

PERFORMANCES MATEMÁTICAS DIGITAIS: UMA APLICAÇÃO NO ENSINO APRENDIZAGEM DE INTEGRAIS MÚLTIPLAS

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.665-682>

Luis Felipe Tatsch Schmidt¹
Carmen Vieira Mathias²

Resumo: Este artigo tem como objetivo analisar a implementação de uma atividade destinada ao ensino e aprendizagem do conceito de integrais múltiplas e aplicações. A pesquisa possuiu uma abordagem quanti-qualitativa e foi dividida em três momentos. Em um primeiro momento, foi aplicado um teste diagnóstico com os sujeitos da pesquisa, o qual teve o intuito de verificar os conhecimentos prévios que esses indivíduos tinham ancorados em sua rede cognitiva. O segundo momento foi destinado a aulas expositivas e a terceira parte contou com desenvolvimento de vídeos pelos acadêmicos. Para análise dos vídeos, baseamo-nos nas Performances Matemáticas Digitais (PMD), as quais têm como fundamento a mediação do ensino e aprendizagem. Pode-se concluir que trazer uma abordagem diferente auxiliou os alunos a atribuírem significados aos conceitos estudados, de forma a trazer novas perspectivas do conteúdo por meio da PMD.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo. Integrais múltiplas. Tecnologias Digitais.

DIGITAL MATHEMATICAL PERFORMANCES: AN APPLICATION IN TEACHING LEARNING MULTIPLE INTEGRALS

Abstract: This article aims to describe an investigation on the implementation of an activity aimed at teaching and learning the concept of multiple integrals and applications. The research that, as for technical procedures, fits as a case study, had a quantitative-qualitative approach and was divided into three moments. At first, a diagnostic test was applied to the research subjects, which aimed to verify the previous knowledge that these individuals had anchored in their cognitive network. The second part was devoted to expository classes and the third part included the development of videos by academics. For the analysis of the videos, we rely on Digital Mathematical Performances (DMP), which are based on the mediation of teaching and learning. It can be concluded that bringing a different approach helped students to assign meanings to the concepts studied, in order to bring new perspectives on the content through the DMP.

Keywords: Calculus teaching. Multiple integrals. Digital Technologies.

Introdução

Ao trabalhar-se com as disciplinas de Cálculo em uma Universidade Federal do Sul do país, como professores em alguns cursos de nível superior como Engenharia, Administração e Contábeis, é possível perceber-se muitas dificuldades dos acadêmicos de tais áreas de relacionarem a teoria e a prática, ou seja, a problemas práticos. Essas dificuldades e a desmotivação de muitos alunos com o que estavam aprendendo determinaram o tema de pesquisa deste trabalho.

¹ Mestre em Educação Matemática, Escola SESI de Ensino Médio. E-mail: schmidt_sm@hotmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9838-5022>

² Doutora em Matemática, Universidade Federal de Santa Maria/UFSM. E-mail: carmen@ufsm.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5667-159X>

Uma das maiores dificuldades observadas foi a transição do cálculo de uma variável ao de várias variáveis. Conforme Moreira (2006), a aprendizagem em todos os níveis, de forma geral, é mecânica e tecnicista, fundamentada somente na operacionalidade momentânea da matemática, isto é, sem significado para o aluno. Sendo assim, de acordo com o autor, muitas vezes os estudantes não conseguem relacionar o conteúdo que trabalharam no Ensino Médio ao conteúdo que estão estudando no Ensino Superior, o que pode culminar, dentre outros aspectos, nessa dificuldade citada anteriormente, a respeito da transição do cálculo de uma variável ao de várias variáveis.

Para Novak (1984), o aluno é bloqueado de expor aquilo que pensa, de mostrar seus sentimentos e suas ações, que são processos fundamentais para o sucesso da aprendizagem. Ao chegar ao Ensino Médio, geralmente, o aluno busca dar início a sua preparação por uma vaga na Universidade, mesmo que todo o conhecimento prévio adquirido se transforme em um “vazio cognitivo”. No Ensino Superior, esse mecanismo se repete, visto que esse nível de ensino acaba formando, muitas vezes, aplicadores de conhecimento, e não geradores (MOREIRA, 2011). Acredita-se que a consequência desse processo pode ser a formação de um profissional ineficiente, o qual irá apenas replicar conhecimentos, e não produzir novos.

Moreira (2011) afirma que “a atribuição de significados a novos conhecimentos depende da existência de conhecimentos prévios especificamente relevantes e da interação entre eles”. Assim, o subsunçor (isto é, o que o aluno já sabe) se modifica na interação com o conhecimento a ser aprendido, ao mesmo tempo em que reforça saberes existentes.

Diante do exposto, o presente trabalho se propôs a investigar acadêmicos do curso de Engenharia Mecânica, na disciplina de Cálculo, durante uma atividade sobre cálculo de várias variáveis mediada pelo uso de tecnologias. Tal atividade teve como intuito responder como a implementação de uma atividade fundamentada pelo uso das tecnologias digitais (TD) pode favorecer a aprendizagem significativa para o ensino de Integrais Múltiplas.

Dessa forma, o objetivo principal desta pesquisa é analisar a implementação de uma atividade destinada ao ensino e aprendizagem do conceito de integrais múltiplas na aplicação do cálculo de volume, massa e centro de massa de peças hipotéticas, em uma turma de Engenharia Mecânica.

