revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UMA EXPERIÊNCIA COM UM INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO ORAL NO ÂMBITO DA DISCIPLINA DE CÁLCULO

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.731-749

Roberta Marcelino de Almeida Alves[1]
André Luis Trevisan[2]

Resumo: Considerando que a avaliação em disciplinas matemáticas no âmbito do Ensino Superior ainda segue moldes ditos tradicionais, este artigo analisa uma experiência envolvendo a utilização de um instrumento de avaliação do desempenho oral, elencando suas potencialidades para a promoção de oportunidades de aprendizagem, bem como algumas de suas limitações. Para tal, realiza-se uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, considerando a transcrição do diálogo de três grupos de estudantes de Cálculo Diferencial e Integral que analisam resoluções de dois limites de funções reais de uma variável real. Como conclusões, apontam-se as possibilidades oferecidas pelo instrumento para os estudantes produzirem argumentos e transmitirem sua compreensão ao trabalhar de maneira dialógica, diferentemente de trabalhar apenas no contexto escrito. Algumas limitações incluíram a divisão na fala entre os integrantes e o tratamento “mecânico” dos critérios, bem como dificuldades em expressar oralmente alguns aspectos de notação.
Palavras-chave: Educação Matemática. Avaliação da Aprendizagem. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Avaliação de Desempenho Oral.

AN EXPERIENCE WITH AN ORAL PERFORMANCE ASSESSMENT INSTRUMENT WITHIN THE SCOPE OF CALCULUS COURSE

Abstract: Considering that assessment in mathematical disciplines within the scope of Higher Education still follow so-called traditional pattern, this article analyzes an experience involving the use of an oral performance assessment instrument, listing its potential for the promotion of learning opportunities, as well as some of its limitations. To this end, a qualitative research of an interpretative nature is carried out, considering the transcription of the dialogue of three groups of students of Differential and Integral Calculus who analyzes resolutions of two limits of real functions of a real variable. As conclusions, is pointed out the possibilities offered by the instrument for students to produce arguments and transmit their understanding when working in a dialogical way, differently from working only in the written context. Some limitations included the division in speech between the members and the “mechanical” treatment of the criteria, as well as difficulties in expressing orally some aspects of notation.
Keywords: Mathematical Education. Learning Assessment. Differential and Integral Calculus Teaching. Oral Performance Assessment.

Introdução

Embora os processos de ensino e de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) venham sendo objeto de debate e pesquisa há algumas décadas, e “muito já se saiba” acerca das dificuldades apresentadas por estudantes no âmbito dessa disciplina (RASMUSSEN; MARRONGELLE; BORBA, 2014), implicando no desenvolvimento de

[1]Mestranda em Ensino de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. E-mail: roo.almeidaa@gmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2963-7510
[2]Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Bolsista Produtividade Fundação Araucária. E-mail: andrelt@utfpr.edu.br – ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8732-1912.

propostas pedagógicas que intentam minimizar essas dificuldades (PAGANINI; ALLEVATO, 2014), os processos de avaliação ainda seguem moldes ditos tradicionais (TREVISAN; MENDES, 2018; IANNONE; CZICHOWSKY; RUF, 2020).

Como apontam Iannone, Czichowsky e Ruf (2020), a avaliação em salas de aulas, em geral, apresenta raros momentos formativos e, em sua finalidade, resume-se a momentos extremamente somativos no qual os estudantes são classificados como aprovados ou reprovados visando, apenas, cumprir as normas burocráticas das instituições de ensino. Buscar aproximar as perspectivas formativa e somativa da avaliação é uma demanda urgente, já que os exames tradicionais, cronometrados e escritos, por si só, não são adequados para avaliar todas as competências que se deseja desenvolver, em especial no âmbito de um curso de Engenharia. A Resolução nº 2, de 24 de abril de 2019, que instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de graduação em Engenharia, defende (Art. 4º) como competências básicas que os cursos devem possibilitar aos seus egressos: (i) formular e conceber soluções de Engenharia; (ii) analisar e compreender fenômenos, e validá-los por experimentação; (iii) implantar soluções de Engenharia e comunicação eficaz, oral, escrita e gráfica.

Uma proposta de trabalho nessa direção envolve a constituição de ambientes de ensino e de aprendizagem pautados em episódios de resolução de tarefas em aulas de CDI (COUTO; FONSECA; TREVISAN, 2017; TREVISAN; MENDES, 2017, 2018), considerando contextos reais de ensino, a resolução de tarefas de natureza exploratória (PONTE, 2005, 2014), o trabalho colaborativo na promoção de discussões (PONTE, 2017; RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018) e no desenvolvimento do raciocínio matemático (LANNIN; ELLIS; ELLIOT, 2011; JEANNOTTE; KIERAN, 2017; MATA-PEREIRA; PONTE, 2018).

Neste artigo, em especial, pretende-se *analisar uma experiência envolvendo a utilização de um instrumento de avaliação do desempenho oral no âmbito do CDI*, elencando suas potencialidades para a promoção de oportunidades de aprendizagem (PEDROCHI JUNIOR, 2012; BURIASCO; FERREIRA; PEDROCHI JUNIOR, 2014), bem como algumas de suas limitações. Este artigo organiza-se nas seguintes seções: esta introdução; o aporte teórico adotado, que trata do trabalho com episódios de resolução de tarefas em aulas de CDI e tece considerações acerca da avaliação da aprendizagem escolar; contexto em que o estudo foi realizado, compondo-se por uma turma de CDI ingressante em um curso de Engenharia de uma universidade federal, bem como os procedimentos metodológicos assumidos na pesquisa; apresentação e análise do modo como se constituiu o instrumento de avaliação do desempenho oral (ou, simplesmente, prova oral), a partir de registros de prática, a constar, transcrição do diálogo de três grupos de estudantes analisando resoluções de dois limites de funções reais de uma variável real; discussões e considerações finais.

Aportes teóricos

Ensino de CDI e o trabalho com Episódios de resolução de tarefas

Acerca das dificuldades enfrentadas por estudantes no âmbito da disciplina de CDI, Rezende (2003, p. 5) discute algumas inquietações que vêm emergindo há algumas décadas, como, por exemplo, "qual é a razão de tantas reprovações? Onde reside a dificuldade? No processo de aprendizagem? No aluno, isto é, na 'falta de base' do aluno? Ou estaria esta dificuldade no próprio professor, ou na metodologia de ensino, ou, ainda, na estrutura curricular?".

