

MATEMÁTICA NA ENGENHARIA: MAPEAMENTO DE PRODUÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA PUC-SP DE 2010 A 2020

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.359-384>

Eloiza Gomes¹
Barbara Lutaif Bianchini²
Gabriel Loureiro de Lima³

Resumo: o objetivo desse artigo é apresentar um mapeamento, e a partir dele um estudo aprofundado, da produção dos últimos dez anos do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP referente ao ensino e à aprendizagem da Matemática em cursos de Engenharia, tomando por base as dissertações e teses defendidas no espectro temporal de 2010 a 2020. A busca foi realizada na biblioteca virtual de dissertações e teses da PUC-SP e constituiu-se um conjunto de nove pesquisas a serem estudadas. Em cada uma delas analisamos: a fundamentação teórica, a metodologia, os sujeitos de pesquisa e mais detalhadamente os objetivos, alguns resultados de cunho mais geral e sugestões para futuras investigações. Os referenciais teóricos mais empregados foram alguns preceitos da Modelagem Matemática e a Teoria das Situações Didáticas. Nenhuma das pesquisas é apenas documental ou bibliográfica e, conseqüentemente, todas têm sujeitos, que são sempre estudantes da Engenharia. Os resultados de caráter mais geral agrupam-se, majoritariamente, em torno de questões relacionadas às potencialidades e dificuldades da utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino, das potencialidades do emprego das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação no ensino de Matemática na Engenharia. As sugestões para futuras pesquisas indicam diferentes possibilidades e caminhos a serem percorridos na construção do conhecimento acerca dos processos de ensino e de aprendizagem em cursos de Engenharia.

Palavras-chave: Mapeamento. Teses e Dissertações. Programa de Estudos Pós-Graduados da PUC-SP. Matemática na Engenharia.

MATHEMATICS IN ENGINEERING: THE MAPPING OF PRODUCTIONS ON MATHEMATICAL EDUCATION OF PUC-SP FROM 2010 TO 2020

Abstract: the objective of this paper is to present a mapping and after this a depth-study of the production of the last ten years of the Post-Graduate Study Program in Mathematical Education of PUC-SP regarding the teaching and learning of Mathematics in Engineering programs, using as basis the dissertations and essays defended in the time frame between 2010 and 2020. The search was carried out on the virtual library of dissertations and essays from PUC-SP and constitutes a set of nine studies analyzed. In each one we analyzed: the theoretical fundamentation, the methodology, the subjects of research and more specifically the objectives, broad results and suggestions for future investigations. The theoretical references most applied were the precepts of Mathematical Modeling and the Theory of Didactic Situations. None of the studies are only documental or bibliographical, thus consequently all have subjects who are always Engineering students. The broad results are mostly related to the potentialities and difficulties of using Mathematical Modeling as a strategy of teaching, the potentialities in using Digital Technologies of Information and Communication in the teaching of Mathematics in Engineering. The suggestions for future studies indicate different possibilities and paths to be trodden in the construction of knowledge regarding the processes of teaching and learning

¹ Doutora em Educação Matemática. Docente do Instituto Mauá de Tecnologia. E-mail: eloiza@maua.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1217-9904>

² Doutora em Psicologia da Educação. Docente da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. E-mail: barbara@pucsp.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0388-1985>

³ Doutor em Educação Matemática. Docente da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. E-mail: gllima@pucsp.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5723-0582>

in Engineering programs.

Keywords: Mapping. Essays and Dissertations. Post-Graduate Study Program of PUC-SP. Mathematics in Engineering.

Introdução

Nós, autores deste trabalho, temos, desde 2015, dentre outras temáticas, nos dedicado com profundidade, sobretudo, ao estudo de questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia. Estamos vinculados ao Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática (PEPGEM) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP); Bianchini e Lima efetivamente como professores e Gomes, docente do Instituto Mauá de Tecnologia (IMT), como doutora egressa do Programa e membro de dois grupos de pesquisas sediados na PUC-SP: *Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA)*, liderado por Bianchini, e *A Matemática na Formação Profissional*, liderado por Lima, Gomes por sua vez, lidera o *Grupo de Pesquisa Educação em Engenharia, Design e Negócios* sediado no IMT.

Ao realizarmos nossas investigações acerca da temática mencionada e ao orientar estudantes (de iniciação científica, mestrado e doutorado) que também estão produzindo pesquisas a esse respeito, é natural nos questionarmos sobre o que já foi desenvolvido, no âmbito do PEPGEM, em termos de dissertações e teses enfocando os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia. Esse tipo de questionamento está relacionado à necessidade de seguir caminhos ainda não percorridos e, conseqüentemente, não nos repetirmos nas pesquisas, de preencher lacunas indicadas em investigações anteriormente realizadas e de recorrer aos resultados já obtidos para, incorporando-os à nossa base de conhecimentos a respeito de determinado tema, contribuir para o avanço das reflexões da Educação em Engenharia.

Optamos então por, neste trabalho, apresentar um mapeamento, na acepção de Biembengut (2003), da produção dos últimos dez anos do PEPGEM da PUC-SP referente ao ensino e à aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia, tomando por base as dissertações e teses defendidas no espectro temporal considerado relativas à mencionada temática. Adotamos um direcionamento que Cavalcanti (2015) denomina de vertical para o mapeamento, de natureza exploratória-analítica, no qual, além de elencarmos o número de trabalhos desenvolvidos, autores desses trabalhos e anos em que foram realizados, também focamos aspectos como: objetos matemáticos já explorados, objetivos visados, metodologias empregadas, fundamentações teóricas às quais os pesquisadores recorreram, sujeitos de

pesquisa, alguns resultados - de natureza geral - obtidos e sugestões para investigações futuras. Essas questões acerca da metodologia de nosso estudo são detalhadas na próxima seção que antecede àquelas nas quais efetivamente as produções do PEPGEM são mapeadas em termos de diferentes aspectos.

Metodologia

Em primeiro lugar, explicitamos que, apesar de neste estudo, em alguns momentos, lançarmos mão de alguns dados numéricos, estes serviram apenas como guias, nunca como determinantes, no direcionamento de algumas de nossas considerações (GARNICA; PEREIRA, 1997). A investigação realizada é, portanto, essencialmente de natureza qualitativa.

Do ponto de vista metodológico, caracteriza-se como um mapeamento, sendo, neste trabalho, tal termo adotado segundo a concepção de Biembengut (2003, p. 2), para quem o mapeamento “como princípio metodológico de pesquisa, significa principalmente, a compreensão da estrutura e dos entes nela inseridos, a organização e a representação ou mapa dos dados em um contexto, de forma dinâmica” que possibilite uma “compreensão clara de um fenômeno ou ente em tempo curto de busca”. Em nosso estudo, almejamos clarificar o que foi pesquisado, nos últimos dez anos, em termos dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia, por meio das dissertações e teses defendidas no contexto do PEPGEM da PUC-SP. Estabelecemos o período de dez anos como recorte temporal para essa pesquisa com o objetivo de trabalhar com um *corpus* de produções não excessivamente extenso para que pudéssemos realizar, nas análises, os aprofundamentos que julgamos necessários.

Segundo Biembengut (2003), o mapeamento vem sendo empregado, em diferentes áreas do conhecimento, como método de organizar e classificar dados obtidos em pesquisas por “permitir estabelecer imagens da realidade e dar sentido às diversas informações, captando características relevantes e representando-as por meios inteligíveis a quem possa interessar, ou ainda, por permitir agir sobre ela” (p. 3). Na visão da autora, há dois enfoques segundo os quais o mapeamento pode ser abordado:

O primeiro enfoque consiste em mapear, ou seja, organizar os dados ou entes de forma harmônica de maneira a oferecer um quadro completo deles, uma representação, um mapa onde conste o que for significativo e relevante. O segundo enfoque, mais completo, além da organização dos dados ou entes da pesquisa, consiste em compreendê-los em sua estrutura e em seus traços.

Neste caso, o mapeamento trata-se de um conjunto de ações que começa com a identificação dos entes ou dados envolvidos com o problema a ser pesquisado, para, a seguir, levantar; classificar e organizar tais dados de forma a tornarem mais aparentes as questões a serem avaliadas; reconhecer padrões, evidências, traços comuns ou peculiares, ou ainda, características indicadoras de relações genéricas [...] (BIEMBENGUT, 2003, p. 5).