Ensino do Cálculo

Nas últimas décadas, pôde-se perceber uma grande busca por reflexões sobre temas relacionados à Educação Matemática. Esse interesse decorre do fato de que inúmeros tópicos

abrangem todos os níveis de ensino (fundamental, médio e superior) em aspectos relacionados ao sistema de ensino e aprendizagem do conhecimento matemático. No ensino superior, em conformidade com Vieira e Rios (2019), as preocupações para as disciplinas básicas, na área das ciências exatas, são retratadas a seguir:

Temas relacionados ao componente Cálculo Diferencial e Integral I – como dificuldades na aprendizagem, o baixo rendimento dos estudantes, os altos índices de reprovação e a consequente evasão dos cursos – são sérios problemas educacionais e recorrentes em publicações e eventos nacionais e internacionais na área de Educação Matemática, Engenharia e Matemática Aplicada (VIEIRA; RIOS, 2019, p.94).

Especialmente quanto à disciplina de Cálculo, encontram-se, na literatura, pesquisas realizadas a esse respeito, além de outras em desenvolvimento. Essas pesquisas costumam investigar tópicos como: conhecimentos prévios dos alunos a respeito da matemática (em muitos casos, sobre funções); análise de erros; aprendizagem significativa; propostas diferenciadas para o ensino de cálculo; entre outros. Com relação a esse último item, podemos destacar, a título de exemplo, o uso de Modelagem como proposta de ensino, a história e a análise de livros didáticos e o emprego das Tecnologias da Informação e Comunicação (CAVASOTTO, 2010).

As dificuldades relacionadas à aprendizagem da Matemática, o alto índice de reprovações dos alunos em disciplinas dessa área, as dificuldades de engenheiros em lidar com os conceitos matemáticos na vida profissional, são algumas variáveis que indicam a necessidade de examinar questões relacionadas ao tema “ensino-aprendizagem da Matemática para Engenharia” (SOARES; SAER, 2004. p.245).

No ensino de Cálculo, tornam-se necessários organizadores prévios, isto é, conteúdos ou conceitos bases que são necessários ao desenvolvimento de tópicos posteriores, para a aprendizagem de um novo material.

A obtenção de novos significados pelo aprendiz descreve um processo de aprendizagem significativa. Dessa forma, essa abordagem deve ser preferida nas práticas educacionais, pois favorece a retenção e a aquisição de significados, assim como a transferência de aprendizagem. Nesse sentido, a aprendizagem significativa tem como vantagem a ampliação das estruturas cognitivas do aprendiz, de forma que o conhecimento adquirido é mais duradouro. Além disso, a proposta em questão aumenta a capacidade de aprender outros conteúdos ou materiais com maior facilidade, pois expande os seus subsunçores, facilitando a aprendizagem seguinte (MANRIQUE; MEIRA, 2013).

Um dos grandes problemas encontrados pelos estudantes ao ingressar em um curso

Superior é a grande lacuna existente entre a matemática do Ensino Médio e a matemática da Universidade. Essa dificuldade está relacionada a, basicamente, dois tipos de fatores, a saber: a) os circunstanciais – currículo, sistema de acesso à Universidade, expectativa dos estudantes, avaliação do curso etc.; b) os matemáticos – relacionados à natureza da matemática. Na situação universidade-escola, há uma transição do ponto de vista “elementar” para o “avançado”, resultando em ausências específicas em Álgebra, Cálculo e Geometria, as quais são cruciais para os alunos. Talvez, o raciocínio formal frio, que tem dominado a Educação Matemática até então, seja uma falha, visto que possui critérios de ensino baseados somente em estímulo e resposta, ou seja, não permite uma elucidação de questões de aprendizagem no nível da psicologia cognitiva, a qual é imprescindível para o pensamento matemático avançado (SANTAROSA, 2013).

Sobre as Tecnologias e Performance Matemática Digital

Com relação à utilização das Tecnologias Digitais (TD), pesquisadores da área de Educação Matemática defendem que tais ferramentas podem auxiliar nas relações de ensino e aprendizagem em sala de aula. Para Borba (1996, 2003), o uso de tecnologias informáticas nas práticas pedagógicas pode consistir em um mecanismo de mudança para o ensino de Matemática. Essa transformação, de acordo com o autor, não corresponde apenas à substituição de um conteúdo por outro, mas ao enfoque que será dado a um determinado tópico. Além disso, o pesquisador também defende que esse processo requer uma mudança radical na postura do professor, ou seja, na forma como o docente passa a relacionar-se com alunos e com a máquina.

Para Borba (2003), a inserção de tecnologias informáticas nas práticas da docência e no ensino de Matemática acrescentam mudanças que exigem novas posturas do professor em todos os âmbitos da sala de aula. Em outras palavras, esse processo demanda mudanças sociais, metodológicas e pedagógicas por parte do docente.

Vários dispositivos podem ser utilizados no ensino e a aprendizagem de Cálculo, como, por exemplo, o uso de computadores, smartphones, softwares, dispositivos móveis, aplicativos e internet, a depender da realidade de cada instituição e de um objetivo claro a ser trabalhado.

De acordo com Bicudo e Rosa (2013), estamos completamente rodeados pelo conhecimento científico e tecnológico. Pode-se pensar em tecnologia como sendo um “conjunto de conhecimentos e princípios específicos que se aplicam ao planejamento, à

construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade” (KENSKI, 2007, p.24), ou mesmo, olhar para as tecnologias, “não apenas como o produto final de um processo, mas sim como todo o processo que resultou este produto final, gerado por eventuais necessidades vivenciadas pelo homem” (ALMEIDA, 2015, p.224). Nesse sentido, nota-se que a tecnologia já está entranhada no nosso cotidiano há algum tempo.