Em geral, estudantes que ingressam nos diferentes cursos superiores apresentam uma dinâmica de estudo desenvolvida na Educação Básica, que prioriza aspectos relacionados à memorização e à mecanização de procedimentos. Essas características, juntamente com as dificuldades enfrentadas pelos estudantes do Ensino Superior, não podem ser tratadas como algo isolado (REZENDE, 2003), pois existem outros fatores que influenciam a aprendizagem, como o contexto, os métodos de ensino utilizados e a "deficiência de compreensão impedindo que os alunos reconheçam e apliquem os conceitos de Cálculo" (CUEVAS; MAJÍA, 2005, p. 741). Trevisan e Mendes (2018) destacam, também, que esses alunos apresentam uma falta de experiências anteriores com tarefas de natureza investigativa tendo o hábito de trabalhar, na maioria das vezes, de forma individual, apresentando dificuldades em expor e argumentar suas ideias em grupo ou para toda a sala.

Processos de ensino e de aprendizagem no âmbito do CDI, bem como metodologias e/ou estratégias de ensino diferenciadas da prática tradicional, como a resolução de problemas, a modelagem matemática ou o uso de tecnologias digitais de informação e comunicação, buscam compreender e minimizar dificuldades que culminam em altos índices de reprovação nessa disciplina. De modo geral, "reverter" essa situação implica a adoção de propostas pedagógicas nas quais os estudantes tenham um papel ativo e trabalhem, quando possível, em grupos, em tarefas não precedidas de exemplos, que sejam desencadeadoras de discussões e que contribuam para elaborações conceituais.

O termo *tarefas* é utilizado, no sentido proposto por Ponte (2014, p. 16), como

> [...] ferramentas de mediação fundamentais no ensino e na aprendizagem da Matemática. Uma tarefa pode ter ou não potencialidades em termos de

> conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar. Pode dar lugar a atividades diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos alunos, o ambiente de aprendizagem, e a sua própria capacidade e experiência anterior (PONTE, 2014, p.16).

Em consonância com essa visão, o trabalho com *episódios de resolução de tarefas* (COUTO; FONSECA; TREVISAN, 2017; TREVISAN; MENDES, 2017, 2018) tem se mostrado uma proposta factível que leva em conta condições reais de ensino, como turmas numerosas, ementa extensa, demandas rotineiras da sala de aula e a organização didático-pedagógica proposta pela instituição. Um dos pressupostos dessa forma de trabalho é que os estudantes, organizados em grupos com três ou quatro integrantes, trabalhem com tarefas de natureza exploratória (PONTE, 2005; TREVISAN, GOES, 2016, 2017) antes da apresentação dos conceitos, ou seja, que,

> [...] ao invés de se introduzir um conceito mediante sua definição formal, o estudante seja convidado, por meio da realização dessas tarefas, a explorá-lo intuitivamente, levando em conta suas concepções e imagens conceituais prévias. Em seguida, por meio das intervenções do professor e da discussão no grupo, "refinar" os conceitos subjacentes [...]; por fim, a partir da sistematização coletiva, mediada pelo professor, elabora-se uma definição formal (que, muitas vezes, ainda é restrita a casos particulares, mas é revisada e ampliada ao longo do curso) (TREVISAN; MENDES, 2017, p. 365).

Nessa proposta de trabalho, toma-se como fundamental o papel ativo a ser assumido pelos estudantes em seu processo de aprendizagem; o professor, ao invés de, simplesmente, apresentar definições e exemplos a serem "seguidos", encoraja-os a desenvolverem suas ideias e a apresentá-las durante as realizações das tarefas nesses diversos momentos (episódios) da disciplina (em geral, 25% da carga horária do curso). Ao final, as resoluções dos estudantes são trazidas à discussão coletiva em formato de plenária, com o professor tendo o papel de conduzir a sistematização das ideias e a formalização dos conceitos matemáticos subjacentes (PONTE, 2017).

Avaliação da aprendizagem escolar

Para Hadji (1994), a avaliação dita *formativa* é aquela que está a serviço da formação do aluno, configurando-se como oportunidade de aprendizagem, cujo objetivo é regular ou guiar os processos de ensino e de aprendizagem. Desenvolvida durante todo o período letivo, inicia-se com o planejamento das primeiras tarefas e vai até a análise da última ação de intervenção, devendo tornar-se parte do próprio ato de aprender (PEDROCHI JÚNIOR, 2012). Por outro lado, uma avaliação caracteriza-se como puramente somativa quando realizada com a intenção exclusiva de categorizar o estudante como “bom ou ruim” ou “aprovado ou reprovado”, apenas certificando a aquisição de competências e habilidades.

O cotidiano de salas de aula regulares implica pensar essas duas vertentes de forma articulada e intrinsecamente relacionadas, ou seja, atendendo simultaneamente às demandas de uma avaliação formativa e somativa. Boud (2000, p. 151) define como “sustentável” uma avaliação que “atenda às necessidades do presente e [também] prepare os estudantes para atender suas necessidades futuras de aprendizagem”. Mais recentemente, Boud e Soler (2016) destacam que, nessa perspectiva, o processo de avaliação como um todo deve ser concebido como parte ativa do currículo, permitindo aos estudantes alcançar resultados específicos, e, também, oferecer meios para verificar se esses resultados foram ou não alcançados. Nessa mesma direção, Peterson e Siadt (2009) sugerem uma combinação entre as avalições formativa e somativa e examinam os efeitos da implementação dessa proposta a partir de três hipóteses: (i) o uso da avaliação formativa pode revelar níveis de compreensão conceitual em tempo hábil para o professor realizar reajustes contínuos nas estratégias de ensino e de aprendizagem; (ii) um aumento na avaliação formativa fornecerá melhores resultados na avaliação formativa; (iii) resultados obtidos em avalições somativas internas, válidas e confiáveis, são um preditor de pontuações de exames externos.