Na investigação relatada por meio deste artigo, optamos pelo segundo enfoque, uma vez que, além de apresentar uma caracterização das teses e dissertações que compõem o *corpus* do estudo, também buscamos iluminar alguns aspectos que, a nosso ver, são essenciais nestas pesquisas, identificando convergências, particularidades e perspectivas para outros trabalhos.

Biembengut (2008) citada por Cavalcanti (2015) destaca que é importante, em relação à determinada temática de pesquisa, entender *quantos* trabalhos foram produzidos, *quem* os produziu e *onde* estes foram realizados, mas também que *avanços* foram alcançados e *quais* problemas ainda se encontram abertos para outras investigações. A partir dessas considerações de Biembengut (2008), em sua tese de doutorado Cavalcanti (2015) distingue dois possíveis direcionamentos para os mapeamentos:

Os questionamentos “**quantos, quem e onde** já fizeram algo a respeito?” apontaria para um estudo exploratório horizontal se concentrando mais no relevo observável das produções científicas, isto é, na topologia do território. Já os questionamentos “**que** avanços foram conseguidos e **quais** problemas estão em aberto para serem levados adiante?” indicaria um estudo vertical que poderia ter como orientação o que está sob (isto é, os trabalhos já desenvolvidos – indicariam tendências) e o que está sobre (isto é, os trabalhos que podem ser desenvolvidos – indicariam perspectivas) a superfície da literatura científica (CAVALCANTI, 2015, p. 219, grifos do autor).

Em termos de suas naturezas, Cavalcanti (2015) caracteriza esses mapeamentos horizontais como exploratório-descritivos e os verticais como exploratório-analíticos. No caso de nossa pesquisa, optamos pelo direcionamento vertical e, portanto, a caracterização apresentada para as teses e dissertações com as quais trabalhamos é exploratória-analítica, uma vez que abarca além de informações acerca de quantidade de trabalhos desenvolvidos e anos em que foram defendidos, também reflexões acerca de áreas da Matemática contempladas, objetos matemáticos enfocados, habilitações de Engenharia às quais se direcionaram as pesquisas, sujeitos, objetivos, metodologias empregadas, fundamentações teóricas mobilizadas, resultados – de natureza geral – alcançados e sugestões para investigações futuras, sendo que os aprofundamentos nas análises se deram especialmente em relação aos itens objetivos, resultados e sugestões para pesquisas futuras.

Segundo Biembengut (2003), o primeiro procedimento metodológico a ser adotado ao se optar por um mapeamento é identificar as fontes de coleta de dados. No caso deste estudo, elegemos a biblioteca virtual de dissertações e teses da PUC-SP como fonte de consulta, adotando um recorte temporal (2010 a 2020) e inserindo o termo *Engenharia* no campo de busca. Após eliminarmos, dos resultados obtidos, aqueles trabalhos vinculados a outros Programas que não o de Educação Matemática, chegamos a um conjunto de nove pesquisas a serem analisadas, explicitadas por meio do Quadro 1.

Quadro 1: *Corpus* de análise desse estudo.

Autor (Ano)	Título	Dissertação (D) ou Tese (T)
Vagner Donizeti Tavares Ferreira (2010)	A Modelagem Matemática na Introdução ao Estudo de Equações Diferenciais em um Curso de Engenharia	D
Roberto Fecchio (2011)	A Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade na introdução do conceito de Equação Diferencial em cursos de Engenharia	T
Carlos Antonio da Silva (2013)	Introdução ao conceito de Integral de funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentadas em princípios da Modelagem Matemática	T
Eliane Alves de Oliveira (2014)	Uma Engenharia Didática para abordar o conceito de Equação Diferencial em cursos de Engenharia	T
Joelma Iamac Nomura (2014)	Esquemas Cognitivos e Mente Matemática inerentes ao objeto matemático autovalor e autovetor: traçando diferenciais na formação do engenheiro	T
Katia Vigo Ingar (2014)	A Visualização na Aprendizagem dos Valores Máximos e Mínimos Locais da Função de Duas Variáveis Reais	T
Eloiza Gomes (2015)	Contribuições do método <i>Jigsaw</i> de Aprendizagem Cooperativa para a mobilização dos Estilos de Pensamento Matemático por estudantes de Engenharia	T
Carlos Willians Paschoal (2016)	A Modelagem Matemática no ensino da Distribuição Exponencial para Engenharias	D
Paulo Cesar Alves (2016)	Percepção de aprendizagens de alunos de cursos de engenharia sobre o Método de Newton-Raphson pelo uso de mapas conceituais	D

Fonte: Dados da pesquisa.

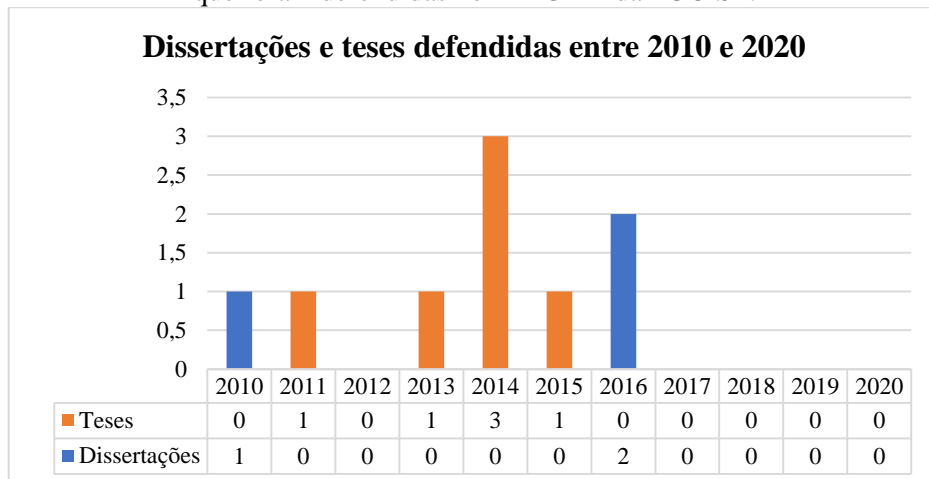
Selecionado o *corpus* de análise, passamos à etapa de levantamento de dados que, inicialmente, foram organizados por meio de quadros contendo informações a respeito dos objetivos dos trabalhos, fundamentação teórica empregada, metodologia adotada, sujeitos de pesquisa, resultados obtidos e sugestões indicadas pelos autores para futuras investigações. A respeito dessa organização preliminar dos dados em quadros, Biembengut (2003, p. 8) ressalta que, com o avançar da pesquisa, pode ser que ela “não seja a mais indicada, uma vez que se vai tendo melhor clareza, uma outra ordenação, ainda mais adequada, se dá. Um caminho é buscar assinalar entes cujos traços têm alguma semelhança, afinidade ou interação. Essa identificação de traços pode facilitar a compreensão”. Foi exatamente esse o processo que se deu em nossa investigação e, pouco a pouco, outros quadros mais elucidativos, que são apresentados e discutidos nesse artigo, foram sendo construídos, de forma a iluminar aspectos

fundamentais das teses e dissertações analisadas, das quais apresentamos uma visão geral na próxima seção.

Visão global dos dados

Conforme destacamos na seção anterior, o *corpus* de nossa pesquisa constituído segundo os critérios já mencionados, contempla os trabalhos elencados no Quadro 1. Observamos então que, em relação às pesquisas voltadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia defendidas no PEPGEM da PUC-SP nos últimos dez anos, há uma predominância de teses (seis) em relação às dissertações (três), como evidencia a Figura 1.

Figura 1: Números de dissertações e teses que compõem o *corpus* da pesquisa e respectivos anos em que foram defendidas no PEPGEM da PUC-SP.



Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando a Figura 1, podemos perceber que, no espectro temporal considerado, as maiores concentrações de investigações acerca da temática em tela, se deu em 2014 (três trabalhos) e 2016 (dois trabalhos). De 2016 em diante, não houve mais nenhuma defesa de pesquisa com essa temática no PEPGEM, o que, evidentemente, não significa que o tema não esteja sendo estudado pelos membros do Programa; conforme frisaremos nas considerações finais, uma gama de artigos tratando do ensino e da aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia tem sido produzida por docentes do Programa e há também dissertações e teses em desenvolvimento sobre o assunto.

