

INVESTIGANDO O MODO QUE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA UTILIZAM O GEOPLANO DURANTE ATIVIDADES ENVOLVENDO AS CARACTERÍSTICAS DOS QUADRILÁTEROS

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.750-772>

Marcel Muniz Vilaça¹

Resumo: O presente trabalho, fruto de uma dissertação, analisou como estudantes de licenciatura em matemática utilizam o Geoplano para a resolução de atividades envolvendo as características dos quadriláteros. Essa observação, de cunho qualitativo, ocorreu durante a vivência de atividades propostas em uma oficina em que os licenciandos, reunidos em trios, deveriam responder questões que mobilizavam o conceito e critérios de classificação dos quadriláteros. Como aporte teórico que viabilizasse tal investigação foi utilizado elementos da Teoria da Instrumentação para possibilitar investigar a ação dos sujeitos (licenciandos) mediada por um artefato (Geoplano). Os resultados observados evidenciam lacunas conceituais apresentadas por alguns licenciandos ao conceituar e classificar os quadriláteros. Sobre a utilização do Geoplano, esse recurso didático mostrou-se inadequado para o tipo de atividade desenvolvida na pesquisa, uma vez que os licenciandos não consideraram suas características durante a realização das atividades propostas.

Palavras-chave: Quadriláteros. Geoplano. Licenciandos.

INVESTIGATING THE WAY THAT MATH GRADUATES USE THE GEOPLANE DURING ACTIVITIES INVOLVING THE CHARACTERISTICS OF QUADRILATERALS

Abstract: The present work, the result of a dissertation, analyzed how undergraduate students in mathematics use the Geoplano for solving activities involving the characteristics of quadrilaterals. This observation, of a qualitative nature, occurred during the experience of activities proposed in a workshop in which the undergraduates, gathered in trios, answered the questions that mobilize the concept and criteria for the classification of quadrilaterals. As a theoretical contribution to make such an investigation feasible, elements of Instrumentation Theory were used to make it possible to investigate an action of the subjects (graduates) mediated by an artifact (Geoboard). The observed results show conceptual gaps chosen by some graduates when conceptualizing and classifying the quadrilaterals. Regarding the use of the Geoplano, this didactic resource proved to be inadequate for the type of activity developed in the research since the undergraduate students did not consider its characteristics during the performance of the proposed activities.

Keywords: Quadrilaterals. Geoboard. Undergraduate Students.

Introdução

Faz parte do papel do professor ser curioso e procurar compreender situações até então desconhecidas para ele. Essa busca pode auxiliá-lo em sua prática docente e, talvez, a de outros colegas de trabalho e demais sujeitos envolvidos com o processo de ensino e de aprendizagem. Partindo desse pressuposto, este artigo é fruto de uma dissertação que buscou investigar como a utilização de um recurso didático conhecido por alguns professores de

¹ Doutorando em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC, UFPE. E-mail: marcel.vilaca@gmail.com – ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3914-1586>

matemática, o Geoplano², pode interferir na resolução de atividades envolvendo características³ dos quadriláteros.

Figura 1: Geoplano



Fonte: Acervo da pesquisa

Fruto de um trabalho de cunho qualitativo, este recorte discutiu e apresentou situações que mostram como estudantes de licenciatura em matemática utilizaram o Geoplano como recurso auxiliar durante a resolução de atividades vivenciadas ao longo de uma oficina ministrada pelo pesquisador e autor deste artigo. Para compreender a delimitação do tema e as escolhas desenvolvidas, algumas questões precisam ser abordadas, tais como: Por que investigar a utilização do Geoplano? Qual o motivo em trabalhar com os quadriláteros? O que justifica a escolha de licenciandos em matemática como sujeitos de investigação?

Um dos motivos relacionados com a escolha do Geoplano justifica-se pelo fato de que, em algumas situações, a utilização de um recurso didático⁴ é tratada como uma fórmula pronta para contornar as dificuldades vivenciadas em sala de aula, como algo que sempre irá resolver os problemas, independente do modo que seja utilizado. Selva (1998) aponta que muitos professores consideram que a utilização de materiais manipuláveis, por si só é garantia de uma melhoria no processo de ensino e aprendizagem durante as aulas de matemática. Eles acreditam que a utilizam de tais materiais garantem o engajamento dos estudantes e a superação de eventuais dificuldades durante as aulas.

O engajamento dos estudantes, aliás, é um fator bastante utilizado em pesquisas que

2 Embora existam vários tipos desse material, o Geoplano pode ser compreendido como uma tábua plana onde são dispostos pinos de modo equidistante para que seja possível abordar alguns conteúdos matemáticos.

³ Características dos quadriláteros, no ambiente desta pesquisa, refere-se à definição de quadrilátero (no âmbito da geometria plana) e dos critérios de classificação para esse tipo polígono.

⁴ O termo recurso didático será utilizado, no âmbito deste artigo, como sinônimo de material manipulável e também de materiais concretos. Ciente da diferença entre esses termos, não convém, nesse trabalho, destacar tais distinções, mas, sim, o que elas possuem em comum: a ideia de algo que possa ser utilizado para auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem.

abordaram a utilização do Geoplano (VIEIRA, 2010; FERREIRA, 2013; STREDA; CHAVES; MARCHEZAN, 2013). Esses trabalhos apresentam que a utilização do Geoplano incentivou os estudantes a participarem das atividades vivenciadas, contribuindo para a aprendizagem durante as aulas de matemática. Entretanto, essas obras não evidenciam quais características do Geoplano foram fundamentais para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem. Diante da falta de informações mais detalhadas, optou-se por realizar uma investigação com o intuito de melhor compreender os limites e potencialidades desse recurso que pode ser utilizado durante as aulas de matemática.

O Geoplano é um recurso que possibilita a criação de situações que podem auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem, mas para isso faz-se necessário a delimitação de um objeto matemático para se estudar. Nesse sentido, optou-se por trabalhar com os quadriláteros.

Esse tipo de polígono é um elemento estudado ao abordar conteúdos do campo da Geometria e pode ser observado em diversas ocasiões no cotidiano das pessoas, como por exemplo, ao reparar em objetos e formas que tenham suas características. A relevância social é uma característica importante no ensino da geometria. Sobre esse aspecto Lima e Carvalho (2010, p. 135) apresentam que “Uma das razões da importância da geometria é sua presença constante em nosso dia a dia. Já nos primeiros meses de vida, as crianças iniciam-se no aprendizado dos movimentos e no reconhecimento dos objetos do espaço em seu redor”.

Além da relevância social, outro fator relacionado a essa escolha justifica-se nos dados apresentados por pesquisas como (COSTA; CÂMARA DOS SANTOS, 2015; COSTA, 2016; BARBOSA, 2011) ao apresentarem que os indivíduos observados apresentam dificuldades na compreensão de conhecimentos geométrico, entre eles, sobre os quadriláteros. Ciente da importância no estudo da geometria e das dificuldades apresentadas ao se trabalhar com o conceito de quadriláteros, um novo questionamento surgiu: Como esse conceito será trabalhado pelos futuros professores?