Assumir essa perspectiva combinada da avaliação em suas vertentes implica constituí-la como uma oportunidade de aprendizagem para os estudantes, uma avaliação que “acompanhe o processo de ensino e aprendizagem, e que dele participe” (PEDROCHI JUNIOR, 2012, p. 15). Nessa direção, a avaliação deve ter por objetivo acompanhar o processo de aprendizagem, carregando “uma ação reflexiva, não só para o aluno, mas também para o professor” (ibid., p. 27), tornando-a, assim, uma prática de investigação (BURIASCO; FERREIRA; CIANI, 2009). Essa postura investigativa leva o professor a “questionar-se a respeito de qual matemática os seus estudantes estão aprendendo, que entendimentos estão tendo do que está sendo trabalhado em sala de aula, do que já sabem, que dificuldades encontram, e o que pode ser feito para auxiliá-los na superação destas” (ibid., p. 78).

Uma das questões que surge no contexto da sala de aula diz respeito às maneiras de implementar práticas avaliativas que promovam oportunidades de aprendizagem e contribuam para o desenvolvimento do raciocínio matemático, e que estejam alinhadas às demandas rotineiras da sala de aula e à organização didático-pedagógica recomendada pela instituição de ensino. Pesquisas anteriores investigaram potencialidades e limitações do trabalho, no âmbito da disciplina de CDI, de práticas avaliativas que envolveram instrumentos como: o relatório escrito (MENDES; TREVISAN, 2018), o portfólio de aprendizagem (MENDES; MAGNONI; GONÇALVES; TREVISAN, 2019), tarefas com uso de tecnologias digitais da informação e comunicação (MENDES; TREVISAN; ELIAS, 2018) ou, ainda, a prova escrita em fases (MENDES; BURIASCO, 2018). Para este artigo, em especial, elencamos a prova oral, tanto por se tratar de um instrumento que ainda é pouco pesquisado, quanto por ser substancialmente diferente de uma prova escrita em seus moldes tradicionais devido à sua natureza dialógica (IANNONE; SIMPSON, 2015; IANNONE; CZICHOWSKY; RUF, 2020).

Iannone, Czichowsky e Ruf (2020) discutem dificuldades específicas introduzidas por instrumentos de avaliação com formato escrito, apontando que, no contexto oral, os estudantes raciocinavam e transmitiam sua melhor compreensão. Argumentam, também, que os estudantes são menos capazes de se envolver em discursos científicos em um exame escrito, uma vez que não há um "interlocutor". No âmbito da Matemática universitária, os autores supracitados apresentam estudos que, na visão de matemáticos, sugerem que "os exames escritos por si só não podem fornecer uma indicação completa sobre o entendimento relacional da matemática e que a avaliação do desempenho oral é um meio melhor para avaliar o entendimento relacional" (IANNONE; CZICHOWSKY; RUF, 2020, p. 318).

Procedimentos metodológicos

Caracterização e contexto da pesquisa

A investigação que deu origem a este artigo assume uma perspectiva qualitativa de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). O contexto do qual provêm os dados aqui apresentados inclui estudantes de Engenharia que cursaram Cálculo Diferencial e Integral 1 no 2º semestre em 2019, em uma Universidade Federal do estado do Paraná, tendo o 2º autor como professor da disciplina. Trata-se de um contexto real de ensino, pois são turmas que se iniciam com aproximadamente 50 estudantes, estando a disciplina de CDI 1 presente na grade do 1º semestre, com carga de 90 horas-aula. Sua ementa contempla o estudo de funções, limites, derivadas e integrais de funções reais, de uma variável real, ~~e~~ tópicos que foram organizados pelo professor segundo uma estrutura curricular "não usual", com conteúdo em formato de espiral e um "adiamento", para o final do curso, das definições formais de derivada e integral, bem como com um tratamento rigoroso do conceito de limites (TREVISAN; MENDES, 2017).

No decorrer das 16 semanas de aula do semestre, foram utilizados nove instrumentos avaliativos (em média, um deles a cada duas semanas de aula), apresentados no Quadro 1.

Quadro 1: Instrumentos de avaliação utilizados ao longo do semestre.

1	Prova escrita individual com consulta ao caderno.
2	Prova escrita em dupla, sem consulta.
3	Prova com parte em grupo, envolvendo a utilização do Geogebra e a gravação de um vídeo, e parte individual, com consulta ao caderno.
4	Prova escrita individual, na qual os próprios estudantes elaboravam e resolviam as tarefas, com consulta à "roteiro" previamente construído.
5	Prova com parte oral em dupla, com questões cuja resolução deveria ser enviada por meio de arquivo áudio, e parte individual sem consulta.
6	Prova escrita individual, na qual os próprios estudantes elaboravam e resolviam as tarefas, com consulta à "roteiro" previamente construído.
7	Prova escrita individual com "cola" construída coletivamente pela turma.
8	Prova escrita em dupla, sem consulta.
9	Elaboração, ao longo do semestre, de um portfólio de aprendizagem.

Fonte: Autores.

Para análise e discussão neste artigo, selecionamos a parte oral em dupla do Instrumento Avaliativo 5, com questões cuja resolução deveria ser enviada por meio de arquivo de áudio. Nele, foram apresentadas quatro resoluções de estudantes de CDI em semestres anteriores (Figuras 4 e 5, objetivo de discussão da próxima seção) para cada um dos dois limites de funções reais de uma variável real, a constar: $\lim_{x\to -3}\frac{x^2-9}{x^2-3}$ e $\lim_{x\to -5}\frac{x^2-5x}{x^2-25}$. Os estudantes foram orientados a escolher, para cada um deles, três dessas resoluções e analisá-las, procurando evidenciar se (A) a estratégia escolhida estava adequada para o tipo de limite proposto; se (B) a notação utilizada na resolução estava ou não correta; se (C) havia algum equívoco no cálculo e, se houvesse, dizer qual era, e (D) identificar se a resposta final estava ou não correta. A dupla poderia fazer anotações, mas a análise em si deveria ser apresentada por meio de áudio enviado para o professor, não havendo um tempo padrão para o áudio, mas sem ultrapassar 5 minutos.

Esse instrumento foi utilizado na segunda metade da disciplina, em uma fase na qual os estudantes já haviam estudado os conceitos de derivada e integral de funções polinomiais, por meio do trabalho com sequências numéricas, bem como a exploração de funções racionais, associado ao estudo do seu comportamento infinito e comportamento próximo a um ponto, segundo uma abordagem de ensino não-usual, com adiamento de um tratamento mais rigoroso do conceito de limites, como discutido por Trevisan e Mendes (2017).