Os objetos matemáticos contemplados nas pesquisas analisadas são, em primazia da área de Cálculo Diferencial e Integral (cinco pesquisas), sendo que, dentre estes, predominam trabalhos com objetos tratados em disciplinas não iniciais da área de Cálculo (quatro pesquisas), como equação diferencial e funções de várias variáveis. Outras áreas da

Matemática contempladas são: Geometria Analítica (uma pesquisa), Álgebra Linear (uma pesquisa) e Cálculo Numérico (uma pesquisa). Há ainda um estudo da área de Probabilidade e Estatística e sobre isso convém fazermos um destaque: embora a Estatística seja um campo de conhecimento diferente da Matemática, como a investigação com foco nessa temática foi realizada no PEPGEM-PUC-SP, ela também foi considerada em nossas análises. As informações citadas neste parágrafo são sintetizadas por meio do Quadro 2.

Quadro 2: Áreas da Matemática e objetos matemáticos contemplados.

Área da Matemática	Objeto Matemático	Número de Pesquisas Realizadas	
		Dissertações	Teses
Cálculo Diferencial e Integral	Integral de Funções Polinomiais	0	1
	Máximos e Mínimos de Funções de Duas Variáveis	0	1
	Equações Diferenciais	1	2
Geometria Analítica	Retas nos Espaços Bi e Tridimensionais	0	1
Álgebra Linear	Autovalor e Autovetor	0	1
Cálculo Numérico	Raízes de equações algébricas e transcendentais via método de Newton-Rapshon	1	0
Probabilidade e Estatística	Distribuição Exponencial	1	0
TOTAL		3	6

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme evidencia o Quadro 3, duas pesquisas direcionam suas atenções ao ciclo básico⁴ das Engenharias, uma terceira não explicita nem a opção pelo ciclo básico e nem por uma habilitação⁵ específica. Nas outras seis pesquisas, consideram-se uma ou mais habilitações, sendo contempladas: Produção (três), Química (duas), Ambiental (duas), Elétrica (uma) e Alimentos (uma). Nenhuma das nove investigações analisadas é apenas documental ou bibliográfica e, conseqüentemente, em todas elas há sujeitos. Convém destacar que esses sujeitos são sempre estudantes, havendo, claramente, uma lacuna para investigações tendo como sujeitos docentes que lecionam Matemática em cursos de Engenharia.

⁴ O ciclo básico corresponde às unidades curriculares comuns oferecidas conjuntamente aos estudantes de todos os cursos de Engenharia ofertados por dada Instituição de Ensino Superior.

⁵ Atualmente existem, no Brasil, mais de 60 habilitações de Engenharia. Alguns exemplos: Civil, Elétrica, Ambiental, de Produção, Industrial, de Alimentos, etc.

Quadro 3: Objetos matemáticos, habilitações e sujeitos de pesquisa contemplados.

Objeto Matemático	Dissertação (D) ou Tese (T)	Habilitações de Engenharia	Sujeitos da Pesquisa
Integral de Funções Polinomiais	T	Produção	Estudantes do 2º semestre
Máximos e Mínimos de Funções de Duas Variáveis	T	Alimentos	Estudantes do 3º semestre
Equações Diferenciais	D	Não especificada	Estudantes do 3º semestre
	T	Ciclo Básico	Estudantes do 2º ano
	T	Ambiental e Produção	Estudantes do 2º ano
Retas nos Espaços Bi e Tridimensionais	T	Ciclo Básico	Estudantes do 1º ano
Autovalor e Autovetor	T	Elétrica	Estudantes dos 3º, 4º e 10º semestres
Raízes de equações algébricas e transcendentais via método de Newton-Raphson	D	Ambiental e Química	Estudantes que já haviam cursados determinadas disciplinas
Distribuição Exponencial de Probabilidade	D	Produção e Química	Estudantes do 2º ano

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir dos dados presentes no Quadro 4, observamos que as nove pesquisas analisadas são de natureza qualitativa, sendo duas caracterizadas como experimentais (e em uma delas o experimento se deu em um laboratório de Física), duas do tipo pesquisa-ação, duas recorrendo à Engenharia Didática como fundamentação metodológica, uma do tipo estudo de caso, uma baseada em um método específico de aprendizagem cooperativa (o *Jigsaw*⁶) e, finalmente, uma recorrendo ao uso de mapas conceituais digitais.

Alguns pressupostos da Modelagem Matemática são adotados como preceitos teóricos em quatro das pesquisas analisadas, sendo que em uma delas noções relacionadas à Modelagem (especificamente modelação, espaços de interação e rotas de modelagem) são mobilizadas conjuntamente com elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, aspectos relativos à visualização e às ideias de criticidade. Há duas pesquisas que articulam Modelagem Matemática à Teoria das Situações Didáticas, sendo que, em uma delas, são mobilizadas ainda noções relacionadas à Interdisciplinaridade e os conceitos de competência e habilidade. A Teoria das Situações Didáticas foi adotada como fundamentação em mais duas pesquisas, sendo que em uma delas, foi mobilizada conjuntamente à Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Uma investigação adota como fundamentos, aspectos

⁶ O método *Jigsaw* de aprendizagem cooperativa, desenvolvido por Eliot Aronson em meados dos anos 1970, baseia-se em trabalhos em grupos heterogêneos em termos de níveis de conhecimentos compostos por 4 a 6 estudantes. Neste método, o professor é responsável pela preparação dos materiais para os trabalhos dos grupos. O assunto a ser estudado deverá ser dividido em um número de temas igual ao número de integrantes dos grupos. O trabalho inicial do aluno é individual. Inicialmente ele estuda o tema que lhe foi destinado e, posteriormente, reúne-se com os colegas de outros grupos com mesmo tema. Nestes grupos, os estudantes tornar-se-ão *especialistas* em seu tema, que posteriormente deverá ser explicado aos outros estudantes que trabalharam com outros temas.

da teoria APOS (Ação-Processo-Objeto-Esquema) associada a alguns preceitos do Pensamento Matemático Avançado e a aspectos relativos à Neurociência Cognitiva. Há ainda um estudo recorrendo à Teoria dos Estilos de Pensamento Matemático e, finalmente, um adotando como referencial a Teoria de Aprendizagem Significativa utilizando a técnica de Mapeamento Conceitual. Esses dados apresentados no parágrafo são sintetizados por meio do Quadro 5.

Quadro 4: Metodologias empregadas.

Autor (Ano)	Objeto Matemático	Metodologia
Silva (2013)	Integral de Funções Polinomiais	Pesquisa qualitativa do tipo pesquisa ação ; combinação de pesquisa documental (voltada ao estudo de dados históricos sobre os cursos de Engenharia, especialmente de Produção) e pesquisa empírica .
Ingar (2014)	Máximos e Mínimos de Funções de Duas Variáveis	Engenharia Didática , na concepção de Michèle Artigue.
Ferreira (2010)	Equações Diferenciais	Pesquisa qualitativa do tipo experimental , tendo sido os experimentos realizados em um laboratório de Física .
Fecchio (2011)		Pesquisa qualitativa do tipo pesquisa ação .
Oliveira (2014)		Engenharia Didática , na concepção de Michèle Artigue.
Nomura (2014)	Autovalor e Autovetor	Pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso .
Gomes (2015)	Retas nos Espaços Bi e Tridimensionais	Pesquisa qualitativa baseada no método Jigsaw de aprendizagem cooperativa de Elliot Aronson.
Paschoal (2016)	Distribuição Exponencial de Probabilidade	Pesquisa qualitativa do tipo experimental .
Alves (2016)	Raízes de equações algébricas e transcendentais via método de Newton-Raphson	Pesquisa qualitativa recorrendo ao uso de mapas conceituais digitais .

Fonte: Dados da pesquisa.

Quadro 5: Fundamentações teóricas empregadas.

