

## A LEITURA DE IMAGENS DO TRATADO *MATHESIS BICEPS: VETUS ET NOVA* NA ARTICULAÇÃO ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ENSINO

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.18.360-375>

Marisa Raquel de Melo Pereira<sup>1</sup>  
Lucieli M. Trivizoli<sup>2</sup>

**Resumo:** O presente estudo apresenta alguns resultados de nossa pesquisa de mestrado em que apresentamos uma proposta didática buscando a articulação entre História da Matemática e ensino por meio da leitura de imagens presentes no tratado *Mathesis Biceps: Vetus et Nova* (1670) de Juan Caramuel y Lobkowitz (1606 – 1682). A partir do estudo dos contextos de produção do referido tratado, da busca de informações sobre seu autor e pautados na didática da pedagogia histórico-crítica elencamos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental que podem ser explicados tendo como ponto de partida a leitura das imagens escolhidas. Para esse texto, apresentamos nossas ideias para a proposta de trabalho dos conteúdos de Proporcionalidade e Semelhança, com ênfase na Semelhança de Triângulos.

**Palavras-chave:** Leitura de imagens. História na Educação Matemática. Semelhança de Triângulos.

### THE IMAGE READING OF THE TREATISE *MATHESIS BICEPS: VETUS ET NOVA* IN ARTICULATION BETWEEN HISTORY OF MATHEMATICS AND TEACHING

**Abstract:** The present paper presents some results of our master's research in which we presented a didactical proposal seeking the articulation between teaching and History of Mathematics by reading images present in the treatise *Mathesis Biceps: Vetus et Nova* (1670) by Juan Caramuel and Lobkowitz (1606 - 1682). From the study of the production contexts of this treatise, the search for information about its author and based on the didactics of historical-critical pedagogy, we listed contents of Elementary School Mathematics that can be explained by taking the chosen images as a starting point. For this text, we present our ideas for working the Proportionality and Similarity contents, with emphasis on Triangle Similarity.

**Keywords:** Image Reading. History on Mathematics Education. Triangle Similarity.

#### Introdução

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa de mestrado que buscou expor uma proposta didática incorporando História da Matemática e ensino, por meio da leitura de imagens do tratado *Mathesis Biceps; Vetus et Nova* (1670), de Juan Caramuel y Lobkowitz.

Juan Caramuel y Lobkowitz (1606 – 1682) foi um monge da ordem cisterciense<sup>3</sup>, que

<sup>1</sup> Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e Matemática da Universidade Estadual de Maringá (PCM – UEM). E-mail: marisaraquelmelo@gmail.com

<sup>2</sup> Doutora em Educação Matemática. Professora no Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá e no Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e Matemática da Universidade Estadual de Maringá. E-mail: lmtrivizoli@uem.br

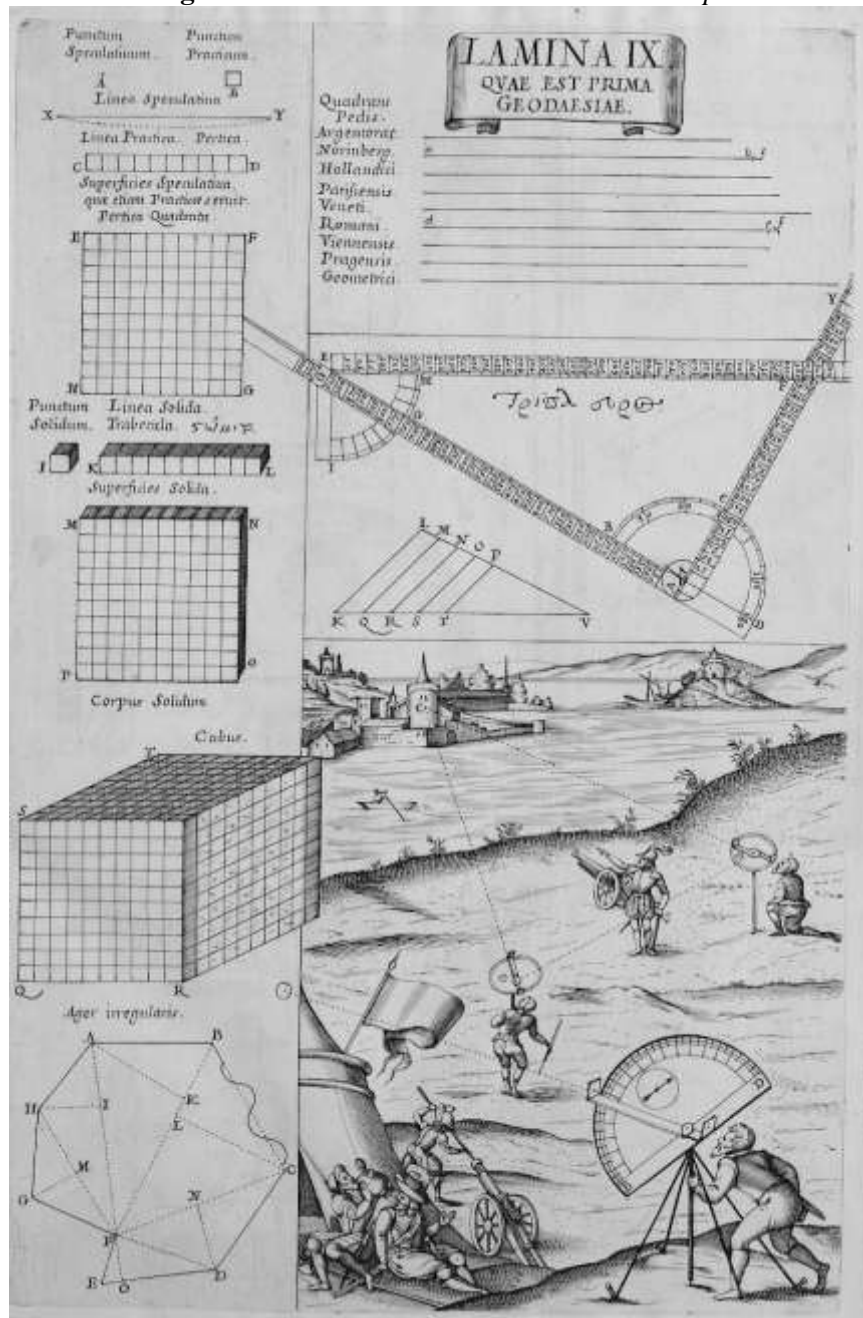
<sup>3</sup> Ordem monástica criada em 1098, por Roberto de Champagne, abade de Molesme na Borgonha, seguido por um grupo de vinte e um monges que haviam abandonado o seu mosteiro para realizar plenamente o ideal de vida proposto por São Bento. Fonte: <http://www.mosteirodeclaraval.org.br/cistercienses.php>