Procedimentos para organização e análise dos dados

A análise dos dados iniciou-se, preliminarmente, pela escuta dos áudios e organização de uma planilha para cada um dos grupos (Figura 2), verificando se os critérios solicitados haviam sido contemplados pelas duplas. As células hachuradas em cinza indicam as resoluções escolhidas pelos alunos. O símbolo (✓), colocado nas células, significa que os alunos comentaram com coerência o aspecto esperado (A, B, C e D, citados anteriormente) e o símbolo (✖) significa que os alunos abordaram aquele aspecto, porém de forma incompleta ou equivocada. Células vazias indicam que aquele aspecto não foi contemplado no áudio da dupla. Para fins de quantificação, constituiu-se inicialmente uma escala de 0 a 1,0 para cada um dos dois limites, e foram considerados: (A – 0,3) a estratégia escolhida estava adequada para o tipo de limite proposto; (B – 0,2) a notação utilizada na resolução estava ou não correta; (C – 0,3) havia algum equívoco no cálculo e, se houvesse, qual era; (D – 0,2) identificar se a resposta final estava ou não correta. Para atribuição de nota, entretanto, buscou-se um olhar mais holístico[3] em relação a essa escala, sem olhar individualmente cada critério, mas se o grupo tinha sido capaz de analisar os limites, contemplando esses critérios nas resoluções como um todo.

Figura 2: Planilha para análise do áudio das duplas.

G0								
	Limite 1				Limite 2			
CRITÉRIOS	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)
RESOLUÇÃO 1	✓							
RESOLUÇÃO 2	✖							
RESOLUÇÃO 3								
RESOLUÇÃO 4								
							PARCIAL: ____	

Fonte: Autores.

Além da organização dessas planilhas, foi realizada a transcrição dos áudios enviados por 14 grupos, codificados de G1 até G14. Em linhas gerais, pode-se destacar que, desse total, 8 grupos (57%) analisaram detalhadamente os critérios solicitados e 6 grupos (43%) responderam superficialmente ao que foi pedido. Para fins de análise, selecionou-se a transcrição de três grupos (Figura 3): um grupo que detalhou satisfatoriamente os critérios solicitados (G1 – estudantes G11 e G12), um grupo em que houve diálogo para analisar os

[3] Considerando o preenchimento da planilha como um todo, e não somente a junção de suas partes.

critérios (G7 – estudantes G71 e G72), porém com utilização de linguagem bastante informal, e, por fim, um grupo que abordou incompleta e superficialmente esses critérios, inclusive chegando a conclusões equivocadas (G9 – Estudantes G91 e G92).

Figura 3: Planilha preenchida para os grupos selecionados.

				G1				
	Limite 1				Limite 2			
CRITÉRIOS	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)
RESOLUÇÃO 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
RESOLUÇÃO 2	✓	✓			✓	✓	✓	✓
RESOLUÇÃO 3	✓	✓	✓	✓				
RESOLUÇÃO 4					✓	✓	✓	✓
				G7				
	Limite 1				Limite 2			
CRITÉRIOS	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)
RESOLUÇÃO 1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
RESOLUÇÃO 2	✓	✓	✓	✓				
RESOLUÇÃO 3					✓	✓	✓	✓
RESOLUÇÃO 4	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
				G9				
	Limite 1				Limite 2			
CRITÉRIOS	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)	A (0,3)	B (0,2)	C (0,3)	D (0,2)
RESOLUÇÃO 1					✗		✓	
RESOLUÇÃO 2			✓	✓			✓	
RESOLUÇÃO 3	✗		✓	✓			✗	
RESOLUÇÃO 4			✓	✓				

Fonte: Autores.

Análise dos dados

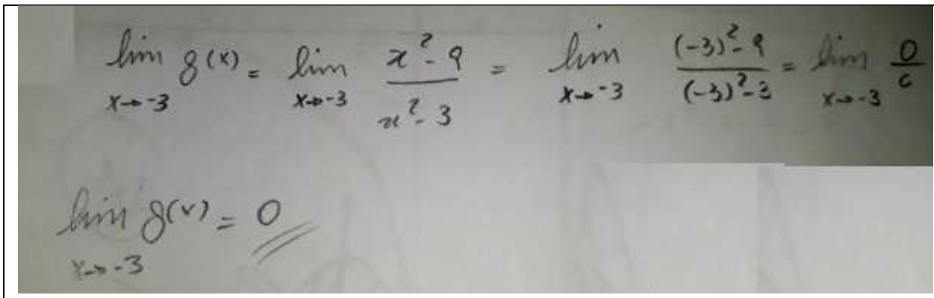
Para constituir o instrumento de avaliação do desempenho oral, os autores buscaram selecionar, com base na produção escrita de estudantes de CDI em semestres anteriores, resoluções que evidenciassem uma diversidade de estratégias e contemplassem equívocos usualmente cometidos no cálculo desse tipo de limite (Figuras 4 e 5, detalhadas a seguir).

No caso de $\lim_{x \to -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3}$, pode-se aplicar “teoremas de limites” usualmente enunciados em livros de CDI, de modo que o limite pode ser obtido calculando-se o quociente do valor dos polinômios do numerador e do denominador em $x = -3$, obtendo-se o resultado 0 (como ilustrado na resolução da Figura 4a). É frequente que os estudantes procurem utilizar técnicas

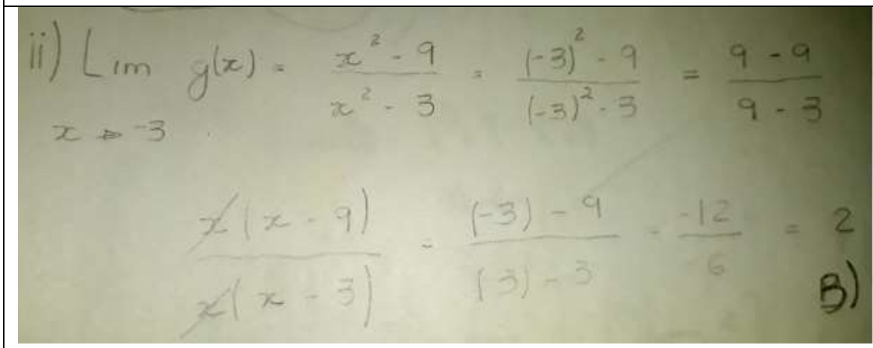
revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

de fatoração em limites desse tipo, na “expectativa” de que o valor zero seja “cancelado”, como ocorre no caso de limites de funções racionais nas quais numerador e denominador são iguais a zero. Tal estratégia aparece na resolução da Figura 4b, na qual, equivocadamente, obtém-se o valor 2. Já no caso da Figura 4c, embora se utilize uma técnica indicada no cálculo de limites de funções racionais, quando $x \to \pm\infty$, a resolução está correta. Por fim, em 4d há um desenvolvimento parcialmente correto, uma vez que se conclui que aquele limite “não existe”.