A busca por resposta para a pergunta anterior, delimitou-se os sujeitos envolvidos na pesquisa. Acredita-se ser importante investigar como os estudantes de licenciatura atuam diante de atividades que explorem características dos quadriláteros, pois, futuramente, ao assumir uma sala de aula, eles serão os responsáveis por o ensino desse conceito em diferentes níveis da educação básica.

Outro fator que influenciou essa escolha são os resultados de algumas pesquisas (CRESCENTI, 2008; LORENZATO, 2012; CONCEIÇÃO; OLIVEIRA, 2014). Esses trabalhos relatam que professores de matemática apresentam dificuldades na compreensão de características dos quadriláteros e que esse fator pode ser um risco para o processo de ensino e

de aprendizagem desse conteúdo.

Portanto, com base no breve cenário apresentado é possível identificar a relevância em se investigar os limites e potencialidades de um recurso didático que pode ser utilizado para auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem de matemática. Desse modo, delimitando para o caso específico dos quadriláteros, a pesquisa objetivou investigar como o Geoplano foi utilizado por licenciandos em matemática durante a realização de atividades que exploravam o conceito e os critérios de classificação desse tipo de polígono.

Para viabilizar essa análise foram elaboradas algumas questões⁵ para serem vivenciadas durante uma oficina em que os licenciandos, reunidos em trios, deveriam responder algumas situações tendo o Geoplano como recurso didático para auxiliá-los durante essas atividades. Desse modo, adotando um caráter qualitativo, analisou-se como o Geoplano foi utilizado pelos participantes da pesquisa, como esse recurso foi explorado durante as atividades. Para embasar esse processo de observação foram adotados elementos preconizados na Teoria da Instrumentação (TI) com o intuito de melhor compreender como o recurso didático em questão foi manipulado pelos participantes da pesquisa, como o Geoplano contribui ou não para o tipo de atividade proposto neste trabalho.

Referencial Teórico

Este artigo baseou-se nos critérios de classificação dos quadriláteros apresentados por Lima e Carvalho (2014) e em elementos da Teoria da Instrumentação (TI), desenvolvida pelo pesquisador francês Rabardel (1995). Esta teoria baseada em elementos da psicologia visa promover pressupostos pertinentes que possibilitem investigar a ação do sujeito mediada por um instrumento. Por esse motivo alguns elementos dessa teoria serão adotados para auxiliar a análise do modo como os licenciandos utilizam o Geoplano.

Ao falar da TI é importante ressaltar a distinção entre as palavras “artefato” e “instrumento”. Embora possam parecer sinônimos, elas possuem significados distintos. O artefato diz respeito a um objeto que possui características próprias que não se modificam com o contexto no qual é utilizado. Já o instrumento pode ser entendido como uma “evolução” do artefato. Tem-se um instrumento quando se obtém, para um artefato, um ou mais esquemas para a sua utilização. O instrumento pode ser compreendido como resultado do artefato acrescido de esquema(s) de uso.

⁵ No âmbito desta pesquisa será discutido apenas os dados referentes a uma questão. Essa questão trabalhou com o conceito e os critérios de classificação dos quadriláteros.

Para exemplificar essa distinção vamos considerar uma régua. Esse objeto é um artefato que possui suas próprias características (variando de tamanho, espessura, cor, formato, etc.). A régua passa a ser entendida como um instrumento a partir do momento que um sujeito atribui uma funcionalidade para ela e desenvolve esquemas que o auxiliem durante o seu manuseio. Desse modo, a régua pode ser utilizada como um instrumento de medição, como um instrumento de corte, como um instrumento para marcar a página de um livro, etc.

Na abordagem instrumental, um artefato pode ser um meio material, como um martelo, uma enxada, ou um meio simbólico, como uma linguagem simbólica (linguagem algébrica, símbolos vetoriais etc.). O instrumento consiste do artefato acrescido de um ou vários esquemas de utilização desse artefato, esquemas esses construídos pelo sujeito (BITTAR, 2011, p. 160).

Essa distinção entre artefato e instrumento é abordada dentro da Teoria da Instrumentação por meio de dois processos: instrumentalização e instrumentação.

A instrumentalização ocorre quando o sujeito insere o artefato em sua prática na intenção de conhecer suas propriedades, sua interface e funcionalidades, desenvolvendo assim esquemas de uso. No entanto, quando o indivíduo atribui funções aos artefatos, os esquemas de ação de uso ou esquemas mentais evoluem, dando origem às novas formas de utilização do artefato, surge então o instrumento. Quando isto ocorre, tem-se o processo de instrumentação do sujeito que passa a integrar de fato o instrumento à sua prática (RABARDEL, 1995, p.93).

Em um primeiro momento pode-se chegar à conclusão de que os processos de instrumentalização e instrumentação não possuem relações entre si, que quando um se inicia o outro termina, mas não é assim. Esses dois processos, de fato, são complementares e, de certo modo, cíclicos. A fase de instrumentalização, no qual o sujeito insere o artefato para conhecer suas características e desenvolver esquemas de uso, ocorre tanto a priori, quanto a posteriori ao processo de instrumentação. Na medida em que se utiliza um instrumento, novas necessidades e barreiras dão origem ao desenvolvimento de novos esquemas de uso que vão sendo formulados quase que constantemente pelo sujeito.

Desse modo, utilizar princípios da TI proporcionará uma melhor compreensão de como o Geoplano pode ser utilizado em situações que explorem as características dos quadriláteros. Analisar como os licenciandos em matemática utilizam o Geoplano durante a realização das atividades vivenciadas na oficina à luz dessa teoria apresentará indícios para identificar quais potencialidades do recurso didático são consideradas e quais as influências dessas funcionalidades nas respostas apresentadas pelos participantes da pesquisa. Se é que o recurso irá influenciar, de fato, o processo de elaboração de uma resposta.

No que diz respeito à exploração da definição do que vem a ser considerado como um quadrilátero utilizamos as contribuições de Lima e Carvalho (2014) como embasamento. Para os autores, de forma prática é possível definir os quadriláteros como sendo um polígono de 4 lados desde que o público-alvo desta mensagem tenha conhecimento do que é um polígono.

