

## **MATERIAIS CURRICULARES COMO FERRAMENTAS DE APRENDIZAGEM DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA**

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2019.8.17.414-433>

Gilberto Januario<sup>1</sup>  
Katia Lima<sup>2</sup>

**Resumo:** Materiais curriculares configuram-se como instrumentos que (re)contextualizam as práticas pedagógicas, incidindo sobre os modos de ensinar e aprender Matemática. A pesquisa com foco na interação que ocorre entre professores e materiais curriculares tem chamando a atenção para questões sobre como os profissionais utilizam os materiais de Matemática e se, e como, esses materiais podem influenciar as práticas docentes. Nesse contexto, nos propomos a discutir sobre aspectos desses materiais que podem ajudar os professores a ampliar seus conhecimentos em relação à Matemática para o ensino. Perpassando às ideias de *affordance* e agência, concentramos a discussão em torno de características nos materiais que podem promover as aprendizagens dos professores. Nesse sentido, tal discussão será feita na perspectiva de estudo teórico, de abordagem qualitativa. Nossas reflexões mostram que materiais curriculares, considerados como agentes de possibilidades para a prática pedagógica, podem apresentar recursos tais como transparência, antecipação das respostas dos estudantes, tipos de tarefas, bem como organização e sequenciamento das situações de aprendizagem que podem contribuir para a mobilização do conhecimento matemático para o ensino, por meio de uma análise crítica, podendo a relação e esta análise ser, inclusive, objetos da formação.

**Palavras-chave:** Aprendizagem do professor. Relação professor-materiais curriculares. Currículos de Matemática.

## **CURRICULUM MATERIALS AS A LEARNING TOOL FOR THE TEACHER TEACHING MATHEMATICS**

**Abstract:** Curriculum materials are instruments that (re)contextualize pedagogical practices, focusing on the ways of teaching and learning Mathematics. Research focusing on the interaction between teachers and curriculum materials has drawn attention to questions about how professional use Mathematics materials and whether, and how, these materials can influence teaching practices. In this context, we propose to discuss aspects of these materials that can help teachers broaden their knowledge of Mathematics for teaching. Going beyond the ideas of *affordance* and agency, we focused the discussion around characteristics in the materials that, in addition to promoting student learning, are designed to promote teacher learning. In this sense, such discussion will be made from the perspective of theoretical study, of qualitative approach. Our reflections show that curriculum materials considered as agents of possibilities for pedagogical practice can present resources such as transparency, anticipation of student responses, types of tasks, as well as organization and sequencing of learning situations that can contribute to the mobilization of knowledge mathematical for teaching,

---

<sup>1</sup> Professor do Departamento de Educação Matemática (DEEMA) da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). Professor Colaborador do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Montes Claros (PPGE/Unimontes). E-mail: [januario@ufop.edu.br](mailto:januario@ufop.edu.br). ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0024-2096>

<sup>2</sup> Professora do Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Professor Colaborador do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Montes Claros (PPGE/Unimontes). E-mail: [katialima@ufrb.edu.br](mailto:katialima@ufrb.edu.br)

through a critical analysis, the relationship and this analysis being even objects of formation

**Keywords:** Teacher learning. Relationship teacher-curriculum materials. Mathematics curriculum.

### **Começando o diálogo**

Nos últimos trinta anos de produção e distribuição de materiais curriculares às escolas públicas, os livros didáticos e cadernos de atividades elaborados por Secretarias de Educação têm chamado a atenção da pesquisa brasileira. Pesquisadores do campo da Educação Matemática vêm se debruçando sobre diferentes focos de investigação ao tomar esses materiais como objeto de estudo (JANUARIO; PIRES; MANRIQUE, 2018). Esse interesse tem-se dado pelo amplo uso dos materiais curriculares, seja por professores ou por estudantes, em situações de aula.

