

O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMBINATÓRIOS

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.18.419-441>

Dacymere da Silva Gadelha¹
Rute Elizabete de Souza Rosa Borba²
Juliana Azevedo Montenegro³

Resumo: Com o intuito de analisar o uso de fichas – com ilustrações dos elementos dos enunciados de cada situação-problema – e do *software* Pixton©, na compreensão das propriedades combinatórias, são apontados resultados de um estudo piloto de uma dissertação de Mestrado que contou com a participação de seis estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental. Inicialmente, os estudantes solucionaram, com lápis e papel, um teste diagnóstico estruturado com duas situações de cada tipo – *arranjo, combinação, permutação e produto de medidas*. Mediante os resultados, duplas foram emparelhadas para o uso dos recursos didáticos (fichas ou *software* Pixton©) durante dois momentos de ensino. Por fim, os seis participantes responderam um teste final, novamente com lápis e papel e foram comparados os resultados das três etapas da pesquisa. Verificou-se que tanto os estudantes que utilizaram as fichas quanto o *software* Pixton© demonstraram avanços em seus desempenhos. Entretanto, os estudantes que utilizaram o *software* Pixton© precisaram de mais tempo para explorar o recurso, como também, do direcionamento da pesquisadora para evitarem distrações em relação às opções de edições, além de terem tido dificuldade no esgotamento dos problemas que envolviam maior número de possibilidades. Conclui-se que, com os devidos cuidados, fichas ilustrativas e o Pixton© são recursos que aliados à mediação do professor podem auxiliar no desenvolvimento do raciocínio combinatório de estudantes em início de escolarização.

Palavras-chave: Combinatória. Anos iniciais. Fichas. Pixton©

THE USE OF TEACHING RESOURCES IN COMBINATORIAL PROBLEM SOLVING

Abstract: In order to analyze the use of paper cards – with illustrations of the elements of the statements of each problem situation – and of the Pixton© software, in the understanding of the combinatorial properties, the results of a pilot study of a Master's dissertation are presented that had the participation of six students from the 5th Grade of Elementary School. Initially, the students solved with pencil and paper, a structured diagnostic test with two situations of each type – *arrangement, combination, permutation and product of measures*. Through the results, students were paired for the handling of teaching resources (paper cards or Pixton© software) during two moments of teaching. Finally, the six participants answered a final test, again with pencil and paper and the results of the three stages of the research were compared. It was found that both students who used the cards and the Pixton© software demonstrated improvements in their performance. However, students who used the Pixton© software needed more time to explore the resource, as well as the guidance of the researcher to avoid distractions in relation to the editing options, in addition to having difficulty in exhausting the problems that involved more of possibilities. It is concluded that, with due care, illustrative cards and Pixton © are resources that, together with the mediation of the teacher, can help in the development of the combinatorial reasoning of students in the beginning of schooling.

Keywords: Combinatorics. Elementary School. Paper cards. Pixton©

¹ Mestranda em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco / UFPE. E-mail: dacymere@gmail.com

² Doutora em Educação Matemática pela Oxford Brookes University (Reino Unido). Docente da Universidade Federal de Pernambuco / UFPE. E-mail: resrborba@gmail.com

³ Doutora em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco. Docente do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco / UFPE. E-mail: azevedomontenegro.ju@gmail.com

Introdução

O estudo aqui apresentado faz referência ao texto de dissertação qualificado pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC da Universidade Federal de Pernambuco. Trata-se de um estudo piloto de estudo efetivo em andamento. No estudo efetivo se tem maior número de participantes e se busca observar as tendências verificadas no estudo piloto aqui relatado, tendo como objetivo analisar o auxílio de recursos didáticos na compreensão das propriedades combinatórias.

A Combinatória é uma área da Matemática que trata do levantamento de hipóteses e realização de deduções no processo de organização dos elementos de um ou mais conjuntos propostos nos problemas. Há quatro tipos básicos de situações combinatórias (problemas combinatórios com naturezas distintas) – classificadas em *arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto de medidas* – nas quais é solicitado o esgotamento de possibilidades e que se diferenciam por características relativas à *escolha* e à *ordenação* nos agrupamentos.

Na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) orienta-se que o ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental tenha como direcionamento as situações vivenciadas pelas crianças em seu cotidiano. O desafio de combinar/organizar elementos está presente em diversos momentos do dia a dia, seja na definição de peças de roupa ou nas opções de sabores de sorvete, por exemplo. Entretanto, no cotidiano nem sempre é tida a necessidade de explorar a totalidade de possibilidades, o que requer que essa dimensão seja trabalhada no contexto escolar. Desse modo, é ressaltada a relevância deste conteúdo ser trabalhado desde o início da escolarização, tendo em vista que quando se trabalha problemas combinatórios com o número de agrupamentos/possibilidades reduzidos, não há necessidade do uso de fórmulas, isto é, as resoluções podem ser construídas através de estratégias variadas, tais como listagens, desenhos e diagramas.

Além dos caminhos menos formais para as resoluções dos problemas combinatórios, o uso de diversificados recursos didáticos nessa etapa de escolarização auxilia no desenvolvimento do raciocínio combinatório, sendo a ludicidade e a atratividade visual fatores em comuns a esses recursos. As fichas, com ilustrações dos elementos do enunciado da situação-problema, é um recurso que pode auxiliar na resolução de problemas combinatórios, sendo de fácil manuseio para os anos iniciais, conforme resultados apontados nos estudos de Pessoa e Santos (2015) e Florencio e Guimarães (2017).

No presente estudo são propostas duas opções de recursos didáticos para serem

utilizados pelos participantes: fichas ou o *software* Pixton©. Os usos desses recursos serão descritos em detalhes nas seções que seguem.

Gadelha, Vicente e Montenegro (2018), em estudo anterior, observaram que o *software* Pixton© proposto nesta pesquisa foi eficaz para a representação de possibilidades combinatórias por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. A partir dos resultados desse estudo, justifica-se esse ano escolar como público alvo desta pesquisa.

Desse modo, como objetivo do presente estudo, buscou-se investigar as contribuições dos recursos didáticos aqui propostos – fichas e o *software* Pixton© – na aprendizagem de problemas combinatórios por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

Aporte Teórico

De acordo com a perspectiva de Vergnaud (1996), um conceito não é construído isoladamente. Tal construção é um processo que envolve a compreensão de outros conceitos estreitamente inter-relacionados, os quais são estruturados em campos, conforme defendido na Teoria dos Campos Conceituais (TCC). O aporte da TCC busca esclarecer como os conceitos são desenvolvidos nas diversas áreas do conhecimento.

Na Matemática há o campo das estruturas multiplicativas, que envolvem os “problemas que dão significado às operações de multiplicação e de divisão.” (GITIRANA; CAMPOS; MAGINA; SPINILLO, 2014). Vergnaud classifica os problemas multiplicativos de acordo com o raciocínio implícito à resolução das situações. Dentre os problemas de estrutura multiplicativa, há a categoria de problemas denominada *produto de medidas*. Esse tipo de problema multiplicativo e outros (tais como os *arranjos*, *combinações* e *permutações*), descritos a seguir, envolvem raciocínio combinatório, ou seja, a partir de dados elementos deve-se agrupá-los (combiná-los) de modos específicos.

Com base na TCC, pode-se analisar a compreensão dos conceitos combinatórios mediante o tripé: situações (*S*) que dão significado à Combinatória, relações e propriedades invariantes (*I*) às situações combinatórias e representações simbólicas (*R*) utilizadas nos problemas combinatórios. Como indicado por Vergnaud (1996), os três aspectos do tripé devem ser considerados de modo articulado.