exerceu funções eclesiásticas em algumas das importantes cidades europeias no século XVII. Caramuel tinha uma influente rede de relacionamentos que incluía a troca de correspondências com pensadores importantes como Athanasius Kircher, Pierre Gassendi, René Descartes, Fábio Chigi (Papa Alexandre VII) entre outros. Seu pai, Lorenzo Caramuel, havia sido engenheiro do exército do rei Felipe III da Espanha, e Juan Caramuel exerceu a atividade de engenheiro militar em pelo menos dois momentos de sua vida, em 1635 na cidade sitiada de Lovaina, e durante sua estadia na região de Praga, em que esteve envolvido com a Guerra dos Trinta Anos. Nessas duas ocasiões ele obteve êxito, o que lhe rendeu alguns títulos de honra e prestígio entre as elites da época (GARMA, 2019; VELARDE-LOMBRAÑA, 2009).

O tratado *Mathesis Biceps: Vetus et Nova*, publicado em 1670 com mais de duas mil páginas em latim, é composto pelos textos dos tratados I *Mathesis Vetus, novis operationum compendiis & demonstratibus dilucidata* e II *Mathesis Nova, Veterum inventis confirmata* que já tinham sido publicados anteriormente como parte de um curso (*Cursus Mathematicarum Facultatum*) ao qual Caramuel se dedicou durante sua permanência na cidade de Campânia, estimada entre 1659 e 1673. Neste período, Caramuel organizou uma escola com a intenção educar jovens e montou uma prensa gráfica para publicar seus escritos. O tratado em questão é considerado uma espécie de enciclopédia dos conhecimentos matemáticos da época e das ciências que neles se fundamentavam (GARMA, 2019; HERNÁNDEZ, 2012).

Na estrutura do tratado *Mathesis Biceps* apresentam-se logo após o índice, 51 páginas com gravuras referentes a diversos temas como matemática, cartografia, astronomia, música, zoologia entre outros. Em nossa pesquisa de mestrado exploramos as possibilidades para as lâminas IX e X do referido tratado, e no presente texto apresentaremos algumas considerações sobre a lâmina IX que traz como figura principal uma imagem referente a um contexto de utilização de instrumentos de medição de distâncias em um cenário de guerra, conforme segue na Figura 1.

**Figura 1:** Lâmina IX do tratado *Mathesis Biceps*



Fonte: Caramuel (1670).

Para compreendermos a imagem da Figura 1, fez-se necessário considerar aspectos que integram o processo de leitura de imagens, pois, apesar das teorias dessa área geralmente se referirem à obras de arte ou, mais recentemente, à análises de fotografias e vídeos, entendemos que os mesmos princípios (ou adaptados) podem ser aplicados no caso de imagem da Figura 1, uma gravura publicada em um tratado enciclopédico do século XVII. Neste sentido, segundo os estudos de Burke (2017), é importante compreender o contexto no qual a imagem foi produzida, buscando informações sobre seu autor, sobre a intencionalidade

dentre outros aspectos.

Assim, dado esse panorama inicial, apresentamos algumas considerações sobre como o professor pode explorar a imagem da Figura 1 para explicar e contextualizar conteúdos matemáticos envolvendo as dimensões histórica, política e científica relacionadas ao desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Elencamos os conteúdos de Proporcionalidade e Semelhança, previstos para o 9º ano do Ensino Fundamental, que pode ser abordado a partir da exploração dos aspectos da imagem da Figura 1.

O texto está organizado de modo a orientar o trabalho do professor, indicando questionamentos iniciais, possibilidades de discussão e dimensões que podem ser trabalhadas e os textos que podem servir de subsídios para o professor abordá-las.