No que diz respeito à presença das tecnologias dentro do cenário educacional, Marin e Penteado (2001) citam que o professor ganha um novo desafio para reconsiderar e amplificar seus conhecimentos, enfrentando demandas que vão além da conformação e da rotina de sala de aula. Contudo, os autores também explicam que o uso de recursos dessa natureza também oferece novas dificuldades, principalmente se tratando do uso de determinada tecnologia (smartphones, por exemplo). Observa-se que esse pensamento é de quase vinte anos, porém continua atual, visto que usar as TD no ensino requer sempre uma maior preparação da parte do professor, pois tais profissionais estão entrando em um campo de regiões muitas vezes desconhecidas.

Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 106) “[...] o uso da internet, a produção de vídeos e o uso das tecnologias móveis são essências em Performances Matemáticas Digitais (PMD)”. Com isso, podemos dizer que o uso de vídeos é o tipo de PMD mais comum, uma vez que, devido à popularização de smartphones, a utilização de câmeras e de aplicativos de edição está muito presente no cotidiano das pessoas. Além disso, a socialização dos vídeos é facilitada pelas redes sociais (YouTube, Facebook, Instagram etc.), as quais possibilitam o compartilhamento e a difusão dessas produções.

Conforme Silva (2014) a PMD pode ser descrita como a comunicação de ideias matemática através das artes (performáticas) e das mídias digitais.

Scucuglia (2012) propõe que a PMD é uma alternativa que envolve os alunos na produção de narrativas multimodais. Também indica que uma PMD conceitual deve apresentar a audiência motivação, elementos matemáticos (construção de sentido), sensações/surpresa matemática, e sensações viscerais.

Sobre a motivação, Scucuglia (2012) afirma que esse é um elemento chave para atrair a atenção do público. Pois, as PMD oferecem maneiras de ver o novo e maravilhoso em matemática, visto que podem explorar grandes idéias matemáticas para surpreender o público e mostrar a alegria da matemática.

Quanto aos elementos matemáticos presentes na PMD, que trazem a construção de sentido, Scucuglia (2012) afirma que

[...] O raciocínio matemático e o raciocínio dos alunos em uma PMD devem ser estruturados de forma que o público possa entender a ideia matemática dentro do contexto da narrativa digital. As conexões entre representações e idéias são aspectos-chave das duas dimensões do olho voyeurista - surpreendente e sensível (SCUCUGLIA, 2012).

Na mesma linha, o autor expõe o que categorizou como surpresa matemática, ou emoções indiretas, nesse sentido afirma que “boas PMD conectam idéias matemáticas a eventos dramáticos. As emoções e sentimentos retratados devem estar relacionados aos conceitos matemáticos explorados na PMD (SCUCUGLIA, 2012).

A última categorização realizada por Scucuglia (2012) trata das sensações viscerais, para o autor boas PMD oferecem experiências diretas através do uso de materiais concretos, por exemplo, o uso de músicas, atividades práticas e a exploração de um senso de ajuste e estética matemáticos (por exemplo, padrões) são características de sensações viscerais matemáticas em um PMD (SCUCUGLIA, 2012).

Observamos que a produção de vídeos educativos vai ao encontro da ideia postulada por Freire (1996), a saber, de que ensinar não é apenas transferir conhecimentos, mas criar possibilidades para a sua construção. Os vídeos podem proporcionar esse tipo de experiência pedagógica, pois exigem do aluno autoria, produção e pesquisa, fazendo-se, assim, relevantes para o processo de ensino e aprendizagem (FELCHER; PINTO; FOLMER, 2018).

Felcher *et. al.* (2017) defende que o vídeo, por si só, assim como qualquer outra TD, não apresentará soluções relacionadas à educação, nem irá resolver problemas relacionados ao ensino e aprendizagem. Contudo, a produção de vídeos, como um recurso didático, evidencia que os alunos têm melhor afinidade e se sentem mais atraídos pelos novos conteúdos (FELCHER, PINTO, FOLMER, 2018).

Moran (1995, p. 27) explica que “Finalmente o vídeo está chegando à sala de aula”. Entende-se a partir disso, que uma importante utilização do recurso em questão é a sua produção pelos alunos, uma prática que ainda é recente, mas que vem conquistando mais espaço na sala de aula a partir de PMD. Segundo Felcher, Pinto e Folmer:

Os vídeos tornam as aulas mais dinâmicas e produtivas, despertando o interesse dos alunos e facilitando a aprendizagem; motiva para a pesquisa, proporcionando a interação e a discussão com os professores e colegas sobre o tema em estudo; produz conhecimento de forma diferenciada e sua circulação também torna-se mais fácil (FELCHER; PINTO; FOLMER, 2018, p. 3).

Quanto ao uso das TD e, no caso particular deste estudo, à produção de vídeos para o estudo do Cálculo, tais recursos servem como um aporte para a aprendizagem dos acadêmicos nessa disciplina, visto que, ao produzi-los, os aprendizes tendem a apropriar-se de certos conceitos e definições (STEINER; KUTZNER; WALKER, 2017). De acordo com Machado (2008), as ferramentas computacionais são apropriadas para a resolução de problemas, pois, através dessas tecnologias, é possibilitado aos alunos fazerem experimentos matemáticos como criar conjecturas, o que, de uma maneira geral, facilita, em um curto intervalo de tempo, experimentações de diferentes situações.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa relatada no presente artigo, quanto à abordagem, foi classificada como quantitativa-qualitativa, na medida em que relaciona os significados e a quantificação. Gerhardt (2013) respalda essa classificação, explicando que a pesquisa quantitativa-qualitativa é aquela que

[...] envolve um grande número de relações, significados, processos, valores e atitudes, que requerem uma contextualização, e são complexos para serem definidos em variáveis numéricas, porém há momentos em que poderá ser necessário recorrer a variáveis quantificáveis (quantitativo) para exprimir a ocorrência de um determinado fenômeno, ou para conferir aos fatos uma dimensão mais precisa (GERHADT, 2013, p. 18).