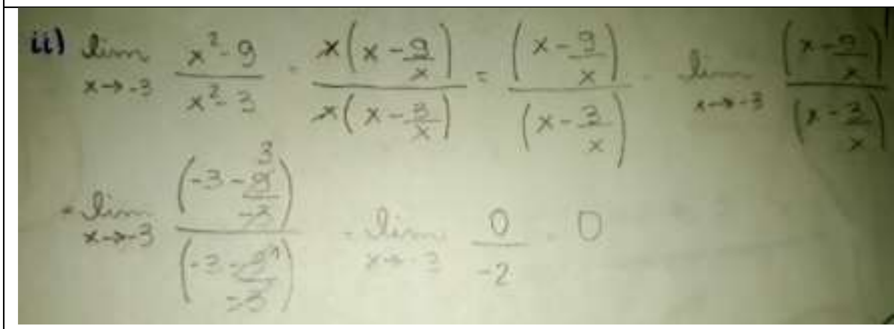
Figura 4: Resoluções de estudantes de semestres anteriores para $\lim_{x\to -3} \frac{x^2-9}{x^2-3}$.



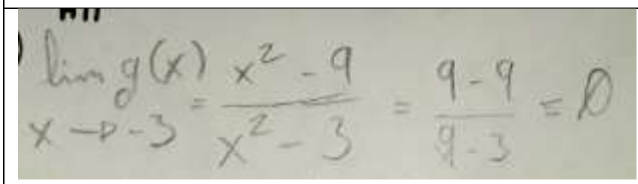
(a)



(b)



(c)



(Esse símbolo ao final significa “não existe”) (d)

Fonte: Autores.

A fim de evidenciar o modo como um dos grupos abordou essa questão, a seguir apresenta-se um trecho da transcrição da fala do estudante G11, na qual são detalhados satisfatoriamente todos os critérios solicitados.

> *G11: A terceira resolução para o primeiro limite* [Figura 4c], *a notação está incorreta no resultado, apesar dela ter utilizado a notação correta no início, limite da função quando x tende a menos 3, no resultado ela colocou apenas limite de zero sobre menos 2 quando x tende a menos 3, que estaria incorreto* [...] *A estratégia que ela utilizou está correta, porque ela fatorou corretamente o limite, diferentemente do segundo* [Figura 4b] *que acabou não colocando os termos menos 9 e menos 3 divididos por x, porque assim poderia fazer por fatoração. A estratégia está correta mas podia ter utilizado a substituição. Os cálculos estão corretos e o resposta está correta.*

Os estudantes reconhecem que a estratégia de fatoração escolhida estava adequada (critério A), embora aplicada de forma incorreta na resolução da Figura 4b. Destacam, também, que o limite poderia ter sido resolvido por "substituição", referindo-se à determinação do valor dos polinômios do numerador e do denominador em $x = -3$. No que tange à notação (critério B), reconhecem sua utilização de forma parcialmente correta na resolução da Figura 4c, destacando que, na etapa final, mantém-se incorretamente o símbolo de limite em $\lim_{x \to -3} \frac{0}{-2}$. Explicitam, também, que os cálculos e a resposta final, nessa mesma resolução, estão corretos (critérios C e D). Embora não mencionem esses critérios para a resolução da Figura 4b, fica subtendendo que reconhecem como incorreta a resposta final, consequência da fatoração realizada, também, de forma incorreta. De maneira geral, o G1 contemplou satisfatoriamente todos os critérios, com cuidado na linguagem e utilização de uma linguagem mais técnica em sua argumentação.

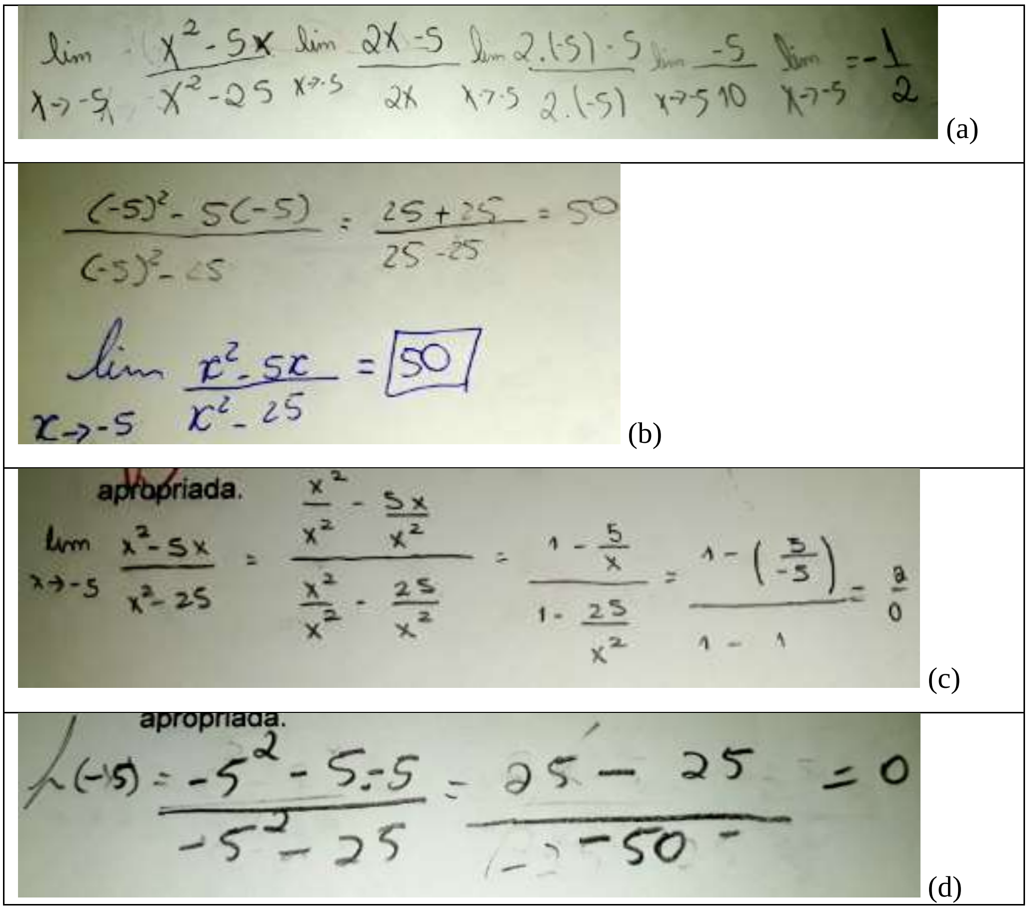
G7, por sua vez, apesar de também contemplar todos os aspectos em sua fala, utiliza uma linguagem mais informal, como exemplificado no trecho transcrito a seguir, referente à análise realizada da resolução presente na Figura 4b. Nesse trecho, as falas de G71 e G72 misturam-se, numa espécie de "jogral", no qual um complementa ou reafirma a fala do outro.

