

ESTUDO DE INTEGRAIS POR MEIO DE TAREFAS NA PERSPECTIVA DO ENSINO HÍBRIDO

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.683-703>

Adriana Helena Borssoi¹
Rodrigo Tavares da Silva²

Resumo: Nesse artigo, temos por objetivo trazer resultados de uma pesquisa que investigou os efeitos no ambiente educacional observados quando tarefas em uma perspectiva de ensino híbrido foram propostas para o estudo de tópicos de Integrais de funções de uma variável real. Para isso, foram analisadas duas tarefas, as quais foram elaboradas e aplicadas, na perspectiva das modalidades do ensino híbrido: sala de aula invertida e laboratório rotacional, no contexto de uma disciplina de um curso de Ciências Econômicas de uma universidade pública paranaense. Como ambiente virtual de ensino e aprendizagem o estudo se valeu das funcionalidades da plataforma virtual do GeoGebra, explorando folhas de trabalho. Registros dos alunos nesse ambiente, bem como registros de áudio de encontros presenciais e de uma entrevista são considerados dados da pesquisa a partir dos quais uma análise qualitativa de cunho interpretativo se fez. Com isso, foi possível evidenciar que a natureza das tarefas propiciou a participação mais ativa dos alunos no ambiente educacional provocando mudanças na dinâmica da sala de aula. Adicionalmente, a nova dinâmica permitiu maior aproximação do professor com os alunos e permitiu tomar conhecimento das impressões dos alunos quanto as tarefas, o que se mostrou uma oportunidade de refletir sobre o que poderia ser melhorado na proposição de novas tarefas.

Palavras-chave: Integral. Ensino Superior. Ensino Híbrido.

STUDY OF INTEGRALS THROUGH TASKS IN BLENDED LEARNING PERSPECTIVE

Abstract: In this paper, we aim to bring the results of a research that investigated the effects on the educational environment observed when tasks in a blended learning perspective are proposed for the study of topics of Integrals of functions of a real variable. For this, we analyzed two tasks, which were elaborated and applied, in the perspective of blended learning modalities: flipped classroom and rotational laboratory, in the context of a course in an Economic Sciences course at a public university in Paraná. As a virtual learning environment, the study used the functionalities of the GeoGebra virtual platform, exploring worksheets. Records of students in this environment, as well as audio records of face-to-face meetings and an interview are considered research data from which a qualitative analysis of an interpretive approach was made. With that, it was possible to show that the nature of the tasks led to more active participation of students in the educational environment, causing changes in the dynamics of the classroom, in addition, the new dynamics allow greater proximity between the teacher and the students and learn about the students' impressions. how much the tasks showed an opportunity to reflect on what could be improved in proposing new tasks.

Keywords: Integral. Higher Education. Blended Learning.

Introdução

2020. Nenhum docente do Ensino Superior pode se dizer desobrigado a repensar suas

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Professora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). E-mail: adrianaborssoi@utfpr.edu.br – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1725-6307>

² Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Campus Londrina/Cornélio Procópio. E-mail: rodrigo.tavares.matematica@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6019-9889>

práticas docentes! O que até então figurava como um convite, uma sugestão, de repente se tornou uma obrigação: todo professor ou professora se vê frente ao desafio de inovar, de se reinventar enquanto educador, e mesmo enquanto pessoa. Vivemos a pandemia do novo coronavírus (COVID-19), declarada pela Organização Mundial da Saúde (OMS) em 11 de março de 2020 (<https://www.paho.org/bra/>).

Nesse novo contexto, se reinventar enquanto docente necessariamente requer considerar recursos digitais, em especial aqueles que permitem comunicação e interação remota, síncrona ou assíncrona. Pensar o ensino nesse contexto, em que o isolamento ou distanciamento social é recomendado, também exige o desenvolvimento de habilidades com ambientes virtuais de ensino e aprendizagem (AVEA) e recursos educacionais digitais. Para alguns profissionais é o momento de pôr em prática conhecimentos com os quais vinham se familiarizando na formação inicial ou continuada, para outros, é o momento de encarar a realidade e buscar conhecimentos de como fazer!

Com este artigo, pretende-se compartilhar resultados de uma investigação situada como parte de um projeto de pesquisa que busca identificar como os estudantes se apropriam das tecnologias no desenvolvimento de tarefas propostas na perspectiva do ensino híbrido e, entre outros aspectos, busca investigar os efeitos do uso de recursos educacionais digitais, de forma direcionada, integrados às atividades de ensino e de aprendizagem.

A investigação se desenvolveu no âmbito do estudo de tópicos de Integrais em um curso de graduação de uma universidade estadual paranaense. Na disciplina, proposta em 2018, na perspectiva do ensino híbrido, considerou-se o ambiente educacional como o conjunto de elementos acessados pelos alunos e pelo professor com finalidades educacionais. Isso inclui o espaço físico da sala de aula e/ou laboratório de informática, o espaço virtual utilizado, a presença de diferentes recursos educacionais digitais ou não digitais.

O ensino híbrido, ou *blended learning*, remete a uma proposta com diferentes modalidades, que combina o ensino on-line e o ensino presencial visando promover experiências de aprendizagem em sala de aula (BORBA *et al.*, 2016; HORN; STAKER, 2015; MOSKAL; DZIUBAN; HARTMAN, 2013). Nesta pesquisa, buscou-se integrar tal proposta ao ambiente educacional para o estudo de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, em especial de Integrais, em condições reais de ensino.

É verdade que a temática envolvendo ensino de Cálculo não é nova, nem por isso trata-se de um campo em que as pesquisas estejam saturadas. Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014) revelam que após várias décadas de pesquisa sobre ensino de Cálculo não se observa que estas tenham moldado a prática de ensino em grande medida. Estes autores

conjecturam que, “pelo menos nos EUA, o movimento de reforma do cálculo nos anos 90 foi dominado por projetos de desenvolvimento curricular liderados por matemáticos que tendiam a não ter amplo conhecimento em pesquisa educacional” (p. 509). Sugerem assim, que inovações curriculares devam ser pensadas levando em conta pesquisas da área educacional, em especial da Educação Matemática.

Embora haja um movimento crescente de professores que têm buscado ampliar e complementar o aprendizado em sala de aula integrando recursos on-line com intuito de tornar a sala de aula um espaço de continuidade dos estudos em vez de ser um espaço exclusivo onde o ensino ocorre, a literatura aponta a necessidade de pesquisar os vários modelos de ensino híbrido (BORBA *et al.*, 2016).

Nesse sentido, pretende-se discutir, a partir de dados do desenvolvimento de tarefas nos modelos laboratório rotacional e sala de aula invertida: *Que efeitos se observa no ambiente educacional quando tarefas em uma perspectiva de ensino híbrido são propostas para o estudo de Integrais?”*.