Os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática estão implicados pelo uso de materiais de apoio ao desenvolvimento curricular, que têm atuado como indutores de currículo e, conseqüentemente, indutores da aprendizagem matemática de estudantes e de professores (LLOYD, 1999). Esses materiais têm sido vistos como veículo que contribui para a promoção de mudanças pedagógicas nas aulas de Matemática e como recursos que implementam as reformas curriculares. Além de traduzir as prescrições curriculares em forma de situações de aprendizagem, apresentando os conceitos e ideias matemáticas, eles podem influenciar como os professores abordam e tratam os conteúdos, ou seja, colaboram com as aprendizagens docentes em relação à Matemática para o ensino (REMILLARD; REINKE; KAPOOR, 2018).

A pesquisa em Educação Matemática sobre materiais curriculares tem produzido conhecimento relevante em relação à presença, ou não, de conteúdos para diferentes níveis e etapas da educação básica; o tratamento conceitual e a abordagem didática e metodológica dada pelos autores aos conteúdos; a interface com as tecnologias e mídias; a organização e seleção dos conteúdos, dentre outros (JANUARIO; PIRES; MANRIQUE, 2018). Mais recentemente, também tem considerado outros focos de investigação, como a relação entre os professores e os materiais curriculares; o uso que professores fazem desses materiais; os recursos que professores e materiais mobilizam para a interação; e como essa relação implica formas variadas de desenvolver o currículo de Matemática (CRISOSTOMO; JANUARIO;

LIMA, 2017).

Em relação ao uso dos materiais curriculares por professores que ensinam Matemática, pesquisas (BROWN, 2002; REMILLARD, 2005; DAVIS; NELSON; BEYER, 2008; JANUARIO, 2017; LIMA, 2017) têm mostrado que professores e materiais são agentes que trazem seus recursos para uma relação dinâmica, em que um implica a ação do outro. Outras pesquisas (DAVIS; KRAJCIK, 2005; STEIN; KIM, 2009) têm enfatizado os materiais curriculares como agentes que contribuem significativamente para a aprendizagem crítica dos professores. A expressão *aprendizagem crítica* refere-se a como os professores mobilizam seus conhecimentos ao analisar materiais curriculares e identificar possibilidades de uso desses recursos na abordagem e tratamento dos conteúdos, bem como na organização dos tempos e espaços para a realização das aulas; refere-se, também, à compreensão das limitações presentes nesses materiais, como opções didáticas e metodológicas e tratamento conceitual dos conteúdos.

Nesse sentido, a pesquisa sobre como os professores mobilizam seus saberes e conhecimentos matemáticos para o ensino, por meio de sua relação com materiais curriculares, tem relevância para a Educação Matemática, especialmente para os campos da formação de professores e currículos de Matemática, evidenciando como os materiais se constituem como ferramenta de aprendizagem dos professores e como podem influenciar os modos que esses profissionais desenvolvem o currículo e, conseqüentemente, oportunizam situações de aprendizagem aos estudantes (CURI; BORELLI, 2019).

Neste artigo, discutimos aspectos dos materiais curriculares que podem ajudar os professores a ampliar seus conhecimentos em relação à Matemática para o ensino (BALL; HILL; BASS, 2005) e a orientar sua prática em relação aos objetivos e intencionalidades propostos nos planos de ensino. Concentramos a discussão em torno de características nos materiais que, além de promover as aprendizagens dos estudantes, são elaboradas para promover as aprendizagens dos professores que ensinam Matemática. Nesse sentido, tal discussão será feita na perspectiva de estudo teórico, de abordagem qualitativa, tomando como referência as pesquisas realizadas por Januario (2017) e Lima (2017).

A partir dessas considerações iniciais, o artigo segue organizado em quatro seções. Na próxima seção, apresentamos a relação professor-materiais curriculares e teorizações sobre

esse campo de investigação. Posteriormente, tratamos os recursos trazidos para essa relação e como esses implicam diferentes tipos de usos dos materiais ao se desenvolver o currículo de Matemática. Logo após, em outra seção, discutimos recursos dos materiais curriculares que se caracterizam como aspectos que podem apoiar o conhecimento do professor ao ensinar Matemática. Por fim, tecemos algumas considerações.