Autor (Ano)	Objeto Matemático	Fundamentação Teórica
Silva (2013)	Integral de Funções Polinomiais	Ideias de modelação , de Biembengut, ideias de Barbosa sobre espaços de interações e rotas de modelagem e ideias de criticidade de Skovsmose, além de elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e aspectos referentes à visualização a partir das ideias de Javaroni.
Ingar (2014)	Máximos e Mínimos de Funções de Duas Variáveis	Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau.
Ferreira (2010)	Equações Diferenciais	Ideias de Bassanezi e Barbosa sobre Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem e a concepção de modelo matemático , na ótica de Bassanezi.
Fecchio (2011)		Preceitos teóricos relacionados às ideias de: Modelagem Matemática como recurso didático , na acepção de Bassanezi; interdisciplinaridade na estruturação de atividades, nas visões de Machado, Thomaz e David; devolução no sentido dado por Brousseau na Teoria das Situações Didáticas ; e

		competências e habilidades nas acepções de Perrenoud e Macedo.
Oliveira (2014)		Teoria das Situações Didáticas , de Brousseau.
Nomura (2014)	Autovalor e Autovetor	Teoria APOS , de Dubinsky; ideias de Dreyfus acerca do Pensamento Matemático Avançado ; conceito imagem e conceito definição , nas acepções de Vinner e Domingos; aspectos relativos à Neurociência Cognitiva , a partir de Tall, Devlin e Dehaene.
Gomes (2015)	Retas nos Espaços Bi e Tridimensionais	Estilos de Pensamento Matemático , na acepção de Ferri.
Paschoal (2016)	Distribuição Exponencial de Probabilidade	Teoria das Situações Didáticas , de Brousseau; e etapas do processo de Modelagem Matemática , conforme Bassanezi.
Alves (2016)	Raízes de equações algébricas e transcendentais via método de Newton-Raphson	Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, utilizando a técnica de Mapeamento Conceitual de Joseph Novak.

Fonte: Dados da pesquisa.

Tendo elaborado esse panorama geral das pesquisas com as quais trabalhamos neste artigo, passamos então, a partir da próxima seção, a apresentar análises detalhadas a respeito dos seguintes aspectos dessas investigações: objetivos visados pelos autores, resultados – de natureza geral – obtidos e indicações de sugestões para pesquisas futuras.

Objetivos visados nas investigações analisadas

Em relação aos objetivos visados pelos autores ao realizarem suas investigações, em nossas análises optamos por separá-los em termos daqueles relacionados aos objetos do Cálculo Diferencial e Integral (sintetizados por meio do Quadro 6), uma vez que, como já ressaltamos, há um maior número de trabalhos no *corpus* que são vinculados a essa temática, e daqueles relacionados a outras áreas da Matemática (evidenciados no Quadro 7).

Há somente uma pesquisa, a de Silva (2013), que tem como objeto matemático em foco algo normalmente trabalhado em um curso inicial de Cálculo: a integral de funções polinomiais. O objetivo do autor foi compreender os significados manifestados acerca deste objeto por futuros engenheiros de produção e analisar as dificuldades por eles enfrentadas ao trabalhar com essa noção.

A pesquisa de Ingar (2014) trata de máximos e mínimos de funções de duas variáveis e objetivou analisar aspectos relativos ao processo de visualização no trabalho de futuros engenheiros de alimentos com este assunto.

Três investigações tiveram como foco o objeto matemático equações diferenciais, sendo que em duas delas (Ferreira (2010) e Fecchio (2011)) o objetivo está diretamente relacionado à construção do conceito de equação diferencial e, em ambas, recorre-se a

pressupostos da Modelagem Matemática. Fecchio (2011), além de ter como meta que os estudantes compreendam o mencionado conceito, também teve por intento estimular o desenvolvimento das habilidades de relacionar a Matemática com fenômenos reais envolvendo a ideia de variação, interpretar soluções de problemas e, a partir destas, tomar decisões. Oliveira (2014), embora também trabalhando com equações diferenciais ordinárias (EDO), não se deteve apenas à introdução do conceito de EDO, mas à articulação, na abordagem desse conteúdo, com estudantes de Engenharia Ambiental e de Engenharia de Produção, de aspectos gráficos, algébricos e numéricos, recorrendo, para isso, à utilização de recursos computacionais.

Quadro 6: Objetivos das pesquisas relacionadas ao Cálculo Diferencial e Integral.

Autor (Ano)	Objeto Matemático	Objetivo
Silva (2013)	Integral de Funções Polinomiais	Analisar as dificuldades e os significados manifestados por alunos de um curso de Engenharia de Produção , por meio de uma sequência de tarefas usando cálculo de medidas de área baseadas em princípios de Modelagem Matemática.
Ingar (2014)	Máximos e Mínimos de Funções de Duas Variáveis	Analisar o processo de visualização durante a aprendizagem , por alunos de Engenharia, das noções de valores máximos e mínimos locais de funções de duas variáveis reais.
Ferreira (2010)	Equações Diferenciais	Investigar como a utilização da modelagem na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de Engenharia pode contribuir para estimular a habilidade de relacionar a Matemática com fenômenos do mundo real , que envolvam variação ; além de tomar decisões a respeito de tais fenômenos, com base na interpretação das informações contidas na solução da equação.
Fecchio (2011)		Investigar a utilização da Modelagem Matemática aliada à Interdisciplinaridade e à Teoria das Situações Didáticas , como recursos facilitadores na introdução do conceito de equação diferencial para os alunos do ciclo básico da Engenharia.
Oliveira (2014)		Elaborar e realizar uma engenharia didática que apresente uma sequência de ensino para o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias , composta de atividades que envolvam situações-problema de modo a articular as abordagens gráfica, algébrica e numérica , por meio da utilização de recursos computacionais .

Fonte: Dados da pesquisa.

A respeito das pesquisas não relacionadas ao Cálculo Diferencial e Integral, a de Nomura (2014) objetivou, adotando como objeto matemático autovalor e autovetor, identificar as estruturas cognitivas relacionadas à construção desse objeto por estudantes em fases inicial e final de formação em um curso de Engenharia Elétrica, mirando, especialmente, nos esquemas cognitivos e nas mentes matemáticas destes sujeitos.

Gomes (2015), em sua pesquisa relacionada à Geometria Analítica e especialmente às retas nos espaços bi e tridimensionais, teve por finalidade analisar de que maneira a

mobilização, por estudantes do primeiro ano do ciclo básico da Engenharia, de diferentes estilos de pensamento matemático poderia ser efetivada a partir de uma estratégia de aprendizagem cooperativa.

Por meio de sua pesquisa, relacionada à área de Estatística, Paschoal (2016) teve por intenção analisar se a Modelagem Matemática poderia ser um facilitador no processo de ensino da Distribuição Exponencial de Probabilidade para futuros engenheiros químicos e de produção.

Finalmente, Alves (2016), em sua pesquisa voltada ao objeto matemático raízes de equações algébricas e transcendentais obtidas pelo método de Newton-Raphson, teve por alvo analisar de que maneira a utilização de mapas conceituais poderia contribuir para o entendimento do referido método.

Quadro 7: Objetivos das pesquisas relacionadas a outras áreas da Matemática que não o Cálculo.

Autor (Ano)	Objeto Matemático	Objetivo
Nomura (2014)	Autovalor e Autovetor	Investigar as estruturas cognitivas envolvidas na construção do objeto matemático autovalor e autovetor nas fases inicial e final de formação do aluno dos cursos de Engenharia, evidenciando os esquemas cognitivos e a mente matemática dos estudantes, sujeitos da investigação.
Gomes (2015)	Retas nos Espaços Bi e Tridimensionais	Identificar e analisar em quais aspectos a estratégia de aprendizagem cooperativa propicia a mobilização dos diferentes estilos de pensamento matemático por estudantes de Engenharia.
Paschoal (2016)	Distribuição Exponencial de Probabilidade	Investigar se a Modelagem Matemática pode ser um facilitador do ensino da Distribuição de Probabilidade Exponencial para Engenharias.
Alves (2016)	Raízes de equações algébricas e transcendentais via método de Newton-Raphson	Analisar o uso de mapas conceituais como instrumento de reflexão a respeito da compreensão de um método para calcular aproximações de raízes reais de equações algébricas e transcendentais por alunos do ensino superior.

Fonte: Dados da pesquisa.

Passamos, na próxima seção, a apresentar alguns dos resultados, de caráter geral, que foram evidenciados pelos autores das pesquisas que analisamos para esse artigo.

Alguns resultados apontados nas investigações analisadas

Para apresentar, de maneira sintética, alguns resultados de caráter mais geral decorrentes das investigações analisadas, optamos por explicitar suas contribuições a partir de suas convergências. No entanto, isso foi possível para sete das nove pesquisas analisadas, uma vez que as duas restantes não possuem características que podem ser agrupadas; conseqüentemente, são abordadas individualmente.

As sete investigações que apresentam pontos comuns agrupam-se em torno de duas grandes temáticas: as potencialidades e dificuldades do emprego da Modelagem Matemática como estratégia de ensino nos cursos de Engenharia (quatro pesquisas); e as potencialidades do emprego das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) para o ensino de Matemática em cursos de Engenharia (três pesquisas).