Quanto à pesquisa qualitativa Denzin e Lincoln (2011) afirmam que essa abordagem de investigação consiste em “um conjunto de práticas interpretativas que faz o mundo visível”. Desta forma, nosso trabalho desenvolve essa abordagem por meio da análise dos vídeos, onde buscamos explorar a interpretação do que foi realizado enfatizando o processo de desenvolvimento das PMD e os indícios de aprendizagem dos conteúdos propostos.

Como utilizamos um questionário diagnóstico, houve a necessidade de uma abordagem quantitativa Aliaga e Gunderson (2002) afirmam que esse tipo de análise pode ser entendido como a explicação de fenômenos por meio da coleta de dados numéricos que serão analisados através de métodos matemáticos (em particular, os estatísticos).

Participaram da pesquisa os alunos regularmente matriculados e frequentando a disciplina de Cálculo B (Cálculo de várias variáveis) do curso de graduação em Engenharia Mecânica de uma Universidade Federal do interior do Rio Grande do Sul. A escolha dessa instituição e, em particular, da turma, deu-se pelo fato do primeiro autor trabalhar como professor substituto no contexto em questão, onde ministrou a disciplina.

O critério de inclusão/exclusão inicial foi os alunos estarem cursando a disciplina de Cálculo B e estarem em sala de aula na data em que o primeiro instrumento foi aplicado.

A realização desta pesquisa deu-se pelo uso dos seguintes instrumentos:

- **Teste diagnóstico:** buscou verificar quais os subsunçores os alunos da disciplina de Cálculo B evidenciavam, a partir de questões selecionadas pelo primeiro autor deste trabalho.

Esse teste diagnóstico foi dividido em três partes, sendo a primeira delas com um foco em integrais indefinidas, definidas, cálculo de área e regras de integração. A segunda parte tinha o propósito resgatar os conhecimentos prévios dos alunos em geometria analítica, uma vez que tais conteúdos são necessários às funções de várias variáveis. Na terceira parte, o teste buscou saber como foi a experiência do aluno com a disciplina de Cálculo A (cálculo de uma variável), há quanto tempo cursou-a e se havia alguma noção de aplicação do conteúdo no curso de graduação que estava cursando.

- **Atividade Exploratória:** Essa atividade foi elaborada com o propósito de expor alunos do curso de Engenharia Mecânica a uma situação de Aplicação de Integrais Múltiplas, na qual, após terem assistido as aulas expositivas sobre tal conteúdo, resolveram um problema aplicado. A atividade foi desenvolvida com o intuito de verificar indícios de aprendizagem significativa em um conteúdo que grande parte dos estudantes possui muita dificuldade de compreensão.

Para realizar a atividade, a turma foi dividida em 15 grupos de até 4 membros, sendo cada um deles responsável por resolver um problema selecionado pelo professor, por meio de um sorteio aleatório. Para realizar tal sorteio, foi solicitado aos alunos que comentassem, em um fórum de discussão disponibilizado no Ambiente Virtual de Aprendizagem, os nomes dos 4 integrantes do grupo, nomeando o tópico de Grupo “x” (Grupo 1, Grupo 2, ...). Posteriormente, o professor respondeu ao tópico fornecendo o problema a ser resolvido.

Para a análise do teste diagnóstico, em um primeiro momento, foi realizada uma análise quantitativa, a qual, segundo Diehl (2004), possui como estratégia o uso da quantificação, tanto na coleta quanto no tratamento das informações. Nesse sentido, esse tipo de abordagem recorre à utilização de técnicas estatísticas, com foco em resultados que evitam possíveis distorções de análise e de interpretação, possibilitando uma maior margem de segurança. De modo mais geral, o tratamento com análise quantitativa é passível de ser medida em escala numérica, isto é, com ênfase em números que permitem verificar a aceitação ou não das hipóteses levantadas. Ou seja, quantificamos as respostas corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco para, em um segundo momento, analisá-las em termos qualitativos, categorizando-as conforme o que era solicitado em cada um dos itens.

Este estudo resultou na produção de 12 vídeos. Observamos que, dos 15 grupos, 3 optaram por não participar da pesquisa. Os grupos que não participaram, obviamente, não entregaram suas produções. Porém, desde o início da pesquisa, foi esclarecido que nenhum aluno era obrigado a participar de todo o processo.

Na análise da atividade da proposta, foi utilizada a teoria PMD (SCUCUGLIA, 2012), a qual tem como fundamento que o processo de ensino e aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos seja analisado do ponto de vista didático-pedagógico. Assim, as PMD analisadas neste trabalho foram produzidas a partir da realização dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos da disciplina de Cálculo B, no segundo semestre letivo de 2018.

Assim, após visto o conteúdo programático, foi proposto aos alunos a seguinte prática:

Vamos supor que você acaba de ser contratado pela empresa Schmidt Indústria Mecânica LTDA e seu chefe recebe a encomenda de uma peça cuja especificação foi realizada utilizando equações matemáticas. Ele manda você enviar um e-mail retornando à especificação, alegando ser impossível que a peça seja usinada. Você, novo na empresa, querendo mostrar para o que foi contratado, explica ao seu superior que, as ideias referentes à integrais múltiplas e suas aplicações podem ser utilizadas para um estudo matemático que permite a posterior usinagem da peça.

