs.br - ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2779-7251.

structures can advance through the production of new knowledge, as can be seen in studies of the history of the constitution and production of this science.

Keywords: Gödel's Incompleteness Theorem. The crisis in the sciences. Husserlian Phenomenology.

Introdução

Ao olhar para a Antiguidade grega vê-se que o conhecimento matemático era compartilhado e se desenvolvia em amplos debates realizados no ceio da Filosofia, como se pode verificar nas obras de Platão, Aristóteles e Descartes. Em debates mais atuais, como os ocorridos nos séculos XIX e XX, pode-se destacar os trabalhos realizados pelas escolas filosóficas do Logicismo, do Intuicionismo e do Formalismo, que buscaram pelos fundamentos e estruturas para/da Matemática, "dando-nos muita matemática nova e bela, que diz respeito principalmente à teoria dos conjuntos, ao intuicionismo e suas várias modificações construtivas e à lógica matemática, com seus vários rebentos." (SNAPPER, 1984, p. 93). Aqui, destaca-se também a discussão do fenomenólogo Edmund Husserl (1859 – 1938), cujo olhar lançado ao conhecimento abarca também a Matemática em seu modo de mostrar-se e constituir-se.

No entanto, conforme afirma Husserl (2012)[3] na obra *Krisis*, passada a Era da Matemática produzida também como fazer filosófico, as ciências (notadamente as europeias) entraram em constante movimento rumo à dissociação da Filosofia, o que na visão de Husserl (2012) corroborou para uma guinada no olhar a respeito da produção do conhecimento, havendo um desprendimento das relações humanas e de sua diversidade.

Com esse direcionamento, o olhar lançado ao mundo passa a ser de objetivação, ou seja, o mundo e o que está com ele, vê-se como coisas objetivadas e, portanto, passíveis de serem descritas por sistemas formais, tais como modelos capazes de estruturar o mundo descrevendo-o numa linguagem lógico-matemática. Assim, Husserl (2012) expõe o entendimento de haver uma espécie de cegueira a alguns aspectos das ciências, ofuscação essa revelada pela atitude de modelar "toda uma dimensão do conhecimento ao adotar a compreensão de que a natureza é redutível a uma multiplicidade matemática" (BARCO, 2011, p. 97).

Neste estudo quer-se propor um movimento de pensar a Matemática *com* Filosofia buscando fazê-lo na perspectiva de um olhar fenomenológico. Quer-se tecer com a *Krisis*

[3] Husserl (2012) é referência à obra: A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental: uma introdução à Filosofia Fenomenológica", tradução da obra original: *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzentale Phänomenologie: Eine Einleitung in die phänomenologische Philosophie*, publicada em 1936. Neste texto utilizaremos *Krisis* em referência a essa obra.

interpretações com as quais se possa pensar o revés produzido pelo Teorema da Incompletude de Gödel (TIG)[4] no entendimento da concepção de Matemática. Esse feito impôs limites a trabalhos e projetos que, à época eram promissores e muito esperados pela comunidade matemática. Assim, está-se aproximando o pensar filosófico da Fenomenologia de Husserl a um teorema elaborado por um lógico matemático, Kurt Frederich Gödel (1906 – 1978), o qual impactou ao evidenciar que a noção de conhecimento matemático compartilhada no horizonte matemático estava desajustada.

O estudo do teorema da incompletude, do dito sobre ele e a articulação com a Fenomenologia Husserliana realizou-se por meio de interrogações pelo conhecimento e pelo modo de conhecer no âmbito da Matemática e de seus correlatos nas vivências daqueles que a ela se voltam. Mais especificamente, este estudo interroga qual a importância de conhecer e compreender a incompletude da Matemática. Compreensões em torno desta interrogação, que são apresentadas neste texto, incidem sobre temas relevantes à formalização da Matemática, bem como sobre o ensino e a aprendizagem da mesma, ou seja, podem ser de interesse de matemáticos e de não matemáticos, de professores de Matemática e de seus alunos.

Para dar conta do interrogado assumimos aqui uma abordagem qualitativa. As compreensões que este estudo traz foram se mostrando num horizonte de possibilidades, visado sempre da perspectiva da interrogação da pesquisa. Foi realizado um estudo bibliográfico buscando o dito por pesquisadores das áreas de Filosofia, Matemática e Educação Matemática sobre o teorema da incompletude de Gödel e suas implicações, bem como sobre compreensões fenomenológicas de constituição do conhecimento com as quais se pudesse tecer articulações relevantes ao estudo.

Adotando a modalidade de pesquisa bibliográfica foram postas em suspensão premissas e quaisquer teorizações que pudessem fazer do estudo algo previamente determinado, para que tanto a interrogação como as compreensões sobre ela tenham possibilidade de serem genuínas ao se mostrarem no/com o movimento de pesquisa.

O teorema da incompletude de Gödel e suas implicações junto às pretensões da Matemática

A Matemática atual possui o *status* de ser a ciência dos sistemas formais, a ciência do

[4] Optamos por referirmo-nos ao teorema da incompletude de Gödel no singular, embora sejam dois teoremas da incompletude. Haverá uma ocasião em que neste texto eles serão enunciados separadamente. Na literatura especializada a nomenclatura Teorema da Incompletude de Gödel é mais utilizada, podendo por vezes aparecer como Teoria da Incompletude de Gödel. O segundo teorema é um corolário do primeiro e por essa razão prefere-se nomeá-los assim considerando-os como um só teorema.

rigor, aquela que nos diz como conduzir raciocínios lógico formais adequados. Adequados segundo as regras dos sistemas axiomáticos formais. Essa ciência é composta por teorias cujas verdades[5] circunscritas a cada uma delas estão imantadas pelos axiomas da teoria e as demais verdades. Os teoremas da teoria são obtidos por dedução. As verdades deduzidas são demonstradas e carregam em si o teor das verdades evidentes presentificadas nos axiomas ali circunscritos. As regras lógicas utilizadas na dedução e na demonstração garantem a preservação das verdades, que estão presentes em relação ao conjunto dos axiomas da teoria.

Uma teoria matemática quando publicamente apresentada à/na comunidade matemática é fruto de um processo que envolve uma pré-ocupação com sua base. Pré no sentido de anterior, e ocupação significando intenso trabalho na busca de uma base axiomática consistente que circunscreva as verdades intuitivas que se quer ter na teoria.