> *G71: Agora a dois [Figura 4b], a estratégia está adequada, não, ele fez coisa que não precisava hahaha*
> *G72: e ainda indicou errado, para o x, ele isolou o x de modo errado - sim.*
> *G71: A notação utilizada na resolução é não correta, não, ele só indicou o limite uma vez,*
> *G72: sim faltou indicar o resto [...] hahahaha errou o resultado com isso né com o equívoco que ele fez.*

O grupo reconhece que a primeira estratégia da resolução (no caso, determinação do valor dos polinômios do numerador e do denominador em $x = -3$) estava correta, porém, ao optar pela fatoração, realiza-a de forma equivocada (critérios A e C), também fazendo uso de uma notação incompleta (critério B), levando, assim, a uma resposta final incorreta (critério D).

Em $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-5x}{x^2-25}$ temos um exemplo de limite no qual o denominador é zero quando $x=-5$, mas o numerador não é. Novamente, uma situação na qual os estudantes utilizam técnicas de fatoração na "expectativa" de que o valor zero seja "cancelado", quando, na verdade, o limite pode ser ∞, $-\infty$ ou, ainda, ∞ de um lado e $-\infty$ do outro (o que ocorre no caso do limite em análise). Nenhuma das resoluções selecionadas trazia como estratégia a utilização de limites laterais, sendo uma expectativa dos autores que essa estratégia fosse mencionada pelos estudantes em sua análise. Na resolução da Figura 5a, tem-se uma aplicação equivocada da Regra de L'Hôpital, uma vez que o numerador da função racional é não nulo em $x=-5$. Na Figura 5b, por sua vez, conclui-se, de forma incorreta, que o resultado é 50. Na Figura 5c, aplica-se uma técnica indicada no cálculo de limites de funções racionais quando $x\to\pm\infty$, o que leva à indeterminação $\frac{2}{0}$, tomada como resposta final. Por fim, na Figura 5d, obtém-se uma resposta final incorreta, consequência do cálculo de $(-5)^2$, ora resultando em 25, ora em -25.

Figura 5: Resoluções de estudantes de semestres anteriores para $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-5x}{x^2-25}$.



Fonte: Autores.

A seguir, apresenta-se a transcrição da análise realizada por G1:

> *G11: Para o segundo limite* [Figura 5a], *na primeira resolução, a notação está incorreta porque, no resultado, ela colocou apenas limite de nada, quando x tende a menos 5 igual a menos meio. A estratégia que ela utilizou foi de L'Hôspital, só que ela não pode ser utilizada nesse caso porque apenas o denominador zera, e é utilizada quando ambos os denominadores e numerador zera, então a pessoa, a estratégia foi incorreta, sendo assim, os cálculos acabam sendo incorretos também e a resolução da mesma forma* [...] *Na quarta resolução* [Figura 5d] *para o segundo limite, a pessoa não utilizou a notação, então ela estaria incorreta, a estratégia também foi incorreta, porque ela utilizou a substituição no lugar de fazer a divisão pelo termo de maior expoente, por exemplo. Sendo assim, os cálculos também foram incorretos, porque, desde o começo, a estratégia está errada, mas também no denominador ela elevou ao quadrado o termo menos 5 e ela considerou como se o resultado fosse menos 25 que seria incorreto, na verdade seria mais 25. Então a resposta também acabou sendo incorreta.*

Nessa fala, G1 contempla uma análise dos quatro critérios, inclusive destacando a utilização incorreta do símbolo de limite ao final da resolução da Figura 5a. Evidencia a compreensão da Regra de L'Hôpital, reconhecendo que ela não se aplica àquele limite. Destaca também o equívoco de cálculo na resolução da Figura 5d, na qual o resultado correto de $(-5)^2$ é 25. Entretanto, em um dos trechos da sua fala, aponta que "utilizou a substituição no lugar de fazer a divisão pelo termo de maior expoente", levando a inferir que o grupo reconhece, de forma equivocada, que essa estratégia se aplica ao limite em questão.

G7, por sua vez, identificou que a estratégia adequada para o cálculo desse tipo de limite envolve o estudo dos limites laterais, conforme trecho transcrito a seguir, referente à análise da resolução da Figura 5d.

> *G71: A estratégia.*
> *G72: Não que tinha que ser limites laterais, do ...*
> *G71 e G72: Mesmo jeito.*
> *G71: A, B* [referindo-se aos critérios de análise] *a notação, não, faltou limite ...*
> *G71 e G72: Os parênteses.*
> *G72: Sim, a função também.*
> *G71: A função, é tudo né?*
> *G72: ele nem escreveu limites, colocou um L menos 5* [referindo-se ao f(-5)].
> [...]
> *G71: Os cálculos, totalmente errado, porque ele falou que, que nossa senhora, ele falou que menos cinco ao quadrado que seria vinte e cinco menos vinte e cinco menos cinquenta ...*
> *G72: Sim.*
> *G71: É porque ele não usou os parênteses.*
> *G72: É*
> *G71: Por isso ...*
> *G72: Ele se perdeu no cálculo muito provavelmente*
> *G71: É, então ele errou os cálculos e com isso a D que é o resultado.*

G72: Está errado.