A encomenda continha as seguintes especificações:

No primeiro octante delimitado por $y + z = 2$ e pelo cilindro que contorna a região delimitada por $y = x^2$ e $x = y^2$.

Etapa 1) Nesta primeira etapa você deverá determinar o volume, a massa e o centro de massa do sólido, utilizando os conceitos de integrais múltiplas estudados na disciplina de Cálculo B. Considere que a peça é de aço e sua densidade é de $7,85\text{g/cm}^3$.

Etapa 2) Agora, com um software da sua escolha (GeoGebra, AutoCad, SolidWorks etc.), desenvolva o esboço da peça dada e verifique com os resultados obtidos na etapa 1.

Etapa 3) Nesta última etapa, você deverá elaborar um vídeo curto, apresentando todos os passos anteriores. Use sua criatividade (Movie Maker, Power Point, Encene etc.). Apresente o material como se seu emprego hipotético realmente dependesse disso.

Observa-se que as especificações da peça variavam conforme o grupo, ou seja, cada grupo foi responsável por “fabricar” uma peça diferente.

Análise dos resultados

Conforme mencionado, um dos instrumentos utilizados foi o questionário sobre os

conhecimentos prévios dos alunos da disciplina de Cálculo B, o qual foi respondido por 43 estudantes que se voluntariaram a participar da pesquisa.

O questionário foi dividido em 3 etapas. Na primeira parte, a ênfase esteve nos conhecimentos prévios dos alunos quanto aos conceitos e propriedades de integrais, ou seja, tópicos que devem ser estudados na disciplina de Cálculo A. Entendeu-se que tais noções seriam um pré-requisito para Cálculo B. Dito de outra forma, o objetivo da primeira parte foi o de verificar os subsunçores necessários às propriedades e aos métodos de resolução de integrais, de modo a realizar, assim, uma sondagem daquilo que estava ancorado no sistema cognitivo dos estudantes.

A segunda parte do questionário focou nos conceitos de Geometria Analítica, os quais o primeiro autor julgou, com base em pesquisas e na experiência em ministrar tal disciplina, que seriam necessários para construir e dar significado aos tópicos estudados. Ou seja, verificou-se os conceitos que se considera ser a base para a disciplina de Cálculo B, ligados à Geometria Analítica. Para essa sondagem, foram dispostas algumas equações, a fim de perceber se os aprendizes conseguiam relacioná-las com gráficos de funções em três dimensões.

A terceira parte do questionário enfatizou a experiência dos alunos ao cursar a disciplina de Cálculo A. Ou seja, foi um questionário mais pessoal, voltado a verificar a opinião dos estudantes sobre a disciplina de Cálculo A.

Após a análise do teste diagnóstico, foi possível notar que os conceitos de integrais estavam bem vagos na estrutura cognitiva dos alunos, pois grande parte das perguntas foram deixadas em branco ou apresentaram erros. Dessa forma, justifica-se esse questionário, pois o teste realizado alertou que os conceitos que deveriam ter sido apreendidos nas disciplinas anteriores não foram sedimentados por parte desses estudantes. Isso foi considerado no momento em que as aulas estavam sendo desenvolvidas e, principalmente, na escolha da atividade proposta, pois, sempre que necessário, tais conceitos eram recordados com os alunos.

Ao trabalhar a disciplina, todas as dificuldades elencadas no teste foram ao menos revistas em aula, pois eram de extrema importância para dar continuidade aos conceitos estudados. Com isso, foram disponibilizados materiais de apoio aos alunos, assim como algumas videoaulas, pois não seria possível desenvolver tudo o que havia na ementa da disciplina, pela sua exaustiva quantidade de conteúdos apresentados.

Como critérios de análise dos vídeos produzidos, os seguintes pontos foram observados: Motivação, Sensações Viscerais, Surpresa Matemática e Elementos Matemáticos

(SCUCUGLIA, 2012). Também consideramos o tempo de duração do vídeo produzido e o software que foi utilizado no trabalho realizado.

Quanto à motivação, observou-se o empenho durante a produção do vídeo, isto é, a dedicação do grupo em fazer uma criação condizente com a ideia e com a criatividade esperada. As sensações viscerais, segundo Silva e Gregorutti (2015, p. 7), dizem respeito “ao desejo em matemática e à aspectos estéticos como a identificação de padrões, simetrias, generalizações, etc.”.

A ideia de apresentar surpresa matemática é explorada através das emoções e atividades humanas, ou seja, explicitando uma situação de vivência, no lugar de relatar algo apenas pelo viés da matemática, conforme categorizado por Scucuglia (2012). E, por fim, a noção de elementos matemáticos, cujo objetivo é verificar se todos os tópicos solicitados no trabalho estão de acordo com a orientação fornecida.

No quadro 2, apresenta-se uma comparação realizada entre todos os vídeos produzidos, levando em consideração os elementos descritos anteriormente. Assim, se, no quadro em questão, existe a marca ‘x’, o vídeo apresentou de alguma maneira o elemento analisado. Na coluna ‘Software utilizado’, é oferecido o nome do software, e na coluna ‘Tempo de Vídeo’, o tempo do(s) vídeo(s) entregue(s) por determinado grupo.

Quadro 2: Quadro Comparativo de Todos os Trabalhos.