Em relação às potencialidades e dificuldades do emprego da Modelagem Matemática como estratégia de ensino nos cursos de Engenharia, entendemos que os trabalhos que trazem reflexões a este respeito dentre os resultados obtidos são os de Ferreira (2010), Fecchio (2011), Silva (2013) e Paschoal (2016). No Quadro 8 são sintetizadas as potencialidades da referida estratégia.

Quadro 8: Potencialidades da Modelagem Matemática como estratégia de ensino.

Potencialidade	Trabalho(s) (Anos) em que a potencialidade foi observada
Motivar/entusiasmar/envolver o estudante.	Ferreira (2010); Fecchio (2011); Silva (2013); Paschoal (2016)
Romper com a rotina usual em sala de aula.	Fecchio (2011); Paschoal (2016)
O estudante construir o próprio conhecimento interagindo com o meio ambiente.	Ferreira (2010)
Compreender, de maneira aprofundada, os conteúdos estudados.	Ferreira (2010); Silva (2013); Paschoal (2016)
Possibilitar uma aprendizagem significativa.	Silva (2013); Paschoal (2016)
Compreender que a solução de problemas relacionados a fenômenos reais requer também a mobilização de conhecimentos extramatemáticos.	Silva (2013)
Estimular a busca autônoma do estudante por conhecimentos além dos que estão sendo explicitamente trabalhados e também a articulação entre diferentes conhecimentos.	Silva (2013); Paschoal (2016)
Desenvolver habilidade de explorar e organizar ideias ao solucionar um problema relacionado a um fenômeno real.	Ferreira (2010)
Desenvolver habilidade de realizar interpretações e/ou previsões e/ou tomadas de decisões a partir de soluções de problemas relacionados a um fenômeno real.	Ferreira (2010); Fecchio (2011)
Desenvolver habilidade de empregar a Matemática em diferentes áreas de conhecimento.	Ferreira (2010)
Desenvolver habilidade de obter e validar um modelo matemático.	Paschoal (2016)
Desenvolver habilidade de solucionar problemas de maneira criativa.	Fecchio (2011); Silva (2013)
Desenvolver habilidade de aplicar em novas situações os conhecimentos construídos.	Fecchio (2011)
Desenvolver espírito crítico e reflexivo.	Silva (2013)
Abordar situações mais próximas daquelas que o estudante enfrentará em sua futura atuação profissional e desenvolver habilidades, de diferentes naturezas, inclusive de cunho social, necessárias para tal enfrentamento.	Silva (2013)

Fonte: Dados da pesquisa.

Por meio da análise do Quadro 8, podemos observar 15 potencialidades da Modelagem Matemática como estratégia de ensino que os autores dos trabalhos analisados

evidenciam nos resultados de suas pesquisas. Dentre tais potencialidades, aquela que explicitamente é mencionada nas quatro investigações que utilizam pressupostos da Modelagem está relacionada à *motivação* do estudante. A *compreensão aprofundada* dos conteúdos que estão sendo trabalhados é uma contribuição da Modelagem destacada por três autores. Considerações presentes em pelo menos dois trabalhos estão vinculadas às potencialidades da Modelagem em *romper com a rotina usual em sala de aula*; em proporcionar uma *aprendizagem significativa*; em possibilitar ao estudante a *busca autônoma por conhecimentos além daqueles diretamente enfatizados na situação* que está sendo trabalhada e a *articulação entre tais conhecimentos*; em desenvolver *habilidade de solucionar problemas de maneira criativa, interpretar, fazer previsões ou tomar decisões* a partir de soluções de problemas relacionados a fenômenos reais. As outras oito potencialidades indicadas no Quadro 8 são mencionadas, cada uma delas, por apenas um autor.

Em relação às possíveis dificuldades oriundas do emprego da Modelagem Matemática como estratégia de ensino, estas são mencionadas por dois dos autores dos trabalhos analisados: Fecchio (2011) e Paschoal (2016).

Fecchio (2011) salienta que, durante a realização das atividades implementadas ao longo de sua investigação, os entraves enfrentados estiveram relacionados à formulação do modelo matemático a partir do experimento realizado, à dificuldade dos sujeitos em adotar estratégias para a resolução de um problema não necessariamente recorrendo apenas a um raciocínio linear e às suas inexperiências em abordar um problema interdisciplinar. Destaca ainda dificuldades relacionadas a conceitos matemáticos anteriormente estudados e à percepção de que determinado modelo, algumas vezes com adaptações, pode servir para situações totalmente diferentes de uma primeira com a qual tenham tido contato.

Além dos aspectos anteriormente mencionados, Fecchio (2011) salienta que, durante a intervenção realizada, em alguns momentos houve a necessidade de o pesquisador recorrer a exemplos que pudessem auxiliar os estudantes a sentirem-se motivados e capacitados a realizar discussões e fazer conjecturas a fim de obter o modelo matemático visado.

A respeito de aspectos relacionados à gestão de classe, Fecchio (2011) indica que ao se optar pela Modelagem como estratégia de ensino, o tempo destinado à abordagem de determinado conteúdo deve ser maior que o usual, para que os estudantes possam efetivamente interiorizar, de maneira aprofundada, os conhecimentos construídos, o que nem sempre é viável em função dos calendários escolares. Essa questão do tempo e das possíveis restrições institucionais também é mencionada por Paschoal (2016) o qual afirma que, em algumas ocasiões, o emprego da Modelagem Matemática pode ser dificultado em razão de

haver conceitos que são pouco acessíveis a alguns alunos para serem trabalhados conforme prevê o cronograma de uma determinada disciplina em uma instituição.

Por fim, Fecchio (2011) evidencia, para a implementação da Modelagem como estratégia de ensino, a necessidade de “cuidado com o planejamento do meio didático, a mobilização de um grupo maior de professores e de conhecimentos sobre a condução do trabalho em grupo” (FECCHIO, 2011, p. 183).

Em relação às potencialidades do emprego de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) para o ensino de Matemática em cursos de Engenharia, as pesquisas de Oliveira (2014) e Ingar (2014) apresentam alguns resultados mais diretamente relacionados ao uso de *softwares* desenvolvidos especificamente para a abordagem de questões matemáticas, que sintetizamos no Quadro 9.

Quadro 9: Potencialidades das TDIC no ensino de Matemática na Engenharia.

Potencialidade	Trabalho(s) (Anos) em que a potencialidade foi observada
Motivar/envolver o estudante.	Oliveira (2014); Ingar (2014)
Articular e transitar por diferentes representações semióticas de um objeto matemático.	Oliveira (2014); Ingar (2014)
Abordar atividades que não poderiam ser trabalhadas sem o emprego das TDIC ou que não seriam tão ricas ou interessantes caso não se recorresse a esses recursos.	Oliveira (2014); Ingar (2014)
Visualizar, manipular e conjecturar a partir de representações gráficas de funções, especialmente aquelas cujas representações algébricas não são tão familiares aos estudantes.	Ingar (2014)

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando o Quadro 9, podemos notar que três das quatro potencialidades mencionadas estão presentes explicitamente nos dois trabalhos nos quais o emprego de *softwares* matemáticos teve papel de destaque. Em relação aos aspectos mencionados nas três últimas linhas do Quadro 9, Ingar (2014) apresenta reflexões que, a nosso ver, evidenciam de maneira contundente as potencialidades das TDIC. A principal delas diz respeito à identificação e à discriminação das variáveis visuais presentes em determinada situação, algo em geral não explorado pelos livros didáticos, uma vez que tal aspecto não é tão favorecido por uma abordagem estática que caracteriza tais materiais e, por outro lado, é um dos ganhos principais decorrentes da abordagem dinâmica das representações matemáticas que pode ser efetuada com o emprego das TDIC. O caráter dinâmico dos *softwares* possibilita, por exemplo, modificar pontos de observação, girar e transladar representações gráficas ou geométricas de objetos matemáticos.

Na pesquisa de Alves (2016) também foi empregada uma TDIC, mas não um *software* relacionado à Matemática. Foi utilizada uma ferramenta, CmapTools, desenvolvida para a

construção de mapas conceituais digitais. O autor ressalta como potencialidades trazidas pela utilização do CmapTools a oportunidade dos estudantes, a partir da construção de mapas conceituais relacionados a determinado objeto matemático, ampliarem suas percepções a respeito de seus conhecimentos, das ligações e hierarquizações que estabelecem entre os conceitos. A análise desses mapas pelo professor pode auxiliá-lo a detectar o que os estudantes aprenderam e o que ainda não foi atingido em termos da sua aprendizagem. Os mapas construídos por meio da ferramenta mencionada oportunizam ainda tanto aos alunos, quanto aos professores identificar conceitos mais gerais relacionados a determinado objeto matemático que interagem com conhecimentos prévios na estrutura cognitiva, ancorando-se a eles, além daqueles mais específicos que são esquecidos.