Na análise realizada, o grupo reconhece problemas na notação (uma vez que não foi indicado o cálculo de um limite – "faltou o limite", disse G71), bem como nos cálculos, em decorrência da ausência de parênteses. Embora mencione que a estratégia adequada para esse tipo de limite envolve o estudo dos limites laterais, ela não é aprofundada ou detalhada no diálogo do grupo. Trata-se de uma expectativa inicial dos autores, mas que não ficou clara nos critérios de análise solicitados na tarefa.

Por fim, são trazidos trechos do diálogo do G9, que abordou de forma incompleta os critérios, chegando a conclusões equivocadas. Na transcrição a seguir, o estudante analisa a resolução da Figura 5a:

> *G91:* [...] *a pessoa começou derivando, só que depois ela acabou errando na parte de multiplicação e soma e subtração, que, na sua conta, deveria dar -15 e acabou colocando -5, e eu não sei por que ele fez isso, acho que deve ter cortado com a parte de baixo, dando um resultado totalmente diferente, o dele deu -0,5, e na nossa conta não teria dado isso, teria dado, acho que 1,5, tá [sic] bom.*

O grupo reconhece a utilização da "derivada" (referindo-se à Regra de L'Hôpital) como estratégia de resolução, porém sem mencionar se estaria ou não correta. Não há comentários sobre o uso correto de notação. A fala "ela acabou errando na multiplicação, e soma e subtração" indica reconhecimento de um erro de cálculo ao avaliar o polinômio do numerador em $x = -5$, porém sem mencionar que também há um erro ao avaliar o polinômio do denominador. Também apresenta uma hipótese equivocada quanto ao motivo do equívoco: "acho que deve ter cortado com a parte de baixo". Por fim, conclui que o limite deveria ser 1,5, conclusão incorreta, uma vez que a Regra de L'Hôpital não se aplica a esse tipo de limite.

Na continuidade, o grupo analisa as resoluções das Figuras 5b e 5c:

> *G92: Na segunda resolução* [Figura 5b], *na segunda parte da conta ele coloca 25 mais 25,* [dividido] *por 25 menos 25 e o único resultado que ele coloca são 50, ele esquece da parte de baixo que daria zero e seria 50 dividido por zero que no final daria zero também.*
> *G91: na terceira conta* [Figura 5c], *ele acaba fazendo a derivação e chega num resultado de dois dividido por zero, que seria zero, não sei* [...]
> *G91: Na terceira resolução eu percebi que acabei falando coisa errônea e daí ele não acabou derivando e sim dividindo a parte de cima e a de baixo por x ao quadrado, ele fez dessa forma chegando em um resultado de dois sobre zero, que daí é zero.*

A análise aqui realizada aborda apenas o critério C, referente aos cálculos realizados. Há um tentativa de identificar a estratégia de resolução adotada na resolução da Figura 5c, pois, inicialmente, G91 menciona a utilização da "derivação" (possivelmente influenciada pela análise já realizada anteriormente) e, na continuidade do áudio, reconhece que, na verdade, foi utilizada a divisão do numerador e denominador pela maior potência do denominador. Entretanto, nenhuma dessas estratégias aplica-se ao limite em questão, aspecto desconsiderado pelo grupo em sua análise. Novamente, a expectativa dos autores era uma análise mais aprofundada, com a explicitação do motivo pelo qual determinada estratégia poderia ou não ser utilizada, porém isso não ficou claro na formulação dos critérios propostos na tarefa. Um último aspecto evidenciado na análise do grupo é uma incompreensão quanto à natureza das indeterminações da forma "constante dividido por zero". No que tange à resolução da Figura 5b, os participantes apontam que "50 dividido por zero que no final daria zero", enquanto na Figura 5c destacam que o "resultado de dois sobre zero, que daí é zero".

Considerações finais

Com o objetivo de discutir a constituição de um instrumento de avaliação do desempenho oral no âmbito do CDI, este artigo apresentou e analisou a transcrição do diálogo de três grupos de estudantes que analisaram resoluções de dois limites de funções reais de uma variável real, evidenciando suas potencialidades para a promoção de oportunidades de aprendizagem, assim como algumas de suas limitações.

No que tange à constituição do instrumento, buscou-se alinhá-lo à proposta de trabalho com episódios de resolução de tarefas, com os estudantes, organizados em grupos, trabalhando em uma tarefa de natureza exploratória, tornando o momento avaliativo uma oportunidade para sua aprendizagem (PEDROCHI JUNIOR, 2012). Os estudantes foram convidados a analisar resoluções de duas tarefas matemáticas que evidenciavam uma diversidade de estratégias e contemplavam equívocos usualmente cometidos no cálculo de limites de funções de uma variável real, o que tornou esse momento uma prática de investigação (BURIASCO; FERREIRA; CIANI, 2009).

O fato de os alunos estarem habituados a trabalhar em grupo e realizar discussões promoveu algumas características associadas ao entendimento relacional, como poder vincular conceitos matemáticos, identificar a veracidade de uma resolução e analisar o seu erro. Conforme apontam Iannone, Czichowsky e Ruf (2020), a avaliação do entendimento relacional pode ser potencializada pela utilização da avaliação de desempenho oral, pois, no contexto oral, os alunos, além de relacionar conceitos, tinham maior possibilidade de produzir argumentos e transmitiam sua compreensão ao trabalhar de maneira dialógica, diferentemente de trabalhar apenas no contexto escrito. Apesar das demandas rotineiras do contexto real de ensino – por exemplo, turmas numerosas, currículo a se cumprir, atribuição de nota etc., como detalhado por Trevisan e Mendes (2018), assumimos que os estudantes não devem ser condicionados a realizar procedimentos carregados de memorização e repetição de técnicas, mas a refletir diante de um contexto proposto a partir de tarefas que se constituam como um problema a ser resolvido.