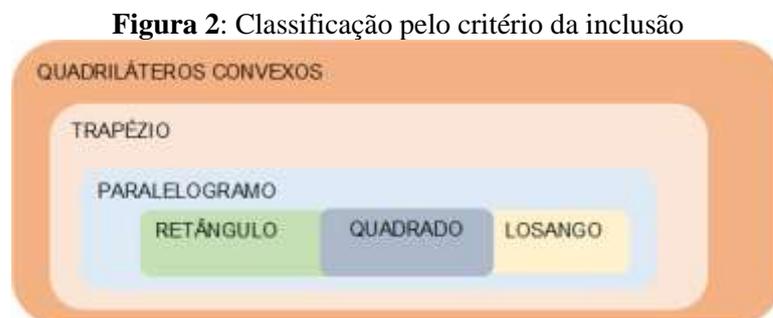
Outra definição correta possível, desta vez com maior rigor matemático, é apresentada por Vilaça (2018, p. 58-59)

[...] dados quatro pontos, onde 3 sejam não colineares, temos que ao ligar esses pontos com segmentos de reta formaremos um quadrilátero se, e somente se, o único ponto em comum aos segmentos sejam os vértices e que o ponto de partida para traçar os segmentos seja também o ponto de chegada (formando assim uma figura fechada).

O trabalho com essas definições de quadriláteros é importante para que seja estabelecido um conhecimento de referência ao analisar as atividades desenvolvidas ao longo da oficina visto que será abordado o conceito e a definição dos quadriláteros e, também, os critérios de classificação desse tipo específico de polígono. Sobre esses critérios, Lima e Carvalho (2014) apresentam que os quadriláteros podem ser classificados de duas formas distintas: uma abordagem que utiliza critérios de inclusão de quadriláteros e outra que não os utiliza. Utilizando os critérios de inclusão de classe, segundo esses autores, temos que os quadriláteros podem ser definidos como:

Quadrados – os lados são iguais entre si e os ângulos são retos;
Losangos – os lados são iguais entre si;
Retângulos – os quatro ângulos são retos;
Paralelogramos – os dois pares de lados opostos são paralelos entre si;
Trapézio – dois lados opostos são paralelos entre si (LIMA; CARVALHO, 2014, p. 118).

A imagem a seguir serve para auxiliar na compreensão dessa classificação.



Fonte: Acervo da pesquisa

Com base na categoria anterior pode-se dizer que todo quadrado é um losango, um retângulo, um paralelogramo e um trapézio. É possível concluir que todo paralelogramo é um

trapézio, mas que nem todo trapézio é um paralelogramo. Essa classificação permite que sejam encontradas interseções entre as famílias de paralelogramos a partir da inclusão de categorias com base em suas características.

Esses autores apresentam outro tipo de classificação (sem critérios de inclusão) e afirmam que essa é muito comum de ser adotada no ensino fundamental.

Quadrados – os lados são iguais entre si e os ângulos são retos;
 Losangos – os lados são iguais entre si e os ângulos não são retos;
 Retângulos – os ângulos são retos e há dois lados desiguais;
 Paralelogramos – dois pares de lados opostos são paralelos entre si;
 Trapézio – apenas dois lados opostos são paralelos entre si (LIMA;
 CARVALHO, 2014, p. 119)

A imagem a seguir serve para ilustrar essa definição:



Fonte: Acervo da pesquisa

De acordo com esta última classificação, um quadrado não é um retângulo e nem um losango; um retângulo é um paralelogramo, mas nem todo paralelogramo é um retângulo. Ambas as definições utilizadas para a classificação dos quadriláteros convexos são válidas, cabe ao professor decidir qual utilizar em sala de aula. Para Lima e Carvalho (2014, p.119) “[...] é indispensável manter a coerência interna, após fazer uma escolha, para não confundir o aluno”. Desse modo, no âmbito dessa pesquisa, serão admitidos ambos os critérios de classificação.

Procedimentos Metodológicos

Para investigar o modo que os estudantes de licenciatura utilizam o Geoplano durante a realização de atividades envolvendo as características dos quadriláteros, especificamente o seu conceito e os critérios de classificação, realizamos todo um planejamento para conceber e executar duas oficinas para vivenciar situações propícias para a coleta de dados. Entretanto, no âmbito deste artigo, discutiremos apenas elementos referentes à primeira oficina que

contou com a participação de 36 licenciandos em matemática que foram divididos em 12 trios.

A escolha por essa forma de organização dos licenciandos não foi ao acaso. Ao trabalhar em trios, cada participante do grupo desempenharia funções específicas durante o decorrer da atividade. Um participante (Observador) desempenha a função de registrar as atividades dos outros integrantes por meio de gravação em áudio e vídeo, sem causar interferência no modo como as atividades eram desenvolvidas. Já os outros dois participantes do grupo (executores), são responsáveis por realizar as atividades propostas e discutir sobre a melhor resposta para cada situação. Essa forma de organização das equipes em trios tem como objetivo ofertar a possibilidade de discussão para se chegar a uma resposta final para o grupo.

O fato de ter um integrante com a função de apenas registrar auxilia na obtenção das informações e no registro das mesmas. Caso contrário, seria bastante complicado conseguir registrar as interações ocorridas em cada equipe. Com isso, esse modo de organização para desenvolvimento das oficinas possibilitou uma maior riqueza na obtenção de dados que subsidiaram nossa análise.

Após a definição e divisão dos trios foram entregues um Geoplano e três questões para cada equipe responder. Com um tempo pré-definido para a duração da oficina, foi estabelecido um prazo de aproximadamente 30 minutos para a resolução de cada questão. Nesse período cada trio deveria discutir, elaborar, escrever e utilizar o Geoplano para exemplificar e justificar a resposta do trio.

Importante ressaltar que por motivos éticos e visando preservar a identidade dos participantes da pesquisa, os trios foram enumerados de 1 a 12 e nomeados como: G1, G2, G3..., G12. Já no caso dos sujeitos, utilizou-se executor 1, executor 2 e observador juntamente com a indicação do trio ao qual fazem parte. Ressalta-se que essa numeração é de conhecimento restrito ao pesquisador.

Desse modo, adotando um caráter qualitativo, o presente trabalho buscou observar o modo que os licenciandos utilizavam o Geoplano a partir das gravações realizadas pelos observadores de cada trio e, também, do registro realizado pelo pesquisador em alguns momentos. Com isso, em posse dos vídeos e dos protocolos com as respostas escritas de cada equipe deu-se início a organização e análise dos dados a partir de critérios pré-estabelecidos durante a fase de elaboração das atividades vivenciadas na oficina.

A seguir, antes de apresentar e discutir as respostas obtidas com a realização da oficina, é apresentada a primeira questão referente à definição de quadrilátero e de como esse tipo de polígono pode ser definido. Também é feita uma breve análise da questão juntamente

com algumas hipóteses para possíveis respostas.

1 – O que é um quadrilátero? Como podemos classificá-lo? Utilize o Geoplano para construir figuras que auxiliem exemplificação da sua definição.

Para essa questão era esperado que a maioria dos licenciandos apresentassem que um quadrilátero é um polígono de 4 lados e que a sua classificação seria feita considerando os quadriláteros notáveis⁶. Isso devido à grande ênfase que esse tipo de quadriláteros recebe durante toda a educação básica.