### **Uma possibilidade para a sala de aula**

A construção de nossa proposta didática foi elaborada a partir da teoria de Gasparin (2003) que apresenta uma didática para a pedagogia histórico-crítica e orienta um plano de trabalho docente pensado a partir de cinco etapas: Prática social inicial; Problematização; Instrumentalização; Catarse e Prática social final.

Na Prática social inicial, conforme pontua Gasparin (2003, p. 15), é “necessário criar um clima de predisposição favorável à aprendizagem” e isto pode ser feito como uma primeira leitura sobre o que conhecem sobre o conteúdo a ser estudado, como se relacionam com esse conteúdo, e quais as concepções têm a respeito do tema em questão. Gasparin (2003) pontua que o encaminhamento das ações para essa primeira etapa pode ser conduzido de duas formas: “a) anúncio dos conteúdos, que consiste na listagem da unidade e dos tópicos a serem trabalhados, explicitando os objetivos da aprendizagem; b) vivência cotidiana dos conteúdos, explicitando o que os alunos já sabem e o que gostariam de saber a mais” (GASPARIN, 2003, p. 24).

Na etapa de Problematização são selecionadas as principais interrogações levantadas na prática social inicial a respeito do conteúdo e tais questões, junto com os objetivos de ensino, irão orientar todo o trabalho desenvolvido pelo professor e pelos alunos. Conforme o autor observa “os conhecimentos a serem trabalhados são um produto universal que assume contornos e especificidades particulares conforme as regiões ou necessidades locais” (GASPARIN, 2003, p. 39).

A etapa de Instrumentalização, conforme apresentada por Gasparin (2003) consiste nas ações didático-pedagógicas para a aprendizagem. Esse é o momento de maior especificidade

teórica, e a atuação do professor deve ser a de mediador, agindo como incentivador ou motivador da aprendizagem. Essa mediação pedagógica pode ser desenvolvida tanto por técnicas convencionais de ensino como por meio de mídias tecnológicas.

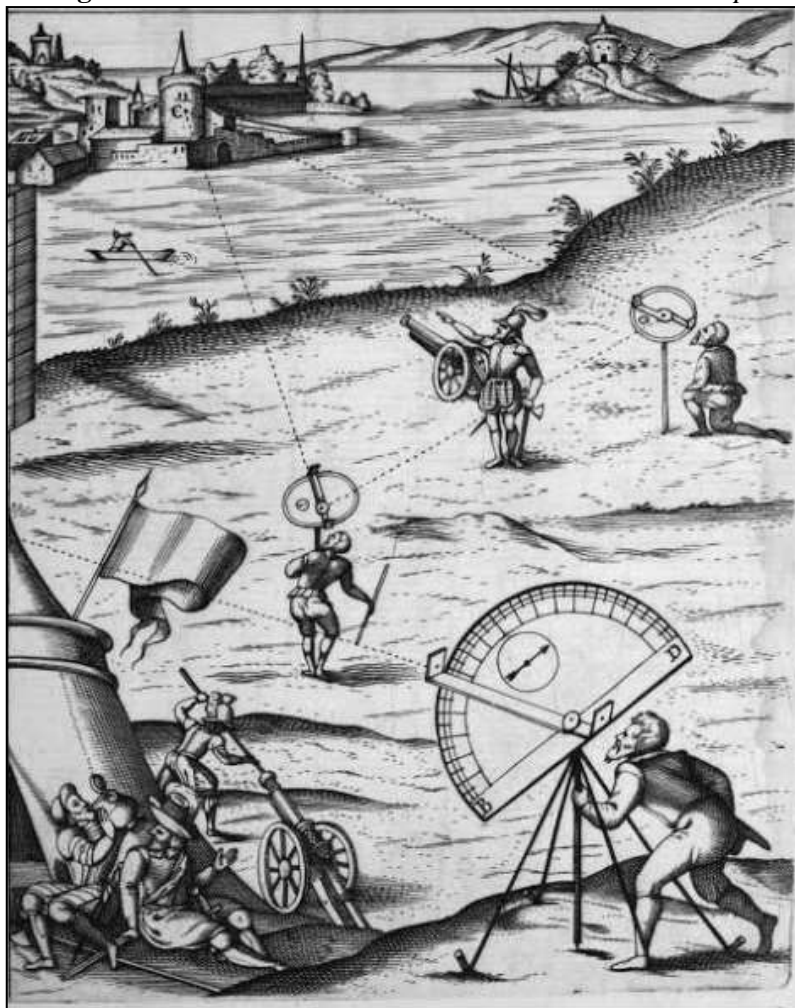
A fase da *Catarse* tem como operação fundamental a síntese. Conforme destaca Gasparin (2003, p. 128) “a *Catarse* é a síntese do cotidiano e do científico, do teórico e do prático a que o educando chegou, marcando sua nova posição em relação ao conteúdo e à forma de sua construção social e sua reconstrução na escola”. Esse momento deve marcar um novo posicionamento do aluno em relação ao conteúdo, em que este não é apenas algo dado pelo professor, mas uma construção social feita a partir de necessidades criadas pelo homem. Este é, também, o momento para que seja realizada a avaliação, seja de maneira formal ou informal.

