

REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E GEOMETRIA ESPACIAL: UMA PRÁTICA USANDO MATERIAL CONCRETO COM ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.20.109-126>

Silvana Cocco Dalvi¹
Luciano Lessa Lorenzoni²
Oscar Luiz Teixeira de Rezende³

Resumo: O presente trabalho tem por objetivo refletir sobre a aprendizagem das figuras espaciais à luz da teoria dos registros de representação semiótica por meio de uma atividade desenvolvida com alunos do 6º ano do ensino fundamental. Para essa prática foram confeccionados sólidos geométricos (materiais concretos) que permitem sua planificação e reconstrução estimulando os alunos a realizarem as atividades cognitivas de conversão e tratamento no registro figurado. A pesquisa é de cunho qualitativa tendo a sala de aula como ambiente para a produção de dados. As análises, feitas à luz do referencial teórico, revelam que a atividade possibilitou a mobilização dos registros discursivo e figurado e as apreensões figurais expandindo à arquitetura cognitiva dos alunos, contribuindo em suas aprendizagens. Ao considerar que o acesso ao objeto matemático se dá por representações semióticas o trabalho é um aporte para o ensino da geometria espacial considerando suas peculiaridades.

Palavras-chave: Representação Semiótica. Material Concreto. Geometria Espacial. Aprendizagem.

SEMIOTIC REPRESENTATION AND SPACE GEOMETRY: A PRACTICE USING CONCRETE MATERIAL WITH 6TH YEAR STUDENTS

Abstract: This paper aims to reflect on the learning of spatial figures in the light of the theory of records of semiotic representation through an activity with concrete material developed with students of the 6th grade of elementary school. For this practice were made geometric solids that allowed their planning and reconstruction encouraging students to perform cognitive activities of conversion and treatment in the figurative register. The research is bibliographic with the classroom as a stage for data production. The analyzes, made in the light of the theoretical framework, reveal that the activity made possible the mobilization of the discursive and figurative registers and the figurative apprehensions expanding to the cognitive architecture of the students, contributing to their learning. Considering that the access to the mathematical object is through semiotic representations, the work is a contribution to the more effective teaching of spatial geometry considering its peculiarities.

Keywords: Semiotic Representation. Concrete material. Spatial geometry. Learning.

Introdução

A geometria está presente no cotidiano das pessoas, basta olhar em volta para

¹ Mestra em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo. Professora da Prefeitura Municipal de Castelo, Espírito Santo. E-mail: silvanaej@hotmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4418-023X>

² Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo. Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - EDUCIMAT, IFES. E-mail: lucianolessalorenzoni@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4859-7750>

³ Doutor em Engenharia Agrícola pela Universidade Federal de Viçosa. Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática - EDUCIMAT, IFES. E-mail: oscarltr@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5591-8562>

observar. São formas circulares, retangulares, triangulares, irregulares, polígonos ou não polígonos, planas ou espaciais. Elas estão nos elementos da natureza e nas construções humanas. Desde os tempos mais remotos, as civilizações já usavam da geometria para resolver os problemas da realidade no espaço e tempo em que se encontravam. Um exemplo a ser considerado pode ser o cálculo do volume de um tronco de pirâmide de base quadrada encontrado no Papiro de Moscou, um dos documentos mais antigos e importantes que tratam da matemática desenvolvida pelos egípcios, por volta de 1850 a.C. (EVES, 2011).

A geometria é parte integrante do desenvolvimento tecnológico e da cultura dos povos e, vista historicamente, justifica-se seu ensino nas escolas como produção humana que deve ser ressignificada pelos alunos na atualidade. Contudo, cabe ressaltar que muitos alunos apresentam dificuldades em entender os conceitos geométricos decorrentes de práticas pedagógicas centradas apenas em nomenclaturas de figuras, memorização de propriedades e que fazem pouco uso de material concreto, demonstrações e visualizações, gerando obstáculos à sua aprendizagem.

Outro ponto que merece destaque refere-se às teorias piagetianas que “[...] postulam que os processos de aquisição dos conhecimentos são essencialmente os mesmos para a matemática e para outros domínios de conhecimento” (DUVAL, p. 36, 2014). Entretanto, o autor esclarece que essas teorias adaptam-se a uma abordagem local do ensino da matemática centrada nos conceitos a serem adquiridos progressivamente no tempo: elas ignoram que os alunos apresentam dificuldades sistemáticas recorrentes de compreensão e de aprendizagem que não apresentam em outras disciplinas e que a própria atividade de matemática não consiste inicialmente na utilização de conceitos, mas em uma maneira particular de ver, de passar de uma representação semiótica a outra para um mesmo objeto matemático (DUVAL, 2014).