Assim, na próxima seção são caracterizados os modelos de *rotação* do ensino híbrido denominados, *laboratório rotacional* e *sala de aula invertida* e a disponibilidade de recursos educacionais digitais no ambiente educacional é discutida. Os aspectos metodológicos da pesquisa encontram-se na terceira seção do texto, onde o contexto em que a pesquisa se desenvolveu é apresentado, assim como as opções metodológicas de análise adotadas. Em seguida, na quarta seção, são apresentadas duas tarefas implementadas no contexto da pesquisa, a partir das quais se discute como os alunos se envolvem com o ambiente educacional ao desenvolverem tais tarefas. A última seção traz algumas considerações sobre a pesquisa.

Quadro Teórico

A literatura da área de Educação nos ajuda a refletir sobre como as tecnologias digitais podem influenciar na dinâmica da sala de aula, em que contribuem para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos nos diferentes níveis de escolaridade, entre outros aspectos (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015; BORBA *et al.*, 2016; BORSSOI, 2013; QUINN; AARÃO, 2020; RASMUSSEN; MARRONGELLE; BORBA, 2014, entre outros).

Borba *et al.* (2016) apresentam como resultado de um estudo bibliográfico pesquisas que discutem questões sobre a natureza de novos meios tecnológicos móveis ou digitais e

como estes favorecem o acesso ao conhecimento matemático e da Educação Matemática modificando a natureza da interação estudantes-conhecimento-professor-contexto; questões relacionadas com a forma como a Matemática ou o conhecimento da Educação Matemática é considerado ou organizado a partir das bibliotecas digitais, repositórios digitais, objetos de aprendizagem, entre outros; e ainda, questões relacionadas à natureza da interação entre pessoas e entre pessoas e conhecimentos de Matemática e Educação Matemática em situações de ensino e aprendizado. Segundo os autores, o *blended learning* aparece como uma abordagem que vem ganhando espaço no ambiente educacional, por isso pesquisas nessa linha são importantes.

O *blended learning*, ou ensino híbrido na tradução para a língua portuguesa, é uma modalidade de ensino e, segundo Horn e Staker (2015, p. 34-35) é “[...] qualquer programa educacional formal no qual o estudante aprende, pelo menos em parte, por meio do ensino on-line, com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, o lugar, o caminho e/ou o ritmo”.

Moskal, Dziuban e Hartman (2013), lembram que o contexto institucional é determinante para se definir como será a abordagem de ensino híbrido adequada.

Características da população estudantil, missão da instituição, processos de planejamento estratégico, capacidade de resposta do corpo docente, aceitação do aluno, valores da comunidade, recursos disponíveis, mecanismos de apoio à instituição e muitos outros componentes ajudam a estruturar o ensino híbrido de uma maneira que faça sentido para um contexto institucional específico (MOSKAL; DZIUBAN; HARTMAN, 2013, p. 16).

Como os contextos institucionais variam muito, pode ocorrer que um projeto de ensino híbrido adotado por uma instituição não promova os mesmos resultados se implementado por outra. Então, como constatam Moskal, Dziuban e Hartman (2013), quanto ao Ensino Superior, as instituições acabam por desenvolver projetos de acordo com suas características, “contribuindo para as decisões políticas que fazem sentido para elas” (p. 16).

Moran (2015) sugere que, mesmo quando não há a mobilização institucional para um projeto amplo, o professor que deseja propor uma abordagem híbrida em sua prática docente pode propor alterações progressivas e, mesmo com um modelo curricular tradicional, pode priorizar maior envolvimento dos alunos com metodologias ativas. Segundo o autor, projetos de forma interdisciplinar e sala de aula invertida, são algumas alternativas.

O ensino híbrido é classificado em quatro modalidades, dentre as quais está a denominada modalidade de *rotação*. Essa se subdivide nos modelos: rotação por estações,

laboratório rotacional, sala de aula invertida e rotação individual, os quais são considerados modelos sustentados e não disruptivos. Isso porque se utilizam tanto das principais características da sala de aula tradicional quanto do ensino on-line e à distância, de modo que se complementam e não alteram significativamente a estrutura da instituição ou a concepção curricular (HORN; STAKER, 2015).

Para os propósitos deste artigo, serão caracterizados dois desses modelos. O modelo laboratório rotacional, segundo Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) “começa com a sala de aula tradicional, em seguida adiciona a rotação para o computador ou laboratório de ensino” (p. 55) e “usa o ensino on-line como uma inovação sustentada para ajudar a metodologia tradicional a atender melhor às necessidades dos alunos” (p. 56). E o modelo sala de aula invertida, que, de acordo com Horn e Staker (2015), inverte a função usual da sala de aula.

[...] os estudantes têm lições ou palestras *on-line* de forma independente, em casa, durante um período de realização de tarefas. O tempo na sala de aula, anteriormente reservado para instruções do professor, é, em vez disso, gasto no que costumamos chamar de “lição de casa”, com os professores fornecendo assistência quando necessário (HORN; STAKER, 2015, p. 43).

Borba *et al.* (2016) citam vários estudos que indicam que a componente on-line do ensino híbrido “[...] aumenta o envolvimento dos estudantes (permitindo que controlem o ritmo e a sequência instrucional), reduz distrações que são típicas em salas de aula ou auditórios, aumenta o tempo na tarefa e melhora o desempenho dos alunos” (p. 603). Além do mais, a experiência on-line pode oferecer aos alunos oportunidades de revisar ideias e conceitos que já haviam visto na sala de aula presencial. Ele também pode ser usado como uma maneira de “inverter” a experiência da sala de aula, “dando aos alunos oportunidades para encontrar, explorar e refletir sobre ideias e conceitos antes de se envolverem com eles na sala de aula presencial” (BORBA *et al.*, 2016, p. 603).

Embora a literatura em Educação Matemática ainda não apresente muitos resultados de pesquisas sobre práticas de ensino híbrido, em especial relacionadas ao ensino de Cálculo, existe uma grande quantidade de materiais elaborados para o ensino e a aprendizagem de Matemática com componentes on-line, disponíveis em repositórios como, GeoGebra³, Khan Academy⁴, Merlot⁵, Phet⁶, para citar alguns. Vários estudos se alinham às abordagens híbridas e discutem aspectos sobre a integração de tecnologias ou recursos educacionais digitais na

³ <https://www.geogebra.org/materials>

⁴ <https://www.khanacademy.org/>

⁵ <https://www.merlot.org/merlot/>

⁶ <https://phet.colorado.edu/>

aprendizagem, os quais são relevantes para compreender necessidades e efeitos das inovações para o ensino e a aprendizagem em ambientes educacionais (por exemplo, BORSSOI, 2013; IGLIORI; ALMEIDA, 2017; LOPES; SCHERER, 2018).