No que diz respeito às diversas situações (*S*) que dão sentido ao conceito, Borba (2010) classifica em organização única os problemas que envolvem raciocínio combinatório, assumindo os seguintes significados: *arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto de medidas*. Esses tipos de problemas estão associados ao levantamento de possibilidades e se

distinguem pelos invariantes (*I*) de *escolha*, de *ordenação* e de *esgotamento de possibilidades*. As representações simbólicas (*R*) são as formas pelas quais representam-se as resoluções das situações e, no caso da Combinatória, podem ser, dentre outras, listas, árvores de possibilidades e expressões numéricas.

A seguir são apresentados os diferentes tipos de situações combinatórias e seus invariantes (relações presentes nos problemas de Combinatória). Para cada resolução foi utilizada uma representação simbólica diferente para exemplificar diferentes maneiras de representação no lápis e papel e com recursos didáticos.

- *Arranjo*

Nas situações de *arranjo* são escolhidos alguns elementos dentre os elementos do conjunto em questão, e, ao serem alternados na *ordenação*, esgotam-se as possibilidades.

Exemplo: *As três turmas de 5º ano (5ªA, 5ªB e 5ªC) vão participar de um campeonato. De quantas maneiras diferentes podemos ter o primeiro e segundo lugar?*

5ªA e 5ªB; 5ªA e 5ªC;

5ªB e 5ªA; 5ªB e 5ªC;

5ªC e 5ªA; 5ªC e 5ªB

Resposta: Seis diferentes maneiras.

- *Combinação*

Neste tipo de situação, também se escolhe uma quantidade inferior ao número de elementos do conjunto, mas a alternância da *ordenação* dos elementos não resulta em distintas possibilidades.

Exemplo: *A mãe levou seus quatro filhos ao parque (Bianca, Sabrina, Diego e Felipe). No brinquedo pula-pula só podem entrar três crianças por vez. Ajude a mãe a montar os grupos, de maneiras diferentes, que brincarão no pula-pula.*



Resposta: Quatro diferentes maneiras.

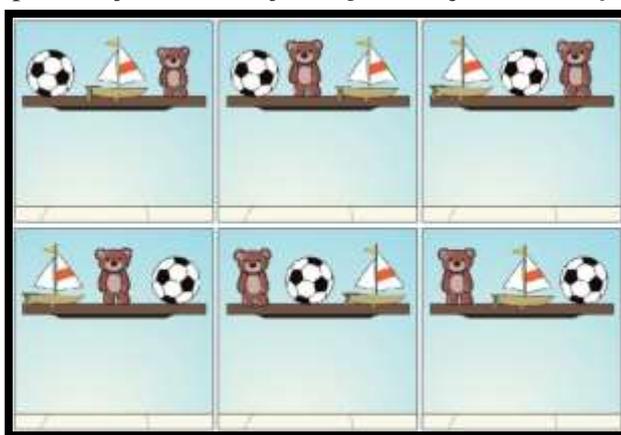
- *Permutação*

Para as situações de *permutação* são agrupados todos os elementos do conjunto,

simultaneamente, e a alternância da ordenação dos elementos indica diferentes possibilidades que levam ao esgotamento das possibilidades.

Exemplo: *Em uma prateleira há uma bola, um barco e um urso. De quantas maneiras podemos organizar esses objetos na prateleira?*

Figura 1: Representação da resolução de *permutação* com o software Pixton©.



Fonte: As autoras.

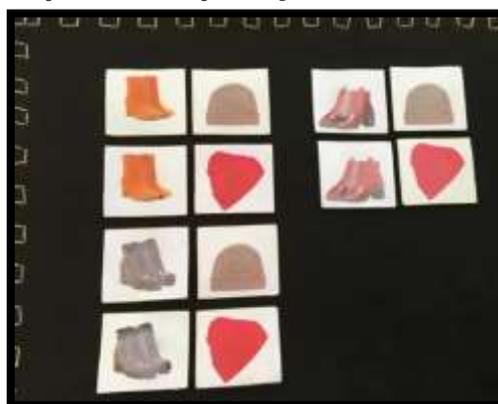
Resposta: Seis diferentes maneiras.

- *Produto de Medidas*

É o único tipo de situação que apresenta dois ou mais conjuntos de elementos, sendo os agrupamentos formados de um elemento de cada conjunto e a *ordenação* não indica possibilidades distintas. Ao ser agrupado cada elemento de um conjunto com cada elemento dos demais conjuntos, esgotam-se as possibilidades.

Exemplo: *Na loja Quero Mais estão disponíveis três tipos de botas (marrom, preta e vinho) e dois tipos de gorros (cinza e rosa). De quantas maneiras diferentes pode-se comprar uma bota e um gorro?*

Figura 2: Representação da resolução de *produto de medidas* por meio de fichas



Fonte: As autoras.

Resposta: Seis diferentes maneiras.

Na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) é sugerido o uso de material manipulável como recurso didático para dar suporte aos estudantes dos anos iniciais resolverem problemas combinatórios, tendo como intuito facilitar a compreensão das propriedades implícitas no problema.

Os recursos didáticos precisam ser vistos como alternativas para facilitar a aprendizagem dos estudantes, ou seja, como ferramentas a serem planejadas e trabalhadas a partir da mediação do professor, algo que não substitui o ensino, pois os recursos didáticos por si só não viabilizam a aprendizagem do conteúdo explorado. Para Chamorro (2003), “todos os recursos que sejam criados, produzidos e aplicados na ação educativa e que promovam o desenvolvimento do processo cognitivo são recursos que servem de apoio ao professor enquanto leciona”.

Outro aspecto a ser destacado é a escolha do recurso, a qual deve estar atrelada aos objetivos do professor, sem a necessidade de se deterem à finalidade para qual o recurso foi criado. É preciso que tais ferramentas sejam definidas para o ensino de determinado conteúdo a partir de sua abertura didática. Desse modo, é enfatizada a importância de estudos que caracterizem tanto os recursos mais tradicionais como os mais atuais nas plataformas digitais, apresentando a aplicação no uso desses e suas limitações. Vale ressaltar que nenhum recurso será adequado o suficiente se não houver uma boa mediação.

Dentre as possíveis opções, nesse estudo, foram investigadas as fichas e o *software* Pixton©, por meio dos quais foram representadas simbolicamente as soluções combinatórias construídas pelos participantes. As etapas de realização dessa investigação e os seus resultados, serão melhores descritos mais adiante na descrição do método utilizado.

- Fichas

As fichas, exemplificadas anteriormente na situação de *produto de medidas* (Figura 2), contêm ilustrações para cada elemento (personagens e/ou objetos) dos enunciados das situações-problema. Essas fichas são móveis e rearranjadas facilmente na organização dos agrupamentos. Vale ressaltar a necessidade de um suporte como apoio para a organização das fichas, evitando que sejam desarrumadas involuntariamente. Para isso pode ser utilizado feltro e emborrachado, por exemplo.

- *Software* Pixton©

O Pixton© é um *software* online criado com a finalidade de criar histórias em quadrinhos e foi repensado por Gadelha Vicente e Montenegro (2018) para a representação de soluções combinatórias devido à variedade de edições ilustrativas, permitindo ao usuário inserir, mover e alterar os personagens e objetos num espaço de quadrinhos (como ilustrado na Figura 1). Distingue-se das fichas por ser utilizado nas plataformas digitais, e nas ilustrações dos elementos por não estarem pré-definidas de acordo com o enunciado do problema, mas pode contemplar o mesmo objetivo das fichas, conforme o exemplo exposto na situação de *permutação*. Além disso, o *software* dispõe da função “guardar para depois”, servindo como armazenamento das construções que podem ser reeditadas a qualquer instante.