No que diz respeito à utilização do Geoplano, esperávamos que, ao manipulá-lo, os licenciandos poderiam considerar as suas características de modo a facilitar a exemplificação de figuras que ilustrassem as respostas apresentadas por sua equipe. Acreditávamos que o recurso didático poderia facilitar a construção de diferentes exemplos de modo a facilitar a compreensão dos critérios considerados durante a classificação dessa família de figuras.

Análise e discussão dos dados: conceito e critérios de classificação quadriláteros

Visando facilitar a discussão das respostas obtidas a partir da aplicação do instrumento de coleta de dados, dividimos a questão em duas partes: uma voltada para a definição dos quadriláteros e outra para os seus critérios de classificação. Em ambas as partes, foram criadas categorias que permitiram organizar os dados coletados e ter uma melhor compreensão de como os estudantes de licenciatura em matemática se relacionam com características do objeto matemático em questão: o quadrilátero. Para a definição de quadriláteros foram criadas duas categorias:

- Adequada: definição correta sobre os quadriláteros.
- Inadequada: como o próprio nome sugere, respostas que não são pertinentes para se referirem aos quadriláteros.

Diferente do que havia sido suposto inicialmente, houve uma grande incidência de respostas consideradas inadequadas para a definição dos quadriláteros. Apenas 25% dos licenciandos (3 grupos) apresentaram uma resposta considerada adequada para a definição do conceito de quadrilátero.

Para melhor compreender essas informações o quadro a seguir apresenta uma síntese

⁶Os quadriláteros notáveis referem-se ao quadrado, losango, retângulo, paralelogramo e trapézio.

que relaciona a categoria de resposta elaborada por cada grupo.

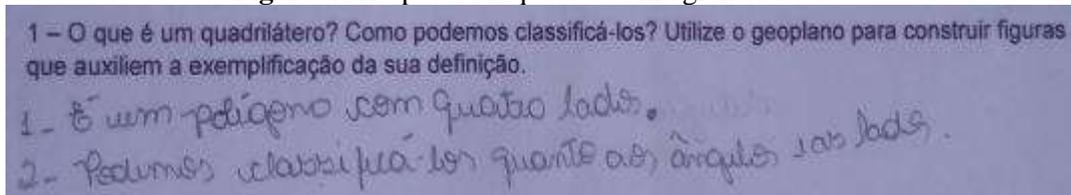
Quadro 1: Síntese das respostas apresentadas na definição dos quadriláteros

Adequada	Inadequada
G5, G7, G10	G1, G2, G3, G4, G6, G8, G9, G11 e G12

Fonte: Acervo da pesquisa

Todos os três grupos que apresentaram respostas adequadas definiram os quadriláteros como sendo polígonos de 4 lados. Como já discutido anteriormente nesta pesquisa, o fato de considerar como sendo um polígono já admite que a figura é fechada e constituída apenas por segmentos de reta. A seguir, uma exemplificação desse tipo de resposta.

Figura 4: Resposta adequada dos integrantes do G7

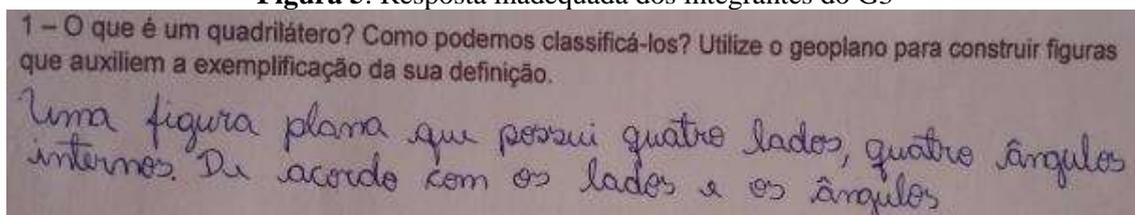


Fonte: Acervo da pesquisa

Essa resposta evidencia que, ao trabalhar com a definição dos quadriláteros, não é necessário apresentar várias regras e condições para a existência desse tipo de polígono. Entretanto, surpreendentemente, a maioria das respostas não acompanhou esse tipo de raciocínio.

De modo geral, as respostas consideradas inadequadas seguem um mesmo padrão: a ausência da delimitação da necessidade de a figura ser fechada e construída apenas com segmentos de reta. Algumas respostas apresentam, além dessa característica já citada, a existência de 4 ângulos que, em sua maioria, quando explicitado, refere-se apenas aos ângulos internos. Os ângulos externos não foram citados em nenhum momento.

Figura 5: Resposta inadequada dos integrantes do G3



Fonte: Acervo da pesquisa

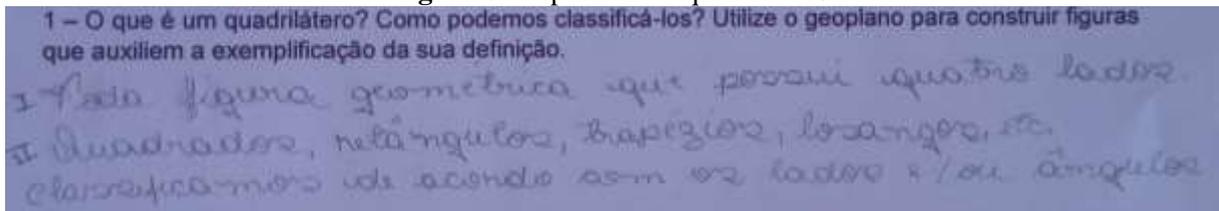
No extrato anterior, temos que os integrantes do grupo definiram o quadrilátero como sendo uma figura de 4 lados, mas não delimitam a necessidade de ser uma figura fechada. A

resposta ainda afirma que esses polígonos apresentam 4 ângulos internos que, mesmo desconsiderando os externos, demonstra uma certa compreensão sobre essas figuras.

Semelhante à resposta anterior, os grupos G1, G2, G4, G8 e G11 citaram apenas a característica de ser uma figura com 4 lados e 4 ângulos internos. Entretanto, outras respostas inadequadas como a do G6, G9 e G12 apresentam pequenas variações.

As respostas apresentadas pelo G6 e G9 não citam a presença dos ângulos e focam apenas na condição de ser uma figura de 4 lados.

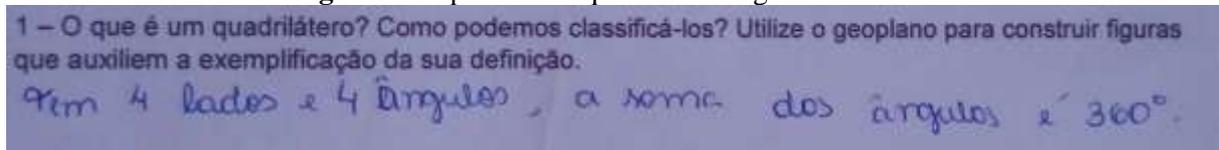
Figura 6: resposta inadequada do G9



Fonte: Acervo da pesquisa

Em outro caso, na resposta apresentada por integrantes do G12, foi possível ver que os quadriláteros não foram considerados como uma figura.