Os matemáticos têm se ocupado de construir estradas seguras pelas quais se possa alcançar conclusões verdadeiras. As primeiras conquistas nesse sentido são encontradas na Grécia desde antes de Cristo. O método axiomático aparece pela primeira vez na obra *Os Elementos* de Euclides e revela-se como o modo de preservar as verdades evidentes que estão presentes na base axiomática da teoria. Esse método possibilita que outras verdades, aquelas que não são evidentes nos axiomas, sejam expressas na teoria e demonstradas. Por meio das regras da Lógica, as quais preservam verdades, os teoremas são demonstrados e assim vão sendo construídas as teorias matemáticas.

O desenvolvimento da Matemática, principalmente no século XIX, provocou a necessidade de fundamentação do conhecimento matemático, de entendimento sobre em que bases esse conhecimento se apoiava e da garantia de que essa base de apoio não continha contradições. Esse episódio que se chama crise dos fundamentos da Matemática afetou a comunidade de matemáticos profissionais do século XX. A crise dos fundamentos consistiu de um intenso direcionamento do trabalho dos matemáticos procurando esclarecer os conceitos utilizados nas bases das teorias matemáticas e a consistência dos axiomas. Os esforços buscaram desenvolver composições axiomáticas que pudessem sustentar de forma precisa e indubitável - sem contradições - os conhecimentos matemáticos estabelecidos.

Três grupos diferentes de matemáticos, - os logicistas, os intuicionistas e os formalistas – dedicaram-se a projetos com o objetivo de fundamentar a Matemática evidenciando a base sólida sob a qual ela se apoiaria, sem deixar espaço para o surgimento de paradoxos no corpo de conhecimento matemático. As articulações e o empenho de cada

[5] Aqui entendidas como verdades matemáticas, as que se sustentam a partir de um dado conjunto de axiomas deduzidas desse conjunto por meio de regras da lógica.

grupo, também conhecidos como escolas filosóficas, produziu porções da Matemática que não exclui as demais produções dos outros dois. Diferiam em relação aos ideais dos projetos – principalmente os fundamentos sob os quais acreditavam que poderiam ser o alicerce da Matemática - e nenhuma das três escolas conseguiu que seus ideais fossem completamente contemplados.

A escola logicista teve seu insucesso parcial associado à incapacidade de provar que dois dos nove axiomas da teoria desenvolvida por Zermelo e Frankel (ZF) - os quais eram tomados como o fundamento da Matemática nesse projeto - pertenciam à Lógica. Observou-se nessa situação que o axioma da escolha e o axioma da infinidade eram aceitos em virtude de seus próprios conteúdos e não de suas formas sintáticas. Com isso, eles não podiam ser considerados proposições lógicas e, portanto, não se pode provar que as proposições verdadeiras na Matemática correspondiam às expressões verdadeiras para a Lógica. Portanto, não foi possível completar o projeto logicista que idealizava mostrar que a Matemática era deduzida da teoria dos conjuntos, que era equivalente a mostrar que podia ser deduzida da Lógica (BATISTELA *et al*., 2017).

A escola intuicionista, segundo Snapper (1984) conseguiu fundamentar uma grande porção da Matemática Clássica sobre a intuição, iniciando nos números naturais e avançando. Porém, alguns teoremas não puderam ser demonstrados pelo intuicionismo e devido a isso, uma parte da Matemática Clássica não estava no conjunto da Matemática válida e aceita como tal pelos intuicionistas. Esse fato fez com que a comunidade matemática da época não aceitasse que a fundamentação sob a intuição fosse a alternativa que resolvesse a crise dos fundamentos, negando assim o projeto intuicionista. Segundo Snapper (1984), a rejeição deveu-se a: 1) havia teoremas clássicos que não puderam ser demonstrados; 2) havia resultados demonstrados sem a elegância das demonstrações clássicas; e 3) havia os teoremas que eram verdadeiros no intuicionismo e falsos na Matemática Clássica.

Cabe dizer que todo o legado matemático dos intuicionistas no projeto de fundamentação está livre de contradições, mas não satisfez esteticamente e não convenceu os matemáticos que seria uma opção melhor do que a Matemática Clássica para aplicações a outras ciências.

Continuando com a terceira escola filosófica, a escola formalista obteve resultados importantes, contudo, seu ideal foi atingido pelo teorema da incompletude de Gödel no ponto em que esse resultado demonstrou que os axiomas da base da Aritmética - aqueles que eram tomados como base no projeto de fundamentação da Matemática pela escola formalista – não poderiam ser provados como um sistema completo de axiomas. Isso significa que Gödel demonstrou que não poderia ser realizada a prova matemática de que o conjunto de axiomas proposto por Dedekind-Peano para os números naturais não gerava contradições. Richard Dedekind (1831 – 1916) e Giuseppe Peano (1858 - 1932) participaram dos trabalhos que mostraram que o método axiomático poderia ser aplicado à Aritmética e propuseram um conjunto de axiomas para os números naturais.

O ponto de impacto do teorema da incompletude foi no problema 2 de Hilbert ao estabelecer a impossibilidade da demonstração desse problema. Tal problema diz respeito ao segundo da lista de 23 problemas que David Hilbert (1862 – 1943) apresentou no Congresso Internacional de Matemática em 1900 o qual solicitava a prova da consistência dos axiomas da Aritmética. Gödel ao demonstrar seu teorema da incompletude aponta os limites do que pode ser provado em teorias axiomáticas formais (SNAPPER, 1984).

O estabelecido pelo teorema da incompletude de Gödel colocou fim aos empenhos da escola formalista em tentar provar a consistência dos axiomas da Aritmética, mas faz-se necessário explicitar que a impossibilidade da prova da não contradição da Aritmética não inviabilizou ou inutilizou as produções matemáticas dos formalistas - que haviam se empenhado em apoiar a Matemática sob o fundamento da Aritmética de Peano – mas produziu - junto com o evento histórico matemático da criação das geometrias não euclidianas - uma lucidez sobre a impossibilidade da prova da não contradição que influenciou o entendimento na comunidade matemática de que os axiomas são pontos de partida convenientes para desenvolver uma teoria matemática e que não são verdadeiros ou falsos no sentido matemático. Isso não coloca em causa o método axiomático, apenas mostra os limites desse método que se reflete, por exemplo, no fato de existirem verdades matemáticas que não podem ser demonstradas pelos métodos matemáticos.