Método

Com o objetivo de analisar o uso das fichas e do *software* Pixton© na compreensão das propriedades combinatórias, foi desenvolvido um estudo piloto – visando analisar as etapas, instrumentos e os recursos pensados para o desenvolvimento de um estudo maior que culminará em uma dissertação – no qual participaram seis estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Municipal do Recife-PE. Os estudantes foram indicados pela professora da turma sem levar em conta critérios de facilidade ou dificuldade com a Matemática, a partir do critério estabelecido pela pesquisadora de serem três meninos e três meninas para que partisse de um grupo misto.

Todos os seis estudantes realizaram um teste inicial com lápis e papel. O teste inicial foi constituído de oito questões, sendo duas de cada tipo combinatório: *arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto de medidas* que tinham como resultado entre quatro e 12 possibilidades. Conforme os resultados obtidos no teste inicial pelos seis estudantes, foram emparelhadas duplas com médias próximas, e aleatoriamente foram definidas as que participaram dos momentos de ensino, sendo uma dupla para o uso das fichas e a outra dupla utilizando o *software* Pixton©. A terceira dupla não passou por processo de ensino – apenas realizou os testes – para servir de comparação com as duplas que tiveram o momento de ensino.

Nos Quadros 1 e 2 são apresentadas as situações-problemas na mesma organização dos testes realizados (teste inicial e teste final). As questões do teste inicial também foram utilizadas durante os momentos de ensino. O total de possibilidades explicitadas nos quadros é a resposta esperada em cada problema.

Quadro 1: Situações do teste inicial e total de possibilidades

CC	Situação-problema	T
A	Três amigos (Beto, Liz e Chico) apostaram corrida na praia de Boa Viagem. De quantas maneiras diferentes se pode ter o primeiro e o segundo lugares?	06
C	D. Marta levou seus quatro filhos (Bianca, Sabrina, Diego e Felipe) ao parque e no brinquedo pula-pula só podem entrar três crianças por vez. De quantas maneiras diferentes três crianças brincarão por vez no pula-pula?	04
P	Três irmãos (Igor, Léo e Tina) querem se sentar nos três últimos lugares disponíveis no cinema. De quantas maneiras diferentes os três irmãos podem se sentar nos lugares disponíveis?	06
PM	Na loja Quero Mais estão disponíveis três tipos de botas (marrom, preta e vinho) e dois tipos de gorros (cinza e rosa). De quantas maneiras diferentes pode-se comprar uma bota e um gorro?	06
A	Há quatro alunos (César, Lay, Bete e Luan) concorrendo ao cargo de representante e vice-representante. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos um representante e um vice-representante?	12
C	Na barraca Espaço Drinks há cinco frutas (acerola, caju, laranja, limão e maracujá) e os sucos são preparados misturando duas das frutas. De quantas maneiras diferentes os sucos podem ser preparados com duas frutas?	10
P	Na prateleira da casa de Edson estão três objetos (uma bola de futebol, um troféu e uma bola de basquete). De quantas maneiras diferentes ele pode colocar os três objetos lado a lado na prateleira?	06
PM	Na lanchonete Oba-oba há quatro sabores de suco (graviola, laranja, morango e uva) os quais são servidos em copos de três tamanhos (pequeno, médio e grande). De quantas maneiras diferentes pode-se tomar um suco de um sabor em um tamanho de copo?	12

CC » Classificação do Problema Combinatório; T » Total de possibilidades; A » Arranjo; C » Combinação; P » Permutação; PM » Produto de Medidas

Fonte: As autoras.

Quadro 2: Situações do teste final e total de possibilidades

CC	Situação-problema	T
A	Em um estacionamento chegaram três carros (prata, vermelho e outro branco). Porém apenas dois poderão estacionar. De quantas maneiras as duas vagas (A e B) poderão ser preenchidas?	06
C	Na sorveteria Julieta's dos sabores de sorvete se tem as opções: amendoim, cajá, coco e morango. De quantas maneiras Júlia poderá escolher três bolas de sorvetes de diferentes sabores?	04
P	No porta escova de dentes da Suzy, há suporte para até três escovas de dentes. De quantas maneiras diferentes, Suzy pode organizar as escovas de dentes, vermelha, azul e lilás?	06
PM	Em um final de semana, Luiza foi para casa de sua tia e em sua mochila levou suas três blusas (branca, cinza e rosa) e dois shorts (preto e azul). De quantas maneiras diferentes Luiza poderá se vestir?	06
A	Em um bingo quatro pessoas (Juca, Rita, Lena e Carol) empataram prestes a vencer, porém apenas os dois primeiros colocados receberão os brindes. De quantas maneiras podemos ter o primeiro e segundo lugares?	12
C	Para brincar no carrinho bate-bate, quatro amigos (Liz, Joel, Edu e Ana) precisarão se organizar de modo que cada um forme diferentes duplas para cada rodada. De quantas maneiras deverão se organizar as diferentes duplas?	06

P	Na recepção de uma festa há uma mesa com três cadeiras disponíveis. De quantas maneiras esses lugares poderão ser ocupados pelo avô, avó e seu neto?	06
PM	Pati ganhou três vestidos (azul, roxo e bege), e três tipos de calçados (sandália, sapato e bota). De quantas maneiras diferentes ela poderá se arrumar?	09

CC » Classificação do Problema Combinatório; T » Total de possibilidades; A » Arranjo; C » Combinação; P » Permutação; PM » Produto de Medidas

Fonte: As autoras.

O ensino ocorreu em dois dias distintos para cada dupla. No primeiro dia ocorreu uma mediação maior da pesquisadora, por intermédio de mais questionamentos junto às duplas, ao solucionarem um problema combinatório de cada situação. No segundo dia, com mediação da pesquisadora, as duplas responderam, com maior autonomia, as demais situações. Para a dupla que usou as fichas, foram produzidas 12 fichas ilustradas para cada elemento dos enunciados, totalizando 408 fichas. Estas foram entregues de acordo com o problema em questão, sendo solucionadas as quatro primeiras situações do teste inicial – uma de cada tipo: *arranjo, combinação, permutação e produto de medidas* - no primeiro momento e as demais situações no segundo momento. Para a dupla que utilizou o *software Pixton©* foi apresentado o recurso com intervalo para que os participantes explorassem as ferramentas de edição e depois passou-se à solução dos problemas.

Após as sessões de ensino, as três duplas realizaram o teste final, o qual seguiu a mesma estrutura do teste inicial, envolvendo o mesmo quantitativo de possibilidades das questões e respondido com o lápis e papel, sem o auxílio de outros recursos. Os resultados do teste final foram comparados quantitativamente com os resultados do teste inicial, considerando também, os avanços qualitativos observados durante as sessões de ensino.

Análise dos resultados

Desempenhos no teste inicial

Na Tabela 1 são postos os resultados obtidos por cada participante nos quatro tipos de problemas – *arranjo, combinação, permutação e produto de medidas*. Cada estudante poderia alcançar até 24 pontos se conseguisse *acertos totais* em todas as oito questões (duas questões de cada tipo de problema combinatório).

Tabela 1: Pontuação no 1º e no 2º problema de cada tipo do teste inicial

PONTUAÇÃO POR TIPO DE PROBLEMAS	Luna ⁴	Pablo	Davi	Tiago	Ana	Clara
Questão 1 de Arranjo	0	0	1	0	0	0
Questão 2 de Arranjo	0	0	0	1	0	1
Questão 1 de Combinação	1	0	0	0	0	2
Questão 2 de Combinação	1	1	1	1	0	1
Questão 1 de Permutação	0	0	0	0	0	2
Questão 2 de Permutação	1	1	0	1	0	1
Questão 1 de Produto de Medidas	1	0	0	1	0	1
Questão 2 de Produto de Medidas	0	1	1	1	0	1
Total de Pontos	4	3	3	5	0	9

Fonte: As autoras.