A última etapa consiste na *Prática Social Final* que deve envolver uma nova atitude prática e uma proposta de ação frente ao que foi aprendido.

Nossa sugestão é que o plano de trabalho para os conteúdos de Proporcionalidade e Semelhança, trabalhados a partir da articulação entre História da Matemática e ensino pautando-se na exploração da imagem da lâmina IX do tratado *Mathesis Biceps*, tenha como objetivos levar os alunos a: compreender o conceito semelhança de triângulos, e a importância desse conteúdo nas técnicas de medições do século XVII; reconhecer esse conteúdo matemático como produto social da humanidade e como importante para o desenvolvimento social e científico daquele período.

Indicamos que na *Prática Social Inicial* seja apresentada a imagem da Lâmina IX e a partir dos questionamentos provenientes da leitura das imagens se estabeleça a *Problematização*. Assim, a partir de um recorte da imagem presente na Lâmina IX, indicado na Figura 2, o professor pode iniciar o diálogo com os alunos sobre o que eles reconhecem sobre a imagem e sobre o que eles gostariam de saber mais sobre esta imagem.

**Figura 2:** Recorte da Lâmina IX do tratado *Mathesis Biceps*



Fonte: Caramuel (1670).

Inicialmente é necessário fomentar a curiosidade sobre a imagem. Podemos perceber que ela é bastante sugestiva ao apresentar um contexto de guerra ou de preparação à guerra. A partir da imagem podemos lançar algumas questões preliminares: De onde é essa imagem? O que ela representa? Quais os personagens retratados nela e o que eles fazem? Podemos estimar em que período foi produzida? Podemos identificar “matemática” na imagem? Além dessas questões outras podem surgir referentes à Figura 2.

Também nesse momento de discussão inicial, o professor pode apresentar a imagem completa da lâmina IX, como apresentado anteriormente na Figura 1.

A partir da Figura 1, podem ser levantadas questões sobre noções de comprimento, área e volume, e também sobre a estimativa de áreas de terrenos com formatos irregulares, como no caso da última imagem do lado esquerdo. Assim, a proposta para a Prática Social Inicial do conteúdo, a partir das Figuras 1 e 2, fornecem subsídios para que os alunos

expressem o que conhecem do conteúdo e o que gostariam de saber mais.

É esperado que os alunos já conheçam sobre: Triângulo e suas classificações; instrumentos de medição (régua, compasso, transferidor); noções de ângulos, segmentos de retas e polígonos. E dentre os aspectos que os alunos gostariam de saber a mais, listamos algumas questões, como: Qual a relação entre triângulos e situações de medição? Quem eram as pessoas que estavam usando instrumentos na Figura 2? A matemática do tempo em que a imagem foi produzida era a mesma que conhecemos hoje?

A partir desses questionamentos iniciais, estabelecemos na etapa de Problematização a discussão sobre o conteúdo e quais as dimensões dele serão trabalhadas.

Na discussão do conteúdo podem surgir questões como: “Por que estudar esses conteúdos? Será que a Geometria sempre foi ensinada nas escolas? Quem tinha acesso a esse conhecimento? Como esse conhecimento matemático se desenvolveu? Será que esses conhecimentos matemáticos ainda são utilizados nos dias atuais? Quem são os profissionais que fazem uso desse saber?”. Para conseguir responder a esses questionamentos, o professor juntamente com os alunos estabelece as dimensões do conteúdo a serem trabalhadas, as quais são:

**Dimensão Científica:** O que é proporcionalidade? O que é semelhança de triângulos? Quais propriedades podem ser identificadas dos triângulos retângulos?

**Dimensão Social:** Em que situações pode ser usada a proporcionalidade? Em que situações pode ser usada a semelhança de triângulos?

**Dimensão Histórica:** Quais foram as formas de utilização desses conhecimentos matemáticos em outros momentos da história?

**Dimensão Política:** Esses conhecimentos matemáticos sempre foram ensinados na escola? Quem tinha acesso a esses conhecimentos?

A partir desses questionamentos, pode ser iniciada a etapa de Instrumentalização, onde o professor irá conduzir as ações que permitam explorar as dimensões do conteúdo estabelecidas na etapa de Problematização. Indicamos que nossas considerações não apresentam informações relacionadas à dimensão científica, por entender que o professor encontra os subsídios para trabalhar essa dimensão nos livros didáticos. No que se referem às demais dimensões, indicaremos no decorrer do texto como “Orientações para o professor”.

Na Instrumentalização devemos indicar as ações discentes e docentes e os recursos que serão utilizados. Assim, apresentamos cada ação e os recursos que poderão ser utilizados para essas ações.

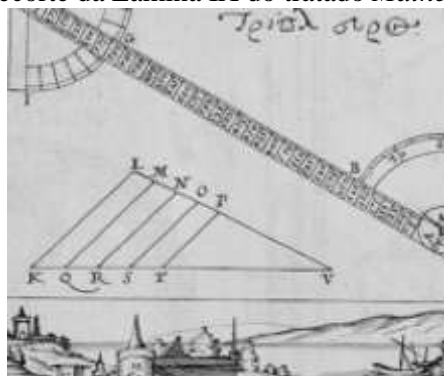
Nas etapas anteriores, o professor já mostrou aos alunos as Figuras 1 e 2, já enunciou

que irão aprender sobre proporcionalidade e semelhança, e então deverá apresentar a dimensão científica desses conteúdos. Como recursos para essas ações, o professor irá utilizar, além das imagens dispostas nas Figuras 1 e 2, o livro didático, e pode desenvolver a explanação do conteúdo como lhe convier, a partir de uma aula expositiva, ou solicitar aos alunos que pesquisem sobre esses assuntos e trazer os resultados para uma discussão coletiva; pode utilizar softwares educativos como o GeoGebra, por exemplo. É importante que nas etapas anteriores o professor possa vislumbrar qual estratégia irá funcionar melhor para o grupo.