Outros trabalhos tratam diretamente sobre a temática, como Quinn e Aarão (2020) que discutem a implementação do ensino híbrido com alunos de primeiro ano de um curso de graduação em engenharia de uma instituição australiana engajada de forma ampla na promoção do ensino híbrido. Os autores indicam que é necessário considerar especificidades do curso e ajustar a proposta com componentes híbridos para que surtam efeito na aprendizagem dos alunos.

Quinn e Aarão (2020) trazem evidências de que a sala de aula invertida, no ensino de Cálculo, usando vídeos para aprendizagem fora da sala de aula e atividades em pequenos grupos na sala de aula foi bem recebida pelos alunos, mas não teve um impacto significativo nos resultados da aprendizagem. Segundo eles, os vídeos por si só não funcionam bem no aprendizado on-line de matemática, mas sugerem associar questionários on-line semanais para que o professor possa monitorar a capacidade dos alunos de autorregular sua aprendizagem e definir atividades colaborativas para o momento presencial.

No referido estudo, Quinn e Aarão (2020) buscavam a projeção de cursos que visassem “experiências de aprendizado que incorporassem atividades on-line e em sala de aula conhecidas por serem mais adequadas para a matemática” (s/p). Para isso levaram em conta teorias de aprendizagem e analisaram diferentes variáveis que afetam os resultados do aprendizado, dentre eles, aspectos emocionais e do contexto em que a aprendizagem ocorre.

De modo geral, é desejado que os alunos possam interagir com os recursos educacionais digitais bem como com o professor e demais colegas de turma, para esclarecer dúvidas, questionar, expor ideias, de um modo que as tecnologias digitais realmente auxiliem e favoreçam a aprendizagem. Assim, o potencial interativo das diferentes tecnologias permite, segundo Borssoi (2013, p. 41): “criar ambientes em que os alunos possam aprender fazendo, ao mesmo tempo em que recebem *feedback* e podem aprimorar continuamente seus conhecimentos construindo novos conhecimentos”.

A própria definição de sala de aula sofre transformações quando se associa ao espaço físico da instituição um ambiente virtual de ensino e aprendizagem (AVEA). Segundo Schroetter *et al.* (2016), o AVEA é “uma plataforma, ou local virtual, que permite a interação on-line de professores e alunos envolvidos no processo de ensino/aprendizagem” (p. 377-378), além de oportunizar a integração entre múltiplas mídias. Esse ambiente é organizado conforme os objetivos do educador, que pode disponibilizar materiais de estudo aos alunos,

proporcionar discussões on-line, designar tarefas a serem desenvolvidas no tempo e no ritmo planejado pelo professor.

Lopes e Scherer (2018) sugerem que um ambiente virtual favorável à aprendizagem deve constituir um local de diálogo, de discussão, de modo que todos se comprometam com as ações a serem desenvolvidas no ambiente, independente da tecnologia de comunicação abordada. Esses autores sistematizaram resultados de pesquisas nacionais em um período de onze anos quanto ao uso de tecnologias digitais de informação e comunicação para o ensino e/ou aprendizagem do Cálculo em espaço presencial e/ou virtual e que mostram como têm caminhado na área acadêmica, apontando que o uso da tecnologia pode ser uma alternativa para superação de algumas dificuldades na aprendizagem de Cálculo.

Para Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014), algumas melhorias e inovações locais estão ocorrendo em salas de aula individuais, mas, é necessário um impacto mais amplo, baseado em avanços teóricos e estudos empíricos que promovam o que sabemos sobre como as instituições em toda a sua complexidade mudam. “É necessário que pesquisas considerem o contexto institucional e cultural e como esses aspectos limitam e permitem a captação sustentada de avanços na aprendizagem e no ensino de cálculo” (p. 513).

Nesse sentido, a próxima seção traz aspectos metodológicos e o delineamento de uma pesquisa na perspectiva do ensino híbrido envolvendo uma turma de graduação.

Aspectos Metodológicos

Igliori e Almeida (2017) alegam que “há um distanciamento entre proposições de teorias da educação matemática e propostas para o ensino de Cálculo apresentadas em materiais didáticos” (p. 383). Segundo os autores, isso representa um entrave para o processo de ensino e aprendizagem do Cálculo e a elaboração de materiais didáticos que coordenem aspectos de constructos teóricos e práticos pode ser uma forma de amenizar dificuldades de aprendizagem.

Nessa pesquisa, a elaboração de materiais didáticos para tópicos de Integrais foi pensada para que fossem disponibilizados aos alunos em um ambiente educacional na perspectiva do ensino híbrido. Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) trazem que

Um professor que escolhe o ensino híbrido precisa conhecer, testar, escolher e validar ferramentas digitais. Testar implica pesquisar e entrar em contato constante com o que é desenvolvido em tecnologia, procurando instrumentos cada vez mais simples e concisos. Escolher implica definir que determinada ferramenta será útil para cumprir o objetivo de aprendizagem em questão e,

consequentemente, deve ser experimentada pelos alunos. A validação é o processo mais complexo, pois exige que o professor verifique se o instrumento causou impacto no processo de aprendizagem (p. 56).

Desta maneira, levando em conta o conhecimento do professor-pesquisador, segundo autor deste artigo, sobre recursos educacionais digitais e a disponibilidade dos mesmos pela instituição de ensino, a realidade dos alunos e do ambiente educacional investigado, as modalidades laboratório rotacional e sala de aula invertida (HORN; STAKER, 2015) se mostraram mais adequadas.

O ambiente virtual de ensino e aprendizagem escolhido para proposição das tarefas foi a plataforma on-line do GeoGebra a partir de folhas de trabalho⁷.

A plataforma on-line do GeoGebra pode ser considerada um ambiente virtual de ensino e aprendizagem (SCHROETTER *et al.*, 2016), pois se caracteriza como um repositório onde é possível acessar e gerenciar diferentes materiais, como as folhas de trabalho respondidas pelos alunos individualmente, assim como, permite a interação síncrona ou assíncrona do professor com alunos e de alunos entre si. À plataforma é possível integrar materiais diversos, inclusive permite a elaboração on-line ou off-line, além de permitir que materiais elaborados por outras pessoas sejam reutilizados. O material elaborado para esta pesquisa foi disponibilizado a partir do recurso Grupo, da plataforma, em que todos os alunos foram vinculados para que as tarefas fossem propostas e devolvidas em prazos estipulados.