As respostas dadas pelos participantes do estudo piloto foram classificadas em *erros*, *acertos parciais* e *acertos totais*, pontuadas de acordo com o tipo de resposta. Para as respostas sem relação com a Combinatória, *erro*, resultou em 0 pontos; nas respostas inferiores à metade de possibilidades, *acerto parcial I*, somou-se 1 ponto; tendo contemplado a metade ou mais possibilidades, mas sem o esgotamento, *acerto parcial II*, se obteve 2 pontos; e no esgotamento das possibilidades, *acertos totais*, 3 pontos.

Observa-se que a pontuação inicial de todos os participantes foi baixa. Em nenhuma das situações da Combinatória foi obtido acerto total (3 pontos), ou seja, no teste inicial não houve, por parte de nenhum dos participantes, esgotamento das possibilidades em nenhum dos problemas. Não se alcançou a pontuação máxima nem mesmo em *produto de medidas*, tipo de problema mais familiar nessa etapa de escolarização, nem pelos valores reduzidos de possibilidades que foram propostos, em especial nos primeiros problemas de cada tipo.

Portanto, subentende-se que a falta de compreensão e de domínio das situações combinatórias, mesmo com um número reduzido de possibilidades, tenha sido pela falta de exploração de tais situações pelos estudantes, que mesmo estando no 5º ano do Ensino Fundamental, provavelmente ainda não tinham estudado tal conteúdo, ou, não o suficiente para relacionar os invariantes de *escolha*, de *ordenação* e o *esgotamento de possibilidades* a cada tipo de situação combinatória ou para entender a necessidade de *esgotamento de possibilidades*. Entretanto, é importante destacar que essa pequena amostra de participantes, e os critérios utilizados para selecioná-los, não permite generalizar essas suposições.

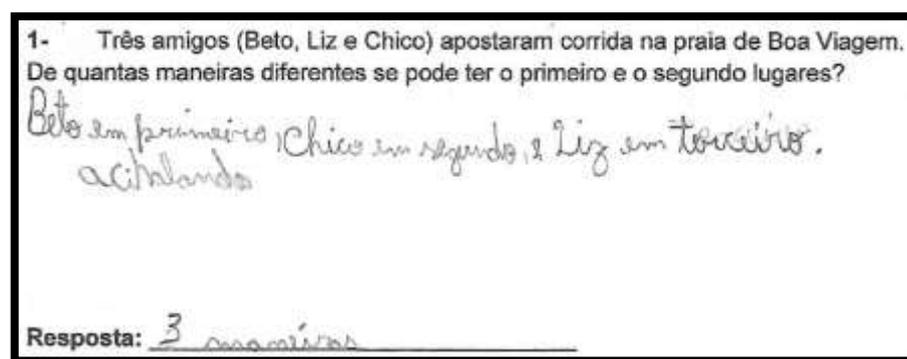
Em continuidade, é possível perceber que uma das crianças, Ana, não teve acertos em nenhum dos problemas. Clara foi a única participante que obteve o maior resultado em relação aos demais estudantes. Esta última apresentou *acertos parciais* do tipo *II* (2 pontos) –

⁴ Nomes fictícios para a preservação da imagem dos participantes.

metade ou mais da metade de possibilidades – em uma das situações de *combinação* e em outra de *permutação*, enquanto em *produto de medidas* e em *arranjo* não teve o mesmo desempenho. As demais crianças ou *erraram* os problemas ou conseguiram indicar menos da metade das possibilidades – obtendo, assim, alguns *acertos parciais I* (1 ponto). A apresentação de uma possibilidade como resposta mostrou um princípio de raciocínio combinatório pelos estudantes, mas por outro lado eles não demonstram compreensão da necessidade de explorarem e esgotarem todas as possibilidades como resposta final. Para que essa percepção seja desenvolvida é preciso que os estudantes sejam instigados a pensarem nas diferentes maneiras de agruparem os elementos, a qual se dá a partir do enfrentamento de diversas situações, conforme apontado por Vergnaud (1996), mediante a intervenção do professor.

Todos os participantes, com exceção Davi, não pontuaram na primeira questão de *arranjo* por terem apresentado respostas sem relação com a Combinatória, tal como: *porque quem chegar em primeiro é primeiro, e quem chegar em segundo é segundo*, como também, por não estarem atentos à *escolha* dos elementos, agrupando todos os elementos simultaneamente, quando deveriam ser escolhidos dois a dois. Na Figura 3 é exemplificada esse tipo de resposta, ao ser registrado: “Beto em primeiro, Chico em segundo e Liz em terceiro”, como solução ao problema.

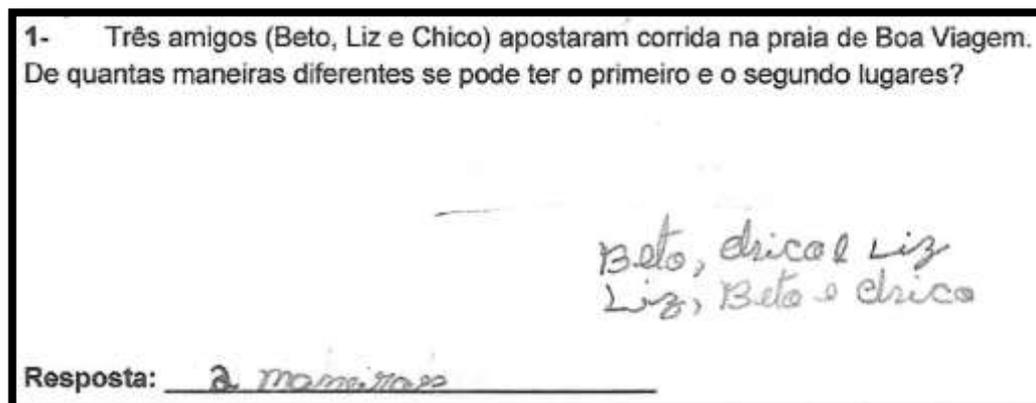
Figura 3: Resolução do primeiro problema de *arranjo* com resposta incorreta pelo estudante Tiago, no teste inicial



Fonte: As autoras.

Subentende-se que as crianças estão habituadas a situações de competição que consideram os três primeiros lugares e, desse modo, não se atentaram ao fato da questão solicitar as diferentes maneiras de ter apenas o primeiro e o segundo lugares. Essa hipótese pode ser confirmada quando comparada às respostas de Clara nas situações de *arranjo*, como pode ser observado na Figuras 3 e 4.

Figura 4: Resolução do primeiro problema de *arranjo* com resposta incorreta pela estudante Clara, no teste inicial

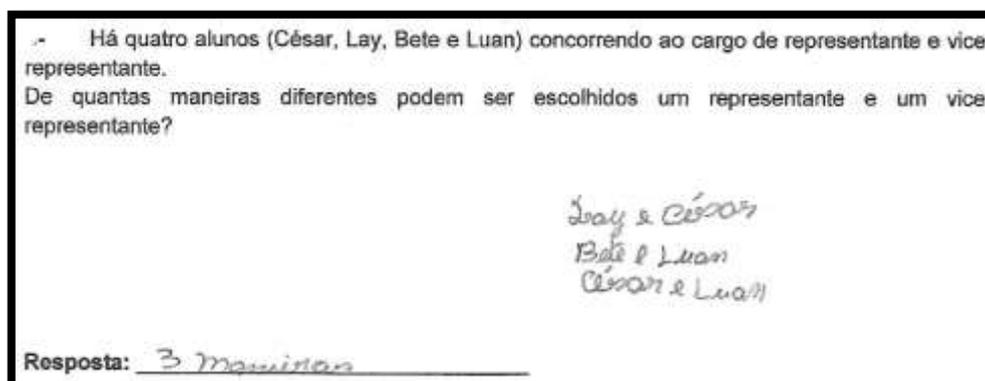


Fonte: As autoras.