Na apresentação da dimensão científica o professor pode apresentar, também, a dimensão social. Portanto, ao abordar os primeiros conceitos sobre proporcionalidade, o professor pode indagar aos alunos em quais situações pode ser utilizada a proporção e, no diálogo com o grupo, pontuar que a proporcionalidade pode ser usada na ampliação de figuras, na criação de maquetes, nas escalas que são colocadas nos mapas, entre outras situações, e também apresentar contraexemplos com figuras ampliadas de forma desproporcional. Esses exemplos são uma forma de explorar o conteúdo, bem como sua contextualização.

Ao abordar situações de proporcionalidade que relacionem as retas paralelas e as transversais, envolvendo assim o Teorema de Tales, o professor pode retornar à figura 1, onde há uma imagem acima da figura principal que remete à uma aplicação do Teorema de Tales, para o caso de triângulos semelhantes.

**Figura 3:** Recorte da Lâmina IX do tratado *Mathesis Biceps* (2)



Fonte: Caramuel (1670).

Em seguida o professor pode explorar os demais conteúdos referentes à semelhança, discutindo a semelhança de polígonos e os casos de semelhança entre triângulos.

A partir dessas ações os alunos já podem compreender as dimensões científica e social no que se refere à Proporcionalidade e Semelhança. Restam ainda a serem discutidas as dimensões histórica e política. Nossa sugestão é que o professor retome algumas questões que



havam sido colocadas pelos alunos ao visualizarem a figura 2 pela primeira vez, e a partir do diálogo o professor irá conduzindo os alunos na leitura da imagem.

Na sequência apresentamos algumas questões que podem ser apresentadas pelos alunos e os textos de orientações sobre como o professor poderá abordá-las.

- a) De que período é essa imagem? Quem é o autor dessa imagem?

Orientações para o professor:

A imagem representada na Figura 1 encontra-se no tratado de Matemática *Mathesis Biceps* publicado em 1670 na cidade de Campânia, na Espanha. O tratado está escrito em latim e é de autoria de Juan Caramuel y Lobkowitz.

Juan Caramuel (1606-1682) foi um monge católico espanhol que durante sua vida exerceu a função de bispo em algumas cidades europeias. Caramuel era muito bem relacionado e tinha no seu círculo de amizade pessoas muito influentes da época, matemáticos, cientistas e membros do alto clero, como o papa Alexandre VII.

- b) O que fazem os personagens representados na imagem?

Orientações para o professor:

A partir dessa questão o professor pode explicar sobre a prática da agrimensura no século XVII, evidenciando que nesse período os conhecimentos matemáticos não estavam organizados como são dispostos hoje. Portanto, os agrimensores constituíam uma classe que detinha o conhecimento matemático prático, que era utilizado na fabricação dos instrumentos matemáticos.

Também a partir dessa questão podem ser explorados os elementos que conferem à imagem a retratação de um cenário de preparação à guerra e/ou conquista de território, o que abre o leque para a discussão dos contextos político e científico da Europa na época: pós Renascimento, as Grandes navegações, fortalecimentos dos Estados-Nações europeus e o impulso que esses eventos deram ao desenvolvimento de vários conceitos matemáticos, sobretudo os utilizados na fabricação de instrumentos que eram necessários nas práticas cotidianas para a navegação, para a astronomia, para medições e divisões de terras, entre outros.

A partir da questão (b), pode ser abordada a dimensão política do conteúdo, a partir de questões como:

- c) Quem estudava matemática nesse período? Quem detinha o conhecimento?

Orientações para o professor:

Para responder a essas questões o professor pode ir além do diálogo pedagógico e solicitar aos alunos ações, por exemplo: fazer uma pesquisa sobre as escolas nos períodos Medieval e início da Idade Moderna, explicitando que nesse período as relações entre os

poderes estatal e religioso eram muito interligadas. O conhecimento escolar medieval encontrava-se nos mosteiros e nas primeiras universidades criadas pela Igreja, e quem podia ter acesso a esses conhecimentos eram monges e poucas pessoas da nobreza que eram por eles instruídos.

O professor pode, no desenvolvimento dessa questão, apresentar o contexto religioso, a Reforma Protestante e o papel desse movimento na disseminação do conhecimento, sobretudo o incentivo à escrita de textos na língua vernácula, em vez da língua latina, que era a linguagem acadêmica da época.