Figura 7: resposta inadequada dos integrantes do G12



Fonte: Acervo da pesquisa

Os licenciandos não se atentaram ao fato de ser um polígono ou uma figura e já consideraram como apresentando 4 lados e 4 ângulos. Essa foi a resposta que mais se diferenciou das demais categorizadas como inadequadas, pois foi a única a considerar o somatório dos ângulos do quadrilátero como sendo 360° . Contudo, faltou delimitar o foco para ângulos internos, externos ou ambos. Uma vez que, no caso dos quadriláteros, o somatório dos ângulos internos e externos é congruente.

Desse modo, com base nas respostas anteriormente apresentadas sobre as definições apresentadas pelos 12 grupos para os quadriláteros, é possível considerar certa fragilidade na compreensão das características dessas figuras. Essa lacuna no que diz respeito à compreensão de como definir os quadriláteros poderá ser prejudicial quando estes licenciandos estiverem abordando esse conceito na educação básica, se é que já não atuem.

A ausência de especificar a necessidade de ser uma figura fechada mostrou-se ser potencialmente prejudicial não apenas para se trabalhar o conceito de quadriláteros, mas

também os demais polígonos. É preciso estar atento a esses detalhes para que essas confusões e lacunas não sejam repassadas para os estudantes durante as aulas de matemática.

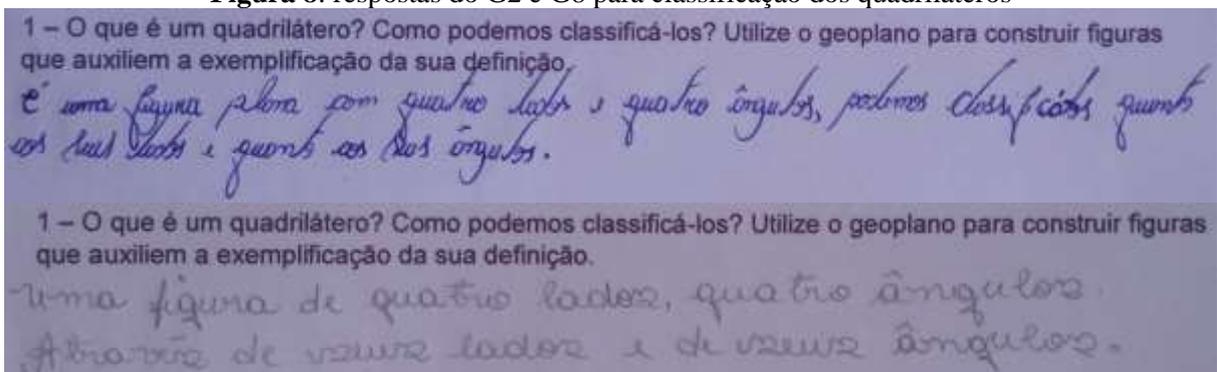
Na outra parte da questão 1, no que diz respeito como os quadriláteros podem ser classificados, é possível ver um aumento no quantitativo de respostas consideradas adequadas. Para essa análise foram criadas 3 categorias. Veja, a seguir, o que cada uma indica.

- Critérios adequados: respostas que consideraram que essa classificação é realizada ao analisar os seus lados e ângulos.
- Visão limitada: respostas que consideraram apenas os quadriláteros notáveis.
- Ausência de resposta: o nome da categoria é autoexplicativo.

Nessa nova situação, ainda na questão 1, foi considerado não haver resposta inadequada devido ao fato de que, exceto o grupo que não apresentou uma solução para essa parte, todos os demais consideraram situações que podem ser utilizadas para classificação dos quadriláteros. Acontece que, em alguns casos, essas situações apresentam uma visão limitada ao se restringir apenas aos quadriláteros notáveis.

Desta vez, o maior percentual de respostas foi categorizado com adequado (58% do total). Enquanto isso, as respostas consideradas inadequadas tenham representado, aproximadamente, 33%. Ficando o restante para a categoria de ausência de respostas. Todas as respostas adequadas, exceto a elaborada pelo G10, apresentaram que os quadriláteros podem ser classificados ao considerar os seus lados e ângulos.

Figura 8: respostas do G2 e G8 para classificação dos quadriláteros



Fonte: Acervo da pesquisa

Já o G10 fugiu um pouco a essa característica e apresentou outra possibilidade ao citar que os quadriláteros podem ser classificados em polígonos regulares e irregulares.

Figura 9: Resposta do G10 para classificação dos quadriláteros

1 – O que é um quadrilátero? Como podemos classificá-los? Utilize o geoplano para construir figuras que auxiliem a exemplificação da sua definição.

São polígonos que possuem 4 lados, eles podem ser regulares e irregulares.

Fonte: Acervo da pesquisa

Mesmo não tendo explicitado os lados e os ângulos, ao apresentar a variação entre irregulares e regulares, subentende-se que esses aspectos citados anteriormente são determinantes para essa classificação.

No que tange as respostas categorizadas como “visão limitada”, como esperado inicialmente, alguns grupos (G4, G6 e G11) restringiram-se a considerar apenas os quadriláteros notáveis ao elencar os critérios de classificação. Esses grupos apresentaram que esses polígonos podem ser classificados em: “quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos e trapézios”.

De fato, os quadriláteros apresentam essa classificação, embora não sejam resumidos a ela. Por esse motivo, diferente da análise da primeira parte da questão, essa resposta não foi considerada inadequada. Considera-se apenas que apresenta uma visão limitada que não possibilita a classificação de todos os tipos de quadriláteros e, por esse motivo, deve ser evitada.

Embora também tenha sido categorizada como visão limitada, a resposta do G5 apresenta alguns detalhes importantes.

Figura 10: resposta com visão limitada dos integrantes do G5

1 – O que é um quadrilátero? Como podemos classificá-los? Utilize o geoplano para construir figuras que auxiliem a exemplificação da sua definição.

É um polígono de 4 lados, podemos classificá-los em trapézios e paralelogramos. Os trapézios possuem um par de lados paralelos, enquanto os paralelogramos possuem 2 pares de lados paralelos.

Fonte: Acervo da pesquisa

Essa resposta evidencia que os integrantes da equipe compreendem características dos quadriláteros ao fazer uma divisão em dois grandes grupos: trapézios e paralelogramos. No extrato acima, inclusive, é possível ver que além dessa divisão, também são apresentadas as características desses dois grupos.

Porém são desconsiderados os quadriláteros que não pertencem a essas duas categorias, como, por exemplo, os trapezoides. Por esse motivo, mesmo tendo elencado características pertinentes sobre os trapézios e paralelogramos, essa resposta não foi

considerada como adequada.

O quadro a seguir apresenta um resumo das respostas apresentadas para essa segunda parte da primeira questão vivenciada na oficina com os licenciandos em matemática.