Na Figura 4 é visto que a estudante Clara agrupou todos os elementos (Beto, Chico e Liz); (Liz, Beto e Chico) nas duas possibilidades construídas, assim como Tiago havia feito (Figura 3). Entretanto, ainda que tenha sido aleatória, a *ordenação* foi considerada, mas nas possibilidades não foram consideradas apenas a *escolha* do 'primeiro e o segundo lugares'. Como resposta eram esperados os seguintes agrupamentos: Beto (1º lugar) e Liz (2º lugar); Beto (1º lugar) e Chico (2º lugar); Liz (1º lugar) e Beto (2º lugar); Liz (1º lugar) e Chico (2º lugar); Chico (1º lugar) e Beto (2º lugar); e Chico (1º lugar) e Liz (2º lugar).

Diferentemente da resolução anterior, na segunda questão de *arranjo* no teste inicial, a mesma estudante (Clara) se atentou à *escolha* dos elementos de acordo com o enunciado da questão. Dos quatro personagens explicitados no enunciado, considerou dois personagens em cada possibilidade: (Lay e César); (Bete e Luan); e (César e Luan), indicando o 'representante e o vice-representante' solicitados (como indicado na Figura 5).

Figura 5: Resolução do segundo problema de *arranjo* com resposta incompleta pela estudante Clara, no teste inicial

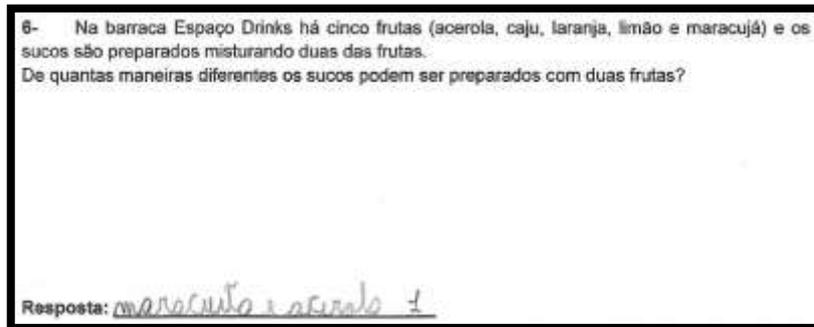


Fonte: As autoras.

Em relação a outro tipo de resposta identificada no teste inicial, o estudante Pablo,

assim como a maioria dos participantes, listou apenas uma possibilidade (*maracujá e acerola*) como resposta, mas demonstrou entender que a *combinação* dos dois elementos correspondia apenas a uma possibilidade. Essa compreensão é exemplificada na Figura 6.

Figura 6: Resolução do segundo problema de *combinação* com *acerto parcial* do tipo *I* (menos da metade de possibilidades) pelo estudante Pablo, no teste inicial



Fonte: As autoras.

Em pesquisa anterior (GADELHA; VICENTE; MONTENEGRO, 2018), foi observado, no teste diagnóstico, que usualmente os estudantes mesmo apresentando indícios de compreensão de relações combinatórias, apresentam uma única opção de agrupamento dos elementos como resposta, por não terem noção de diferentes possibilidades ou por acreditarem que é suficiente apresentar uma resposta única.

De modo geral, *combinação*, *permutação* e *produto de medidas* foram os tipos de situações que tiveram maior pontuação no teste inicial. Este resultado em *produto de medidas* já era esperado em consonância ao obtido por Pessoa e Borba (2009), provavelmente devido à familiaridade das crianças com esse tipo de problema – por ser o único tipo de problema combinatório explicitamente trabalhado em livros didáticos de anos iniciais, embora implicitamente outros tipos de problemas sejam tratados.

Os resultados do teste inicial corroboram com o estudo de Pessoa e Borba (2009), no qual os participantes da 4ª série (atual 5º ano) pontuaram (mesmo que em acertos parciais) nas situações de *combinação*, *permutação* e *produto de medidas*, mas não pontuaram nas situações de *arranjos*. Acredita-se que os conhecimentos diversos, escolares ou extraescolares, contribuam no desenvolvimento desse raciocínio. Porém, não são suficientes para a formação ampla de conceitos combinatórios. Segundo a Teoria dos Campos Conceituais, é preciso que os conceitos sejam trabalhados considerando-se os conjuntos do tripé: Situações (*S*), Invariantes (*I*) e Representações simbólicas (*R*), para a essência do desenvolvimento cognitivo, a conceitualização.

Para constituir as duplas que utilizaram os recursos didáticos, optou-se pelos

estudantes que tiveram uma média próxima nas pontuações no teste inicial, para não favorecer um recurso sobre outro. Na Tabela 2 são apresentadas as duplas das sessões de ensino.

Tabela 2: Pontuações das duplas de participantes das sessões de ensino por recurso didático

DUPLAS PARTICIPANTES DAS SESSÕES DE ENSINO			
Recurso	Alunos	Total de pontos no teste inicial	Média por dupla
Dupla 1 (Fichas)	Luna	4	3,5
	Pablo	3	
Dupla 2 (Pixton©)	Davi	3	4,0
	Tiago	5	

Fonte: As autoras.

As estudantes Ana e Clara constituíram a dupla sem ensino, com Ana não demonstrando nenhuma compreensão nos problemas do teste inicial (0 pontos) e Clara já demonstrando um certo entendimento das variadas situações combinatórias (9 pontos). O intuito dessa dupla era o de observar se essas crianças avançariam em seus raciocínios combinatórios mesmo sem terem passado por ensino específico tratando de problemas de Combinatória.

Avanços observados nas sessões de ensino

- Uso de fichas

Ao longo das sessões de ensino houve mediação da pesquisadora para que os participantes percebessem as relações de *escolha* e *ordenação* a cada tipo de problema combinatório para o *esgotamento das possibilidades*. Para a percepção da *escolha*, as crianças foram questionadas quanto ao número de elementos que deveriam escolher, se seriam todos ou alguns, em resposta ao problema. Em relação à *ordenação*, a partir da alternância dos elementos de uma possibilidade já construída, os estudantes foram levados a refletir se a alteração da colocação dos elementos geraria uma possibilidade a mais ou repetida. Essa mesma reflexão foi utilizada para que contemplassem o *esgotamento de possibilidades*. Quando formadas possibilidades repetidas (quando a *ordenação* não gera possibilidades distintas) era perguntada a diferença entre as duas possibilidades, no intuito de levá-las à reflexão se a *ordenação* indicava, ou não, possibilidades distintas.

Um dos participantes (Pablo) era mais ativo na interatividade com as fichas, do que sua parceira de dupla (Luna), mas sempre que achava equívoco nas respostas, a estudante interferia na resolução do colega. A pesquisadora fazia uso desses episódios, pedindo que a

estudante justificasse seu ponto de vista, no intuito de acompanhar sua compreensão. Numa situação de *produto de medidas* – Na loja *Quero Mais* estão disponíveis três tipos de botas (marrom, preta e vinho) e dois tipos de gorros (cinza e rosa). De quantas maneiras diferentes pode-se comprar uma bota e um gorro? – Pablo iniciou combinando duas opções de gorros – um gorro na cor cinza e um gorro na cor rosa – porém, Luna interrompeu a resolução, afirmando que a resposta estava incorreta. Ao ser questionada pela pesquisadora sobre sua afirmação, Luna ressaltou que na questão foi solicitada ‘uma bota e um gorro’, ou seja, um elemento de cada conjunto para ser combinado. Pablo demonstrou ter compreendido a ressalva da colega e reiniciou os agrupamentos até o esgotamento das possibilidades.