Elementos de Análise	Motivação	Sensações Viscerais	Surpresa Matemática	Elementos Matemáticos	Software utilizado	Tempo de Vídeo
Grupo 1	X		X	X	SolidWorks	18 min e 0 s
Grupo 2	Não apresentou					
Grupo 3	X	X	X	X	SolidWorks	12 min e 38 s
Grupo 4				X	SolidWorks	-
Grupo 5	X	X	X	X	GeoGebra	8 min
Grupo 6	X			X	GeoGebra	42 min e 49 s
Grupo 7	X			X	Python	36 min e 47 s
Grupo 8				X	GeoGebra e SolidWorks	-
Grupo 9				X	GeoGebra	1 min e 50 s
Grupo 10	X			X	SolidWorks	2 min e 06 s
Grupo 11	X			X	GeoGebra e AutoCAD	10 min e 48 s
Grupo 12	Não apresentou					
Grupo 13				X	GeoGebra	1 min e 01 s
Grupo 14	Não apresentou					
Grupo 15	X	X	X	X	SolidWorks	5 min e 38 s

Fonte: O Autor.

A seguir, realiza-se a análise do vídeo entregue por dois dos grupos que desenvolveram a atividade proposta. Escolhemos os trabalhos do grupo 1 e do grupo 5, pois

são aqueles que mostram com êxito a conclusão da atividade proposta e de alguma forma tiveram indícios de PMD.

No vídeo do grupo 1, os alunos criaram um áudio para narrar a situação problema que foi passada. Após, foram apresentados dois vídeos, sendo o primeiro mais curto, no qual são apresentados todos os cálculos digitados. Observa-se que esse grupo em um primeiro momento se preocupou com o teor matemático apresentado, o que de certa forma contradiz Silva (2015) ao afirmar que “Os estudantes tendem a explorar mais seus sentimentos com relação ao ensino e aprendizagem da Matemática, (...) ao invés de explorarem a ideia matemática em si”. Acreditamos que isso ocorreu devido aos esclarecimentos dados pelo professor quanto ao tipo de vídeo que deveria ser apresentado. A figura 1 ilustra um recorte do que chamamos do primeiro vídeo do Grupo 1, o qual apresenta os resultados deles.

Figura 1: Recortes do primeiro vídeo concebido pelo Grupo 1

Etapa 1

Nesta primeira etapa determinaremos o volume, a massa e o centro de massa do sólido a ser usinado. Como a peça deverá ser de aço, consideraremos a densidade de $7,85\text{g/cm}^3$.

Cálculo do VOLUME:

→ Limites de integração:

$$0 \leq z \leq 2-y$$

$$x^2 \leq y \leq \sqrt{x}$$

$$0 \leq x \leq 1$$

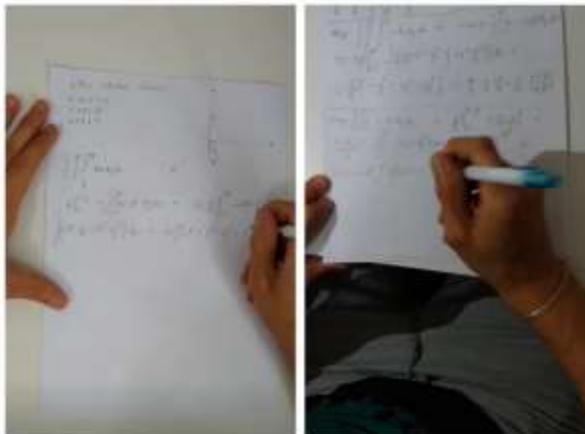
$$\int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} \int_0^{2-y} dz dy dx = \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} z \Big|_0^{2-y} dy dx = \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} (2-y) dy dx = \int_0^1 \left(2y - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_{x^2}^{\sqrt{x}} dx = \int_0^1 \left(2\sqrt{x} - \frac{x}{2} - 2x^2 - \frac{x^4}{2} \right) dx =$$

$$\left(\frac{2\sqrt{x^3}}{3} \cdot 2 - \frac{x^2}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^5}{10} \right) \Big|_0^1 = \frac{4}{3} - \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{10} = \frac{31}{60}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

O segundo vídeo do mesmo grupo, mais longo que o primeiro, exhibe as mãos de um dos estudantes resolvendo as integrais propostas, como ilustra a figura 2. Novamente, a preocupação com a matemática envolvida no processo é muito evidente.

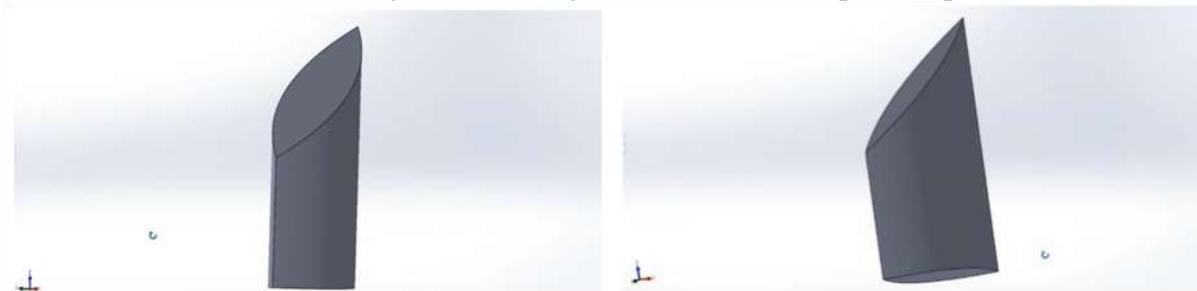
Figura 2: Recortes do segundo vídeo criado pelo Grupo 1.



Fonte: Dados da pesquisa.