### **Relação entre professores e materiais curriculares**

Materiais curriculares configuram-se como instrumentos que (re)contextualizam as práticas pedagógicas, incidindo sobre os modos de ensinar e aprender Matemática. A pesquisa com foco na interação que ocorre entre professores e materiais curriculares tem chamando a atenção para questões sobre como os professores utilizam os materiais curriculares de Matemática e se, e como, esses materiais podem influenciar as práticas docentes em sala de aula no tratamento e encaminhamento dos conteúdos para promover aprendizagens significativas, tanto para estudantes quanto para professores (LLOYD, 1999; COLLOPY, 2003; REMILLARD, 2005).

No desenvolvimento curricular, no qual o professor é agente fundamental, seu papel vai muito além de selecionar e redesenhar prescrições curriculares ou situações de aprendizagem propostas em materiais curriculares, esse desenvolvimento envolve a prática dos planos em situações reais de sala de aula (BROWN, 2002; REMILLARD, 2005; LIMA, 2017).

O uso do material curricular não significa uma ação rotineira e descompromissada, mas uma prática que requer a análise, o planejamento, a gestão da aula, a tomada de consciência dos objetivos de ensino, o compromisso político de formação humana, o conhecimento da Matemática para o ensino. É uma prática complexa e inter-relacionada com outras práticas de ensino em que em todas elas se objetiva a aprendizagem dos estudantes e, nesse sentido, o uso de materiais curriculares pode ser compreendido “como cada professor interage, baseia-se, refere-se e é influenciado por recursos materiais projetados para orientar o ensino” (REMILLARD, 2005, p. 212).

O uso de materiais curriculares pressupõe alterações, adaptações, interpretação e

tradução, pelos professores, do que propõem seus autores como situações de aprendizagem, para que sejam modelados às condições reais dos estudantes. Assim, os professores criam um ambiente para “descobrir o potencial dos materiais curriculares para que estes possam ser reconstruídos para determinados estudantes e para as situações específicas de sala de aula” (BEN-PERETZ, 1990 *apud* REMILLARD, 2005, p. 224).

Essas condições reais e as situações específicas referem-se ao contexto no qual a escola se situa; às necessidades de aprendizagem dos estudantes, tendo em vista as demandas que apresentam no cotidiano escolar e que dizem respeito a seus interesses de discussão; aos problemas sociais que trazem para a sala de aula; a necessidade em tomar a Matemática como ferramenta para ler e compreender o mundo; o engajamento da turma; os conhecimentos prévios que mobilizam; os níveis de demandas cognitivas presentes nas atividades; os modos como essas atividades se relacionam com os interesses dos estudantes. Também se referem ao projeto de Educação da escola no que diz respeito ao letramento matemático para problematização e intervenção da/na realidade, às intervenções nas dificuldades dos estudantes na construção de determinados conceitos, a apropriação e mobilização de estratégias de resolução de problemas, às práticas de avaliação como intervenção para a consolidação das aprendizagens matemáticas (LIMA; JANUARIO, 2017).

Se por um lado as condições e situações envolvem os estudantes e o entorno no qual a escola se insere, por outro relacionam-se ao professor no que diz respeito às suas crenças e concepções em relação à Matemática e seu ensino; aos conhecimentos dos conteúdos e dos modos de abordar e tratar esses conteúdos; aos saberes advindos da experiência do exercício da docência; ao modo como concebe os materiais de apoio ao desenvolvimento curricular e à instrumentalização de sua prática.

Tendo em vista as reflexões sobre as influências tanto dos recursos dos professores quanto dos recursos curriculares para a interação dinâmica da relação professor-materiais curriculares, torna-se necessária a discussão em torno dos recursos que os materiais oferecem e que podem potencializar a mobilização dos conhecimentos dos professores e, como consequência, sua aprendizagem.