Para algumas situações, a dupla fez uso da estratégia de sistematização (levantamento organizado de possibilidades), o que possibilitou avanços em seus desempenhos na resolução dos problemas, e não foi identificada nenhuma limitação do recurso utilizado (fichas). A exemplo do ocorrido anteriormente, na resolução do problema de *permutação* (colocação, em uma prateleira, de uma bola de futebol, um troféu e uma bola de basquete), Luna chamou à atenção o colega ao perceber que um dos elementos da questão, ‘bola’, só poderia ser escolhido duas vezes como primeira opção nos agrupamentos, caso contrário o agrupamento se repetiria. Logo, essa lógica foi considerada para os demais elementos, resultando no esgotamento das possibilidades. No decorrer das resoluções, os participantes perceberam que a organização sistemática facilitava a visualização dos possíveis agrupamentos, como também, permitia que esgotassem as possibilidades.

- Uso do *software* Pixton©

Os participantes que utilizaram o *software* também tiveram dificuldades iniciais em esgotar as possibilidades por dois motivos. Primeiro, por não perceberem – assim como a dupla que usou as fichas – que para determinadas situações a *ordenação* geraria diferentes possibilidades. Um segundo motivo de dificuldades gerou-se pela falta de sistematização nas respostas. Assim, para as situações com resultados maiores, como 12 possibilidades, não conseguiam perceber os agrupamentos que faltavam, além da dificuldade de lembrar os agrupamentos já construídos (isso porque no Pixton© o usuário enquanto edita uma possibilidade em um quadrinho não consegue visualizar simultaneamente todas as construções anteriores). Para a superação dessa dificuldade, a pesquisadora propôs que os participantes visualizassem os agrupamentos construídos e pensassem em um possível agrupamento antes de acessar as ferramentas de edição, evitando, assim, a repetição dos

agrupamentos. As situações vivenciadas reforçam o papel do mediador em orientar os estudantes durante o uso dos recursos didáticos.

Na situação de *arranjo* - *Há quatro alunos (César, Lay, Bete e Luan) concorrendo ao cargo de representante e vice-representante. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos um representante e um vice-representante?* – Tiago iniciou inserindo todos os personagens da situação, porém, Davi se pronunciou dizendo ser desnecessário, tendo em vista que só seriam necessários dois personagens – representante e vice-representante. Desse modo, Tiago optou em excluir os demais personagens. Essa observação foi considerada na organização dos demais agrupamentos da questão, ou seja, só foram inseridos dois personagens para a organização de cada agrupamento.

Foi vivenciada, em diversos momentos a colaboração da dupla em auxiliar um ao outro na *escolha* dos elementos, de acordo com o problema, como também a preocupação de ceder espaço para que cada um interagisse com o *software* na resolução das situações. A mediação da pesquisadora foi crucial para a dupla não se ater demasiadamente a detalhes irrelevantes à situação, como, por exemplo, a escolha do cenário, e para que intervisse na percepção dos invariantes combinatórios: *escolha, ordenação e esgotamento de possibilidades*.

Dado um problema de *produto de medidas* - *Na lanchonete Oba-oba há quatro sabores de suco (graviola, laranja, morango e uva) os quais são servidos em copos de três tamanhos (pequeno, médio e grande). De quantas maneiras diferentes pode-se tomar um suco de um sabor em um tamanho de copo?* – após a construção de quatro das 12 possibilidades, os participantes afirmaram ter finalizado a resolução. Na tentativa de levá-los à reflexão para que percebessem as demais maneiras dos elementos serem agrupados, a pesquisadora iniciou se pronunciando: “*Vejam ...*”, imediatamente foi interrompida por um dos participantes (Davi) que demonstrou ter percebido outra possibilidade, dando continuidade até o esgotamento.

Desempenhos no teste final

É apresentado, a seguir, na Tabela 3, a pontuação no teste final (realizado após as sessões de ensino). Para isso, foi empregada a pontuação já definida: *erros* (0 ponto), *acerto parcial I* (1 ponto), *acerto parcial II* (2 pontos) e *acerto total* (3 pontos) e, a partir das oito situações combinatórias (duas questões para cada situação: *arranjo, combinação, permutação e produto de medidas*), sendo 24 pontos o máximo a ser alcançado por cada estudante em cada um dos testes.

Todos os estudantes tiveram melhoras em seus desempenhos. As pontuações totais de alguns, participantes das sessões de ensino, foram um pouco mais que triplicadas e de alguns estudantes a pontuação total foi quadruplicada. No teste final houve bem mais acertos parciais e alguns acertos totais (inexistentes no teste inicial). Nos exemplos a seguir, são apresentados os protocolos dos estudantes das sessões de ensino que mais demonstraram avanços no teste final.

Tabela 3: Pontuação no 1º e no 2º problema de cada tipo do teste final

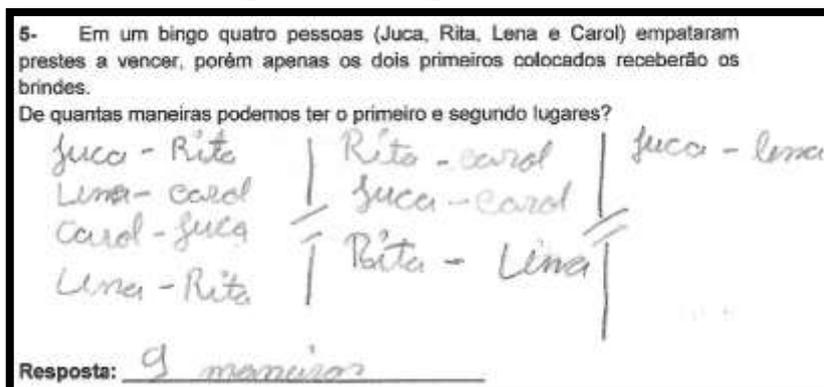
PONTUAÇÃO POR TIPO DE PROBLEMAS	Luna	Pablo	Davi	Tiago	Ana	Clara
Questão 1 de Arranjo	2	2	3	2	0	2
Questão 2 de Arranjo	2	2	1	1	0	2
Questão 1 de Combinação	3	1	0	2	2	3
Questão 2 de Combinação	2	2	0	2	3	2
Questão 1 de Permutação	2	2	2	2	1	2
Questão 2 de Permutação	2	0	2	2	0	2
Questão 1 de Produto de Medidas	3	3	2	3	1	2
Questão 2 de Produto de Medidas	2	1	2	2	1	3
Total de Pontos	18	13	12	16	8	18

Fonte: As autoras.

Os resultados no teste final de Luna são surpreendentes, pois como evidenciado na discussão dos momentos de ensino, a estudante se recusou a estar à frente da organização das fichas para solucionar os problemas, mas interferia sempre que notava algum equívoco do colega sobre o agrupamento dos elementos. Portanto, é notável que o modo como vivenciou as sessões de ensino não interferiu em suas compreensões combinatórias. Bem diferente do teste inicial, a estudante obteve os maiores resultados quantitativos entre os participantes das sessões de ensino. No teste final, ela teve *acertos parciais* em todos os tipos de problemas e acertos totais em dois tipos – *combinação* e *produto de medidas*.