Nesse vídeo, o grupo optou por usar o software ‘SolidWorks³’ para realizar o desenho da peça proposta. Esse é um software pago, de modelagem em 3D, que permite não apenas desenvolver modelos de peças e objetos completos, mas também experimentar diferentes designs. É um software considerado de fácil utilização, pois sua interface é bem intuitiva, e também permite que os participantes do projeto trabalhem simultaneamente, de modo que uma alteração feita seja realizada para todos. A figura 3, ilustra um exemplo da imagem do sólido gerado pelo Grupo 1 no SolidWorks.

Figura 3: Imagem do Sólido gerado no SolidWorks pelo Grupo 1.



Fonte: Dados da pesquisa.

É possível notar que esse grupo apresentou domínio do problema proposto, resolvendo todas as etapas propostas com destreza e clareza. Além disso, os conceitos de integrais foram aplicados corretamente, o que demonstra entendimento do conteúdo proposto. Porém, apesar de ser um vídeo sem erros conceituais, bem apresentado, não contou com uma das características mais importantes em uma PMD, as sensações viscerais.

O vídeo do grupo 5 foi um dos mais criativos. Para realizar a introdução do vídeo, foi narrado o problema com o fundo sendo *cartoonizado* por um integrante do grupo.

³ Disponível em: <https://www.solidworks.com/pt-br/choosing-solidworks>

Observamos que nesse sentido houve um planejamento, aliando matemática e arte, como preconiza a PMD visto que “oferece meios para a construção de ambientes de aprendizagem no qual novos tipos de significados e conhecimentos (matemáticos) podem ser produzidos devido a emergente possibilidade em se fixar modos de comunicação antes secundários” (SCUCUGLIA; GREGORUTTI, 2015, p 13). Esse grupo também não apresentou erro matemático na resolução das questões, como ilustra a figura 4.

Figura 4: Recorte do Vídeo produzido pelo Grupo 5.

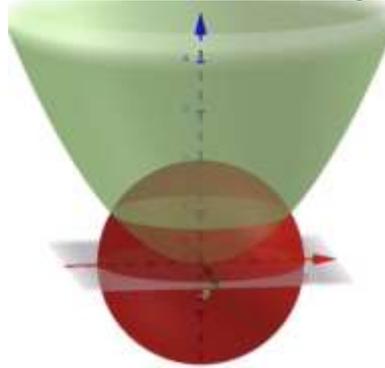


Fonte: Dados da pesquisa.

Nesse grupo, para fazer a representação tridimensional da peça dada, foi utilizado o GeoGebra⁴, isto é, um aplicativo que combina geometria e álgebra. Diferentemente do SolidWorks, esse programa é de distribuição gratuita. Essa representação via um software foi um elemento muito importante, pois no âmbito da pesquisa em PMD com uso de TD os processos de visualização e experimentação têm grande destaque, pois a visualização oferece meios para que conexões entre representações possam acontecer. Assim, a visualização é protagonista na produção de sentidos e na aprendizagem matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 53). A figura 5 ilustra a peça feita pelo grupo.

⁴ Disponível em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt>

Figura 5: Sólido Gerado no GeoGebra pelo grupo 5.



Fonte: Dados da pesquisa.

De modo geral, a atividade correspondeu à expectativa dos pesquisadores, pois a maioria dos vídeos apresentou características de PMD, propostas por Scucuglia (2012). Ou seja, conseguimos identificar, nessas produções, elementos de narrativas e certas interpretações esperadas, tais como a relação entre matemática e arte.

Além disso, essa pesquisa foi concluída com êxito, pois foi possível notar que houve indícios de aprendizagem nas atividades propostas, o que ficou evidenciado tanto no engajamento dos alunos quanto na ausência de erros matemáticos.

Sendo assim, afirma-se que, com as respostas que obtidas no questionário, a atividade foi de grande valia, pois mostrou uma parte prática do cálculo que muitas vezes é trabalhada por meio de fórmulas, sem que os estudantes percebam seu significado para o exercício da futura profissão. Nesse sentido, a atividade proposta demonstra aos acadêmicos a aplicabilidade dos conteúdos estudados no curso que irão se formar, pois entende-se que o ensino mecânico nem sempre é eficaz.

Considerações Finais

O problema de pesquisa que foi colocado neste trabalho consistia no seguinte questionamento: Como a implementação de uma atividade fundamentada pelo uso das TD pode favorecer a aprendizagem e o ensino de Integrais Múltiplas?

Entende-se que este estudo tenha sido relevante e satisfatório, pois foi avaliado positivamente pelos alunos, uma vez que eles relataram que a proposta os ajudou a dar significado aos conteúdos vistos durante o semestre letivo, na disciplina de Cálculo B. Em outras palavras, a experiência descrita na presente pesquisa proporcionou aos alunos a percepção de que a disciplina em questão vai além da teoria, ou seja, está diretamente ligada ao curso que estão fazendo.

Trazer as PMD para o trabalho e para as análises contribuiu com a construção de uma prática pedagógica que vai além do que tradicionalmente vem sendo feito em sala de aula, uma vez que, por meio da implementação de um trabalho diferenciado, foi possível contribuir para o ensino da disciplina. Esse tipo de movimento é importante porque faz com que os alunos percebam a disciplina de um jeito diferente do que estão acostumados.

Conclui-se, com base nas referências citadas, que a busca por maneiras diferentes de se ensinar matemática é urgente. Uma alternativa para isso, por exemplo, são as práticas pedagógicas com o uso das PMD, as quais possibilitam uma ligação mais próxima dos alunos com o conteúdo. Com isso, foi possível apontar para a importância de se atribuir significados aos conteúdos, utilizando situações práticas e buscando uma contextualização do tópico estudado pelo aluno. Acredita-se que, a partir do que foi realizado nessa turma, houve a possibilidade de se sanar aqueles questionamentos “onde vamos usar isso?” ou, ainda, “para que devo aprender isso?”, de forma que os tópicos estudados sirvam não somente para o estudante passar nas suas provas e ir para o próximo ano escolar ou semestre letivo da faculdade.