Alguns pesquisadores, como Schneider e Krajcik (2002), Davis e Krajcik (2005) e Stein e Kim (2009) têm se debruçado em questões relacionadas aos *materiais curriculares*

*educativos*, em que a expressão *educativo* refere-se aos professores como sujeitos que constroem e/ou potencializam suas aprendizagens ao se relacionar com esses materiais. Comumente os materiais curriculares apresentam manuais para o professor contendo estratégias de ensino e abordagens metodológicas apresentadas de forma geral, mas o que o diferencia dos materiais curriculares educativos é que estes incluem recursos para a aprendizagem do professor. Eles são elaborados com o objetivo de promover a aprendizagem do professor tanto quanto a aprendizagem dos estudantes (DAVIS; NELSON; BEYER, 2008; STEIN; KIM, 2009), sem o propósito de substituir o processo de aprendizagem que ocorre na formação inicial ou continuada, mas de ser um recurso que se incorpora a esse processo.

Nesse sentido, discutir aspectos dos materiais curriculares que contribuem para o professor (re)significar e ampliar suas aprendizagens sobre o conhecimento matemático para o ensino tem sido a proposta de alguns pesquisadores do campo da Educação Matemática, sobretudo ao considerar a complexidade da formação inicial. Essa complexidade se dá em função de diversas variáveis, dentre elas, as demandas colocadas pelos órgãos governamentais; a quantidade, o grau de tratamento e a abordagem dada aos conteúdos formativos; às opções de estratégias metodológicas dos formadores; às necessidades formativas dos alunos, futuros professores.

Ao considerar os materiais curriculares como ferramentas que contribuem para os modos como os professores desenvolvem o currículo, esses materiais podem ser compreendidos, então, como formadores de professores, em uma perspectiva de formação continuada, ou como artefatos que potencializam as ações de formação. A suposição que se tem é que quando os professores têm acesso às opções teóricas, didáticas e metodológicas, bem como a justificativas conceituais, subjacentes nos materiais, suas decisões e postura, ao desenvolver o currículo, podem ser mais conscientes com relação aos objetivos dos elaboradores dos materiais curriculares e esses materiais passam a ter maior possibilidade de serem usados pelos professores (DAVIS *et al.*, 2014; REMILLARD; REINKE; KAPOOR, 2018).

### **Elementos traduzidos para a relação professor-materiais curriculares**



Nas diversas atividades que exercemos, usamos ferramentas que regulam e são reguladas pelas ações, a partir de suas *affordances* e da agência que ora está nas ferramentas, ora está no sujeito (JANUARIO, 2017). Desse modo, as ações humanas abrangem o uso de ferramentas físicas ou culturais, e essas ações são moldadas pela capacidade dos sujeitos e pelas oportunidades de ação das ferramentas.

Para Brown (2002), compreender o uso de materiais curriculares como ferramenta, por professores, requer apreender os recursos desses materiais que criam as oportunidades de ação, ou suas restrições, para as práticas pedagógicas e, também, requer entender os recursos que levam os professores a perceber e identificar as representações dos materiais. Assim, para compreender a relação professor-materiais curriculares, é preciso uma análise dos recursos dos professores, dos materiais e como eles interagem.

Esse autor propõe um modelo teórico que ilustra a relação entre professor e materiais curriculares e os recursos que influenciam a interação entre ambos os agentes. Os recursos curriculares referem-se a objetos físicos, representações de domínio e procedimentos; os recursos dos professores relacionam-se a conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e crenças e objetivos. A interação entre esses dois conjuntos de recursos resulta em graus diferentes de relação: reprodução, adaptação e improvisação com os materiais curriculares.