Mesmo não sistematizando suas resoluções, as respostas de Luna se ativeram a *acertos parciais* do tipo II, quando há indicação de metade ou de mais da metade das possibilidades, e *acertos totais*, pelo *esgotamento das possibilidades*. Seus resultados ficaram muito próximos da resposta correta, sendo desafiador ter percebido todas as possibilidades ou boa parte delas, mesmo sem a estratégia de sistematização dos agrupamentos, como se pode observar na Figura 7. Apresentou, desse modo, como resposta: (Juca e Rita); (Lena e Carol); (Carol e Juca); (Lena e Rita); (Rita e Carol); (Juca e Carol); (Rita e Lena); (Juca e Lena). Listou, assim, oito das 12 possibilidades totais, embora tenha registrado como resposta, possivelmente por descuido em sua contagem, “9 maneiras”.

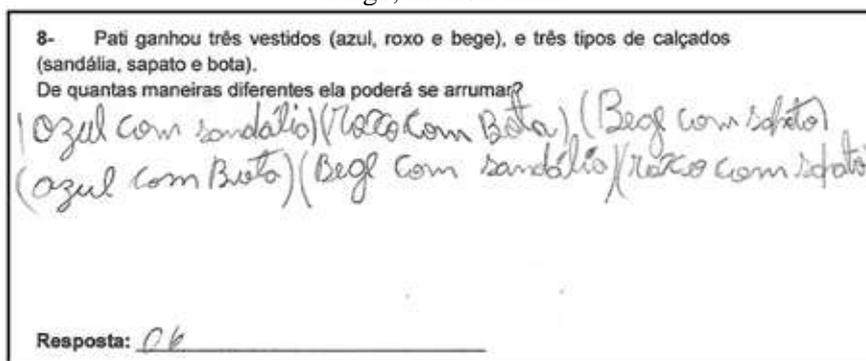
Figura 7: Resolução do segundo problema de *arranjo* com *acertos parciais* do tipo II (metade ou mais da metade de possibilidades) pela estudante Luna, no teste final



Fonte: As autoras.

O estudante Tiago passou a efetuar *escolhas* corretamente, no teste final, em todas as situações de *arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto de medidas*. Mesmo não utilizando a sistematização como estratégia para contemplar todas as possibilidades – dificuldade explicitada anteriormente por Borba (2016) em outros estudos – Tiago demonstrou *acerto total* na situação de *produto de medidas*. Na Figura 8, são observadas as seguintes possibilidades como resposta ao problema: (azul com sandália); (roxo com bota); (bege com sapato); (azul com bota); (bege com sandália) e (roxo com sapato). Listou, assim, seis das nove possibilidades totais.

Figura 8: Resolução do segundo problema de *produto de medidas* com *acerto total* pelo estudante Tiago, no teste final.



Fonte: As autoras.

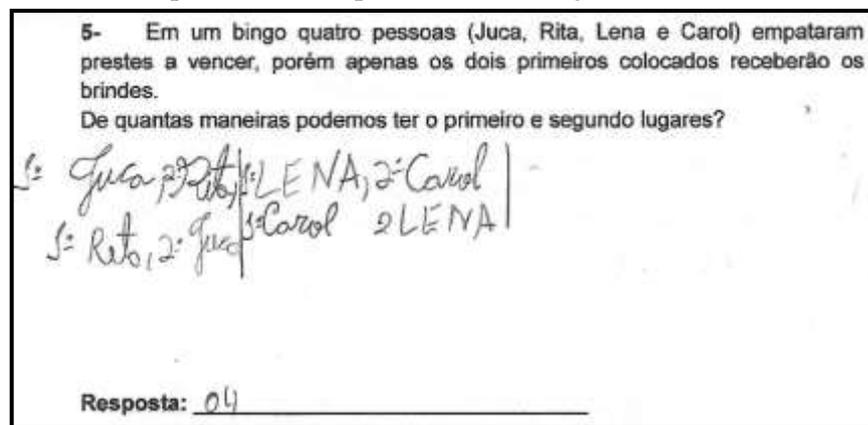
Em comparação ao teste inicial, Tiago, demonstrou um bom desempenho nos demais tipos de situações. Suas respostas foram classificadas em *acertos parciais II* (metade ou mais da metade de possibilidades). Enquanto as respostas do teste inicial limitaram-se ao acerto no invariante *escolha* e ao *erro*, acredita-se que, ao longo das sessões de ensino, o uso do *software* e a mediação da pesquisadora tenham contribuído para que o estudante

compreendesse melhor as propriedades de cada tipo de problema combinatório.

Apenas na segunda questão de *arranjo* foi que o estudante não contemplou nem a metade das 12 possibilidades. Sua resposta limitou-se a quatro possibilidades: (Juca e Rita); (Rita e Juca); (Lena e Carol); e (Carol e Lena), como pode ser observado na Figura 9.

Mesmo tendo se limitado a quatro possibilidades, nos agrupamentos construídos, é possível notar que o estudante considerou que dos quatro elementos do enunciado só dois seriam agrupados por possibilidade, como também, demonstrou perceber que a *ordenação* dos elementos gera novas possibilidades neste tipo de situação. Apesar de não ter esgotado as possibilidades, Tiago mostrou ter avançado em seu raciocínio combinatório.

Figura 9: Resolução do segundo problema de *arranjo* com *acerto parcial* do tipo I (menos da metade de possibilidades) pelo estudante Tiago, no teste final



Fonte: As autoras.

As crianças do grupo sem ensino (Ana e Clara) – as quais não interagiram entre si, nem usaram recursos didáticos – também aparentam ter demonstrado avanços no teste final. Entretanto, não é uma garantia de avanços, tendo em vista que no teste inicial Clara já possuía uma boa compreensão das situações e após solucionar mais problemas combinatórios conseguiu melhorar seu desempenho inicial, enquanto Ana partiu de um desempenho extremamente fraco e avançou pouco em seu raciocínio combinatório.

Houve avanços em cada situação combinatória, com desempenhos finais muito semelhantes em problemas de *arranjo*, *combinação* e *permutação* e desempenho um pouco melhor nos problemas de *produto de medidas*. Os *acertos parciais* do tipo II (2 pontos) – mais da metade das possibilidades – e *acertos totais* (3 pontos) – *esgotamento das possibilidades* – foram mais evidenciados nas situações de *combinação* e *produto de medidas* – problemas nos quais a *ordenação* dos elementos não indica possibilidades distintas. Os *acertos totais* também ocorreram mais nos primeiros problemas de cada tipo, os quais possuíam menor número total de possibilidades.

Entre as duplas que utilizaram os diferentes recursos (fichas x *software* Pixton©), observou-se uma pequena diferença de 1,5 na média nos desempenhos finais – como se pode observar na Tabela 4. Os participantes que usaram as fichas tiveram uma média de 15,5 pontos e a média dos que utilizaram o Pixton© foi de 14 pontos. São resultados um pouco distantes do máximo (24) que poderia ser contemplado, mas comparado às médias anteriores (Tabela 2) o desempenho passou a ser bem superior.

Tabela 4: Pontuações das duplas de ensino por recurso didático no teste final

DUPLAS DAS SESSÕES DE ENSINO			
Recurso	Alunos	Total Pontos	Média por dupla
Dupla 1 (Fichas)	Luna	18	15,5
	Pablo	13	
Dupla 2 (Pixton©)	Davi	12	14,0
	Tiago	16	

Fonte: As autoras.

Uma das dificuldades enfrentadas no Pixton© foi a falta de visualização das ilustrações construídas enquanto uma nova ilustração estava sendo editada. Considerando que durante o uso do *software* Pixton©, cada possibilidade foi representada sem sistematização e por quadrinho – cada agrupamento representado em um quadrinho – os estudantes tiveram maior dificuldade em esgotar todas as possibilidades das situações que possuíam maior número como resultado. Outro fator determinante foi o tempo necessário para a familiarização das ferramentas do Pixton©.