Os sujeitos da pesquisa foram 25 alunos na disciplina de Matemática Aplicada II do curso de Ciências Econômicas de uma universidade estadual paranaense que estavam frequentando as aulas regularmente e concordaram em participar da coleta de dados da pesquisa. A produção dos dados se deu no segundo semestre de 2018 a partir dos registros dos alunos no Grupo “Matemática Aplicada II” no ambiente virtual do GeoGebra, além de áudios registrados das aulas presenciais e de uma entrevista semiestruturada realizada com alguns alunos ao final da pesquisa. A fim de preservar o anonimato os alunos foram identificados como E1, E2, E3, ..., E25. O professor-pesquisador, um dos autores do artigo será denominado Professor nesse texto.

Por se tratar de uma pesquisa de cunho qualitativo, os métodos “em geral, enfatizam as particularidades de fenômeno em termos de seu significado para o grupo pesquisado” (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018, p. 41). Em consonância com isso, os resultados que são expostos nesse artigo decorrem de uma análise interpretativa dos dados. Segundo Moreira (2011, p. 49), tal opção “procura analisar criticamente cada significado em cada contexto”

⁷ A denominação atual para esse recurso na plataforma online do GeoGebra é “Atividade”.

pela observação cuidadosa dos dados coletados, analisando de modo crítico os resultados e interpretando os mesmos com atenção à questão de pesquisa.

Com intuito de compreender *Que efeitos se observa no ambiente educacional quando tarefas em uma perspectiva de ensino híbrido são propostas para o estudo de Integrais?*, são apresentadas duas tarefas, que foram elaboradas e aplicadas em condições reais de ensino. Tais tarefas foram selecionadas por terem sido implementadas na modalidade laboratório rotacional e a outra na modalidade sala de aula invertida. A primeira tarefa, aborda conceitos introdutórios sobre integrais definidas e sua definição por Soma de Riemann. Já a segunda, também proposta em uma folha de trabalho no ambiente virtual do GeoGebra, explora conceitos sobre o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC).

Tarefas sobre tópicos de Integrais e o Ambiente Educacional

Conceitos introdutórios sobre Integrais foram discutidos a partir do clássico problema do cálculo da área do círculo por aproximação por polígonos regulares e o método de exaustão (ver Anton (2014, p. 316)). Esse problema motivou a discussão sobre obtenção de áreas de regiões limitadas por curvas em determinados intervalos do domínio de funções contínuas, cuja visualização se deu pela interação do Professor com o *applet* do Quadro 1. A exploração desse recurso permitiu apresentar à turma a noção intuitiva da Soma de Riemann.

Para complementar as discussões da sala de aula, em uma abordagem de laboratório rotacional a folha de trabalho intitulada “Integração” foi proposta para que os alunos desenvolvessem no laboratório de informática, conforme Quadro 1.

Quadro 1: Primeira folha de trabalho para a tarefa

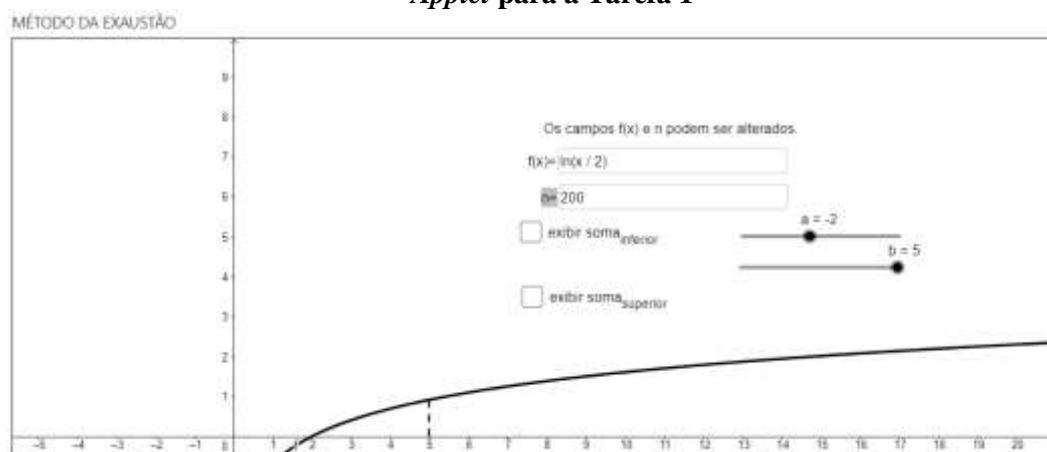
INTEGRAÇÃO
<p>Problema da área: Dada uma função f contínua e não-negativa em um intervalo $[x_1, x_2]$, encontre a área da região entre o gráfico de f e o intervalo $[x_1, x_2]$.</p> <p>O método dos retângulos para encontrar áreas: Utilizando o método da exaustão de Arquimedes da seguinte maneira:</p> <ul style="list-style-type: none">• Dividir o intervalo $[x_1, x_2]$ em n subintervalos iguais e em cada um deles construir um retângulo que se estende desde o eixo x até algum ponto da curva $y = f(x)$ entre o subintervalo.• Para cada n, a área total dos retângulos pode ser vista como uma aproximação à área sob a curva acima do intervalo $[x_1, x_2]$. Além disso, fica intuitivamente evidente que, quando n cresce, essas aproximações irão se tornar cada vez melhores e tender à área

exata como um limite. Assim, se A denota a área exata sobre a curva então, A_n denota a aproximação de A usando n retângulos.

Instruções para uso do recurso do GeoGebra:

- Inserir a função, no campo de entrada $f(x)$;
- Ajuste o valor inicial “a” e o final “b”, nos controles deslizantes, para o intervalo $[x_1, x_2]$;
- No botão “exibir soma”, tem a opção de exibir a soma superior e a soma inferior para o método da exaustão;
- E no campo de entrada “n”, é possível inserir a quantidade de retângulos para aproximar com a área abaixo da curva da função $f(x)$ e acima do eixo x .

Applet para a Tarefa 1



Fonte: <<https://ggbm.at/g6zybt5a>>

Fonte: Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/gytuaajg>

A folha de trabalho intitulada “Função Densidade da Distribuição Normal”, disponível em: <<https://ggbm.at/egnbekts>>, foi proposta para ser desenvolvida em momento não presencial, como continuidade do estudo introdutório sobre Integrais. A temática foi pensada e elaborada, considerando que a disciplina de Estatística Aplicada estava sendo cursada pela turma. O estudo da distribuição Normal de probabilidade está relacionado ao cálculo de área, mas se vale de tabelas padronizadas (tabela Z) por não admitir uma solução analítica a partir de uma integral definida.

A folha de trabalho, exibida no Quadro 2, foi elaborada com o objetivo de simular uma calculadora de probabilidade, de modo que o resultado obtido no *applet* que a acompanha pudesse ser comparado com os resultados dados pela tabela Z de probabilidade. Pela manipulação do *applet*, conforme a aproximação da probabilidade era feita, o resultado dado para a área corresponde aos conceitos da soma de Riemann.