O teorema da incompletude de Gödel

A compreensão do teorema da incompletude de Gödel pode ter níveis de profundidade e para o prosseguimento da leitura desse texto o que consideramos necessário é exposto a seguir.

A demonstração do TIG possui duas partes que são chamadas de primeiro e segundo teoremas da incompletude. Em palavras da *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, o enunciado do primeiro teorema da incompletude é: *em qualquer sistema formal consistente F no qual uma certa quantidade de Aritmética possa ser realizada, há declarações da linguagem de F que não podem ser provadas nem refutadas em F*. O segundo teorema é assim enunciado: *em qualquer sistema formal consistente F no qual uma certa quantidade de Aritmética possa ser realizada, esse sistema formal não pode provar que o sistema em si é consistente* (supondo que seja realmente consistente).

A primeira parte da demonstração do teorema é aquela em que Gödel estabelece, por meio de um processo de numeração, que se vale do Teorema Fundamental da Aritmética, um mapeamento da Aritmética na Metamatemática e constrói uma proposição verdadeira na Aritmética a qual, quando é mapeada na Metamatemática possui uma expressão que não tem uma demonstração matemática para ela. Dizer que não existe essa demonstração significa dizer que ela não pode ser estabelecida pelos métodos matemáticos. Esclarecendo: afirmar que a proposição é indecidível não significa que a demonstração está em construção ou que pode vir a ser construída, e sim significa que a demonstração que não existe é independentemente de esforços de matemáticos, ou seja não há uma demonstração para uma proposição verdadeira construída na Aritmética e mapeada na Metamatemática. Disso, tem-se que há uma verdade na Metamatemática que não pode ser demonstrada (BATISTELA, 2017), melhor dizendo, um conjunto dessas verdades e não somente uma.

Na segunda parte da demonstração Gödel constrói uma fórmula aritmética que representa a proposição metamatemática "A Aritmética é consistente" e mostra que essa fórmula não pode ser demonstrada, com isso, a consistência da Aritmética não pode ser estabelecida por um argumento metamatemático representado na Aritmética formalizada.

Até o momento da prova de Gödel não se cogitava haver na Matemática uma verdade que não pudesse ser demonstrada, ou seja, verdade e demonstrabilidade até Gödel não eram consideradas objetos distintos.

Em um determinado aspecto a mensagem mostrada por esses teoremas é que nenhum sistema formal pode reunir e expressar toda a Matemática válida devido à abundância do conhecimento matemático e não por uma falta de poder computacional ou humano. Isso mostra que o conjunto do conhecimento matemático contém dois subconjuntos – um formado por uma grande quantidade de conhecimento expresso na linguagem da teoria dos conjuntos e pelo sistema axiomático formal; e outro, que é composto por verdades matemáticas que não podem ser expressas nos termos das verdades do primeiro subconjunto.

Entende-se que as escolas filosóficas aqui mencionadas contribuíram sobremaneira para o projeto de fundamentação da Matemática, ainda que o sucesso total delas não tenha sido obtido. Os intuicionistas, os logicista e os formalistas, cada qual ao seu modo, procuraram mostrar as interseções da Matemática com a Lógica. Diz-se isso para argumentar que o TIG é central aos empenhos de fundamentação da Matemática, mas ele não invalida parte alguma da Matemática já construída até o momento por nenhuma das três escolas. Ele conclui que toda teoria, que tenha enlaçado em seu sistema formal os axiomas de Peano, possui fórmulas que são verdadeiras e indemonstráveis e, como consequência disso, que essas teorias não são capazes de provar suas próprias consistências.

A análise de Husserl sobre a crise das ciências europeias

A crítica permanente de Husserl aos limites da razão como conhecedora do mundo o põe numa busca incessante cuja interrogação diretriz é *como conhecer*, *como decidir pela verdade?* Essa busca o leva na contramão dos movimentos acadêmicos mais incisivos de sua época, quando as correntes predominantes, infladas por um Positivismo subjacente, preconizam a razão científica, especialmente a garantida e operacionalizada pela Matemática e queriam mais e mais metrificar o inquérito sobre as ocorrências.

Husserl (2012) tece críticas, em maior densidade, quando se dirige à Filosofia e às Ciências Humanas, como a Psicologia, que nos primórdios do século passado, em suas tendências hegemônicas buscavam se espelhar nos sucessos das ciências da natureza. Tais críticas marcam nas produções de Husserl a relevância do campo fenomenológico enquanto um campo científico autêntico, com o qual se apontou rachaduras no psicologismo (que visava reduzir a Lógica à Psicologia), bem como nas pretensões do Positivismo e das ciências europeias. A cada crítica, Husserl foi caminhando rumo às constatações expressas em sua última obra, a *Krisis*.

Na *Krisis*, Husserl (2012) aponta que ao se ausentar de uma arena filosófica de debate sobre o conhecimento, abateu-se sobre as ciências (europeias), dentre as quais está a Matemática, o que ele classifica como uma crise dos fundamentos, que se origina na convicção de que a verdade do mundo se encontra apenas no que é enunciável no sistema de proposições da ciência objetiva, ou seja, no objetivismo. A *Krisis* expõe o fracasso dessa convicção, lança luz à incapacidade do objetivismo de abarcar o conhecimento como um todo, pois deixa às margens noções perceptivas, tal como a de que uma compreensão de mundo percebido e vivenciado atuou na constituição do método objetivista, antes mesmo de ele existir, ou até antes de se pensar sobre ele, ou sobre o que seria um método.

A crise também se instala sobre a contradição das ciências europeias, de afastar o homem e suas singularidades, bem como ausentar-se de compreendê-lo como um todo amplo, complexo e repleto de sentidos, visto que ela, a própria ciência, é a atividade humana mais autêntica quanto à busca pela verdade e, assim, deve ocupar-se do sentido desta busca. “Em nossa necessidade vital (...) essa ciência nada tem a nos dizer. Ela exclui em princípio precisamente a questão que cada homem (...) encontra como a que mais incomoda: a questão pelo sentido ou a falta dele no todo da existência humana" (HUSSERL, 2012, p. 4).