Os participantes que utilizaram o *software* demonstraram avanços próximos aos dos que usaram as fichas. Acredita-se que o processo de resolução no *software* reforça o desenvolvimento do raciocínio combinatório conforme são exploradas as ilustrações no mesmo, ao buscar contemplar o contexto e as propriedades de cada tipo de situação para a construção dos agrupamentos. Desse modo, a cada resolução foi reforçado o pensamento combinatório, juntamente com a mediação da pesquisadora.

Em relação ao ensino com as fichas, como já esperado, a dupla não apresentou dificuldades em utilizá-las, entretanto, a mediação da pesquisadora foi crucial para despertar nos participantes a reflexão sobre os agrupamentos construídos, para que fossem relacionados aos invariantes das situações. Entretanto, maior tempo de ensino – com fichas e/ou com o *software* – se faz necessário para um mais amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Para o curto tempo de ensino, foram observadas melhoras de desempenho em problemas combinatórios, tanto com o uso das fichas, quanto do *software*. Esses resultados

corroboram com os resultados da pesquisa de Gadelha, Vincente e Montenegro (2018), a qual propôs o uso do Pixton© em situações da Combinatória, e com os resultados do estudo de Florencio e Guimarães (2017), no qual foram utilizadas fichas. Os resultados também vão ao encontro da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) ao recomendar o uso de recursos didáticos nos anos iniciais de escolarização, como auxílio na resolução de problemas combinatórios. Porém, a mediação no uso de tais recursos é fundamental para que a aprendizagem de fato aconteça, sendo necessário que o estudante seja levado a refletir sobre as propriedades trabalhadas. No presente estudo, portanto, verificou-se, que as perguntas direcionadas às dificuldades dos participantes, muito contribuíram na percepção dos invariantes de escolha, de ordenação e no esgotamento de possibilidades das situações combinatórias.

Destaca-se, também, que mesmo em um curto período de ensino, os avanços dos estudantes em seus raciocínios combinatórios puderam ser mais bem percebidos quando analisados a partir das três dimensões apresentadas na TCC. Os estudantes passaram a demonstrar compreensão sobre as singularidades – invariantes (I) – das situações combinatórias conforme exploravam os problemas propostos – (S) –, e representações simbólicas (R) mais elaboradas em suas respostas. Desse modo, é reforçado que as três dimensões devem ser consideradas simultaneamente no processo de construção dos conceitos.

Considerações

Mediante os resultados analisados, conclui-se que os dois momentos de ensino com cada dupla contribuíram para que os estudantes avançassem bem em seus raciocínios combinatórios, conforme observado nos resultados no teste final. Constatou-se que os recursos didáticos – fichas e *software* Pixton© – foram eficazes no que diz respeito à representação de soluções combinatórias nos diferentes tipos de situações – *arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto de medidas* –, contribuindo também para que mediante a mediação da pesquisadora os participantes passassem a demonstrar melhor compreensão das propriedades envolvidas – na *escolha* e *ordenação* dos elementos, bem como no *esgotamento* de possibilidades. Logo, os participantes passaram a obter mais acertos parciais e acertos totais a partir das vivências que contemplaram as três dimensões destacadas por Vergnaud (1996) (situações, invariantes e representações simbólicas) e acredita-se que maior tempo de ensino pode propiciar avanços ainda maiores.

Construir as ilustrações no Pixton© pode ter contribuído para os estudantes

consolidarem os conhecimentos enquanto organizavam as ilustrações, entretanto, a falta de visualização das representações construídas foi um dificultador, considerando que os estudantes não sistematizaram os agrupamentos. Outro ponto a ser destacado foi a necessidade de um tempo a mais para situá-los no uso do *software*, como também a variedade de edições que levaram a distrações ao longo das resoluções dos problemas combinatórios, diferente das fichas que permitiram uma vista panorâmica de todos os agrupamentos.

Os participantes das sessões de ensino mantiveram o uso da listagem e o desenho nas representações simbólicas do teste final e demonstraram maior organização e coerência em suas resoluções, bem como mais acertos totais, ou seja, no teste final houve avanços e esgotamentos das possibilidades em alguns problemas.

No estudo efetivo pretende-se verificar, em mais aprofundadas análises qualitativas, o quanto o uso de cada recurso (fichas ou *software* Pixton©) pode influenciar na resolução de problemas de Combinatória e no desenvolvimento do raciocínio combinatório de estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Foi verificado que os estudantes passaram a obter acertos naqueles problemas que tiveram mais dificuldades, ou seja, em *arranjos*, nos quais a *ordenação* dos elementos das possibilidades importa.

De maneira geral, conclui-se que tanto as fichas quanto o *software* Pixton© contribuíram na aprendizagem dos estudantes durante os momentos de ensino. As duas duplas ensinadas demonstraram facilidade no uso dos recursos didáticos em resposta aos problemas propostos, seguido por avanços quantitativos consideráveis na comparação das respostas no teste final com as do teste inicial. Esses avanços evidenciam melhor compreensão das situações combinatórias (*S*) e das propriedades e relações invariantes dessas situações (*I*), bem como uso mais eficiente de representações simbólicas (*R*) no tratar de problemas de Combinatória. Os estudantes dessas duplas apresentaram melhor compreensão dos contextos dos problemas combinatórios e não se limitaram a uma possibilidade como resposta, como fizeram muitas vezes no teste inicial. Dessa forma, observou-se que o uso dos recursos auxiliou os estudantes a compreenderem melhor o que se estava solicitando nos problemas, bem como ajudou no levantamento das distintas possibilidades de cada situação combinatória.

Espera-se que os resultados desse estudo sejam evidenciados no estudo maior – dissertação em andamento – para que seja enfatizada a relevância do uso de recursos didáticos como alternativa para os professores dos anos iniciais, em consonância à Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), em particular as fichas e o *software* Pixton© aqui testados, como aliados no tratamento de situações combinatórias. Destaca-se, a importância e

necessidade do professor como mediador para que haja aprendizagem e eficácia no uso de recursos didáticos, os quais, por si só, não permitem que os estudantes avancem em seus raciocínios matemáticos.

Referências

BORBA, R. O raciocínio combinatório na educação básica. In ENEM – X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, BA - 07 a 09 de julho de 2010. **Anais...** Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010.

BRASIL, S. E. F. **Base Nacional Curricular Comum** - BNCC. Brasília, 2018.

CHAMORRO, M. C. **Didáctica de las Matemáticas para Primaria**. Madrid: Pearson Educación, 2003.

FLORENCIO, R.; GUIMARÃES, G. A resolução do problema de produto cartesiano na educação infantil. In: **Cadernos de Trabalho de Conclusão do Curso de Graduação em Pedagogia da UFPE**. Recife, 2017.

GADELHA, D.; VICENTE, D.; MONTENEGRO, J. Software Pixton©: resolução de problemas combinatórios por crianças do 5º ano do ensino fundamental. In: **Revista Cadernos para o Professor**, n. 36, 2018, p. 77-90.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais** - 1. ed. - São Paulo: PROEM, 2014.

PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1a a 4a série. p.105-150. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, Campinas, SP, v. 17, n. 31, 2009.

PESSOA, C.; SANTOS, L. Resolução de problemas combinatórios a partir de material manipulativo e de lápis e papel: intervenções no 5º ano do ensino fundamental. **Revista Educação Online**, n. 18, jan-mai 2015, p. 1-26.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In. BRUM, Jean, (org.) **Didáctica das Matemáticas**. Horizontes Pedagógicos, Lisboa, 1996.

Recebido em: 25 de junho de 2019
Aprovado em: 17 de abril de 2020