A seguir passamos a sintetizar os principais resultados daquelas pesquisas que, por não guardarem semelhanças entre si, foram por nós abordadas individualmente. São os trabalhos de Nomura (2014) e Gomes (2015).

Nas considerações acerca de sua tese de doutorado, Nomura (2014) ressalta que os sujeitos de sua pesquisa que se encontravam no início de suas graduações (3º semestre), mas que já tinham cursado Álgebra Linear, durante a resolução do problema por ela proposto, não buscaram as definições formais do objeto matemático em tela, situação diferente daquela vivenciada pelos sujeitos que estavam no final de sua formação (10º semestre), que, ao solucionar o mesmo problema, prontamente buscaram a definição e nela identificaram os elementos-chave envolvidos. Aponta que, possivelmente devido ao maior grau de maturidade dos concluintes e da postura de independência e interdependência desenvolvida ao longo do curso, estes, ao solucionar o problema, buscaram livros e anotações e, a partir destes materiais, as definições formais de que necessitavam. Além disso, Nomura (2014) observou que, ao final da graduação, o estudante consegue relacionar, de maneira mais explícita, as disciplinas matemáticas com as demais que compõem a matriz curricular do curso.

Convém salientar que, ao observar os sujeitos de sua pesquisa que tiveram êxito na resolução do problema por ela proposto, Nomura (2014) identificou em tais estudantes aspectos como participação ativa na busca pela solução, mobilização de pensamentos intuitivos, abstratos e dedutivos e a procura por padrões.

A autora identificou ainda que, mesmo no caso de um objeto matemático para o qual os livros trazem uma abordagem com forte apelo geométrico (no caso específico de sua pesquisa o foco eram autovalores e autovetores), as representações geométricas são, em geral, pouco exploradas durante as aulas e, conseqüentemente, pelos estudantes ao resolverem problemas. Esse distanciamento entre o que é proposto nos livros didáticos e o que é

efetivamente apresentado em aula pode ser explicado pelo fato de, conforme observa a autora, apesar dos livros estarem presentes nas referências bibliográficas das disciplinas e serem apresentados aos estudantes no primeiro dia de aula, no decorrer do curso são pouquíssimo utilizados, o que explica, em parte, os estudantes não entrarem em contato, durante as aulas, com as diferentes aplicações dos conteúdos matemáticos que são apresentadas nesses manuais. Para a autora, essa subutilização dos livros didáticos pode acarretar em uma desvalorização, durante a formação do futuro engenheiro, de atividades importantes como pesquisa, leitura e pensamento crítico.

Ao apresentar os resultados obtidos por meio de sua investigação de doutorado, Gomes (2015) explicita que foram classificados “como pertencentes ao estilo de pensamento matemático visual, aqueles alunos que, em suas resoluções ou nas explicações de seus pensamentos, que sempre tinham que fazê-las, apresentavam um gráfico ou uma ilustração que davam indícios de um pensamento visual” (GOMES, 2015, p. 155). Por sua vez, “os analíticos eram percebidos quando o desenvolvimento ou explicações priorizavam o tratamento algébrico” (Idem). Destaca então que, no início da intervenção que realizou, o estilo analítico predominou, seguido do estilo integrado (com pouco evidência do estilo visual), sendo pouquíssimo frequente entre os sujeitos de sua pesquisa o estilo exclusivamente visual.

A pesquisadora afirma que “os trabalhos desenvolvidos pelos alunos, durante a atividade utilizando o método *Jigsaw* de aprendizagem cooperativa, puderam propiciar a eles transitar por outros estilos de pensamento matemático, diferentes dos seus preferidos” (GOMES, 2015, p. 156). Observa, no entanto, que, após a implementação de atividades conduzidas por este método, houve um acréscimo no número de estudantes com estilo analítico e, a este respeito, comenta que:

[...] as argumentações realizadas pelos alunos, quando dispostos em grupo, eram, em grande parte, pautadas pelo pensamento analítico, mesmo que em todos os protocolos as questões propostas dessem condições para a mobilização do estilo visual. Notamos que os alunos que pertenciam ao estilo integrado, facilmente eram convencidos pelos colegas de que a maneira correta de se apresentar a solução de uma questão matemática era por meio do simbolismo algébrico. Dentre esses alunos, as explicações visuais pouco apareciam (GOMES, 2015, p. 156).

Conforme evidencia a citação anterior, o emprego de um formalismo algébrico está associado, na visão de alguns estudantes, à maneira correta de resolver questões matemáticas e, segundo a autora, talvez a escola e os materiais nela utilizados possam contribuir para que

esta ideia equivocada se torne enraizada. Em sua pesquisa, Gomes (2015) percebeu que “o estilo visual foi detectado em alunos que, pelo menos nesse início de vida acadêmica universitária, não apresentavam um bom desempenho nas disciplinas da área de Matemática” (p. 157). E, conforme depoimento de sujeitos classificados como visuais, abordagens de questões matemáticas segundo esta orientação “podiam ajudar a encontrar um modo de entender melhor o problema, já que não sabiam como resolvê-lo de forma algébrica” (p. 158).

Além desses resultados relativos aos estilos de pensamento matemático mobilizados pelos sujeitos da pesquisa de Gomes (2015), convém ressaltar alguns aspectos acerca da percepção dos estudantes a respeito da utilização do método *Jigsaw* como uma estratégia de aprendizagem cooperativa. Os sujeitos da pesquisa aprovaram o emprego deste método e apontaram “as vantagens do trabalho em grupo, como proposto no segundo encontro, pois tinham a responsabilidade não só de explicar, mas de entender as explicações dos colegas. Percebiam a dificuldade de alguns colegas em expor suas ideias e salientavam o quanto esse tipo de trabalho pode ajudar na vida profissional” (p. 158). Além disso, os participantes da pesquisa salientaram que, muitas vezes, durante as aulas, “sentem dificuldades em expor suas dúvidas para o professor, mas como neste método as discussões são com os colegas, se sentem mais à vontade para fazer perguntas e colocar suas dificuldades” (p. 159). Claro que o professor não fica totalmente ausente nos questionamentos, mas “quando surge alguma dúvida e o grupo necessita do professor, a questão é colocada pelo grupo e não por um aluno em particular” (Idem).

Por fim, como reflexões desencadeadas pela pesquisa que realizou, Gomes (2015) ressalta que: (i) é necessário que os professores se atentem aos materiais que utilizam, analisando se, nestes, um estilo de pensamento matemático não é privilegiado em detrimento de outros; (ii) o docente deve cuidar também para não sobrepor seu próprio estilo de pensamento matemático aos dos estudantes, isto é, devem “valorizar os estilos de seus alunos sabendo que tais estilos podem, inclusive, variar de situação para situação (p. 160).

Finalizada essa síntese dos resultados de caráter mais geral obtidos por meio das pesquisas analisadas, passamos, a seguir, a apresentar as sugestões para estudos futuros indicadas pelos autores dos trabalhos que constituem o *corpus* desta investigação.

Indicações para pesquisas futuras mencionadas nas teses e dissertações analisadas

Da forma idêntica àquela por nós adotada ao sintetizarmos os objetivos das investigações, também no caso das indicações para pesquisas futuras elencadas pelos autores

dos trabalhos analisados, os separamos em dois grupos: um relacionado à área de Cálculo Diferencial e Integral (Quadro 10) e outro vinculado a outras áreas (Quadro 11).

A respeito do objeto matemático integral de funções polinomiais, Silva (2013) ressalta a possibilidade de pesquisas semelhantes serem realizadas, porém recorrendo, como contexto para a construção da sequência de ensino, a conceitos básicos da área de Física. Além disso, o autor sugere uma investigação por meio da qual se possa, a partir de diálogos entre alunos e pesquisadores e de reflexões baseadas em princípios da Modelagem Matemática ou em outros pressupostos teóricos, analisar os significados de integral produzidos pelos estudantes.