Quadro 2: Síntese das respostas apresentadas para os critérios de classificação dos quadriláteros

Crítérios de Classificação		
Crítérios Adequados	Visão Limitada	Ausência de Resposta
G1, G2, G3, G7, G8, G9, G10	G4, G5, G6, G11	G12

Fonte: Acervo da pesquisa

Ao comparar as respostas da primeira e segunda parte verifica-se maior clareza no que diz respeito aos critérios de classificação adotados para os quadriláteros em detrimento do próprio conceito desse tipo de polígono.

Análise e discussão dos dados: utilização do Geoplano durante a resolução das atividades

Até esta parte do artigo foram apresentadas apenas situações relacionadas à compreensão do conceito e dos critérios de classificação adotados para os quadriláteros cujas análises ocorreram a partir da leitura dos protocolos escritos por cada equipe. Além desses dados, os observadores de cada equipe realizaram gravações audiovisuais que possibilitaram identificar e analisar o modo como o Geoplano foi utilizado durante a resolução da atividade. Por meio dessas gravações também foi possível registrar o diálogo entre os executores para chegar a um consenso sobre qual seria a resposta apresentada pelo trio.

A análise desses vídeos possibilitou investigar os esquemas de uso mobilizados pelos licenciandos à medida que o Geoplano estava sendo manipulado para a construção das diferentes figuras utilizadas para ilustrar as respostas dos seus respectivos grupos. As gravações também possibilitaram identificar confusões e dificuldades a respeito das propriedades dos quadriláteros, principalmente sobre o losango, que não foram identificadas durante a análise dos protocolos de cada grupo.

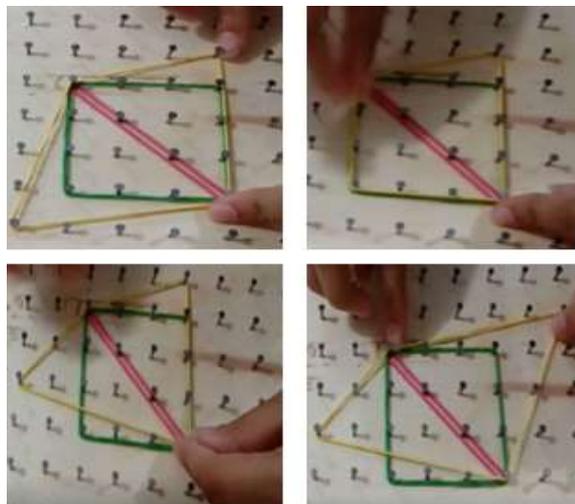
É importante destacar que ao utilizarmos o termo “esquemas” tendo como base a Teoria da Instrumentação, estamos pensando no modo como o sujeito age sobre alguma coisa, de como ele utiliza algum artefato para a realização de uma atividade. Por se tratar de um processo dinâmico com possibilidades de transformações sempre que o sujeito estiver diante do artefato, essas mudanças são fundamentais para que seja possível definir e diferenciar o artefato do instrumento (RABARDEL, 1995).

Durante o registro dessas interações entre os licenciandos e o Geoplano, por questões técnicas, dois grupos: G6 e G12 não conseguiram fazer o registro das atividades desenvolvidas em sua equipe e, por esse motivo, não serão inclusos nessa parte da análise. Uma das equipes esqueceu-se de dar play no início para gravar a interação da equipe e a outra enfrentou problemas com o armazenamento do vídeo e, por descuido de um integrante do trio, o arquivo foi deletado.

Reforçando uma das hipóteses prévias durante a fase de elaboração do questionário, a forte influência dos quadriláteros notáveis durante a educação básica influenciou nos exemplos de quadriláteros criados pelos integrantes de cada trio. Do total de dez equipes que realizaram a filmagem das atividades, apenas três criaram quadriláteros não notáveis em seus exemplos, todas as demais resumiam-se, na maioria dos exemplos, a construir quadrados, retângulos, paralelogramos e trapézios.

Ao analisar os esquemas mobilizados pelos estudantes de licenciatura durante o manuseio do Geoplano para exemplificar as respostas elaboradas pela equipe foi possível observar que, para o tipo de atividade proposto, como já previsto durante a fase de planejamento das atividades da oficina, o Geoplano aparenta não ocasionar mudanças relevantes na forma como os licenciandos respondem as atividades. Sobre esse manuseio, inclusive, em alguns casos, fica evidente que as características do Geoplano são desconsideradas enquanto os licenciandos utilizam os elásticos para construir exemplos de diferentes quadriláteros. Essa constatação ocorreu porque em diferentes momentos, são criadas figuras que poderiam ser utilizadas como exemplos para esse tipo de polígono, mas que não são consideradas pelos executores. A sequência de imagens a seguir ilustra essa situação.

Figura 11: Construção de um quadrilátero pelo G4



Fonte: Acervo da pesquisa

A sequência de imagens anterior mostra que os licenciandos constroem diferentes quadriláteros, mas os desconsideram. Na tentativa de construir um losango, eles ignoram os quadriláteros que vão sendo construídos a cada movimento dos elásticos no Geoplano. Esse tipo de situação evidencia um processo de instrumentalização do Geoplano à medida que são apresentados indícios que realçam um desconhecimento de que um simples movimento em um dos elásticos já é suficiente para que seja criada uma nova figura que pode dar origem a novo quadrilátero ou outro tipo de polígono. Da forma como está sendo construído, parece que apenas os quadriláteros notáveis podem ser utilizados como exemplos. E até essa constatação ainda é cercada por dúvidas, pois um trapézio também foi montado, mas não considerado como exemplo pelos executores do G4.

Outra situação que ficou bastante evidente com a filmagem das atividades foi a dificuldade apresentada pelos licenciandos no que diz respeito à compreensão do losango. Apenas 4 grupos se dispuseram a construir losangos em suas respostas. Desses, apenas 1 grupo conseguiu construir e nomear de forma adequada essa figura. A seguir, veja a construção equivocada do G4.

Figura 12: Construção equivocada de um losango



Fonte: Acervo da pesquisa

Ao observar a imagem acima é possível perceber que a figura construída não é losango, mas um trapézio. A confusão realizada pelo grupo durante a nomeação dessa figura se deve ao fato de uma não compreensão das características dos quadriláteros. Com isso, o principal fator utilizado para a classificação das figuras é o aspecto visual e, de modo equivocado, chega-se à conclusão de que a imagem anterior representa um losango.

Outro aspecto em relação aos esquemas mobilizados pelos estudantes executores durante a realização da atividade pode ser identificado na imagem anterior (figura 11). Aparentemente o licenciando ainda não assimilou as características do Geoplano (disposição

de pregos equidistantes em linhas e colunas), ele ainda está desenvolvendo esquemas que o auxiliem em suas construções. Ele está se instrumentalizando, segundo a TI. Essa evidência reforça a necessidade de que seria necessário mais tempo para que esses sujeitos pudessem desenvolver esquemas que possibilitassem construir quadriláteros de forma adequada ao considerar as características do Geoplano durante o seu manuseio.