Diante desse cenário a pesquisa se ancora na seguinte indagação: de que maneira a aprendizagem da geometria espacial pode ser favorecida a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica por meio de uma prática pedagógica usando material concreto? A justificativa para se ater a essa problemática parte da importância em articular aspectos cognitivos a metodologias educacionais que propiciem efetivamente a compreensão dos alunos no que tange as figuras espaciais. Ao olhar para o processo de ensino e aprendizagem aliando aspectos cognitivos ao uso do material concreto a pesquisa vislumbra novas possibilidades que poderão ser inseridas no cotidiano escolar visto ao baixo custo da confecção dos sólidos geométricos que, ao serem usados adequadamente, podem minimizar as dificuldades dos alunos contribuindo para o maior desenvolvimento do pensamento

geométrico, essencial na representação, descrição e leitura de mundo.

O objetivo desse trabalho é refletir a aprendizagem das figuras espaciais à luz da teoria dos registros de representação semiótica por meio de uma atividade, que faz uso de material concreto, desenvolvida com alunos do 6º ano do ensino fundamental. Para a atividade foram confeccionadas figuras espaciais que possibilitavam a planificação e reconfiguração desses sólidos. A pesquisa é de cunho qualitativa cuja produção de dados foi obtida a partir das observações da professora/pesquisadora, dos registros fotográficos e da produção textual dos alunos.

Na estrutura do texto, aborda-se a teoria dos registros de representação semiótica, a aprendizagem em geometria e o uso de material didático manipulável. Em seguida, os procedimentos metodológicos, a descrição da atividade desenvolvida com os alunos e as análises feitas à luz do referencial teórico. Finalizando, as considerações sobre a pesquisa.

Teoria dos registros de representação semiótica

Para Duval (2013), o que se ensina são as representações dos objetos matemáticos que, diferente de outras áreas do conhecimento científico, passa necessariamente por representações semióticas. Essa particularidade da matemática deve ser considerada quando se almeja a aprendizagem dos alunos.

Duval (2013) explica que as representações semióticas são importantes pelo fato de que as possibilidades de tratamento matemático dependem do sistema de representação utilizado e pelo fato de que o objeto matemático não é perceptível ou observado com a ajuda de instrumentos. Ele também argumenta a grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática como o sistema de numeração, as figuras geométricas, as escritas algébricas, dentre outras.

Dentre os tipos de transformações de representações semióticas Duval (2013) considera duas como chaves para se analisar as atividades de matemática na perspectiva de aprendizagem e ensino. São elas:

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; [...]

As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica (DUVAL, 2013, p. 16).

Segundo Duval (2013), o “enclausuramento” em um único registro não permite ao aluno reconhecer o objeto matemático em suas várias representações, pois os diferentes registros se complementam. Considera, ainda, que a mobilização simultânea dos registros semióticos não se dá de forma natural devendo ser estimulada. Assim,

A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Certamente, segundo os domínios ou as fases da pesquisa, em uma resolução de problema um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro a outro (DUVAL, 2013, p. 14-15).

A Tabela 1 exemplifica os diferentes tipos de representações semióticas usadas em matemática.

Tabela 1: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática)

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de racionar: <ul style="list-style-type: none"> • Argumentações a partir de observações, de crenças, ...; • Dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> • Apreensão operatória e não somente perceptiva; • Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"> • Numéricas (binária, decimal, fracionária ...); • Algébricas; • Simbólicas (línguas formais). Cálculo 	Gráficos cartesianos. <ul style="list-style-type: none"> • Mudanças de sistema de coordenadas; • Interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval, 2013, p. 14.

Observando a Tabela 1, nota-se que as figuras geométricas se enquadram nos registros multifuncionais de representação não discursiva. Duval (2012) explica que as atividades de construção de figura privilegiam a formação de representação de um objeto matemático no registro figurativo, pois elas subordinam a significação perceptiva das diferentes unidades figurais aos elementos conceituais presentes na definição dos objetos – assim, as figuras

geométricas são consideradas como figuras matemáticas, como representações onde é a denotação que conta.