O processo apresentado nesta pesquisa registra apenas seus primeiros passos, pois evidencia perspectivas em ascensão para o ensino do cálculo as quais parecem mais agradáveis e, ao mesmo tempo, mais eficientes. Desse modo, o estudo fez uso das PMD, que ainda é um ramo emergente dentro da educação matemática. Com isso, pretende-se avançar com esta pesquisa no futuro, com a integração da matemática e das artes na sala de aula, mantendo-se ênfase nos cursos de ensino superior. Além disso, pesquisas vindouras devem apresentar um olhar mais minucioso aos dados deste trabalho, na busca de mais informações e com melhor entrelaçamento da pesquisa com o referencial teórico.

Referências

ALIAGA, M.; GUNDERSON, B. Interactive Statistics. Thousand Oaks: **Sage**, 2002.

ALMEIDA, H. R. F. L. Das Tecnologias às Tecnologias Digitais e seu uso da Educação Matemática. **Nuances: estudos sobre Educação**, v. 26, n. 2, p. 222–239, 2015.

BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. A presença da tecnologia na Educação Matemática: efetuando uma tessitura com situações/cenas do filme Avatar e vivências em um curso a distância de formação de professores. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 6, n. 1, p. 61–103, 2013.

BORBA, M de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 98p. (Coleção Tendências da Educação Matemática).

BORBA, M. de C. *Informática Trará Mudanças na Educação Brasileira?* **Zetetiké**, Campinas, SP, v.4, n.6, p.123-134, jul./dez.1996.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R. DA; GADANIDIS, G. “**Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**”. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

CAVASOTTO, M. **Dificuldade na aprendizagem de cálculo**: o que os erros cometidos pelos alunos podem informar. Dissertação de Mestrado defendida na PUC/RS – Porto Alegre – RS, 2010. 146p.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **Handbook of Qualitative Research**. Thousand Oaks: Sage, 2011.

DIEHL, A. A. **Pesquisa em ciências sociais aplicadas: métodos e técnicas**. São Paulo: Prentice Hall, 2004.

FELCHER, C. D. O.; PINTO, A. C. M.; FERREIRA, A. L. A.; CORRÊA, A. R. “**Produzindo vídeos, construindo conhecimento: Uma investigação com acadêmicos da Matemática da Universidade Aberta do Brasil**”. **Redin-Revista Educacional Interdisciplinar**, v. 6, n. 1. 2017

FELCHER, C. D. O; PINTO, A. C. M; FOLMER, V. **Performance Matemática Digital: O Aluno produzindo vídeos construindo conceitos. 5º Senid – Cultura digital na educação. Anais do SENID**. ISSN 22385916, 2018. Disponível em: <https://bit.ly/2r9jzNE>. Acesso em: 21 nov. 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. 1. ed. Campinas: Papirus, 2007.

MANRIQUE, A. L.; MEIRA, S. S. **Aprendizagem significativa e suas contribuições para aprendizagem do Cálculo**, Montevideo. **Anais do VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática**. Montevideo – Uruguay: APM, 2013.

MARIN, D.; PENTEADO, M. G. **Professores que Utilizam Tecnologia de Informação e Comunicação para Ensinar Cálculo**. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 13, n. 3, 2011.

MORAN, J. M. “**O vídeo na sala de aula**”. São Paulo: Comunicação & Educação. 1995. Disponível em: <https://bit.ly/34pUZqD>. Acesso em 22 out. 2019.

MOREIRA, M. A. **A Teoria da Aprendizagem Significativa e sua Implementação em Sala de Aula**. Brasília: Editora UnB. 2006.

MOREIRA, M. A. **Potentially Meaningfull Teaching Units - PMTU**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2011.

NOVAK, J. D. GOWIN, D. B. **Aprender a aprender**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas.

1984.

SANTAROSA, M. C. P. **Investigação da aprendizagem em física básica universitária a partir de um ensino que integra situações e conceitos das disciplinas de cálculo I e física I.** 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Física) - Programa de Pós-graduação em Ensino de Física, Universidade federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

SCUCUGLIA, R. **On the nature of students' digital mathematical performance: when elementary school students produce mathematical multimodal artistic narratives.** Alemanha: Verlag/LAP Lambert Academic Publishing, 2012.

SCUCUGLIA, R. R. S.; GREGORUTTI, G. S. Explorando o Teorema das Quatro Cores em Performances Matemáticas Digitais. **BoEM, Boletim online de Educação Matemática**, Joinville, v.3. n.5, p. 2-17 , ago./dez. 2015.

SILVA, R. S. R. Multimodal narratives: The image of mathematicians in digital mathematical performances. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 28, n. 49, p. 950-973, 2014.

SILVA, R. S. R. DA; GREGORUTTI, G. S. Explorando o Teorema das Quatro Cores em Performances Matemáticas Digitais. **BoEM**, Joinville, v.3. n.5, p. 02-17, ago./dez. 2015.

VIEIRA, A. R. L.; RIOS, P. P. S.; DE VASCONCELOS, C. A. Aprendizagem significativa e a estratégia do uso de mapas conceituais no ensino de cálculo diferencial e integral no curso de bacharelado em engenharia elétrica. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 39, n. 2, 2019.

Recebido em: 22 de junho de 2020
Aprovado em: 03 de agosto de 2020