Para Husserl configura-se uma crise de sentido: "sem perguntar-se radicalmente sobre o "para onde" é orientada a existência – a que o homem realmente e em última instância aspira –, não se pode compreender e realizar a vocação mais íntima, pessoal e comunitária do homem e com isso não se pode realizar o próprio sentido" (BARCO, 2011, p. 99).

Entende-se que um dos motivos dessa crise apontada por Husserl deve-se ao conflito de compreensões sobre a concepção de mundo na visada da ciência e da Fenomenologia. A primeira diz de um mundo construído pela soma de objetos em si, determinados, justapostos. Nela, a pré-compreensão sobre a qual se configuram as modalidades de conhecimento é que: "a natureza em si é idealizada sobre a orientação da nova matemática; a natureza em si se torna (...) uma multiplicidade (*Mannigfaltigkeiten*) matemática" (HUSSERL, 2012, p. 20). Esse pensar formaliza a premissa lógica: todo o ser possível é natureza e a natureza é matemática, logo, todo ser pode ser posto num sistema matemático.

Na Fenomenologia, o mundo é compreendido como mundo-vida, lugar constituído pelo horizonte latente de nossas experiências, sempre presente, sem cessar, indeterminado, no qual os objetos estão aí, sempre imbricados numa dialética sujeito-objeto que se dá nas diferentes vivências. Esse mundo constitui a pré-compreensão fenomenológica, pois ele é "anterior ao conhecimento do qual o conhecimento sempre fala, e em relação ao qual toda determinação científica é abstrata, significativa e dependente, como a Geografia em relação à paisagem – primeiramente nós aprendemos o que é uma floresta, um prado ou um riacho" (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 4).

Husserl critica a ideia de mundo das ciências ocidentais, explicitando que "a natureza não é inteiramente matemática, nem tem de ser pensada como um sistema matemático unitário [...] como abrangida por um sistema de leis 'axiomático' quanto à forma. [...] não temos qualquer perspectiva de descobrir o sistema de axiomas específico da natureza" (HUSSERL, 2012, p. 44).

Esta crítica se estende na *Krisis* e atinge Galileu, que ao abraçar a tese de figuras exatas nascidas de uma pretensa obviedade obtida pela Lógica, criação de ilusões geométricas a partir de cada "verdade absoluta autônoma", deixou às margens toda a intuitividade da agrimensura prática, que precedeu a geometria antiga. Tem-se, assim, a criação de uma Física Matemática com a qual se olha o mundo, que não pode ser compreendido antes de se entender e conhecer a língua e os caracteres com os quais é escrito. "Ele está escrito numa linguagem matemática, os caracteres são triângulos, circunferências e outras figuras geométricas, sem cujos meios é impossível entender a humanamente as palavras; sem eles nós vagamos perdidos dentro de um obscuro labirinto” (GALILEI, 1973, p. 119).

O pensamento galilaico se apoia na crença em um inatismo das ideias básicas para uma matemática pura, que é a mesma para uma “faculdade da evidência apodítica em axiomas e deduções” (HUSSERL, 2012, p. 48). “Não é de se admirar que possamos encontrar já em Descartes a ideia de uma matemática universal”, arremata Husserl (2012, p. 49).

Tal pensamento materializa-se nas estruturas das ciências contemporâneas, reforçando um descolamento do pensar filosófico e fazendo avançar um ideário objetivista do mundo, fundado no ceio do Positivismo, e caracterizado como o “que se move sob o chão do mundo que é predado tomado por garantido pela experiência, procura a ‘verdade objetiva’ desse mundo, procura o que, nesse mundo, é incondicionalmente válido para todo ser racional, o que é em si mesmo” (HUSSERL, 2012, p. 165).

No ideário positivista as fórmulas apresentadas por um físico ou matemático seriam a expressão do *ser-em-si* das coisas e do mundo físico. Para além dessa formulação, como qualquer possibilidade interpretativa aberta pela subjetividade e pela intuição, nenhuma outra questão teria sentido racional.

O método científico, apresenta modos de lidar com objetividades factuais. Assim, tal método avança por uma racionalidade técnica, cujo esforço instrumental consiste em estabelecer relações ao que se considera fato científico. Compreendendo a razão como aquela que confere sentido às coisas, às compreensões subjetivas, aos valores e fins, Husserl (2012, p. 18) afirma também uma “crise da razão”, expondo que “perde-se a fé na razão que dá sentido ao mundo, no sentido da história, no sentido da humanidade, em sua liberdade, na capacidade e possibilidade do homem conferir um sentido racional à sua existência individual e coletiva”.

Husserl (2012, p. 70) propõe a reativação da filosofia transcendental como modo de romper os paradigmas e a racionalidade técnica do Positivismo. Tal filosofia, compreende que o sentido “pré-doado mundo-vida é uma estrutura subjetiva, é o resultado de um vivenciar em vida pré-científica. Nessa vida o sentido e a validade ôntica do mundo são construídos – daquele mundo particular, isso é, que é realmente valido para o indivíduo que experiencia”.

Propõe-se, portanto, o primeiro ato filosófico que seria retornar ao mundo-vida aquém do mundo objetivo já que é nele que poderemos compreender tanto o direito como os limites do mundo objetivo, “restituir à coisa sua fisionomia concreta, aos organismos sua maneira própria de tratar o mundo, à subjetividade sua inerência histórica, reencontrar os fenômenos, a camada de experiência viva através da qual primeiramente o outro e as coisas nos são dados, o sistema 'Eu-outro-as-coisas' no estado nascente" (MERLEAU-PONTY, 2011, p. 90).

A esse mundo no qual o primeiro ato filosófico é realizado, a ciência prefere olhar de sobrevoo. Uma vez realizado este ato, assumindo-o como modo de ser no mundo, restitui-se a subjetividade como solo comum do qual uma vez nasceram todos os conhecimentos agora formalizados e divididos em áreas e subáreas.