Duval (2004), diz que em se tratando da geometria, o aluno deve ser capaz de interpretar situações de modificações figurais denominadas de apreensões do conhecimento a saber:

- Apreensões perceptivas – correspondem as observações feitas de um determinado sólido geométrico de diferentes formas e ângulos. “Para aprender a ver, os alunos devem aprender a trabalhar sem recorrer primeiro aos aspectos métricos” (DUVAL, 2011, p. 91);
- Apreensões discursivas – ocorrem quando a interpretação dos elementos do sólido geométrico está relacionado ao enunciado e propriedades obtendo uma teorização desse objeto. Diz respeito à interpretação das unidades figurais com atenção à articulação dos enunciados baseados numa rede semântica de propriedades do objeto.
- Apreensões operatórias – estão relacionadas às modificações que um figura pode sofrer a partir de sua apresentação inicial, podendo ser modificações mereológicas de reconfiguração, a divisão de uma figura em várias outras considerando sempre a parte de um todo; ou modificações mereológicas de desconstrução, nesse caso, desconstrução dimensional de figuras mantendo seus elementos como acontece com uma figura tridimensional quando é desconstruída para identificar sua forma bidimensional.
- Apreensões sequenciais – referem-se à construção ou descrição tendo por objetivo a reprodução de uma dada figura.

A Tabela 2 traz uma compilação a respeito das possíveis apreensões em geometria elaboradas por Duval (2012).

Tabela 2: As apreensões em geometria

Apreensão perceptiva	Apreensão operatória de uma figura (Estrutura diádica da representação)			Apreensão sequencial (Estrutura diádica)	Apreensão discursiva (segundo a definição de objetos)
Integração de estímulos (contrastes bruscos de brilho) em uma figura.	Tipos de modificações figurais	Operações que modificam a figura: processo heurístico	Fatores internos que disparam ou inibem a visibilidade destas	Fatores externos que intervêm na construção da figura.	Variação de congruência entre as modificações figurais visíveis e dedução.

			operações.		
Leis de agrupamento de estímulos (simplicidade, fechamento proximidade, ...) e identificação de formas	Mereológica (relação parte/todo) Ótico	Reconfiguração Uma figura se decompõe em diferentes unidades figurais: elas podem ser combinadas em outra figura ou em diferentes subfiguras;...unidades figurais: elas podem ser combinadas em outra figura ou em diferentes sub-figuras; ... -a mesma forma e orientação no plano fronto-paralelo, mas com variação de tamanho: superposição em profundidade de duas figuras semelhantes; -variação do plano em relação ao plano fronto-paralelo (variação de forma e constância de forma e de tamanho)	Partição em diversas sub-figuras pertinentes;-- convexidade ou não das sub-figuras;- complementariedade; duplicação; ... - a mesma orientação das figuras (objeto e imagem) -as linhas de perspectiva são todas distintas dos lados das duas figuras; -centro de homotetia no interior do contorno convexo envolvendo as duas figuras	Grau de congruência entre as unidades figurais possíveis e aquelas permitidas pelos instrumentos utilizados.	-As unidades figurais elementares e os objetos matemáticos utilizados pelo raciocínio dedutivo têm ou não o mesmo número de dimensões. -em função das hipóteses dadas, há congruência ou não entre o tratamento figurativo heurístico e a ordem nos passos da dedução.
	De posição	O mesmo tamanho e forma, mas com a variação de orientação, rotação, translação, ...	pregnância das direções vertical e horizontal		

Fonte: Duval, 2012, p. 288.

De acordo com Duval (2012) os tratamentos que constituem sua produção heurística combinam operações que se mostram apreensão nem puramente do tipo perceptiva, nem do tipo conceitual uma vez que são operações independentes do raciocínio dedutivo e do emprego de definições que [...] podem ser efetuados independentemente de toda definição explícita e implícita do objeto matemático. Uma figura geométrica permite diferentes tratamentos figurais (DUVAL, 2012, p. 287).

Os tratamentos específicos ao registro de figuras geométricas estão relacionados a possibilidades de modificações efetuadas nas próprias figuras, pois elas permitem ver muito mais do que diz o enunciado exigindo uma conduta de abdução, deixando de lado outras formas de visualização para focar na visualização requerida em cada situação (DUVAL, 2004). Segundo Duval (2004) as operações de modificação figurativa não se fundamentam em conceitos, mas em critérios semióticos e perceptivos da organização de unidades figurais

elementares e é essa diversidade que constitui a riqueza e a complexidade heurística do registro das figuras geométricas.

Moretti e Brandt (2015) explicam que a apreensão perceptiva não exige conhecimento matemático, mas pode demandar a apreensão operatória, pois elas andam lado a lado, resultando dessa conexão a visualização. Ressaltam que as apreensões não aparecem de forma isolada sendo requisitadas em maior ou menor grau na resolução de um problema, porém dependendo da articulação entre dois ou mais tipos de apreensão os problemas podem tornar-se mais complexos.