A confusão na construção do losango apresentado na figura 11, além de levar em consideração o aspecto visual, não considera o ângulo formado pela junção dos segmentos. Melhor especificando nas construções com o Geoplano, o ângulo formado nos pregos em que o elástico faz a volta (nos pregos que delimitam o vértice do quadrilátero). Compreender essa característica teria sido fundamental para identificar a confusão durante a elaboração do polígono supracitado.

A seguir, uma imagem apresenta que uma equipe que conseguiu não apenas construir corretamente um losango, mas também conseguiu explicitar algumas de suas características.

Figura 13: Construção de um losango pelo G8



Fonte: Acervo da pesquisa

Se apenas fosse uma atividade de desenho das figuras, provavelmente essa característica captada por meio da gravação audiovisual teria passado despercebida. Além de construir corretamente a figura, os executores da equipe apresentam que os seus lados opostos são paralelos e que os ângulos não adjacentes são congruentes. Essa construção só foi possível porque os integrantes da equipe desenvolveram esquemas adequados, ao considerar as características dos quadriláteros, em suas construções. Segundo Bittar (2011, p. 161), “à medida que o sujeito continua a manipular o instrumento, vai construindo novos esquemas que vão transformando o instrumento”. Por esse motivo, mesmo sem utilizar um transferidor que pudesse informar a medida dos ângulos do polígono construído, os licenciandos compreendem o modo como os pregos estão distribuídos no Geoplano e constroem adequadamente um losango. Para esses integrantes, podemos dizer que o Geoplano configura-

se como um instrumento que possibilita a construção de figuras geométricas planas.

Ainda sobre a construção dos losangos, evidenciou-se que a principal confusão sobre essas figuras está relacionada com o quadrado. Veja a seguir.

Figura 14: Nomeação equivocada de um losango



Fonte: Acervo da pesquisa

Como pode ser observado na imagem anterior, a figura construída foi um quadrado. Entretanto, devido à posição de onde o executor da atividade está, esse quadrado ficou apresentado do mesmo modo que os losangos são explicitados na maioria dos livros didáticos, em sua posição prototípica. Desse modo, devido ao fato do lado do quadrado não estar paralelo a uma das bordas do Geoplano, os executores do grupo concluem, equivocadamente, que essa figura é um losango.

Sobre os esquemas observados nessa construção, é possível identificar que os licenciandos consideram os espaços entre os pregos para garantir que a figura apresente lados congruentes. Contudo, eles não consideram os ângulos formados pelos elásticos e, desse modo, desconsideram o fato de que a figura criada tenha sido um quadrado. Essas ações mostram elementos de um processo de instrumentalização e, também, instrumentação.

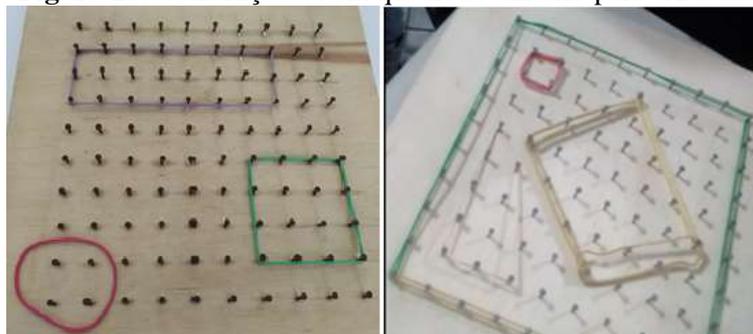
Delimitando o foco de análise das construções apresentadas pelos licenciandos com os pressupostos da Teoria da Instrumentação é possível observar alguns aspectos importantes para serem discutidos. Essa observação da ação do sujeito mediada por um artefato é abordada como o processo de gênese instrumental (RABARDEL, 1995). Essa etapa não é algo simples, não é algo que ocorre de forma rápida. É preciso de um tempo para que os sujeitos observados possam amadurecer suas ideias e desenvolver esquemas de uso para os artefatos utilizados durante suas atividades. Desse modo, o presente artigo não se propôs a investigar todo o processo devido ao tempo disponível para realização da oficina. Logo, foi necessário focar em analisar os indícios de esquemas mobilizados durante o desenvolvimento das atividades vivenciadas com os licenciandos ao longo da oficina.

No que diz respeito à distinção entre artefato e instrumento (um dos aspectos da TI),

para nossa surpresa, nenhum dos licenciandos participantes da oficina conhecia o Geoplano. Logo, o recurso didático pode ser categorizado como um artefato para todos os sujeitos envolvidos. Como os estudantes não conheciam o objeto em questão, eles não possuíam esquemas de uso que o auxiliassem no manuseio do Geoplano durante as atividades. Esse fator foi interessante por permitiu realizar um registro de como os futuros professores de matemática iriam explorar as características deste artefato para desenvolver esquemas de uso que o auxiliassem durante a oficina.

Nessa distinção entre artefato e instrumento, Bittar (2011, p. 160) apresenta que “cada sujeito constrói seus próprios esquemas de utilização, portanto, seu próprio instrumento, que é diferente do instrumento do ‘outro’”. Um dos exemplos dessa situação pode ser observado na imagem a seguir G2 (à esquerda) e G3 (à direita).

Figura 15: Construção de um quadrado unitário pelo G2 e G3



Fonte: Acervo da pesquisa

Na imagem anterior temos a tentativa de construção de um quadrado unitário (quadrado que corresponderia ao menor quadrado possível de ser construído no Geoplano). Enquanto que os integrantes do G2 deixaram o elástico daquele jeito e, em tom de brincadeira, falaram que seriam o seu quadrado. Os executores do G3 chegaram à mesma impossibilidade de construção, mas diante dessa situação desenvolvem um esquema de uso diferente para o elástico no Geoplano. Ao esticar o elástico e girar uma de suas extremidades em 180° , eles aumentam a tensão sobre o elástico conseguem o utilizar para construir um quadrado que não era possível anteriormente. Percebe-se que nesse caso os elásticos e os Geoplano ofertadas para ambas as equipes são do mesmo modelo. Têm-se os mesmos artefatos para ambas as equipes. A diferença está nos esquemas mobilizados por um grupo para a construção de uma figura com dimensões reduzidas. Desse modo, devido aos diferentes esquemas mobilizados, o instrumento Geoplano do G3 difere-se do instrumento Geoplano do G2. Esse exemplo corrobora com o que foi preconizado por Bittar (2011, p. 161) ao falar sobre as características do instrumento. Segundo a autora “um mesmo artefato dá origem a

diferentes instrumentos construídos por diferentes sujeitos”.