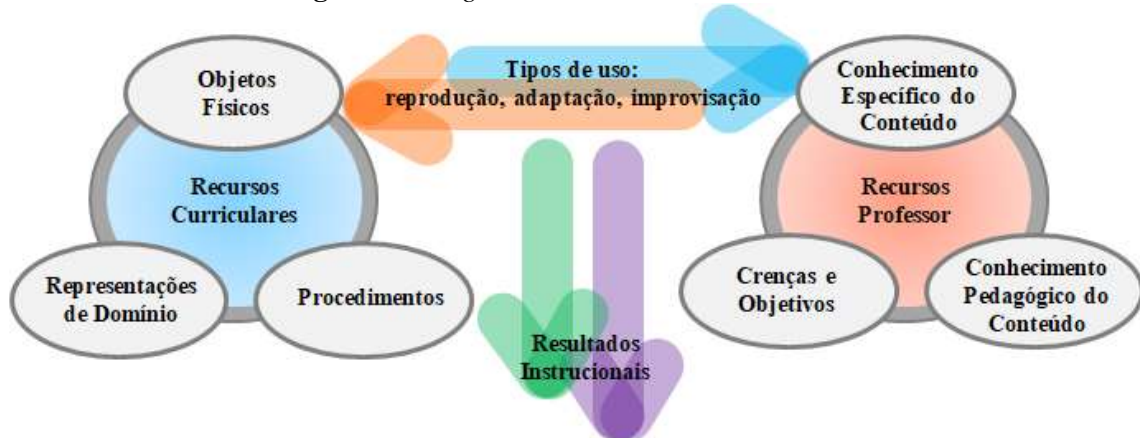
Pesquisas têm considerado esse modelo teórico para investigar a relação professor-materiais curriculares (LIMA, 2014; PACHECO, 2015; BUENO, 2017) e para teorizar sobre essa relação (JANUARIO, 2017; LIMA, 2017) no campo da Educação Matemática. No entanto, os recursos dos professores descritos por Brown (2002) são gerais, tendo como referência os estudos de Shulman (1986) a respeito do conhecimento profissional docente.

Em Educação Matemática, o modelo teórico proposto por Lee Shulman foi ampliado por Deborah Ball e seus colaboradores, que produziram teorizações sobre o conhecimento matemático para o ensino, amplamente discutido pela pesquisa brasileira, especialmente no campo da formação de professores.

A partir dos estudos que vimos realizando sobre a relação professor-materiais curriculares, entendemos que o modelo teórico proposto por Deborah Ball e seus colaboradores é o que melhor caracteriza os recursos dos professores que ensinam

Matemática, por considerar saberes específicos desse campo, além daqueles relacionados à Educação. Nesse sentido, na Figura 1 ilustramos como os recursos de ambos os agentes, professores e materiais, interferem nos modos que os materiais curriculares são abordados.

**Figura 1:** *Design do desenvolvimento curricular*



Fonte: Adaptado de Brown (2002, p. 449).

Ao lado esquerdo situam-se os recursos dos materiais curriculares. Objetos físicos referem-se aos aspectos físicos dos materiais, como quantidade de páginas, qualidade da impressão dos textos e imagens, recursos em modo de encartes, localização das atividades para os estudantes e das orientações aos professores. Os procedimentos são as representações das situações de aprendizagem e envolvem as orientações para sua realização, além de incluir propostas de outros materiais que possam ampliar o engajamento e as capacidades de aprendizagem dos estudantes e professores. Representações de domínio estão relacionadas aos conceitos e conteúdos matemáticos abordados pelo material, incluindo as justificativas para a organização e seleção dos conteúdos, a integração curricular entre os diferentes eixos da Matemática, as opções de contextos e opções metodológicas de abordagem e tratamento dos conceitos e conteúdos.

Ao lado direito da Figura 1 localizam-se os recursos dos professores. As crenças e objetivos referem-se as posturas e procedimentos ao desenvolver o currículo de Matemática, não se limitando à capacidade de o professor ensinar determinado conteúdo, mas envolvendo suas verdades, concepções e visões sobre a Matemática, seu ensino, o sistema educacional e as necessidades de aprendizagem de seus alunos, tendo como referência as experiências, opiniões e influências que recebe dos fatos e meios sociais (THOMPSON, 1997; CUADRA;



RICO; CANO, 2002).

O conhecimento específico e o pedagógico do conteúdo referem-se à noção do conhecimento matemático para o ensino, elaborado por Ball e seus colaboradores (BALL; HILL; BASS, 2005).