Aprendizagem em geometria

Dentre alguns obstáculos relacionados com a aprendizagem em geometria, Duval (2004) destaca a falta de articulação entre a apreensão perceptiva e a discursiva, pois os alunos não estão preparados para descobrirem a especificidade do discurso em relação às outras formas de expansão dele, tais como a explicação, a argumentação ou a descrição. Considera também como dificuldade a aprendizagem a proximidade entre tratamentos relevantes e irrelevantes dentro de um mesmo registro semiótico, além da falta de coordenação entre tratamentos em diferentes registros.

Kluppel e Brandt (2014) consideram que a geometria exige um processamento cognitivo autônomo diferente de qualquer outra forma do funcionamento do raciocínio uma vez que requer a utilização de registros figurais para designar as figuras e suas propriedades e registros em língua natural para enunciar definições, teoremas e hipóteses. Elas afirmam que nas figuras nem sempre é fácil “ver” as relações ou propriedades, subjacentes a seus fatores próprios da representação figural, que correspondem à solução desejada e isso pode significar resistências à sua aprendizagem. Os tratamentos em geometria são de natureza distinta dos tratamentos matemáticos. Apoiadas em Duval (2004), destacam outros aspectos da teoria de representação semiótica que permitem que ocorra a aprendizagem. São elas:

- As unidades figurais levadas em consideração na resolução de um problema devem ser as diretamente visíveis ou as designadas no enunciado.
- Deve ocorrer significação a certas unidades figurais e de algumas relações figurais para representar uma situação geométrica.
- A resolução do exercício proposto não deve implicar nenhuma troca de dimensão na sequência de subfiguras.
- O exercício proposto deve ter lugar em uma série organizada em razão de uma variação sistemática dos fatores de visibilidade que facilite o retardo da apreensão operatória.

- Deve advir reconfigurações das figuras geométricas: modificações mereológicas e modificações óticas.
- As unidades de base constituintes dos registros, a articulação e a modificação da figura (óticas ou posicionais) devem ser levadas em consideração.
- Deve ocorrer a articulação entre figura e discurso: raciocínio dedutivo de maneira local ou global.
- Devem acontecer mudanças de dimensão ao passar de uma representação figural dos objetos representados ao discurso.
- Deve haver congruência semântica entre o que mostra uma sequência de subfiguras e o registro discursivo (objetos aos quais se referem as definições e os teoremas que devem ser utilizados para chegar à solução matemática do problema em virtude da heterogeneidade dimensional das unidades figurais).
- A resolução do exercício proposto não deve implicar recurso de raciocínio que exigiria o uso de definições ou de teoremas (KLUPPEL; BRANDT, 2014, pp. 121-122).

Os pressupostos dessa teoria podem contribuir para a qualidade na forma de ensinar a geometria facilitando sua compreensão. A seguir, trataremos do uso do material concreto em matemática.

Material didático manipulável

Dentre os recursos usados para ensinar os conceitos matemáticos, os materiais manipulativos constituem uma possibilidade que pode ajudar os alunos no processo ensino e aprendizagem. De acordo com Lorenzato (2006), é fundamental conhecer as potencialidades do material e saber usá-lo corretamente. Considera como material didático qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem podendo ser concreto manipulável ou mais amplo como as imagens gráficas. Classifica o material didático concreto manipulável como estático, aquele que não permite alteração em sua estrutura física ao ser manipulado como em atividade experimental; o material manipulável dinâmico, aquele que permite a transformação na sua estrutura física facilitando a percepção das propriedades e a realização de novas descobertas.

Nesse contexto, Carvalho (1990) alerta sobre o foco principal ao usar o material didático que não deve centrar-se no objeto como explica:

Na manipulação do material didático a ênfase não está sobre os objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor respondendo sim ou não a perguntas feitas por ele (CARVALHO, 1990, p.107).

Passos (2006) assinala que qualquer material didático serve para apresentar aos alunos uma situação que pode fazê-los refletir, conjecturar e investigar estruturas. Os conceitos matemáticos que devem construir não estão em nenhum material, pois os conceitos serão formados pelos alunos pela ação interiorizada, o significado que dão às ações, às formulações que enunciam e as verificações. É preciso que haja a ação mental dos alunos passando do concreto ao abstrato.

Todo material didático usado com a finalidade de contribuir para a aprendizagem dos conceitos matemáticos requer um cuidadoso planejamento para que a utilização seja apropriada. Rêgo e Rêgo (2006), destacam alguns cuidados a saber:

- I- Dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- II- Incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- III- Mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades, por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- IV- Realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- V- Planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
- VI- Sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 54).