Vale frisar que a crítica expressa na *Krisis* não visa descontruir ou depreciar as ciências e o método científico, apenas propõe deixá-la em suspenso, tirando-a de uma posição de provedora de verdades absolutas, para que com isso se abra uma possibilidade de crítica. No início dessa obra, Husserl (2012, p. 9) expõe esse pensar quando indaga "podemos falar seriamente em uma crise das ciências frente aos seus constantes êxitos? Ainda, Husserl (2012, p. 80) reconhece que "a ciência matemática da natureza é uma técnica maravilhosa que permite efetuar induções de uma fecundidade, de uma probabilidade e precisão, de uma facilidade de cálculo, que antes se quer se teria podido suspeitar". No entanto, Husserl, munindo-se do rigor fenomenológico, quer apenas descrever a operacionalização pela qual pode-se obter o conhecimento científico, para, mediante retomada dessa descrição, compreender como se faz presente o mundo circundante e o humano, que são relevantes para a filosofia husserliana, pois "à medida que se esquece, na temática científica do mundo circundante intuitivo, o fator meramente subjetivo, esquece-se também o próprio sujeito atuante, e o cientista não se torna tema de reflexão" (HUSSER, 2012, p. 81).

As constatações de Husserl sobre a crise nas ciências e o teorema da incompletude de Gödel

É sabido que Gödel, desde os anos de estudante em Viena, assumiu as compreensões plantonistas, porém depois de 1959 ele faz referências à Fenomenologia Husserliana em textos e palestras nas quais assume estar aprofundando leituras de obras de Husserl. Os apontamentos de Gödel em relação à Husserl direcionavam-se, especialmente, ao trabalho do filósofo sobre a Lógica, notadamente às Investigações Lógicas (1901) e à Lógica Formal e Transcendental (1929), entendendo que há nessas obras uma nova direção para o desenvolvimento da Lógica, não no sentido de rejeitar a Lógica Matemática da época, mas de complementá-la propondo-lhe uma fundamentação mais profunda (CASSOU-NOGUÈS, 2007).

Segundo Cassou-Noguès (2007), com as leituras em Husserl, Gödel admite que objetos matemáticos existem independentemente de nossos atos cognitivos, mas são dados a nós em uma intuição específica; esses conceitos têm uma realidade objetiva própria, que não podemos criar ou mudar, mas apenas perceber e compreender. A posição de uma realidade matemática, independente de nossos atos cognitivos e dada em uma percepção sobre a qual podemos refletir, aproxima Gödel das Investigações Lógicas de Husserl. Tem-se como isso, enquanto possibilidade, primeiros elementos em Husserl e em Gödel com os quais se possa pensar convergência e projeção de ideias.

O pensamento de Husserl vai ao encontro do feito de Gödel. Cinco anos antes da publicação da *Krisis*, Gödel, assim como fez Husserl, porém a seu modo, vai de encontro às pretensões do Positivismo, quando rigorosamente, com a prova do TIG, fixou limites aos sistemas formais da Matemática, atingindo principalmente o empenho da escola formalista que buscava completar o Programa de Hilbert e fundamentar a Matemática.

As ideias de Husserl e as ideias de Gödel impõem uma interrogação: se o Positivismo, enquanto ciência, busca por decompor o mundo em fragmentos sobre os quais se possa fazer relações e estabelecer um modelo que abarque todos estes fragmentos num conhecimento totalizante, e se a ciência Matemática, conforme provado por Gödel não sustenta formalmente a si mesma, evidenciando assim sua incompletude, como poderia ela dar conta da totalidade do mundo? Se a ciência que é tomada como perspectiva com a qual se olha o mundo é "incompleta", estando assim aberta às novas configurações ou até mesmo a expandir-se, compreende-se, no pensar fenomenológico, que em sua incompletude sempre verá a totalidade que busca escapando ante seus olhos, projetando-se num horizonte ao qual não se alcança.

A Fenomenologia compreende o mundo como mundo-vida; lugar de nossas vivências no qual somos sempre com, isto é, tornamo-nos, vimos a ser, agindo sobre e abraçando o que nos chega pela percepção, "construindo-nos com a matéria/forma que nos expõe e que se alimenta pelos nossos atos intencionais, conforma-nos em um movimento estruturante, marcando nossos estilos, configurando os nossos modos de ser, por sermos (o mundo e nós mesmos) aquela matéria-forma do que está no horizonte de nossa compreensão" (BICUDO, 2010, p. 131). Essa é uma compreensão de mundo que diz intensamente de pluralidade, de subjetividade, de intencionalidade e de movimento.

A perspectiva do Positivismo está direcionada a fixar esse movimento, tal como uma fotografia faz com o espetáculo de uma experiência cinestésica, fixando o que se realiza num fluxo contínuo, forjando assim um mundo de objetos dispostos um diante dos outros, para que mediante método relacional se possa estudá-los. Da mesma forma, antes do TIG, a

Matemática reinava como ciência quase terminada, aguardando esforços humanos para isso. Ela não estava atenta aos objetos e suas singularidades, mas apenas às relações entre eles; portanto, seria suficiente substituir esses objetos por outros, desde que as relações não mudassem (POINCARÉ, 1984).

Gödel demostra no primeiro teorema que nem todas as proposições matemáticas passíveis de formulação poderiam igualmente ser demonstradas ou refutadas. Assim, fez mover-se o que inicialmente estava estável e irredutível, sendo que a partir dessa prova, as teorias matemáticas existentes – que utilizam os axiomas de Peano - e as novas que viessem a surgir deveriam ser indefinidamente aumentadas por axiomas ulteriores, que seriam as proposições metamatemáticas verdadeiras e sem demonstração. Então, a Matemática como mundo científico estaria em incessante extensão, tendo às suas teorias, inseridas, indefinidamente, anexos "para que casos especiais em que a linguagem do sistema originalmente formulado não funcionasse" fossem devidamente explicados. Um exemplo notável é a análise e o cálculo clássico: ambos só funcionam com extensões" (BARCO, 2011, p. 111).

No segundo teorema tem-se que: nenhuma teoria capaz de expressar a Aritmética elementar pode ser tanto consistente quanto completa e, portanto, manter a consistência implica afirmar que existem proposições aritméticas verdadeiras, porém não demostráveis. A não completude de teorias e a não demonstrabilidade de proposições vai de encontro à ideia de terminalidade que subjaz o pensamento Hilbertiano.

Embora se possa entender o feito de Gödel como um golpe às pretensões da escola formalista de Hilbert, por outro lado, pode-se entender também como uma possibilidade de mudança e avanço, ao transmitir uma mensagem que, segundo D'Ambrósio (2003) é de revigoramento para a ciência Matemática.