Embora pareça um recurso didático bastante simples e de fácil manipulação, a vivência dessa atividade mostrou que é preciso considerar as características do Geoplano para que seja possível construir e classificar adequadamente diferentes tipos de quadriláteros. É necessário identificar o modo como os pregos estão pré-dispostos e como essa forma de organização afetará a construção dos polígonos. Arelado a esse aspecto é preciso considerar os ângulos formados durante as construções juntamente com as noções de retas paralelas e concorrentes. O simples encaixe dos elásticos entre os pregos do Geoplano não são suficientes para garantir a adequação das figuras construídas. É preciso considerar o modo como esse encaixe foi realizado.

As equipes que se atentaram aos fatos expostos no parágrafo anterior conseguiram mobilizar esquemas de uso para o Geoplano e construir, de forma adequada, diferentes exemplos para os quadriláteros. Nesses casos, tivemos que o Geoplano configurou-se como um instrumento. Essas situações ocorreram em uma menor frequência quando comparado com os grupos que não conseguiram mobilizar esquemas adequados para construir as figuras no artefato em questão.

Essa atividade vivenciada com os licenciandos contribuiu para corroborar com algumas das hipóteses iniciais previstas durante a fase de planejamento e estruturação da atividade. Houve também algumas surpresas, como o caso da dificuldade apresentadas por diferentes equipes para a construção de losangos, que contribuíram para elucidar questões pertinentes à compreensão dos quadriláteros e ao modo como o Geoplano é utilizado para construir essa variação de polígono.

Considerações

O presente trabalho, fruto de uma dissertação de mestrado, teve como objetivo analisar o modo que estudantes de licenciatura utilizavam o Geoplano para responder uma questão referente ao conceito e critérios de classificação dos quadriláteros. Os dados observados corroboram com resultados obtidos em outras pesquisas apresentadas ao longo do trabalho sobre as dificuldades acerca da compreensão das características dos quadriláteros.

A falta de rigor ao responder o que é um quadrilátero juntamente com a predominância do aspecto visual para a classificação desse tipo de polígono ressalta a necessidade em discutir esses aspectos, com mais ênfase, durante o processo de formação de professores. Os erros cometidos durante algumas construções e a falta de justificativas que apresentem as

propriedades dos quadriláteros reforçam a existência de lacunas conceituais sobre esse tema por parte de sujeitos que futuramente, se já não estiverem inseridos em sala de aula, serão responsáveis por ensinar matemática na educação básica.

A análise das respostas dos licenciandos a partir dos pressupostos da Teoria da Instrumentação colaborou para relacionar que o fato de não considerar as características do Geoplano, durante as construções dos quadriláteros, estava associada às respostas erradas elaboradas pelas diferentes equipes. Alguns grupos aparentaram não compreender que a disposição dos pregos do Geoplano em linhas e colunas perpendiculares e equidistantes entre si garantiam que certas figuras apresentassem lados opostos paralelos. Nesses casos o processo de instrumentalização fica evidente.

Diante dos resultados apresentados por diferentes grupos parecem “ignorar” as características do Geoplano durante a construção de suas figuras constatou-se que a utilização deste artefato não é adequada para atividades que solicitem a construção de figuras de modo ilustrativo, apenas para representar construções que são facilmente construídas sem o Geoplano.

Além de demonstrar um processo de instrumentalização do Geoplano, o fato de não considerar as potencialidades deste artefato também traz indícios sobre a não compreensão de noções básicas da geometria que são importantes para que haja uma melhor compreensão durante o processo de ensino e de aprendizagem dos quadriláteros. Por outro lado, em poucas construções de alguns grupos, foi possível observar indícios de um processo de instrumentação à medida que as características do Geoplano foram consideradas para a construção de alguns quadriláteros e a explanação de suas propriedades.

Não cabe aqui o discurso de “culpar” os licenciandos sobre as fragilidades apresentadas no que diz respeito à definição dos quadriláteros e aos critérios adotados em sua classificação. Também não é plausível apontar os cursos de licenciatura como os únicos responsáveis por esse resultado indesejado.

Os problemas apresentados na compreensão das características dos quadriláteros, principalmente ao trabalhar com o losango, assim como ênfase exacerbada nos quadriláteros notáveis, servem para reforçar a necessidade em se repensar como está sendo realizado o processo de ensino e de aprendizagem desses polígonos não apenas no nível superior, mas também durante toda a educação básica. Essa necessidade é reforçada ao se deparar com resultados de pesquisas que demonstram que mesmo indivíduos que passaram por todas as etapas da educação básica e, também, do ensino superior, apresentem dificuldades no que diz respeito à compreensão das características dos quadriláteros.

Referências

- BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento:** um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.
- BITTAR, M. A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. **Educar em Revista**, Curitiba: Editora UFPR. 2011, p. 157-171.
- CONCEIÇÃO, D. A.; Oliveira, K. P. **Uma análise do nível do conhecimento geométrico dos professores de matemática das escolas estaduais do município de São Vicente Ferrer** (Monografia de graduação), Universidade de Pernambuco, Nazaré da Mata, 2014.
- COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M. Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo o conceito de quadriláteros. **Anais... XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática**. Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, 2015.
- COSTA, André Pereira da. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º do ensino fundamental:** um estudo sob a luz da teoria vanhieliana (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.
- CRESCENTI, E. P. A formação inicial do professor de matemática: aprendizagem da geometria atuação docente. **Práxis Educativa**. Ponta Grossa, PR, v.3, n.1, p. 81-94, jan.-jun. 2008.
- FERREIRA, P. S. M. **O uso do Geoplano Digital em sala de aula como proposta para cálculo de áreas dos Quadriláteros**. Seropédica, RJ. 53 p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2013.
- LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. Geometria. *In*: João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho. (Org.). **Matemática: Ensino Fundamental (Série Explorando o ensino)**. Brasília: Ministério da Educação: Secretaria da Educação. Básica, 2010, v. 17, p. 135-166.
- LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. A Geometria escolar hoje: conversas com o professor que ensina matemática. *In*: Maria Célia Leme da Silva e Wagner Rodrigues Valente (orgs.). **A geometria nos primeiros anos escolares: história e perspectivas atuais**. Campinas, SP: Papyrus, 2014.
- LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). (Coleção Formação de Professores) – 3. Ed. – Campinas, São Paulo, 2012.
- RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.
- SELVA, A. C. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão.

In: SCHLIEMANN, Ana Lúcia e CARRAHER, David. **A compreensão de conceitos Aritméticos**. Editora Papyrus, 1998.

STREDA, J. D.; CHAVES, R. A.; MARCHEZAN, A. Uso do Geoplano na concretização do aprendizado. **Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, Paraná, Brasil, 2013.

VIEIRA, C. R. **Reinventando a geometria no ensino médio: uma abordagem** envolvendo materiais concretos, *softwares* de geometria dinâmica e a Teoria de Van Hiele. 2010. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

VILAÇA, M. M. **Investigando o processo de gênese instrumental de licenciandos em matemática ao utilizarem o Geoplano durante a realização de atividades sobre quadriláteros**. 2018. 146f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco: Recife, 2018.

Recebido em: 06 de junho de 2020
Aprovado em: 17 de agosto de 2020