Quadro 2: Folha de trabalho para distribuição normal (Z)

Distribuição Normal - função densidade

A função densidade da distribuição Normal (Z), definida por $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{1}\right)^2}$, é uma função contínua, a qual é representada por meio de uma curva simétrica em relação à média (μ). O ponto máximo de $f(x)$ é o ponto $X = \mu$.

A probabilidade, nessa distribuição, é representada pela área abaixo da curva, com ponto inicial $x_i = 0$ e o ponto final $x_f = b$, sendo b maior que zero. A distribuição Normal, como é comumente denominada, é de grande importância na área de Estatística e, normalmente, os livros trazem como anexo uma tabela de probabilidade. No entanto, os valores da tabela podem ser obtidos com a aproximação desejada a partir da soma de Riemann. Na distribuição Normal (Z) é considerado:

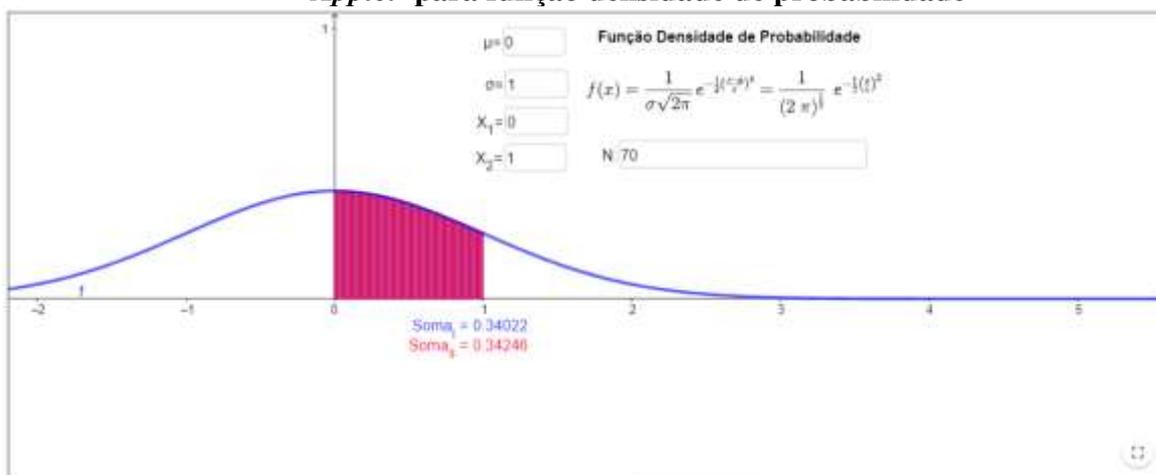
- A média (μ);
- O desvio padrão (σ);
- Os parâmetros, x_1 e x_2 do intervalo que se deseja conhecer a probabilidade.

Tabela de probabilidade da distribuição Normal (Z)

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Fonte: Estatística Aplicada – Engenharia Alimentar. Disponível em http://w3.ualg.pt/~eesteves/docs/TabelasEstatistica_08.pdf. Acesso em 10 de maio de 2018.

Applet para função densidade de probabilidade



Fonte: <<https://ggbm.at/xmkemkq9>>

ATIVIDADE 1:

Com média igual a zero e desvio padrão igual a 1, explore cada item no recurso digital (GeoGebra) e compare o resultado obtido com a tabela da distribuição Normal (Z).

- $P(0 \leq x \leq 0,5)$
- $P(0 \leq x \leq 0,6)$
- $P(0 \leq x \leq 3)$
- $P(0 \leq x \leq 4)$
- $P(0 \leq x \leq 0,5)$

Para cada item acima, escreva o resultado obtido no recurso e o número de retângulos (N) que ficou mais próximo do valor fornecido na tabela (aproximação até a 4ª casa decimal)

ATIVIDADE 2:

Qual seria o valor de " α ", em $P(0 \leq x \leq \alpha)$, de modo que a probabilidade seja igual a 0,5 (meio). E indique o número "n" de retângulos necessários para obter tal resultado.

ATIVIDADE 3:

Comente sobre sua experiência (positiva e/ou negativa) com a realização dessa atividade. Houve dificuldade?

Fonte: Disponível em: <https://ggbm.at/egnbekts>

O envolvimento dos alunos na atividade foi imprescindível, não apenas para verificação dos conceitos estudados, mas também, para que a próxima aula fosse pensada e organizada, retomando os exercícios que não foram respondidas adequadamente na folha de trabalho.

A mudança da dinâmica da aula permitiu observar incompreensões de forma mais individual, visto que a tarefa proposta para o ambiente virtual, possibilitou ao Professor se aproximar de cada aluno de forma que nem sempre seria possível na sala de aula convencional. A interatividade síncrona ou assíncrona permite atender e sanar dúvidas, e ainda indicar algum material ou vídeo auxiliar.

É possível perceber que a dinâmica proposta pelo laboratório rotacional contribuiu para que os alunos analisassem, a partir de uma perspectiva diferente, o que haviam desenvolvido em sala de aula ao manipularem os *applets* disponibilizados para a tarefa. Com isso a percepção dos alunos quanto a diferentes representações para o conceito de Integrais foi possível de forma dinâmica.

O uso do laboratório rotacional para a folha de trabalho proposta após a aula (Quadro 2), se deu para incentivar que a aprendizagem não ocorresse apenas em sala de aula, e configurou-se como uma oportunidade aos alunos de experimentar novas possibilidades de aprendizagem, em que cabe a eles maior autonomia para realizar as atividades. Uma vez que, a manipulação do *applet* foi um meio para responder as questões propostas e verificar a compreensão da Integral, mais especificamente a soma de Riemann.

O uso da ferramenta comentários, disponível nas folhas de trabalho teve uma função importante durante a implementação da tarefa, pois os comentários poderiam ser individuais - realizados entre aluno e Professor - ou poderiam ser direcionados para todos os participantes - realizado entre o Professor e a turma (Grupo, no GeoGebra). Assim, os alunos fizeram uso da ferramenta comentário, para indicar suas dificuldades quanto as atividades, ou então, para enviar mensagem ao Professor. Em contrapartida, o Professor pode fazer uso da ferramenta comentário para estabelecer contato com os alunos para dar *feedback* e acompanhar o envolvimento dos alunos. O que segue são informações obtidas nesse contexto.

O E22, por exemplo, relatou sobre o uso do ambiente virtual como uma alternativa para verificar os conceitos estudados em aula. Esse aluno mencionou que “em relação a substituição dos valores no gráfico foi uma experiência positiva, pois não ficamos presos somente ao papel e a calculadora como em sala de aula, dessa maneira descobrimos outro recurso que poderemos usar com mais frequência”.