Uma interpretação à incompletude demonstrada por Gödel é: "qualquer coisa em que você pode desenhar um círculo ao redor não pode ser explicada por si mesma sem se referir a algo fora do círculo – algo que você tem que assumir, mas não pode provar." Num olhar fenomenológico, interpretando a compreensão de conhecimento, como sempre em constituição, entende-se que seria absurdo pensar a Matemática como o que contém, visto que nesta filosofia, isso, por si só, lhe imporia limites, dando-o caráter de totalidade, sem nada para além dela, não estando em constituição. Assim, fenomenologicamente, pode-se entender a Matemática como o que está contido, aquilo além do qual sempre há algo e, dessa forma, qualquer ato totalizante não imporá barreira, mas sim fronteira, podendo ser transposta.

Em Fenomenologia a ideia de terminalidade se impõe "como estando assentada na teoria que pré-determina deduções possíveis cujas demonstrações visam à obtenção da 'verdade absoluta'" (BICUDO, 2012, p. 78). Essa verdade é produzida num processo de antecipação possível mediante racionalidade instrumental, que constitui um método no qual o conhecimento é construído seguindo o rastro deixado por padrões e leis teoricamente formuladas. "Sua argumentação se articula em termos dos modos de produção dos raciocínios lógicos assentados em um sistema axiomático com regras bem definidas" (BICUDO, 2012, p. 78).

Se existisse uma totalidade/terminalidade, que no seu definir já estaria livre de contradições, a qual todas as construções se direcionam, e se ela fosse conhecida e compreendida, ter-se-ia a possibilidade de pré-determinar e antecipar o todo, visto que, a partir de um todo determinado e bem definido, poder-se-ia ter previamente a certeza de suas partes constituintes e a descrição de como se relacionam. O desejo desta certeza, o anseio por um domínio, marca o ideário e a busca das ciências europeias por abarcar a totalidade dos conhecimentos, conforme afirma Husserl (2012).

Gödel, certamente não pensando em Fenomenologia, faz atualizar-se a compreensão fenomenológica de que uma ação que busque por uma totalidade configura-se como um ir, um constante ir. No entanto, por ser este ato uma realização humana, há sempre um novo ponto de vista que nasce no âmbito da subjetividade e da intencionalidade, que faz da totalidade visada, nunca abarcada na totalidade de sua complexidade (HUSSERL, 2012). Assim, o que é contraditório para as faces da coisa agora vista, pode ser a própria essência da multiplicidade de faces que se escondem e que se abrem ao novo olhar: o que incomoda nossa intuição de uma face não vista é a consciência da diversidade delas. Dessa forma, tanto o pensar fenomenológico quanto o resultado da incompletude promovem abertura, propõem novos olhares, novos problemas, mantendo vivo o ato criativo da pesquisa em Matemática.

Conjecturando com essa compreensão fenomenológica, entende-se que o abdicar da Filosofia pode ter contribuído para o atual modo de mostrar-se a Matemática, como fechada, idealista, estreitadora e excludente: todas as verdades que não se expressem pelas vias da formalidade forjadas por Hilbert e por Cantor não são adequadas à sistemática linguagem formal matemática, e integram o conjunto das verdades matemáticas sem demonstração. No entanto, há problemas nessa posição apontadas pela Fenomenologia; quando a Matemática é aplicada de modo a converter estruturas naturais em reais, objetivas, possíveis ou ideais, uma compreensão se impõe, a de que o mundo que se está tentando modelar apresenta variáveis que a Matemática não consegue abarcar e, com isso, vê-se que ela, antes de constituir-se numa formalidade, é social e cultural. Portanto, diferentes interpretações podem se impor, havendo verdades para além de sua descrição de mundo.

Embora o TIG tenha imposto limites à fundamentação dos sistemas formais da Matemática, Gödel entende que uma fundamentação ainda possa existir, pois "a certeza da matemática não deve ser assegurada pela prova de certas propriedades na projeção à sistemas matérias – nomeadamente, a manipulação de símbolos da física – mas invés pelo cultivo (aprofundado) do conhecimento sobre os conceitos abstratos" (CASSOU-NOGUÈS, 2007, p. 331). Para Gödel, o modo de tratamento desses conceitos remete diretamente à Husserl: o aprofundamento no conhecimento abstrato, necessário para a fundamentação da Matemática deve ser conquistado pela reflexão fenomenológica (CASSOU-NOGUÈS, 2007, p. 331).

Ao admitir a ainda viva possibilidade de fundamentação, Gödel mantém vivo também o exercício e a pesquisa matemática. Com isso, entende-se que o TIG não implica o fim de um projeto matemático. Como caminho e método para alcançá-la, Husserl e Gödel, como dito acima, concordam com uma atividade de rigor fenomenológico, conectando as esferas da intuição e da abstração, atentando-se às mais diversas contribuições, mesmo as que possam surgir no âmbito de outras áreas.

Sendo esta atividade expandida a todas as ciências, Husserl entende que se configura apenas um modo ou caminho possível à resolução da crise das ciências, que consiste, também, em "decidirmos porque precisamos da ciência como feita atualmente para nos dizer qualquer coisa que seja, e que questões estão aí implicadas nas atividades de produção de conhecimento que vão além da competência dos sistemas lógicos, já limitados pelos resultados da incompletude de Gödel" (BARCO, 2011, p. 103).

Sintetizando o dito e retomando a pergunta de pesquisa

As articulações aqui realizadas, projetando compreensões fenomenológicas às implicações do TIG, expõem limites à atividade humana direcionada a abarcar uma totalidade compreensiva capaz de descrever ou fundamentar em plenitude um fenômeno visado ou o próprio mundo-vida e as ocorrências que nele fluem. A essa atividade subjaz a ideia de terminalidade, cujo processo expõe a compreensão de uma incompletude que se impõe ao passo que promove abertura, ao mostrar que a cada ação de conhecimento, ainda há mais a se conhecer.

As articulações com as quais se constituiu a compreensão posta acima evidenciam a relevância da discussão aqui apresentada aos campos matemático e filosófico. No entanto, neste trabalho propõe-se também explicitar sobre a relevância dessa discussão para além das teorias. Quer-se olhar para as pessoas e pensar a que lhes serve conhecer e compreender a incompletude da Matemática. Com isso, retoma-se a interrogação de pesquisa: qual a importância de se conhecer e compreender a incompletude da Matemática?