Um dos pontos que pode ser usado para reforçar a ideia que o ensino se encontrava sob o domínio do clero é o fato de Juan Caramuel, autor do tratado *Mathesis Biceps*, ser um monge cisterciense, mesmo tendo nascido em uma família que provavelmente tinha recursos para educá-lo, visto que seu pai tinha sido engenheiro da coroa espanhola. Caramuel mantinha também correspondências com vários outros religiosos contemporâneos seus, com os quais discutia assuntos de cunho acadêmico que tratavam de conhecimentos matemáticos e astronômicos, nas áreas da música, ótica, entre outros.

**d)** Como a semelhança de triângulos era utilizada nas medições como na situação da imagem?

A resposta a essa questão pode se desdobrar em várias ações, como a utilização de instrumentos de triangulação para simular situações como a da imagem da Figura 2. Apresentamos nesse texto, algumas informações sobre o contexto da Geometria e a utilização de instrumentos matemáticos no século XVII.

#### Orientações para o professor:

Desde a antiguidade clássica o estudo das matemáticas se constituía da Geometria, Aritmética, Astronomia e Música, o que posteriormente foi denominado *Quadrivium*. Saito (2015) destaca no que tange à Geometria, que desde o período helenístico encontrava-se sistematizada como na obra *Os elementos*, de Euclides. A Geometria nesse período era a geometria euclidiana plana.

Saito (2015) observa que durante o período medieval as matemáticas eram estudadas no *Quadrivium* e a Geometria e a Aritmética recebiam destaque. A Geometria começava a ser relacionada com a gromática, a medição de terra, e desenvolvem-se estudos da geometria prática, em contraste com a geometria teórica que só seria novamente retomada nos estudos a partir do século XII, com os estudos de Euclides e Arquimedes sendo traduzidos pelos árabes para o latim.

No final da Idade Média as divisões dos campos de investigação da ciência mudam, e

começam a serem estudadas ciências mistas, como por exemplo: óptica, mecânica, hidrostática, sobretudo com a recuperação dos escritos que estavam perdidos desde a antiguidade tardia. Saito (2015) afirma que no contexto dos séculos XV e XVI, “as matemáticas foram também valorizadas por outro setor da sociedade que outrora não fora muito considerado pelos estudiosos. Arquitetos, pintores, escultores, navegadores, agrimensores, etc. passaram a escrever sobre seus ofícios”. Tais escritos tinham por objetivo além da transmissão do conhecimento às novas gerações, a divulgação e valorização de seus trabalhos.

A popularidade do uso da matemática, também é constatada por Higon (2001) ao afirmar que é difícil definir o que seria um “praticante de matemática” no século XVII, visto que o grupo de pessoas que se consideravam matemáticas era bem abrangente. De forma a delimitar o termo, o autor destaca que essas pessoas eram normalmente homens que dependiam do uso da matemática (além do nível da aritmética simples) em seu ofício para cumprir suas tarefas diárias e ganhar seu sustento, assim, entram nessa categoria: navegadores, agrimensores, artilheiros, arquitetos, construtores de navios, fabricantes de relógios de sol, engenheiros militares e escriturários.

Saito (2015) destaca que no período entre os séculos XVI e XVII, proliferaram muitas oficinas dedicadas à fabricação de instrumentos matemáticos. Esses instrumentos eram fabricados por “praticantes de matemáticas”, que em geral não possuíam uma formação universitária, mas estavam ligados a alguma corporação de ofício ou trabalhavam em fábrica de instrumentos. Era comum que além da construção do instrumento, o “praticante de matemática” divulgasse sua construção e uso apenas aos que procurassem por sua instrução. Segundo o autor, muitos tratados que versavam sobre a construção e utilização de instrumentos publicados naquela época eram compilações de outros escritos ou notas de aulas, e comumente eram escritos por outros estudiosos da natureza e de matemática, como astrônomos, cartógrafos, etc.

Os primeiros tratados, do início do século XVI geralmente apresentavam instruções para administradores de terra, mas os demais tratados, de meados do século XVI em direção ao século XVII apresentavam instruções sobre técnicas de medida e de mapeamento de terra, conforme indicado por Saito (2015). Os tratados apresentavam em geral diferentes técnicas de medidas para diferentes situações. Alguns desses tratados apresentavam também uma validação matemática do instrumento, com demonstrações geométricas fundamentadas em Os Elementos de Euclides.

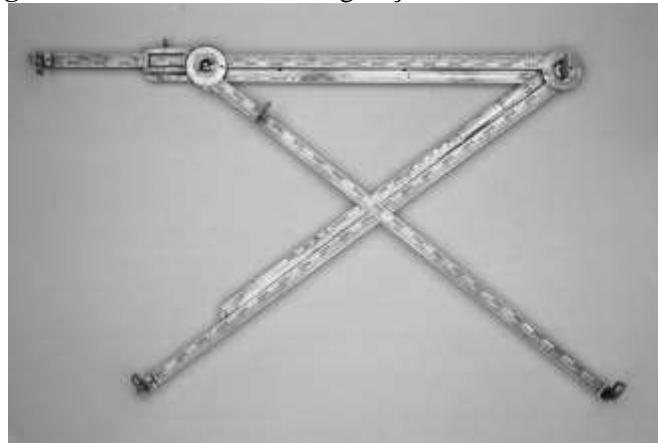
É importante ressaltar que instrumentos não só utilizados na agrimensura, mas também

em outras áreas como navegação, cartografia, astronomia, etc. receberam novas atribuições e se tornaram mais complexos. Alguns instrumentos usados na astronomia e navegação foram adaptados para situações de medidas terrestres. Nesse contexto, se desenvolveram diversas técnicas para a resolução de problemas matemáticos novos e antigos, como a divisão do círculo, relações métricas e trigonométricas e a construção de tabelas, técnicas de projeção do globo sobre a superfície plana para a construção de mapas etc. (SAITO, 2015).