Já o E14, comentou: “até então, a atividade não apresenta dificuldades. Há de se ter um tempo natural para adaptar-se ao funcionamento das variáveis, mas, não há uma grande dificuldade para tal”. Esse comentário está relacionado com o relato feito pelo E5, que menciona ser necessário propor, em outros momentos, o uso do recurso para melhor compreensão quanto sua manipulação, segundo ele: “ainda tenho dificuldades em entender a interação dos dados com o GeoGebra, gostaria do uso do aplicativo em sala mais vezes para ajudar a compreender melhor como usá-lo”. Os alunos E5 e E14 consideram importante que nas aulas também fosse contemplado o uso de tal tecnologia, para que pudessem explorar e manipular o recurso apresentado pelo Professor.

Alguns comentários foram mais específicos, sobre dúvidas em relação a parte da

tarefa. E2 mencionou: “a atividade 2 para mim ficou um pouco confusa, não sei se respondi corretamente”. E4 comentou: “em relação a 1 em jogar os números e conferir com a tabela foi positiva, somente a 2 que não consegui pegar a essência da resolução quando surgiu o alfa”. Percebe-se, aí, que houve uma incompreensão quanto a função de um dos parâmetros que poderiam ser manipulados. O E8 comentou que teve dificuldade na atividade 2, no entanto, para ele, a atividade 1 que foi feita em sala facilitou a compreensão.

O E13 relatou que faltou a ferramenta *zoom* no *applet*, pois “a tarefa em si não é tão complexa, mas não estou conseguindo dar *zoom* no gráfico e nem mover para os lados, então, não sei se $N=10000$ está totalmente completo ou sobrando algo”.

Dois estudantes comentaram que tiveram dificuldades em compreender a tarefa. E15 escreveu: “tive dificuldade em entender o que o professor pretendia com as questões mas, mesmo assim, tentei resolver”. Cabe ressaltar que esse estudante faltou na aula de introdução a Integral em que se deu a manipulação do *applet*. E25 comentou que ainda não tinha familiaridade com a plataforma e ficou com dúvidas para responder a tarefa, disse: “não consegui fazer, tentei algumas vezes, mas não consegui. Achei difícil esse conteúdo. Será que o professor não tem um horário para me explicar?”

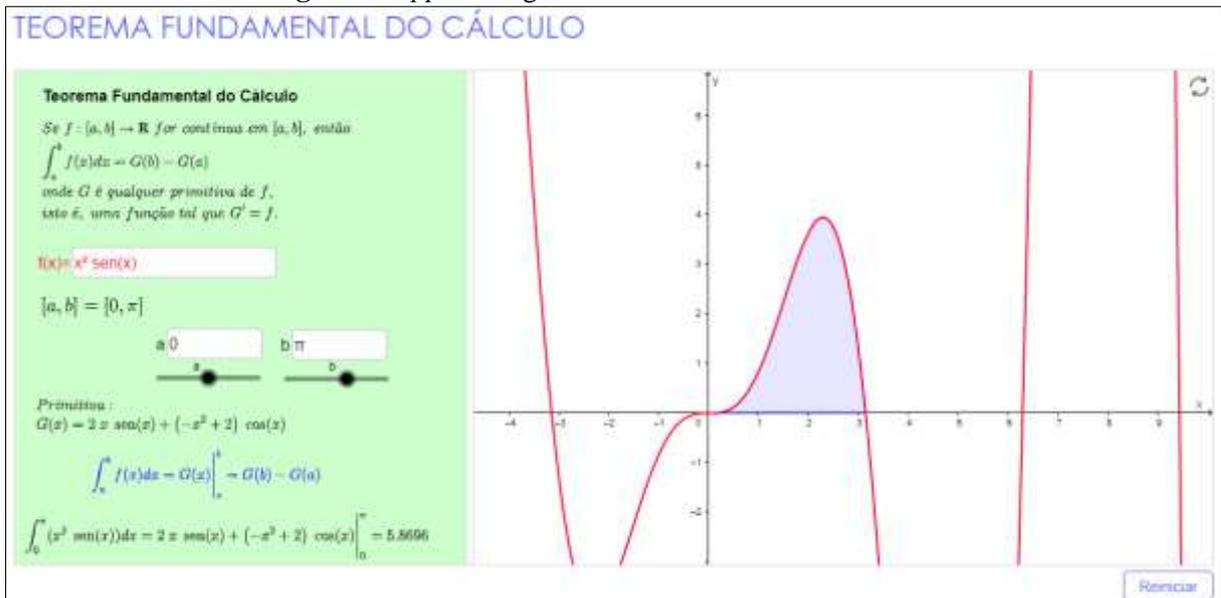
Esses comentários deixados pelos estudantes, contribuíram para refletir sobre o material de ensino e indicaram aspectos que mereciam atenção do professor-pesquisador, tanto para melhorar a proposição dessa tarefa em ocasiões futuras quanto para elaborar próximas tarefas.

Como colocam Moskal, Dziuban e Hartman (2013, p. 23), “O ensino híbrido lança uma rede muito ampla, forçando-nos a reexaminar as premissas sobre o ensino e a aprendizagem às quais nos apegamos há muito tempo. Simultaneamente, é perturbador e empoderador”.

A tarefa denominada “Teorema Fundamental do Cálculo” foi proposta na modalidade *sala de aula invertida*. Assim, os alunos foram orientados a acessar o ambiente virtual e desenvolver uma folha de trabalho com o intuito de que o encontro presencial subsequente permitisse explorar e sistematizar os conceitos relativos ao TFC.

Três questões propostas para essa tarefa tinham como intuito que os alunos interagissem com o *applet* ilustrado na Figura 1 e analisassem o significado dos resultados obtidos ao visualizar, na janela da direita, regiões geradas a partir de uma função e diferentes extremos de integração “a” e “b” indicados na janela à esquerda da Figura 1.

Figura 1: Applet integrado à folha de trabalho sobre TFC



Fonte: Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/dbgh8ams>, adaptado de Lemke (2017)

A quarta questão esperava que os alunos expressassem sua compreensão inicial sobre o Teorema Fundamental do Cálculo a partir da interação com o *applet* ou mesmo a partir de consultas a livros ou outros recursos, tais como, vídeos, apostilas e livros que pudessem auxiliar. Além disso havia um espaço para comentários, dúvidas e sugestões onde os alunos poderiam ser expressar sobre a tarefa.

Vinte e um alunos deixaram registros na folha de trabalho. Os apontamentos feitos pelos estudantes para a quarta questão foram pertinentes para direcionar o encaminhamento do Professor no momento presencial. O Quadro 3, traz registros do ambiente virtual indicando algumas respostas mais assertivas e outras indicando a necessidade de complementação ou correção. A coluna da esquerda indica o aluno e a coluna da direita indica a respectiva resposta.