Para tecer compreensões sobre essa interrogação, toda a discussão posta nos tópicos anteriores se mostra relevante, tendo em vista que o direcionamento filosófico traz para próximo da Matemática essas pessoas que estão implícitas na interrogação, sejam elas matemáticos (as); professores de matemática; alunos(as) dos diferentes níveis de ensino; estudiosos(as) de matemática, ou não. As conexões que se mostraram possíveis no pensamento fenomenológico frente ao TIG sugestionam um movimento que reativa a compreensão de uma Matemática com o mundo-vida, e, portanto, não estanque ou inatingível ao intelecto dos sujeitos que vivenciam esse mundo.

Se compreendido o TIG apenas pelo olhar do matemático, pode ser que haja grande ênfase à compreensão da relevância do mesmo direcionada apenas à Matemática. Esse direcionamento não seria estranho, tendo em vista que o matemático tem diante de si uma demonstração rigorosa que contém muitos significados lógicos e formais expressos matematicamente, tal como lhes foram apresentados em toda sua formação científica, e que, portanto, lhe saltam aos olhos e o enlaça pela riqueza do processo demonstrativo e pelas implicações lógico matemáticas do mesmo.

No entanto, sabe-se de muitos matemáticos amantes da Filosofia, cujo olhar a esta demonstração é mais amplo e estende a relevância do teorema para outras áreas do conhecimento, bem como para modos de compreensão de mundo. Para tanto, afasta-se um pouco da técnica matemática, faz-se uma pergunta, e, desse modo, abre possibilidades para que outras compreensões possam surgir, para além da técnica. Esse olhar constitui um ato filosófico, que tem como solo uma pergunta, uma indagação.

Para os matemáticos, a relevância do teorema já foi exposto em tópicos anteriores, quando dito que ele não precisa ser visto apenas como fator que promove barreiras a algumas pretensões matemáticas, mas, também, como oportunidade de uma mudança de direção, pensando em como lidar com os limites que o teorema expõe, repensando o sistema produzido e em como ainda deixá-lo em funcionamento, ou, avançando em outros caminhos investigativos, cujas descobertas possam ser tão relevantes quanto o pretendido inicialmente.

Quando a Matemática, num movimento de fechar-se, veda esses caminhos investigativos, estende-se a ela a crise apontada por Husserl (2012), por negar a possibilidade do inesperado, de uma descoberta, que possa desconstruir certezas, tal como feito pelas mudanças estruturais decorrentes de novas abordagens como a de Gödel.

Especialmente, é importante pensar a relevância do TIG para os não-matemáticos, que constituem uma grande maioria. Entende-se tal importância, pois a Matemática é presente na vida dessas pessoas, tal como se entende em Husserl e Gödel, quando assumem a possibilidade da percepção da Matemática. Mesmo não a conhecendo profundamente, elas têm percepções, fazem interpretações do que é a Matemática e, como muitos estudos apontam, muitas impressões negativas atravessam as relações dessas pessoas com a Matemática e, em muitos casos, as deixam atônicas diante de elementos que são tacitamente postos já impondo dificuldades antes mesmos que lancem um primeiro olhar interrogador.

O TIG pode fazer com que se entenda a Matemática como ainda em constituição. Pode-se inferir que Husserl diria que a prova de Gödel evidenciou a ingenuidade fundamental do projeto científico matemático, que foi a de retirar-se do debate filosófico, que poderia pôr a própria Matemática à prova e expor aos matemáticos que esta produção é para a humanidade, assim como as demais produções, não cabendo, portanto, projetar uma hierarquização dos saberes, e, especialmente, que os saberes matemáticos deveriam ocupar a posição máxima dessa hierarquização. Conjetura-se que essa compreensão pode dar outros sentidos à relação entre os não-matemáticos e a Matemática.

Na sistemática dissociação entre Matemática e Filosofia (como se não fossem intrinsecamente unidas) a Matemática saiu com o crédito de produtora de “verdades indiscutíveis”. Essa compreensão é também uma produção sociocultural e histórica, que tradicionalmente é levada às gerações. Com isso, enquanto para o matemático a Matemática atinge status de ciência exata, pura e de ferramenta fundamental à sociedade científica, para os não-matemáticos ela ultrapassa limites técnicos, atingindo status que se pode dizer “quase religioso”. O termo “exata” associada a ela, para o “leigo” suscita uma ideia de perfeição e completude, o que inviabiliza qualquer possibilidade de critica a seus resultados, cabendo apenas aceitação e certa submissão.

O conhecimento e a compreensão do TIG podem, em parte, mudar essa atitude de reverenciamento, tendo em vista que muda a ideia do que ela, a Matemática, representa, podendo proporcionar um voltar-se que não mais se caracteriza pela relação entre um sujeito com defeitos, problemas, dúvidas, carências e uma ciência que reina por ser perfeita e completa aos olhos desse sujeito. A relação passa a ser do humano, ser incompleto (por estar a cada instante se constituindo) com um conhecimento que exatamente por ser uma produção humana, também pode se transformar, e que é também incompleta.

Compreende-se, aqui, a atuação de Gödel como referência àquele que queira ir à Matemática contrariando noções comumente compartilhadas: que é difícil ou impossível, que é perfeita e completa. É Gödel que, supostamente, em sua época, se apresenta como aquele que "'quebra a imagem' da Matemática ou que não respeita as tradições e as concepções estabelecidas, ou, ainda, que se oponha a ver a Matemática com admiração. Porém, a interpretação do próprio Gödel sobre o TIG é que a Matemática é inesgotável, sendo de se esperar que ela não se deixasse circunscrever em um sistema único e total" (BATISTELA *et al*., 2017, p. 205).

Esta interpretação, entende-se, influenciou a cultura matemática de uma época e tem implicações na atualidade. Assim como se defende que as pessoas da sociedade atual devam conhecer culturas antigas, estudar as contribuições e correlatos dessas culturas nos tempos atuais, defende-se neste texto, por meio da História da Matemática, que os professores de Matemática conheçam o TIG, o contexto de seu surgimento, bem como suas implicações. Entende-se a importância desse conhecimento por ser ele historicamente transformador, podendo, também, transformar modos de um professor compreender a Matemática e, com isso, o modo de ele ensinar Matemática.