Em linhas gerais, o conhecimento específico do conteúdo é compreendido a partir de três domínios — conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento horizontal do conteúdo (BALL; HILL; BASS, 2005) — e refere-se aos saberes da Matemática presentes em diferentes profissões e áreas do saber (conhecimento comum); a como os conceitos e conteúdos são ensinados, abordados e tratados como objeto de aprendizagem, bem como aos fatos relacionados a esses conceitos e conteúdos, como aspectos da História e Epistemologia das ciências (conhecimento especializado); e, também, refere-se à extensão da Matemática no currículo, referente ao programa de um determinado ano estar articulado ao programa do ano seguinte e a necessidade de abordagem que capacite os alunos a avançarem em suas aprendizagens e se sentirem preparados para estudos mais avançados em etapas posteriores do percurso escolar (conhecimento horizontal).

O conhecimento pedagógico do conteúdo também pode ser compreendido a partir de três dimensões: conhecimento do conteúdo e dos estudantes, conhecimento do conteúdo e do ensino, e conhecimento do conteúdo e do currículo. Esse conhecimento refere-se a como os alunos se relacionam com os conteúdos e formam os conceitos matemáticos, o que requer meios para conhecer estratégias de ensino e interpretar os modos de resolução (conteúdo e estudantes); à abordagem e o tratamento dado aos conteúdos, bem como à seleção de atividades envolvendo diferentes demandas cognitivas (conteúdo e ensino); e, ainda, aos objetivos propostos ao se ensinar e aprender Matemática, o que implica conhecer meios para organizar e selecionar os conteúdos e, assim, oportunizar aos estudantes o alcance desses objetivos presentes em documentos orientadores do ensino (conteúdo e currículo).

A Figura 1 ilustra, portanto, os recursos que professores e materiais trazem para a relação em que ambos se configuram como agentes do desenvolvimento curricular, resultando em graus diferentes de relação: reprodução, adaptação e improvisação. A reprodução refere-se à apresentação e uso do material conforme este foi planejado por seus autores, configurando uma relação de fidelidade curricular; a adaptação diz respeito às modificações que os

professores fazem no material, alterando a ordem e sequência das atividades, acrescentando ou excluindo conteúdos e fazendo novas adequações mediante uma análise prévia, o que caracteriza uma relação de infidelidade curricular; e a improvisação, também caracterizada como tal relação, ocorre durante a realização da aula, quando o professor faz alterações e adequações no material conforme o envolvimento dos estudantes com as situações de aprendizagem e mediante às necessidades de ajustes, que são feitos sem um planejamento (BROWN, 2002; JANUARIO, 2017).

A partir da discussão sobre o *design* do desenvolvimento curricular, passaremos a discutir aspectos dos materiais que podem apoiar a aprendizagem dos professores referente aos recursos que esses profissionais trazem para a relação e influenciam os modos como usam os materiais.

### **Aspectos educativos dos materiais curriculares**

Para autores como Davis e Krajcik (2005), os conhecimentos dos professores, sejam relativos ao conteúdo ou à forma de abordagem e tratamento do conteúdo, formam um contexto e abrem possibilidades para discussões sobre como características dos materiais curriculares podem promover a aprendizagem do professor e possibilitar a ampliação e mobilização de seus próprios recursos de modo a influenciar positivamente sua prática.

Ao tomarmos como referência o que consideram Ball e seus colaboradores (BALL; HILL; BASS, 2005) que, entre outros conhecimentos, os professores precisam de conhecimento específico do conteúdo matemático — comum, especializado e horizontal —, e que necessitam desenvolver conhecimento pedagógico do conteúdo — conteúdo e estudantes, ensino e currículo —, os materiais curriculares devem favorecer a ampliação desses conhecimentos. Sobretudo, devem permitir que o professor utilize esses conhecimentos de forma integrada nas situações reais de aula.