O planejamento é fator preponderante para alcançar o objetivo proposto pelo professor que deve conhecer bem o material, planejar o tempo de duração, verificar se o material é suficiente, pensar questões desafiadoras e estar aberto às indagações dos alunos.

A visualização e a manipulação de objetos físicos, como por exemplo as formas geométricas, despertam a atenção dos alunos deixando o assunto mais interessante visto que os alunos podem observá-los, tocá-los, e de posse deles, estabelecer semelhanças e diferenças descobrindo suas propriedades. Nesse contexto, os materiais didáticos manipulativos dão oportunidade aos alunos para realizarem investigações geométricas, vivenciarem com eles experiências novas e, de forma mais ativa e participativa, construir seus conhecimentos. Ao desconstruir e reconstruir formas geométricas, variar suas dimensões, observá-las por diferentes vistas, argumentar sobre essas transformações usando os materiais concretos criamos uma prática pedagógica que favorece a elaboração do conhecimento pelos estudantes no campo da abstração.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa é de abordagem qualitativa pautada nos estudos de Minayo (2002) quando pontua que esse tipo de pesquisa responde a questões muito particulares aprofundando-se no mundo dos significados das ações e relações humanas. Assim,

Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (MINAYO, 2002, p. 21-22).

Nesse sentido, a investigação envolveu a relação professor/aluno utilizando-se o material concreto acompanhado pelo diálogo para levantar hipóteses e discussões refletindo o processo de aprendizagem das figuras geométricas espaciais à luz da teoria dos registros de representação semiótica. O fenômeno em estudo requer do pesquisador atenção especial as interpretações feitas pelos alunos a fim de emergir novos conhecimentos.

Conforme observa-se a pesquisa é feita a partir da própria prática da primeira autora do trabalho, sua vivência e experiência com os alunos na aula. Essa dinâmica se justifica nos pressupostos de Minayo (2002) ao entender que o conceito central de uma investigação qualitativa é o significado, as atitudes, ou seja, a professora/pesquisadora busca compreender e explicar as relações que os alunos estabelecem com o material e o conhecimento geométrico espacial e, ainda, suas manipulações e discursos são pontos para reflexões e análises.

Os instrumentos usados na produção de dados foram as observações da professora/pesquisadora por ser uma técnica que permite o contato direto do pesquisador com o fenômeno em estudo obtendo as informações na realidade dos atores sociais envolvidos, no caso desta pesquisa, a sala de aula e os próprios alunos; registros fotográficos e gravações de áudio por propiciarem documentar situações que ilustram o cotidiano vivenciado.

Os sujeitos da pesquisa foram quatro turmas de 6º ano do ensino fundamental, com aproximadamente 20 alunos cada, no primeiro semestre de 2019. Corroborando com Minayo (2002) essa amostragem de alunos tem uma vinculação significativa com o problema a ser investigado - a aprendizagem das figuras espaciais, abrangendo sua totalidade em múltiplas dimensões.

As figuras espaciais usadas na atividade foram confeccionadas em EVA grosso e papelão, furados nas pontas por onde foi feito o alinhavo permitindo unir as arestas. Buscou-se por confeccionar um material pedagógico que possibilitasse ao aluno o manuseio dos

sólidos, abrindo-o e fechando-o continuamente. Nos vértices dos poliedros passou-se um pedaço de lã de forma que o sólido pudesse ser planificado e ao puxar uma das extremidades se fechasse novamente. Para a confecção dos corpos redondos foram usados pedacinhos de lacre encontrados em armarinhos de linha para juntar as faces possibilitando compor e decompor a figura. Foram confeccionados prismas e pirâmides com diferentes bases além do cone e do cilindro.

Nas análises os dados foram ordenados contemplando informações relevantes sobre o estudo de forma articulada ao referencial teórico abordado na pesquisa (MINAYO, 2002). Ao buscar compreender o processo de aprendizagem das formas geométricas espaciais ampliam-se os conhecimentos sobre o assunto contribuindo para futuras investigações que versem sobre essa temática.

Descrição da atividade e discussão dos resultados

A confecção dos sólidos foi feita por três professores de matemática da escola. Depois que o material ficou pronto, a professora/pesquisadora levou os alunos para a sala de matemática, um espaço da escola organizado com materiais didáticos usados para ensinar matemática tais como ábacos, material dourado, instrumentos de construção geométricas e diversos jogos. No primeiro momento, foi dado um tempo para que os alunos pudessem conhecer o material executando o movimento de soltar o alinhavo abrindo o sólido (planificação) e, puxar novamente o alinhavo fechando-o (composição da figura espacial).

A Figura 1, ilustra as modificações figurais feita por um aluno que recebe a pirâmide de base quadrangular em sua representação espacial, isto é, fechada.