Quadro 3: Respostas dadas pelos estudantes para a quarta questão

Aluno	Resposta
E5	<p>A \int_x O Teorema Fundamental do Cálculo estuda duas importantes operações do cálculo, a integração e a diferenciação, essas duas operações são, em resumo, o inverso uma da outra. Se uma função inicial é integrada e depois diferenciada, e vice-versa, ela volta ao seu formato original.</p> <p>Através da diferenciação (derivada), encontramos a reta tangente a um ponto da função, e a través da integração, conseguimos calcular a área abaixo de determinado intervalo da função.</p>
E25	<p>A \int_x é a base das duas operações centrais do cálculo, diferenciação e integração, que são considerados como inversos um do outro. Isto significa que se uma função contínua é primeiramente integrada e depois diferenciada, volta-se na função original.</p>



E3	$\frac{A}{f_x}$	entendi que o teorema fundamental do cálculo faz uma conexão entre o cálculo diferencial e o cálculo integral
E11	$\frac{A}{f_x}$	O Teorema fundamental do Calculo ao meu entender mostra-nos como calcular a area de uma curva , inderpende do intervalo.
E4	$\frac{A}{f_x}$	O teorema fundamental do calculo tem um pouco de integração e derivada para se chegar em um resultado.
E12	$\frac{A}{f_x}$	A diferenciação e a antidiferenciação agora fazem todo o sentido, porque sem elas não seria possível trabalhar com variações, taxas marginais, etc..
E21	$\frac{A}{f_x}$	É a base das duas operações centrais do calculo e diferenciação que são considerados como inversos um do outro.
E20	$\frac{A}{f_x}$	o teorema facilita o cálculo de áreas sem a necessidade da soma da área de vários retângulos

Fonte: Registros do ambiente virtual

Essa configuração da tarefa causou um rompimento no que era considerado habitual para os alunos: o conteúdo é primeiramente apresentado, seguindo a formalidade e o rigor, por meio de conceitos e definições, depois disso exemplos são resolvidos pelo Professor e por fim exercícios são propostos (SILVA, 2019). A abordagem da sala de aula invertida teve por intuito que os alunos estudassem conceitos do TFC, de forma que o primeiro contato com o conteúdo fosse virtualmente e anterior à aula, cabendo uma maior responsabilidade e autonomia por parte do aluno. Tal implementação proporcionou aos alunos autonomia para fazer acesso à tarefa de acordo com sua disponibilidade de tempo e local, além de não os limitar a apenas um livro texto, ou material disponibilizado pelo Professor, permitindo a busca em outras fontes (BORBA *et al.*, 2016).

O Professor se valeu do acesso à plataforma para verificar que poucos alunos haviam desenvolvido a tarefa e, por meio da ferramenta “comentários”, pode interagir com os alunos, inclusive para lembra-los de fazer a entrega da tarefa em tempo. Além disso pode dar *feedback* a alguns alunos que apontaram dificuldades quanto a representação gráfica no *applet*.

Embora as respostas, mostradas no Quadro 3, não apresentem uma escrita formal para a definição, as conjecturas apresentadas pelos estudantes mostram indícios que tiveram compreensão do conceito do Teorema Fundamental do Cálculo que evidenciam a relação

entre a derivada e a integral (E3, E5, E25), o que pode estar vinculado com a realização de discussões envolvendo o conceito de antiderivada nas primeiras tarefas. Por exemplo, E5 (Quadro 3) aponta de maneira clara, com suas palavras, que existe uma relação entre a derivada e a integral, que percebeu na integral, em sua interpretação gráfica, como uma área abaixo da curva e, que pela derivada dessa função teria a reta tangente em determinado ponto. Esses apontamentos podem indicar que o estudante fez uma exploração do recurso (Figura 1) e que pode ter buscado em referências bibliográficas informações para responder à questão.

Outras respostas são mais evasivas (E4, E12, E20, E21) e podem indicar falta de compreensão. Como alternativa o Professor iniciou a aula (encontro presencial) no laboratório de informática, dando oportunidade para que todos pudessem fazer o envio da folha de trabalho. O uso do laboratório de informática foi imprescindível para retomar a atividade, pois além dos computadores e acesso à internet, a existência de uma lousa para fazer anotações contribuiu para retomar o que não ficou claro nas resoluções, e ainda, permitiu que novas tarefas fossem propostas e desenvolvidas colaborativamente, com acompanhamento do Professor.

Nesse caso, associado à sala de aula invertida, o encaminhamento do Professor, motivado pela interação com os alunos em momento assíncrono no ambiente virtual, caracterizou novamente o uso da estratégia de laboratório rotacional. Essa mudança na dinâmica das aulas permitiu oportunidades de avaliar a compreensão dos alunos que interagiram no ambiente virtual de forma que apenas os encontros presenciais talvez não possibilitassem.

De acordo com Luckesi (2009, p. 7), “de fato, a avaliação da aprendizagem deveria servir de suporte para a qualificação daquilo que acontece com o educando, diante dos objetivos que se têm, de tal modo que se pudesse verificar como agir para ajudá-lo a alcançar o que procura”. Nesse sentido, observou-se que as intervenções realizadas por meio de *feedback*, on-line ou presencial, promoveram a interação entre Professor e aluno e possibilitaram auxiliar nas dúvidas que surgiram durante a realização das tarefas.

Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014) revelam que uma tensão na pesquisa sobre Cálculo diz respeito à “o que queremos que os alunos aprendam?” (p. 513). Isso envolve considerar diferenças entre os níveis secundário e superior, mas também diferenças entre as necessidades dos alunos de diferentes cursos como Matemática, Economia, Biologia, Engenharia, etc. Se analisarmos a resposta de E12 (Quadro 3), podemos perceber uma sutil evidência de que o aluno identificou uma relação entre o que estava estudando por meio da tarefa e conceitos de sua área de formação, quando afirma: “a diferenciação e a

antidiferenciação agora fazem todo o sentido, porque sem elas não seria possível trabalhar com variações, taxas marginais, etc.”.

O E18 mencionou (na entrevista) que “na integral, o importante foi o gráfico, que não ficou apenas no cálculo”. Em relação ao *software* GeoGebra, notou que poderia usar o *applet* não apenas para a disciplina, que “em nossa área, é preciso usar muito gráfico. Na Economia você precisa do gráfico para saber o que está acontecendo, como, por exemplo, em Macroeconomia. Só que o foco nela é ver no gráfico o que está acontecendo, até mesmo para analisar um projeto na área”.