Acerca das potencialidades do instrumento, destaca-se sua característica em termos da comunicação dialógica, possibilitando que os estudantes raciocinassem e resinificassem conceitos, além de realizar correções "em tempo real" e ajustes na elaboração dos argumentos, sendo capazes de se envolver em um discurso científico (IANNONE; CZICHOWSKY; RUF, 2020). Como aponta Pedrochi Junior (2012, p. 50), deve-se, no contexto da avaliação, "criar oportunidades para os alunos desenvolverem, eles próprios, o conhecimento matemático [...] permite que evoluam (alunos e professor) para outros níveis de compreensão". Analisar a produção de outros estudantes possibilitou aos estudantes desta investigação reconstruir, explicar e criticar a sua própria resolução, explorando diversificadas formas de resolução e aprendendo Matemática de forma alternativa.

Por fim, algumas limitações na constituição do instrumento incluem a divisão na fala entre os integrantes e o tratamento "mecânico" dos critérios, o que se deve, em parte, a uma rotina de estudo com a qual estão habituados (TREVISAN; MENDES, 2018), trabalhando individualmente e privilegiando a mecanização a partir da realização de tarefas análogas, exteriorizando concepções equivocadas acerca de alguns conceitos matemáticos. Essas particularidades ficam evidentes na transcrição do grupo G9, em que os participantes apresentam ausência de análise mais aprofundada, conceitual. Outro fato é a dificuldade em expressar oralmente alguns aspectos de notação, usando uma linguagem mais "livre", informal, apresentando dificuldades em expor e argumentar suas ideias em grupo ou para toda a sala.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. Resolução nº 2, de 24 de abril de 2019. **Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia**, Brasília (Brasil), 26 abr. 2019. Edição 89. Seção 1, p. 43.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BOUD, D. Sustainable Assessment: Rethinking Assessment for the Learning Society. **Studies in Continuing Education,** v. 22, n. 2, p.51–167, 2000.

BOUD, D.; SOLER, R. Sustainable assessment revisited. **Assessment & Evaluation in Higher Education,** v. 41, n.3, p. 400-413, 2016.

BURIASCO, R. L. C.; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B. Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). **Bolema**. v. 22, n. 33, p. 69-96, 2009.

BURIASCO, R. L. C.; FERREIRA, P. E. A. PEDROCHI JUNIOR, O. Aspectos da avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação. **GEPEMA**: espaço e contexto de aprendizagem. Curitiba–PR: CRV, 2014, p. 13-31.

COUTO, A. F.; DA FONSECA, M. O. S.; TREVISAN, A. L. Aulas de Cálculo Diferencial e Integral organizadas a partir de episódios de resolução de tarefas: um convite à insubordinação criativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 4, p. 50-61, 2017.

CUEVAS, C. A.; MEJÍA, H. R. Un acercamiento alternativo al Cálculo Diferencial. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 18, p. 741-747, jun. 2005.

HADJI, C. **Avaliação, regras do jogo**: das intenções aos instrumentos. 4. ed. Portugal: Porto, 1994.

IANNONE, P.; SIMPSON, A. Students' views of oral performance assessment in mathematics: Straddling the 'assessment of' and 'assessment for' learning divide. **Assessment&Evaluation inHigher Education**, v. 40, n. 7, p. 971–987, 2015.

IANNONE, P.; CZICHOWSKY, C.; RUF, J. The impact of high stakes oral performance assessment on students' approaches to learning: a case study. **Educational Studies in Mathematics**, v. 103, p. 313–337, 2020.

LANNIN, J.; ELLIS, A. B.; ELLIOTT, R. **Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2011.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o raciocínio matemático dos alunos: Uma investigação baseada em design. **Bolema**, v. 32, n. 62, p. 781-801, 2018.

MENDES, M. T.; BURIASCO, R. L. C. A utilização da Prova em Fases como recurso de ensino em aulas de Cálculo. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 7, n. 14, 2018.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L.; ELIAS, H. R. A utilização de TDIC em tarefas de avaliação: uma possibilidade para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. **Debates em Educação**, vol. 10, n. 22, p. 140-163, 2018

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L. O relatório escrito em aulas de Cálculo Diferencial e Integral: a carta para a tia. **Revista BOEM**, v. 6, n. 12, p. 110-127, 2018.

MENDES, M. T.; MAGNONI, A.; GONÇALVES, W.; TREVISAN, A. Portfólio de aprendizagem: um instrumento para avaliação em aulas de Cálculo Diferencial e Integral. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 14, n. 2, p. 1-20, dez. 2019.

PAGANI, E. M. L.; ALLEVATO, Norma S. G. Ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. **Vidya**, v. 34, p. 61-74, 2014.

PEDROCHI JUNIOR, O. **Avaliação como oportunidade de aprendizagem em Matemática**. Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

PETERSON, E.; SIADAT, V. M. Combination of formative and summative assessment instruments in elementary algebra classes: A prescription for success. **Journal of Applied Research in the Community College,** v. 16, n. 2, p. 19-29, 2009.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.) **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27.

PONTE, J. P. Discussões coletivas no ensino aprendizagem em Matemática. In: GTI (Ed.). **A prática dos professores**: planificação e discussão coletiva na sala de aula. Lisboa: APM, 2017, p. 33-56.

RASMUSSEN, C.; MARRONGELLE, K.; BORBA, M. C. Research on calculus: what do we know and where do we need to go? **ZDM**, v. 46, n. 4, p. 507 - 515, 2014.

REZENDE, W. M. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. **Anais...** SIPEM, 2. Santos: SBEM, p. 1-20, 2003.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. **Bolema**, v. 12, n. 61, p. 398-418, 2018.

TREVISAN, A. L.; GOES, H. H. D. O método da exaustão e o cálculo de áreas: proposta de uma tarefa com auxílio do Geogebra. **Educação Matemática em Revista**, v. 52, p. 79-85, 2016.

TREVISAN, A. L.; GOES, H. H. D. Sugestão para sua aula: Integral definida na geometria: tarefas para o cálculo de volumes. **Boletim Gepem**, v. 71, p. 136-140, 2017.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo. **Educação Matemática em Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 353-373, 2017.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral pautados em episódios de resolução de tarefas: uma proposta de caracterização. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 1, p. 209-227, 2018.

Recebido em: 07 de julho de 2020
Aprovado em: 05 de outubro de 2020