Figura 1: Tratamento figural – pirâmide quadrangular



Fonte: acervo dos pesquisadores, 2019.

A atividade de tratamento ocorre no momento em que o aluno tem a figura na forma

tridimensional e precisa mobilizar elementos de planificação para identificar o mesmo sólido, porém no seu formato planificado. O movimento proporcionado pelo alinhamento contribui para que o aluno reconheça o objeto matemático em duas representações no interior do registro figural, isto é, dentro de um único registro – o figural, o aluno reconhece, como mostra a Figura 2, a pirâmide de base quadrangular (objeto matemático) nas representações planificada e tridimensional.

Conforme salienta Duval (2004,2012) a aprendizagem em geometria requer do aluno que interprete situações de modificações figurais como demonstrada na Figura 2. A apreensão operatória de modificações mereológicas de reconfiguração, construir a figura a partir de suas partes e de desconstrução dimensional leva o aluno a compreender que uma figura tridimensional (Pirâmide) pode separar-se em partes que são subfiguras dela (um quadrado e quatro triângulos - figuras bidimensionais) fracionando-se ou reagrupando-se. Os tratamentos figurais se fundamentam nos critérios semióticos e perceptivos da organização de unidades figurais (DUVAL, 2004). Assim, os pontos, a forma segmento de reta ou curva, posição e dimensões das subfiguras, entre outros aspectos, também foram discutidos.

Cabe destacar, conforme Rego e Rego (2016), a importância da comunicação e da troca de ideias durante uma prática pedagógica que faz uso do material concreto. Duval (2004) também assinala o quanto é essencial para a aprendizagem da geometria a articulação entre figura e discurso, raciocínio dedutivo de maneira local ou global. Já Kluppel e Brandt (2014) destacam o pensamento autônomo da geometria considerando que ela requer a utilização do registro figural e em língua materna. É pertinente diante dessa configuração descrever alguns questionamentos propostos aos alunos durante a atividade, tais como:

- Este sólido se parece com algum objeto do dia a dia de vocês? Ele é um poliedro? Por quê? Tem faces, arestas e vértices? Se sim, quantos?
- Observe a figura espacial em diferentes posições? Mudou alguma de suas propriedades? Represente-o por diferentes vistas.
- Qual figura plana forma sua base? E as laterais? Como a base e as laterais estão dispostas? É possível montar a figura organizando suas subfiguras de outra forma a apresentada?
- “Desconstrua” o sólido e observe sua planificação; construa-o novamente e observe agora as semelhanças e diferenças após a modificação figural. Descreva algumas propriedades do sólido. Registre no caderno suas observações e conclusões a partir das discussões.

Na interação descrita a seguir os alunos estão refletindo sobre algumas das

propriedades das figuras geométricas apresentadas a eles. Os alunos são identificados pela letra “A” seguido de um número para diferenciá-los, o professor/pesquisador pela letra “P” e “G” quando o grupo fala junto.

P: Olhem para essas duas figuras e me falem alguma semelhança ou diferença entre elas (As figuras são o prisma triangular e o cone)

A5: É um cone. O fundo professora! Esse é redondo e esse é triangular.

P: Boa! E o que mais posso falar das duas?

A3: É oca. Assim, ... pode por alguma coisa dentro.

P: Entendi. Elas são espaciais, né. Têm volume. Ótimo! Posso falar, então que esse é redondo (cone) e esse tem “quina”, as arestas, (prisma). No caso ele é um poliedro?

G: Sim, ... Pode, ...

P: E agora essas duas: o que têm em comum? (Apresentação de duas pirâmides)

A2: O fundo de uma é triangular e a outra ...é é...

P: É um octógono, um polígono de 8 lados.

A2: Isso, ...

A7: A ponta aqui do triângulo quando junta eles. Tem nas duas.

G: Os triângulos

A1: Os triângulos em volta de tudo.

P: Nas laterais né? E agora olhando a pirâmide e o prisma.

A9: Um é triangular e o outro é retângulo, assim em volta.

P: Muito bom! As pirâmides têm as laterais triangulares e os primas, de qualquer base, as laterais são retangulares. Ótimo. Agora vamos ver as figuras planas que formam cada um deles e vê se muda o formato e o número delas quando vocês abrirem. Vamos começar com o cubo! Quantas faces, arestas e vértices ele tem e quais e quantas figuras planas o formam? (...)