Dificuldades em implementar a sala de aula invertida, são apontadas na literatura (MORAN, 2015, QUINN; AARÃO, 2020). Diversos aspectos são percebidos, como a falta de autonomia dos alunos e não realização das tarefas propostas via componente on-line. Quinn e Aarão (2020) argumentam que a implementação bem-sucedida dessa modalidade do ensino híbrido no ensino de Matemática ocorre quando gradativamente os alunos são encorajados a desenvolver habilidades para autorregular sua aprendizagem. Mas também a partir da proposição de tarefas que possibilitem interação Professor e alunos com tempo e ambiente adequados.

Na próxima seção são apresentadas algumas considerações sobre a pesquisa onde articula-se algumas reflexões sobre a experiência em implementar duas modalidades do ensino híbrido.

Considerações finais

Este artigo, teve o propósito de discutir: *Que efeitos se observa no ambiente educacional quando tarefas em uma perspectiva de ensino híbrido são propostas para o estudo de Integrais?* Para isso, buscou-se identificar, com a análise dos dados referentes às duas tarefas apresentadas, fatores que podem ter influenciado o ambiente educacional. De modo geral, foi possível perceber mudanças na dinâmica da sala de aula. A implementação de tarefas intermediadas pelo ambiente virtual de ensino e aprendizagem ampliou o conceito de sala de aula, de modo que os alunos passaram a explorar o ambiente educacional de uma forma incomum para eles, antes acostumados a passar a maior parte do tempo em aulas expositivas dialogadas, em carteiras disposta em filas e com listas de exercícios no padrão de livros didáticos.

Das tarefas que foram propostas com encaminhamentos diferentes, foi possível perceber que alguns fatores não contribuíram durante o desenvolvimento, como, por exemplo,

a falta de tempo dos alunos para dedicar-se aos estudos, seja pelas atividades de outras disciplinas ou pelo fato de trabalharem em paralelo com o curso; a dificuldade em ter acesso a *internet*; ou mesmo, não terem hábito ou familiaridade de desenvolverem tarefas propostas em um ambiente virtual, que requer autonomia e dedicação do aluno.

Esta abordagem, como bem colocam Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), trazem desafios ao professor que escolhe o ensino híbrido, pois se faz necessário disposição para conhecer, testar, escolher e validar ferramentas digitais para fazer escolhas acertadas, considerando o ambiente educacional. Assim, durante o desenvolvimento da pesquisa, as estratégias iam sendo revistas e repensadas continuamente. Pensar qual seria a melhor maneira de propor as tarefas, optando, por exemplo, por menor quantidade de exercícios, ou que elas ficassem disponíveis em um prazo maior para entrega. Ou ainda, que fossem realizadas durante a aula, em um formato de laboratório rotacional. Essas foram algumas soluções encontradas para resolver as dificuldades enfrentadas.

A escolha da plataforma virtual do GeoGebra, como um ambiente virtual de ensino e aprendizagem, veio ao encontro a proposta da pesquisa de implementar um ambiente educacional com tecnologias digitais, visto que a referida plataforma permitiu experimentar diferentes possibilidades de tarefas, por meio de folhas de trabalho.

Para o trabalho do professor-pesquisador, o envolvimento com as duas tarefas expostas e discutidas na seção anterior serviu de motivação para continuar a experimentar e investigar ambientes educacionais com ensino híbrido.

De fato, pesquisas que considerem o uso de ambientes virtuais de ensino e aprendizagem parecem ainda mais necessárias considerando o momento de pandemia (Covid-19) e de isolamento social. Escolas e universidades fechadas, em muitos casos aulas de forma remota, entre outros aspectos, motivam que novas configurações para o processo de ensino, bem como os reflexos na aprendizagem sejam praticadas e investigadas.

Nessa perspectiva, esse texto vem com a finalidade de compartilhar resultados que possam contribuir para a compreender os efeitos de abordagens de certa forma inovadoras, não apenas para o cenário atual, mas que experimentar o ensino híbrido no âmbito da Educação Matemática, torne-se uma prática possível, dentro das possibilidades e a realidade de cada ambiente educacional.

Por isso, a discussão que foi aqui apresentada pode propor um novo cenário para os processos de ensino e aprendizagem, visto que o uso do ensino híbrido para esses fins, ainda não é significativo.

Referências

- ANTON, H; BIVENS, I; DAVIS, S. **Cálculo**: volume 1. Tradução Claus Ivo Doering. – 10. ed. - Porto Alegre: Bookman, 2014
- BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. DE M. **Ensino híbrido**: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.
- BORBA, M. de C.; ALMEIDA, H. R. F. L. de.; GRACIAS, T. A. de S. **Pesquisa em ensino e sala de aula**: diferentes vozes em uma investigação. 1. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.
- BORBA, M. C. *et al.* Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. **ZDM - Mathematics Education**, v. 48, n. 5, p. 589–610, 2016.
- BORSSOI, A. H. **Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias** : articulações em diferentes contextos educacionais. [s.l.] Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, 2013.
- HORN, M. B.; STAKER, H. **Blended**: usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação. Porto Alegre: Penso, 2015.
- IGLIORI, S. B. C.; ALMEIDA, M. V. DE. Material para o ensino de cálculo diferencial: continuidade e diferenciabilidade. **Vidya**, v. 37, n. 2, p. 383–396, 2017.
- LEMKE, R.; SIPLE, I. Z. **Funções reais de duas variáveis e GeoGebra**: um livro dinâmico para o Ensino de Cálculo. Dissertação (Mestrado): Universidade do Estado de Santa Catarina. Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, Joinville, 2017
- LOPES, V. R.; SCHERER, S. Cálculo Diferencial e Integral e o Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação: uma Discussão de Pesquisas nos Últimos Onze Anos. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 145–159, 2018.
- MORAN, J. Educação Híbrida: Um conceito-chave para a educação hoje. In: BACICH, L.; TANZI NETO, A; TREVISANI, F. de M. (Org.) **Ensino híbrido**: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.
- MOREIRA, M. A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.
- MOSKAL, P.; DZIUBAN, C.; HARTMAN, J. Blended learning: A dangerous idea? **Internet and Higher Education**, v. 18, p. 15–23, 2013.
- QUINN, D.; AARÃO, J. Blended learning in first year engineering mathematics. **ZDM - Mathematics Education**, v. 52, n. 3, 2020.
- RASMUSSEN, C.; MARRONGELLE, K.; BORBA, M. C. Research on calculus: what do we know and where do we need to go? **ZDM - International Journal on Mathematics Education**, v. 46, n. 4, p. 507–515, 2014.

SCHROETTER, S. M. *et al.* A escrita e o pensamento matemático no ambiente virtual utilizando a modelagem matemática: experiência de uma turma de 9ºano. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 1, p. 373–396, 2016.

SILVA, R. T. **Atividades para o estudo de integrais em um ambiente de ensino híbrido.** Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

Recebido em: 30 de junho de 2020
Aprovado em: 19 de agosto de 2020