Entende-se com Feferman (2006) que o TIG tem resultado especificamente no cerne da Matemática formal e não atinge diretamente nenhum conteúdo da Matemática escolar. Os indecidíveis não estão na escola do Ensino Básico. No entanto, não se pode desprender um conteúdo, por mais simples que seja, da pessoa que o ensina. Desse modo, entende-se que o TIG pode influenciar todos os níveis de ensino, quando pensado junto à figura do professor, pois a contribuição do teorema pode ser não apenas teórica, mas também comportamental, influenciando no modo de ser professor. Entende-se que, o professor atento ao teorema, e tomando-o numa concepção filosófica, pode atuar de modo a não alimentar a ideia plasmada na concepção de soberania, tomando a Matemática como ciência da verdade absoluta, muitas vezes mitificada no meio acadêmico.

Quando o ensino de Matemática se pauta na concepção Hilbertiana de que não há problema bem colocado, que com o devido empenho matemático não tenha solução, lança-se sobre professores e alunos uma grande responsabilidade. Se para todos os referidos problemas há respostas, frustram-se todos que não as encontrar, bem como o receio do insucesso nessa busca pode criar barreiras aparentemente instransponíveis, que muitas vezes impedem até o primeiro ato de busca das soluções. Nesse caso, o pensamento que subjaz à demonstração de que há sentenças matemáticas bem formuladas e verdadeiras que não podem formalmente serem expressas como tal apresenta um novo modo de olhar, podendo, com ele, articular práticas de ensino, das mais simples às mais complexas, sem que o professor carregue sobre si um status de perfeição e soberania da Matemática adquirido por herança e sem reflexão.

Da perspectiva do aluno, a relevância do conhecimento do teorema, mesmo que numa visão filosófica, se mostra importante, pois pode constituir uma "humanização" da Matemática, colocando-a na posição de conhecimentos em constituição e, portanto, não fechada, completa, representando, desta forma, um modo de ser do aluno, que também é um ser em transformação. Esta compreensão, entende-se aqui ser aproximativa, o que se mostra relevante em meio ao cenário que apresenta distanciamento entre alunos e Matemática.

Com essa compreensão, relacionada ao professor de Matemática, sugere-se que o TIG seja trabalhado nas licenciaturas em Matemática, conforme sugere Batistela (2014), Batistela (2017) e Batistela e Bicudo (2018), desde o primeiro período de curso, abordando inicialmente os conceitos de verdade e de demonstrabilidade que atravessam toda a prova do teorema e que podem ser, a cada ano do curso, ampliados em termos de complexidade.

Para além da Matemática, em um pensar fenomenológico, o TIG pode ser compreendido, em linha gerais, como um modo de olhar o mundo e a nós mesmo enquanto seres que o habitam, estando o mundo e nós em um movimento incessante de transformação, não cabendo, portanto, uma síntese totalizante. Tendo isso como visão de mundo e de vivência, pode-se melhor pensar o agora, sem uma pré-ocupação em premeditar a totalidade do por vir, usufruindo-se da plenitude desse agora vivenciado.

O pensar fenomenológico é atemporal, faz sempre presente a possibilidade de uma atualização, o que não implica dizer que o ser que está em transformação perde suas características fundamentais, ou deixa de ser importante no contexto ao qual se insere. Esse pensamento é o mesmo direcionado à Matemática. Mesmo quase noventa anos depois da prova do TIG, nem à época de sua demonstração e nem agora a Matemática deixou de ser ciência (ou menos científica) e não perdeu credibilidade diante dos cientistas e da sociedade como um todo.

Referências

BARCO, A. P. A pertinência da crise nas ciências constatada por Husserl frente ao Teorema da Incompletude de Gödel. In: CONGRESSO DE FENOMENOLOGIA DA REGIÃO CENTRO-OESTE, 4., 2011, Goiás. **Anais...** Goiás: UFG, 2011. p. 97-104.

BATISTELA, R. F. O teorema da incompletude de Gödel e os professores de Matemática. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 18., 2014, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2014. p. 1-12.

BATISTELA, R. F.; BICUDO, M. A. V.; LAZARI, H. O Cenário do Surgimento e o Impacto do Teorema da Incompletude de Gödel na Matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 10, n. 3, p. 198-207, 2017.

BATISTELA, R. F. O **Teorema da Incompletude de Gödel em cursos de licenciatura em Matemática**. 2017, 140 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2017.

BATISTELA, R. F.; BICUDO, M. A. V. The Importance of Teaching Gödel's Incompleteness Theorem in Mathematics Teacher Education. **Philosophy of Mathematics Education Journal**, v. 33, p. 1-13, 2018.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática segundo uma Perspectiva Fenomenológica. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Fenomenologia da Educação Matemática:** Fenomenologia, Concepções, Possibilidades Didático-pedagógicas. 1. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2010. p. 23-47.

BICUDO, M. A. V. A constituição do objeto pelo sujeito. In: TOURINHO, C. D. C. (Org.). **Temas em Fenomenologia**: a tradição Fenomenológica-existencial na Filosofia Contemporânea. 1 ed. Rio de Janeiro: Booklink, 2012. p. 77-95.

CASSOU-NOGUÈS, P. **The Two-Sidedness and the Rationalistic Ideal of Formal Logic:** Husserl and Gödel. Dordrecht: Springer, 2007.

D'AMBRÓSIO, U. Um brasileiro no Congresso Internacional de Matemáticos de 1900. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 3, n. 5, p. 131-139, 2003.

FEFERMAN, S. The Impact of the Incompleteness Theorems on Mathematics. **Notices American Mathematical Society**, v. 53, n. 4, p. 434-439, 2006.

GALILEI, G. **O ensaiador.** Trad. Helda Barraco. São Paulo: Abril Cultura, 1973.

HUSSERL, E. **A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental:** uma introdução à filosofia fenomenológica. Trad. Diogo Falcão Ferrer. 1. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2012.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da Percepção**. Trad. Carlos Alberto Ribeiro de Moura. 4 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2011.

POINCARÉ, H. **A Ciência e a Hipótese.** Trad. Maria Auxiliadora Kneipp. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1984.

SNAPPER, E. As Três Crises da Matemática: o Logicismo, o Intuicionismo e o Formalismo. **Humanidades**, 2 (8), p. 85-93, 1984.

Recebido em: 16 de setembro de 2020
Aprovado em: 10 de março de 2021