Observamos que os alunos juntos com a professora vão descobrindo as semelhanças e diferenças entre o prisma triangular e um cone: o primeiro, poliedro e o segundo não-poliedro - corpo redondo; depois as diferenças e semelhanças entre a pirâmide de base triangular e a pirâmide de base octogonal; em seguida observam a pirâmide e o prisma triangular, identificando as relações entre as figuras de forma coletiva, por meio do diálogo. Os discursos revelam a proximidade entre as apreensões discursivas e apreensões perceptivas. Visualizando e manuseando as figuras os alunos identificaram certas propriedades das figuras espaciais, tais como: a diferença das partes laterais dos prismas e das pirâmides, respectivamente formada por retângulos e triângulos, independentemente de suas bases; as unidades figurais que diferenciam os poliedros dos corpos redondos bem como as faces, arestas e vértices do sólido. Os alunos por meio da percepção das figuras em diferentes posições, suas bases e faces laterais, vão construindo um repertório discursivo capaz de identificá-las como formas geométricas.

Cabe destacar que o material concreto favoreceu que os alunos identificassem as

unidades figurais que deveriam ser levadas em consideração ao enunciado proposto. Em vários momentos da interação anterior os alunos procuram diretamente e de forma visível encontrar nos sólidos essas unidades figurais como as faces que formam os prismas e o cone que os diferenciam em poliedro e não-poliedro.

Cabe ressaltar que no discurso com os alunos são usados alguns termos empíricos como: “redondo” referindo-se a base circular do cone reto; “oca” como um sólido que tem volume; “quina”, como a interseção de dois planos que formam o ângulo, “figura fechada”, ao sólido geométrico no espaço tridimensional; “figura aberta”, referindo-se ao sólido num único plano, planificado, entre outros. Isso acontece porque, segundo Duval (2014), existe uma distância cognitiva entre a linguagem do aluno e a do professor, como se fossem dois mundos e a forma de superar esse distanciamento é iniciar por atividades concretas com a manipulação de objetos materiais que forneçam a base intuitiva necessária para introduzir por associação o vocabulário geométrico. Duval (2014) considera que esses dois níveis de explicação como atividades de verbalização intermediária onde, primeiramente, o aluno expressa com suas palavras as observações matemáticas resultantes da manipulação dos materiais numa verbalização implícita e espontânea para em seguida passar a uma atividade de verbalização ao nível da formulação de uma instrução “tomando consciência da maneira pela qual os termos geométricos se articulam com as figuras” (DUVAL, 2014, p.32), condição cognitiva, segundo a autor, para os alunos compreenderem os enunciados matemáticos.

A associação entre as apreensões discursivas e perceptivas contribuíram nas interpretações e entendimento das figuras espaciais levando os alunos a explicarem e descreverem algumas de suas especificidades, conforme observamos no diálogo a seguir.

A13: É assim, hó...ele tem 6 faces, 8 vértices e 12 arestas (contava e mostrava na figura)

P: Tá! Agora “abre” ele.

A13: Ué! Ele continua com as 6 faces que são os quadrados. Tem o mesmo tamanho. Certo?

G: Certo.

P: A13, você consegue imaginar a forma do cubo “aberta” e “fechada”?

A13: Claro, aberto é assim (mostra o cubo planificado) e as arestas aqui hó, tem que se juntar. Hó, vou fechar (pucha o alinhavo). Eu sei que é o cubo de jeitos diferentes.

P: Joinha! É isso mesmo. O cubo na forma tridimensional e o cubo planificado. Legal! (...)

A Figura 2 a seguir representa o momento em que A13 manipula o cubo e produz a atividade de verbalização espontânea sobre o sólido.

Figura 2: Manipulação do material concreto – cubo



Fonte: acervo dos pesquisadores, 2019.

A atividade propiciou aos alunos uma exploração qualitativa das figuras espaciais utilizando os registros figurais e registros em língua materna. Duval (2004) afirma que um desenho pode representar diferentes situações carecendo, portanto, de uma indicação verbal sobre a percepção da figura como objeto matemático, pois ela necessariamente precisa de um discurso. “Deve ocorrer a articulação entre figura e discurso: raciocínio dedutivo de maneira local ou global” (KLUPPEL; BRANDT, 2014, p. 121). Assim, nota-se na fala anterior de A13 que ele identifica o cubo como forma geométrica à medida que produz um discurso de suas características contando o seu número de faces, arestas e vértices, identificando os quadrados de mesmo tamanho que o forma e que pode também ser planificado. Ou seja, de acordo com o discurso de A13 ele é capaz de elaborar um enunciado para o cubo descrevendo algumas de suas características.