A partir de reflexões sobre materiais curriculares educativos, Lima (2017) elaborou um quadro analítico com categorias e subcategorias de análise, nas quais estão imbuídos elementos educativos, quais sejam: transparência das concepções subjacentes, organização e sequenciamento das atividades e antecipação das respostas dos estudantes. Essa sua pesquisa,

há a discussão que esses elementos, quando explicitados, oportunizam ao professor conhecer as intencionalidades dos autores; as justificativas conceituais e as opções didáticas e metodológicas presentes na abordagem dos conceitos/conteúdos; os possíveis resultados, em termos de aprendizagens, referentes à sequência de apresentação dos capítulos e atividades. Com isso, os professores ampliam seus conhecimentos em relação à Matemática e seu ensino, bem como referentes à gestão da aula e das aprendizagens de seus alunos.

Davis e Krajcik (2005) argumentam que a *transparência* se refere à explicitação das concepções dos elaboradores; é a conversa do autor com o professor. Essa explicitação — seja dos objetivos, das ideias e conceitos matemáticos e de estratégias e procedimentos de ensino de uma atividade proposta — se torna necessária na medida em que pode proporcionar ao professor ser capaz de tomar decisões quanto ao desenvolvimento curricular, fazendo as adaptações que considera relevante, inclusive identificando abordagens divergentes — conceitual, didática e metodológica — daquelas que mostram os resultados de pesquisas no campo da Educação Matemática.

A Figura 2 ilustra a transparência referente à abordagem conceitual para o conteúdo Progressão Geométrica, no material *Caderno do Professor*, elaborado e distribuído pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo.



**Figura 2:** Orientação para abordagem conceitual

### Roteiro para aplicação da Situação de Aprendizagem 4

Nesta Situação de Aprendizagem, são propostos problemas algébricos e geométricos, com o objetivo de investigar a soma dos termos de uma PG infinita, com razão real entre  $-1$  e  $1$ . Nesse percurso, são abordadas, intuitivamente, duas noções extremamente importantes na Matemática: a *continuidade* e o *infinito*. Embora costumem causar certa estranheza e alguma dificuldade de compreensão, são conceitos que estimulam sobremaneira a curiosidade e a intuição e, por consequência, também o interesse dos alunos pela Matemática.

Quando uma PG tem por razão um número real entre  $-1$  e  $1$ , diferente de zero, a sequência “tende” para zero. Em outras palavras, à medida que aumentamos a quantidade de termos da sequência, mais o último termo se aproxima de zero, muito embora nunca seja igual a zero.

A PG  $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$ , por exemplo, tende a zero, assim como a progressão  $-3, 1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \dots$ . Nesses dois casos, em que a razão é um número real entre  $-1$  e  $1$ , é possível determinar o termo que desejarmos, mas ele poderá ser tão pequeno que, dependendo das exigências, poderá ser considerado nulo. O centésimo termo da primeira sequência, por exemplo, é igual a um número que tem 30 zeros após a vírgula,

antes de aparecer o primeiro algarismo não nulo. É um número pequeno, se for comparado à espessura de um fio de cabelo, mas não é pequeno, se comparado às dimensões atômicas. Aumentando ainda mais o número de termos, além dos cem, chegará um momento em que o resultado será pequeno mesmo quando comparado com a medida de raios atômicos. Mas o termo ainda não será nulo e poderá continuar a ser diminuído. Nesse raciocínio, estão contidas as ideias de continuidade e de limite.

Conjuntos numéricos infinitos e discretos, como os Naturais e os Inteiros, já foram estudados em séries/anos anteriores e retomados no Ensino Médio. O fato de esses conjuntos possuírem quantidade inumerável de elementos está, normalmente, bem assimilado pelos alunos, nesta etapa de ensino, uma vez que a ideia do “mais 1”, no caso dos Naturais, ou do “menos 1”, no caso dos Inteiros, características dos conjuntos discretos, vem sendo apresentada a eles desde que começaram sua escolaridade. A dificuldade surge na passagem do discreto para o contínuo, quando a noção de infinito ganha uma nova dimensão. Como explicar, por exemplo, que um segmento  $AB$ , de determinado comprimento, pode ser dividido em tantas partes quantas se desejar, não havendo medida limite para o comprimento de cada uma das partes que surgem?