Acerca de máximos e mínimos de funções de duas variáveis, Ingar (2014) menciona como caminhos a serem trilhados: (i) a realização de pesquisas recorrendo a ferramentas de sistemas de computação algébrica (CAS) associadas a diferentes *softwares* com o objetivo de conjecturar e validar propriedades relacionadas aos Multiplicadores de Lagrange; (ii) investigar, com profundidade, as apreensões do registro gráfico de funções de duas variáveis e suas possíveis articulações; (iii) realizar investigações tendo por base as ideias de visualização, na acepção de Duval, contemplando outros tópicos relacionados às funções de duas variáveis, tais como: funções vetoriais, campos vetoriais, integrais de linha e integrais de superfície, considerando também as interações entre os registros gráficos e aqueles possibilitados por meio das ferramentas de sistemas de computação algébrica.

Para o objeto matemático equação diferencial, há uma série de possibilidades apresentadas pelos autores como perspectivas para futuras pesquisas. Ferreira (2010) sugere tanto a realização de um trabalho semelhante ao que ele desenvolveu, mas considerando modelos (como, por exemplo, o sistema massa-mola-amortecedor) que recaem em equações diferenciais de segunda ordem, e também uma outra pesquisa tendo por objetivo, recorrendo a uma equação diferencial de primeira ordem, modelar, para um circuito RC (Resistor e Capacitor em série), o tempo necessário para que esse capacitor fique carregado. Fecchio (2011) também sugere novas pesquisas tanto voltadas às equações diferenciais lineares de primeira ordem quanto às de segunda ordem, novamente citando modelos já mencionados por Ferreira (2010), mas tendo como foco a análise das potencialidades da articulação da Modelagem Matemática e da Interdisciplinaridade para a formação crítica e profissional do engenheiro, a partir das relações estabelecidas por sujeitos de pesquisa trabalhando em grupo com o objetivo de construir conhecimentos. Oliveira (2014) sugere reelaborar a engenharia didática por ela desenvolvida de forma a contemplar a abordagem numérica e trabalhar também as equações diferenciais lineares de primeira ordem.

Relacionadas ao objeto matemático autovalor e autovetor, Nomura (2014) sugere

diferentes perspectivas de investigação. Uma primeira direção seria buscar respostas, relacionadas a aspectos do Pensamento Matemático Avançado e à teoria APOS, para as seguintes questões: (i) cabe ao aluno, individualmente, escolher entre avançar ou não suas concepções e construções mentais para o nível de conceito imagem relacional? (ii) é possível identificar quais os níveis do conceito imagem são, verdadeiramente, pretendidos pelo professor

e/ou instituição de ensino que os alunos devem alcançar em cursos de Engenharia? (iii) é possível identificar lacunas existentes entre as concepções ação-processo-objeto-esquema e quais os mecanismos necessários para preenchê-las? Um segundo caminho, orientado por reflexões do campo da Neurociência Cognitiva articuladas a preceitos do Pensamento Matemático Avançado e da teoria APOS, seria investigar as estruturas biológicas subjacentes de indivíduos nas diferentes concepções (ação-processo-objeto-esquema) dos objetos matemáticos, identificando como a abstração, a generalização e a manipulação de símbolos pode alterar os aspectos que regem um circuito neuronal.

Gomes (2015) traz sugestões de pesquisa não relacionadas diretamente ao objeto matemático ao qual se deteve em seu estudo, retas nos espaços bi e tridimensionais, mas aplicáveis a qualquer conteúdo matemático trabalhado nos cursos de Engenharia. Para a autora, é importante realizar investigações visando compreender: se os estilos de pensamento matemático manifestados por alunos ingressantes se mantêm ao final da graduação; quais as potencialidades da aprendizagem cooperativa para a mobilização, por estudantes concluintes, de diferentes estilos de pensamento matemático; se a adoção, nas disciplinas matemáticas do início dos cursos, de estratégias de aprendizagem cooperativa, traz ou não benefícios aos estudantes em relação ao entendimento dos assuntos tratados; e de que forma professores e estudantes no contexto das disciplinas específicas e profissionalizantes, mobilizam diferentes estilos de pensamento matemático.

Por sua vez, as possibilidades de investigações futuras explicitadas por Paschoal (2016) se referem: (i) à reprodução da atividade por ele desenvolvida, mas trabalhando-a mais demoradamente em três ou quatro encontros, e considerando outros conteúdos da Teoria das Probabilidades; (ii) à realização de estudos dos tipos metanálise e estado da arte referentes ao ensino de variáveis aleatórias; (iii) à reflexão a respeito das estratégias de ensino mais adequadas para a abordagem de variáveis aleatórias; e, por fim, (iv) à análise de como os conteúdos trabalhados na disciplina de Estatística são mobilizados pelos egressos de um curso de tecnologia.

Concluindo essa análise, ressaltamos que, conforme é evidenciado no Quadro 11,

Alves (2016) não apresenta, ao menos de maneira explícita, sugestões para investigações futuras.

Quadro 10: Sugestões para futuras pesquisas na área de Cálculo.

Autor (Ano)	Objeto Matemático	Sugestões para Pesquisas Futuras
Silva (2013)	Integral de Funções Polinomiais	Realizar uma pesquisa semelhante à desenvolvida, mas considerando, para a construção da sequência de ensino, conceitos básicos de Física . Investigar, mediante diálogos entre alunos e pesquisadores , reflexões, baseadas em princípios da Modelagem Matemática ou outros preceitos teóricos, visando à produção de significados, por parte dos alunos , para a integral.
Ingar (2014)	Máximos e Mínimos de Funções de Duas Variáveis	Realizar pesquisas visando o estudo dos Multiplicadores de Lagrange com o CAS Mathematica (ou com outros CAS), com situações que levem os alunos a fazer conjecturas e validar as propriedades dos Multiplicadores de Lagrange. Investigar, de maneira aprofundada, as apreensões do registro gráfico de funções de duas variáveis e suas possíveis articulações . Realizar investigações, baseadas nas ideias de visualização de Duval, dos registros gráficos e na interação com outros ambientes CAS , contemplando outros temas relacionados às funções de duas variáveis como: funções vetoriais, campos vetoriais, integrais de linha, integrais de superfície.
Ferreira (2010)	Equações Diferenciais	Realizar um trabalho semelhante ao desenvolvido, mas considerando o modelo do sistema de massa-mola-amortecedor , resultando este em uma equação diferencial de segunda ordem . Investigar os resultados da proposição de uma sequência de ensino para modelar , por meio de uma equação diferencial de primeira ordem , o tempo necessário que um capacitor leva para se carregar, em um circuito RC (Resistor e Capacitor em série).
Fecchio (2011)		Realizar, visando à formação crítica e profissional do engenheiro , pesquisas, aliando Modelagem Matemática e Interdisciplinaridade , abordando equações diferenciais lineares de primeira e segunda ordem (recorrendo, por exemplo, a modelos como o sistema massa-mola, a carga e descarga de capacitores com corrente contínua e alternada) nas quais se investigue a relação de troca entre sujeitos de pesquisa trabalhando em grupo para a construção do conhecimento.
Oliveira (2014)		Realizar uma pesquisa a partir do refinamento da engenharia didática elaborada e da ampliação do estudo sobre o objeto matemático, as equações diferenciais ordinárias , nessa engenharia. Por exemplo, reelaborar a engenharia didática de forma a contemplar também a abordagem numérica e a extensão do estudo às equações diferenciais lineares de primeira ordem .

Fonte: Dados da pesquisa.

Quadro 11: Sugestões para futuras pesquisas em outras áreas que não o Cálculo.