Os tratamentos abrangeram a apreensão perceptiva, discursiva e operatória. A apreensão perceptiva permitiu a identificação das figuras pelos alunos reconhecendo algumas de suas unidades figurais como a forma retilínea ou forma curva, faces, arestas e vértices. A apreensão discursiva pela qual os alunos interpretaram as figuras como forma geométrica e não objetos como pirâmides, trave de futebol, dados, entre outros, e a apreensão operatória quando o sólido sofreu modificação com os alunos considerando a relação parte-todo. Esses conhecimentos são elaborados por A13 quando fala sobre o cubo reconhecendo algumas de suas unidades figurais e modificações mereológicas.

Conforme destaca Moretti (2015) uma atividade envolvendo elementos de geometria pode requerer mais de uma apreensão exigindo a articulação entre elas. Ele destaca que a figura geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva; a visualização da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória e, a demonstração, o resultado da conexão entre as apreensões operatória e discursiva. O material concreto possibilitou a exploração da problemática envolvendo figura geométrica, sua visualização e

demonstração articulando as apreensões perceptiva, discursiva e operatória. A ênfase não recaiu no material didático em si, mas nas operações realizadas pelos alunos, a partir do material concreto, que assumiram uma postura ativa no decorrer do desenvolvimento da atividade (Carvalho, 1990).

Cabe salientar ainda as orientações de Kluppel e Brandt (2014) quando destacam que as propostas de ensino de geometria devem considerar: as interações entre os tratamentos figurais e discursivos, a articulação entre registro figural e discursivo, as modificações mereológicas e a resolução de exercícios que exija a organização em razão de uma variação sistemática de fatores de visibilidade. Assim, a prática desenvolvida e analisada nessa pesquisa aponta que esses fatores foram contemplados ao associar o material concreto manipulativo dinâmico à teoria semiótica favorecendo a aprendizagem dos alunos que pode ser observada nas descrições das interações dos alunos e análises do trabalho.

Considerações Finais

A geometria é um ramo da matemática que está presente no dia a dia dos alunos devendo ser valorizada na escola com práticas pedagógicas que contribuam para sua aprendizagem que deve ultrapassar a memorização de teoremas e nomenclaturas de figuras. Em torno desse aspecto o uso de material concreto pode ser um facilitador da aprendizagem desde que promova a participação ativa do aluno num ambiente de investigação, troca de ideias, descobertas e autonomia possibilitando-o construir seu conhecimento, assim como se deu na experiência relatada nesse artigo.

A confecção dos sólidos geométricos viabilizando suas planificações e reconfigurações entrelaçado a discursos amparados nos pressupostos da teoria dos registros de representação semiótica como as operações cognitivas de tratamento e conversão levaram os alunos a aquisição dos conhecimentos referentes a modificação das figuras espaciais. A mobilização simultânea dos registros discursivo e figural e a produção heurística das figuras envolvendo as apreensões perceptiva, discursiva e operatória contribuíram para que os alunos identificassem o mesmo sólido geométrico na forma planificada e tridimensional.

O trabalho apresentado retrata uma possibilidade de ensinar geometria de forma dinâmica considerando o que ela tem de mais peculiar que é o acesso ao objeto matemático que se dá necessariamente por representações semióticas. Ao integrar à arquitetura cognitiva dos alunos os registros semióticos relacionados as figuras geométricas ela se expande criando novas possibilidades de aprendizagem. É também uma contribuição ao professor no sentido

de refletir e aprimorar sua ação docente frente ao processo ensino e aprendizagem de geometria.

Referências

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales.** Tradução Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Ed. Peter Lang, 2004.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semióticas.** Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. **Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.** eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In: MACHADO, Silvia Dia Alcântara. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas, SP: Papyrus, 2013. p. 11-33.*

DUVAL, Raymond. Rupturas e Omissões entre manipular, ver, dizer, escrever: história de uma sequência de atividades em geometria. *In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Orgs.). **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática.** Ijuí: Ed. Unijuí, 2014. p. 15 – 38.*

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

KLUPPEL, Gabriela Teixeira; BRANDT, Celia Finck. Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da Teoria de Representação Semióticas segundo Raymond Duval. *In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. (Orgs.). **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação matemática.** Ijuí: Ed. Unijuí, 2014. p. 113 – 134.*

MINAYO, Maria Cecília de Souza *et al.* (Orgs.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade.** 22. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

LORENZATO, Sérgio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.*

MORETTI, Mércles Thadeu; BRANDT, Celia Finck. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. **Educ. Matem. Pesq.,** São Paulo, v.17, n.3, pp.597-616, 2015.

RÊGO, Rômulo Marinho do; RÊGO, Rogéria Gaudencio do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. *In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.*



Recebido em: 18 de abril de 2020
Aprovado em: 29 de julho de 2020