Bennett (2003) ao explicar sobre os instrumentos dos séculos XVI e XVII pontua que boa parte dos historiadores é atraída pelos estudos dos instrumentos do século XVII, sendo muitos desses classificados como “instrumentos matemáticos”, e suas origens remontam aos séculos anteriores. Além disso, graças ao trabalho dos curadores de museu é possível termos conhecimento justo da crescente gama de instrumentos matemáticos do século XVI.

Tais instrumentos, conforme explica Bennett (2003), não são “instrumentos matemáticos” em um sentido mais restrito; ou seja, não são apenas para desenho e cálculo, mas eram usados na astronomia, agrimensura, navegação, guerra, arquitetura, e assim por diante, bem como para desenho e cálculo. De acordo com o autor, um trabalho de curadoria realizado em quatro museus resultou em um catálogo online de instrumentos, chamado Epact<sup>4</sup>, e alguns dos instrumentos deste catálogo são, por exemplo, instrumentos de triangulação, como os de Joost Bürg, Erasmus Habermel e Leonhard Zubler. A seguir, temos nas figuras 4 e 5, a exemplificação de alguns desses instrumentos:

**Figura 4:** Instrumento de triangulação de Erasmus Habermel

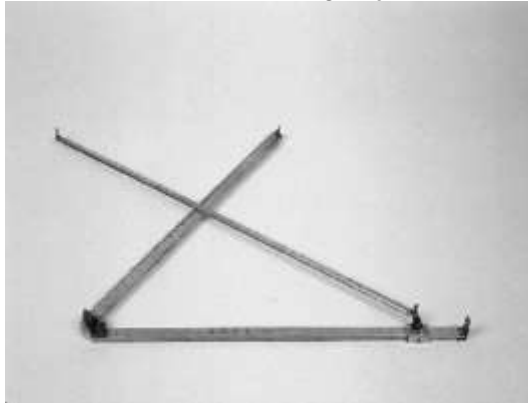


Fonte: Bennett (2003, p. 136).

---

<sup>4</sup> O catálogo Epact pode ser acessado no link: [www.mhs.ox.ac.uk/epact](http://www.mhs.ox.ac.uk/epact).

**Figura 5:** Instrumento de triangulação de Joost Bürg

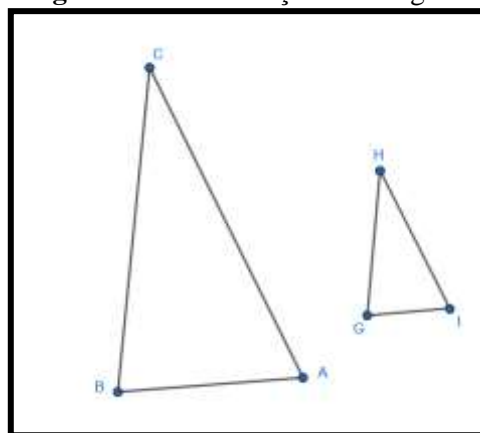


Fonte: <https://www.mhs.ox.ac.uk/geometry/fig70n.htm>.

Segundo a descrição no catálogo online Epact, os instrumentos de triangulação eram usados na artilharia para determinar a distância até o alvo e, também, em levantamentos topográficos. Instrumentos dessa natureza são atribuídos à Joost Bürg, Erasmus Habermel e Leonhard Zubler, descritos em livros que foram publicados no final do século XVI e início do século XVII.

No caso da imagem da figura 2, a partir da investigação sobre os contextos de medição da época, inferimos que primeiramente o observador se posiciona no ponto A, e faz o alinhamento do instrumento, e em seguida se posiciona no ponto B, de onde avista o ponto C inacessível. Assim, a partir da medida da distância AB em solo, pode se estabelecer a semelhança entre o triângulo ABC e o triângulo representado no instrumento, que chamamos por GHI, conforme segue na figura 6:

**Figura 6 – Semelhança de Triângulos**



Fonte: Elaborada pela autora (2019).

Assim, temos:

$$\frac{AB}{GI} = \frac{AC}{HI}$$

Logo, podemos determinar a distância do ponto A ao ponto C inacessível, pois AB é possível de ser medida e GI e HI são as medidas determinadas no instrumento.

A etapa de Instrumentalização no que se refere aos conteúdos de Proporcionalidade e Semelhança pode ser encerrada com essas ações. A próxima etapa prevista na metodologia da pedagogia histórico-crítica é a etapa de Catarse, que caracteriza-se pela avaliação, na qual o professor avalia a síntese que o aluno fez do conteúdo ensinado e como se dá a expressão dessa síntese.

Indicamos que para essa etapa, sobre o conteúdo de semelhança de triângulos, o professor pode incluir em sua avaliação situações problemas representando o contexto de medição como na Figura 2, em que são dados os valores supostamente encontrados para a distância AB determinada com a medição em solo, e as medidas dos segmentos GI e HI determinadas no instrumento de triangulação. Solicitar a determinação da distância AC.