Autor (Ano)	Objeto Matemático	Sugestões para Pesquisas Futuras
Nomura (2014)	Autovalor e Autovetor	Realizar pesquisas tendo como objetivos responder às seguintes questões: (i) Cabe ao aluno , individualmente, escolher entre avançar ou não suas concepções e construções mentais para o nível de conceito imagem relacional? (ii) É possível identificar quais os níveis do conceito imagem são, verdadeiramente, pretendidos pelo professor e/ou instituição de ensino que os alunos devem alcançar em cursos de Engenharia? (iii) É possível a identificação das lacunas existentes entre as concepções ação-processo-objeto-esquema e quais os mecanismos necessários para preenchê-las ? Realizar um estudo, a partir das contribuições da Neurociência Cognitiva , por meio do qual se investigue as estruturas biológicas subjacentes de indivíduos nas diferentes concepções (ação-processo-objeto-esquema) dos objetos matemáticos, identificando como a abstração, a generalização e a manipulação de símbolos pode alterar os aspectos que regem um circuito neuronal .
Gomes (2015)	Retas nos Espaços Bi e Tridimensionais	Realizar pesquisas tendo como objetivos responder às seguintes questões: (i) Os estilos de pensamento matemático manifestados pelos alunos ingressantes se mantêm ao final da graduação em Engenharia? (ii) Quais os aspectos de uma estratégia de aprendizagem cooperativa podem propiciar a mobilização de diferentes estilos de pensamento matemáticos por alunos concluintes de um curso de Engenharia? (iii) De que maneira os estilos de pensamento matemático são mobilizados por professores e alunos das disciplinas específicas e profissionalizantes do curso de Engenharia? (iv) A aprendizagem cooperativa , se utilizada nas disciplinas de Matemática, logo no início dos cursos de Engenharia, trará benefícios para o melhor entendimento dos assuntos abordados?
Pachcoal (2016)	Distribuição Exponencial de Probabilidade	Realizar um estudo, no qual a atividade desenvolvida pelo pesquisador seja reproduzida , mas desenvolvendo-a em três ou quatro encontros , com outros tópicos da Teoria das Probabilidades. Realizar estados da arte e metanálises de trabalhos sobre o ensino de variáveis aleatórias . Realizar pesquisas nas quais sejam feitas reflexões acerca de quais estratégias são mais adequadas ao ensino de variáveis aleatórias . Analisar como a disciplina de Estatística é utilizada pelo egresso de um curso de tecnologia.
Alves (2016)	Raízes de equações algébricas e transcendentais via método de Newton-Raphson	Não há.

Fonte: Dados da pesquisa.

Após essa síntese dos resultados de caráter mais geral obtidos por meio das pesquisas analisadas, passamos, a seguir, a apresentar as considerações finais.

Considerações finais

Por meio da análise dos nove trabalhos que constituem o *corpus* de nossa pesquisa, pudemos perceber que no PEPGEM da PUC-SP nos últimos dez anos, houve um maior número de investigações de doutorado do que de mestrado relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia.

Como normalmente se observa ao analisar pesquisas relacionadas à Educação Matemática no Ensino Superior, a área mais explorada é a do Cálculo Diferencial e Integral, mas em relação às produções analisadas nos chamou atenção o fato da prevalência, em termos de objetos matemáticos, ser por aqueles estudados em disciplinas não iniciais relacionadas a esta área da Matemática. Considerando que somente integrais de funções polinomiais, funções de duas variáveis, equações diferenciais, retas nos espaço bi e tridimensionais, autovalor e autovetor e distribuição normal de probabilidade foram enfocados nas investigações analisadas, evidenciam-se, além das sugestões para estudos futuros já apontadas nesse artigo, perspectivas para pesquisas referentes a muitos outros conteúdos presentes nas diferentes componentes curriculares que compõem a matriz dos cursos de Engenharia.

Outro aspecto a ser salientado diz respeito às habilitações de Engenharia contempladas (Alimentos, Ambiental, Elétrica, Produção e Química) pelas pesquisas analisadas. Embora, atualmente haja cerca de 60 habilitações diferentes de Engenharia em funcionamento no país, somente cinco se fazem presentes nas dissertações e teses defendidas nos últimos dez anos no PEPGEM da PUC-SP. Há, portanto, demanda por investigações objetivando analisar como ensinar Matemática nas diferentes habilitações não contempladas, da mesma forma, que há demanda por estudos visando compreender como os estudantes destas habilitações constroem conhecimentos matemáticos e como estes serão mobilizados em seus futuros cotidianos profissionais.

Há quatro anos não há no PEPGEM da PUC-SP defesas de dissertações ou teses referentes à temática em análise neste artigo, mas isso não significa que membros do mencionado Programa não estejam desenvolvendo investigações a respeito. Os dois últimos autores deste artigo que são docentes do PEPGEM estão, no momento, orientando cinco teses de doutorado com foco no ensino de Matemática na Engenharia (uma abordando integrais múltiplas, duas equações diferenciais, uma autovalor e autovetor e uma a formação de professores que lecionam em cursos de Engenharia). Outra docente do Programa está orientando uma tese em que o conteúdo matemático é limite.

Além das dissertações e teses em desenvolvimento, os autores desse trabalho (que

como já mencionamos estão direta ou indiretamente vinculados ao PEPGEM da PUC-SP) participam do Grupo de Trabalho Ciências Básicas e Matemática na Engenharia, vinculado à Associação Brasileira de Educação em Engenharia (ABENGE), e têm produzido uma série de artigos sobre a temática e compartilhado os resultados de suas investigações por meio de publicações em periódicos nacionais (*Educação Matemática Pesquisa*, 2017; *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 2018; *Educação Matemática Debate*, 2018) e internacionais (*ZDM Mathematics Education*, 2019); da participação em eventos nacionais (Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE, 2015, 2016, 2017, 2018 e 2019)) e internacionais (Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática (CIBEM, 2017), *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa* (RELME, 2018), *Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (CIAEM, 2019)); de capítulos de livros e do estabelecimento de parcerias com pesquisadores da Colômbia, do Chile e do México.

As pesquisas por nós desenvolvidas ou em desenvolvimento concentram-se em torno dos seguintes objetivos: (i) identificar situações de diferentes habilitações da Engenharia nas quais os conceitos matemáticos são mobilizados; (ii) refletir a respeito de como proporcionar ao futuro engenheiro a construção de competências matemáticas a partir de um currículo planejado tendo por base a ideia da contextualização da Matemática na Engenharia; (iii) analisar as diferentes categorias de conhecimento a serem desenvolvidas pelos professores que ensinam Matemática em cursos de Engenharia; (iv) construir e propor organizações didáticas para situações-problema que possibilitem a integração de disciplinas matemáticas com disciplinas não matemáticas dos cursos de Engenharia.

Os objetivos indicados no parágrafo anterior e as diferentes perspectivas para novas investigações relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática na Engenharia evidenciadas ao longo deste artigo ratificam as inúmeras possibilidades de caminhos a serem percorridos na construção do conhecimento acerca dessa temática. Esperamos que esse texto instigue os pesquisadores a contribuir com suas reflexões para a área.

Referências

ALVES, P. C. **Percepção de aprendizagens de alunos de cursos de Engenharia sobre o Método de Newton-Raphson pelo uso de Mapas Conceituais**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento como princípio metodológico para a pesquisa educacional**. In: MACHADO, N. J.; DA CUNHA, M. O. Linguagem, conhecimento, ação: ensaios de epistemologia e didática. Escrituras Editora, 2003. p. 01-11. Disponível em:

<http://nilsonjosemachado.net/lca18.pdf>. Acesso em: 19 jun. 2020.

CAVALCANTI, J. D. B. **A noção de Relação ao Saber: História e Epistemologia, Panorama do Contexto Francófono e Mapeamento de sua utilização na literatura científica brasileira.** 2015. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências – Área de Concentração: Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

FECCHIO, R. **A Modelagem Matemática e a Interdisciplinaridade na introdução do conceito de Equação Diferencial em cursos de Engenharia.** 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

FERREIRA, V. D. T. **A Modelagem Matemática na introdução ao estudo de Equações Diferenciais em um curso de Engenharia.** 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

GARNICA, A. V. M.; PEREIRA, M. E. F. A pesquisa em Educação Matemática no Estado de São Paulo: um possível perfil. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro - SP, v. 11, n. 12, p. 59-74, 1997.

GOMES, E. **Contribuições do método Jigsaw de Aprendizagem Cooperativa para a Mobilização dos Estilos de Pensamento Matemático por estudantes de Engenharia.** 2015. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

INGAR, K. V. **A visualização na aprendizagem dos valores máximos e mínimos locais da função de duas variáveis reais.** 2014. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

NOMURA, J. I. **Esquemas Cognitivos e Mente Matemática inerentes ao objeto matemático autovalor e autovetor: traçando diferenciais na formação do engenheiro.** 2014. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

OLIVEIRA, E. A. **Uma Engenharia Didática para abordar o conceito de Equação Diferencial em cursos de Engenharia.** 2014. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

PASCHOAL, C. W. **A Modelagem Matemática no ensino da Distribuição Exponencial para Engenharias.** 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

SILVA, C. A. **Introdução ao conceito de Integral de funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentadas em princípios da Modelagem Matemática.** 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São

Paulo, São Paulo, 2013.

Recebido em: 30 de junho de 2020
Aprovado em: 25 de setembro de 2020