Sobre proporcionalidade, o professor pode solicitar aos alunos, que respondam questões como: Em que situações do nosso dia a dia utilizamos a proporcionalidade? Quais instrumentos ou aparelhos que conhecemos hoje utilizam a proporcionalidade?

Além das questões elencadas o professor pode elaborar outras questões ou fazer uso de exercícios dos livros didáticos.

Na etapa da Prática Social Final é esperado que os alunos apresentem uma nova postura prática sobre o conteúdo e tenham novas ações sobre o conteúdo estudado. Elencamos para essa etapa algumas posturas que podem ser assumidas pelos alunos e quais ações podem ser tomadas a partir delas.

Espera-se que os alunos apresentem uma nova postura em relação ao conteúdo, como: conhecer como são feitas as medições de terrenos em loteamentos; compreender como são realizadas as medições de distâncias inacessíveis hoje em dia; perceber situações em que utilizamos a proporção. As ações que podem surgir a partir dessa nova postura incluem: visitar uma loteadora de terrenos, ou pesquisar sobre o assunto; procurar compreender os princípios das profissões de topógrafo ou agrimensor; perceber que utilizamos, em nosso dia a dia, vários aparelhos e instrumentos que utilizam a proporção.

Conforme já mencionamos essas sugestões para o desenvolvimento das ações de cada etapa servem como ponto de partida para que o professor elabore seu próprio plano de trabalho, pois entendemos que *in loco* o professor poderá constatar o envolvimento dos alunos e se houve uma mudança de postura em relação ao conhecimento desses conteúdos, e

redirecionar suas ações caso necessário. Essa observação é necessária para que novas adequações possam ser realizadas em cada etapa.

## Considerações

A partir de nosso estudo, pudemos explorar alguns conteúdos matemáticos a partir de dimensões que nem sempre são apresentadas na sala de aula, principalmente no que se refere à utilização desses conhecimentos em outros períodos históricos em que a disciplina Matemática não estava estabelecida como a conhecemos hoje. Entender esses contextos permite a desmistificação de que a Matemática está pronta e acabada, e a partir da História da Matemática, apresenta aspectos que a humanizam e a apresentam como uma construção social formulada a partir de necessidades cotidianas.

Percebemos que a utilização de imagens pode ser uma grande aliada para a integração entre História da Matemática e ensino. Em geral, os textos de tratados que se referem aos conhecimentos matemáticos vigentes em outras épocas são escritos em língua latina, o que dificulta a utilização dessas fontes em sala de aula sem um tratamento prévio. Na utilização de imagens o tratamento do texto é dispensado.

Salientamos que as ações docentes sugeridas a partir da exploração do contexto da imagem da Lâmina IX do tratado *Mathesis Biceps*, podem ser avaliadas pelo professor juntamente com o desempenho dos discentes, pois a postura do professor enquanto mediador do processo de ensino é uma das premissas da pedagogia histórico-crítica.

Concluimos nosso texto enfatizando que a utilização da leitura de imagens no contexto educacional ainda se faz de forma tímida e os educadores, em especial na área da Matemática, devem se apropriar da exploração dessas possibilidades que decorrem da utilização de imagens.

## Referências

BENNETT, Jim. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for? **British Journal for the History of Science**, v. 36, n. 2, p. 129-150, jun. 2003.

BURKE, Peter. **Testemunha ocular: o uso de imagens como evidência histórica**. São Paulo: Editora Unesp, 2017.

CARAMUEL, Juan. *Mathesis Biceps: Vetus et Nova*. Volume 1. Campânia. 1670. Disponível em: <http://dl.ub.uni-freiburg.de/diglit/caramuel1670-1>. Acesso em: 30 de maio de 2019.

GARMA, Santiago. Caramuel Lobkowitz, Juan (1606-1682). **DivulgaMat Centro Virtual de Divulgación de las Matemáticas**. Disponível em: <http://vps280516.ovh.net/divulgamat15/in>

dex.php?option=com\_content&view=article&id=3377%3Acaramuel-lobkowitz-juan-1606-1682&catid=45%3AAbiograf-de-matemcos-espas&directory=67&showall=1. Acesso em: 26 set. 2019.

GASPARIN, João Luiz. **Uma didática para a pedagogia histórico-crítica**. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

HERNÁNDEZ, Nicolás Borrego. Caramuel matemático, científico y filósofo de la ciencia. **Cuadernos Salmantinos de Filosofía**, Salamanca, v. 39, p. 101-136, 2012.

HIGTON, Hester. Does using an instrument make you mathematical? Mathematical practitioner of the 17th century. **Endeavour**, v. 25, n. 1, p. 18-22, 2001.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física/SBHMat, 2015.

VELARDE-LOMBRAÑA, Julian. Caramuel en Alemania y Austria (1644-1654). **Azafea: Revista de Filosofía**, Salamanca, v. 1, p. 129-183, 19, Nov. 2009. Disponível em: <http://revistas.usal.es/index.php/0213-3563/article/view/3592>. Acesso em: 30 out. 2019.

**Recebido em: 11 de novembro de 2019**

**Aprovado em: 16 de abril de 2020**