Fonte: Caderno do Professor, 1ª série do Ensino Médio, v. 1 (SÃO PAULO, 2014-2017, p. 48-49).

Na Figura 3, a transparência refere-se a orientações referentes ao desenvolvimento de uma situação de aprendizagem, chamando a atenção do professor para o que é importante que os estudantes observem, bem como da importância em incentivar a classe a socializar suas descobertas e a organizar materiais que possam ampliar a exploração das escritas numéricas e



a avançar nas aprendizagens sobre o sistema de numeração decimal. Também chama a atenção a explicitação do objetivo/expectativa de aprendizagem proposto especificamente para a situação.

**Figura 3:** Estratégias para desenvolver uma situação de aprendizagem

• Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais de qualquer ordem de grandeza pelo uso de regras e símbolos que caracterizam o sistema de numeração decimal.

### Reduzindo escritas numéricas

1. Descubra a regra de formação em cada tabela e complete-a.

Tabela 1			Tabela 2			Tabela 3		
1.000	1.918	2.000	5.100	5.134	5.200	1.200	1.234	1.300
7.000	7.372	8.000	7.800	7.891	7.900	3.510	3.512	3.520
2.000	2.515	3.000	9.600	9.482	9.500	4.340	4.347	4.350
4.000	4.620	5.000	3.800	3.873	3.900	6.730	6.734	6.740

2. Leia o texto do site Folha Online de 11 de março de 2009.



**Recicla já recebeu 1,7 milhão de declarações do IR 2009**

A Receita Federal já recebeu 1.700.763 declarações de IRPF (Imposto de Renda de Pessoa Física) 2009. O dado se refere às declarações entregues até às 11h desta quinta (11), último dia de entrega. A expectativa da Receita é que cerca de 25 milhões de contribuintes possam contar neste ano, 800 mil a mais do que em 2008. O prazo para entrega termina à meia-noite do dia 30 de abril.

Observe que no título do texto encontramos 1,7 milhão e, logo abaixo, temos 1.700.763. Esses dois números representam a mesma quantidade? Por que e jornal usou representações diferentes?

**Resposta pessoal.** Por exemplo: no texto, talvez fosse preciso fornecer dados mais precisos.

148

Na **atividade 1**, peça aos alunos que observem as linhas que estão completas e tirem suas conclusões. Os alunos precisam notar os arredondamentos para mais ou para menos e fazer as escolhas adequadas. Acompanhe e observe os alunos durante a resolução da **atividade 2** e incentive-os a socializar suas ideias. Conte que, nos países de língua inglesa, os pontos e as vírgulas nos números têm significado diferente do nosso e dê o exemplo das calculadoras. Mostre outros exemplos, tirados de jornais e revistas e pergunte por que os números foram escritos com algarismos, palavras e vírgula. Organize as respostas de acordo com a ideia de comunicação rápida de informação e alerte-os para não considerar, por exemplo, 5 mil menor que 2.340, pelo número de algarismos.

Fonte: Caderno de Apoio e Aprendizagem, versão do professor, 6º ano (SÃO PAULO, 2010, p. 50).

Essas orientações referentes ao modo como a situação de aprendizagem pode ser abordada revelam seus objetivos subjacentes, ou seja, o que se espera que os estudantes construam como aprendizagem e formem conceitos, conforme ilustra a Figura 4.

**Figura 4:** Estratégias para desenvolver uma situação de aprendizagem

**ATIVIDADE 4.4**

**Conversa inicial**

Comente com a turma que, agora, vão preencher uma tabela em que irão descobrir os resultados de várias adições. Apresente, em uma folha de papel *kraft*, uma tabela como a apresentada na atividade do aluno. Explique que vai ajudá-los a completar essa tabela com os resultados que obtemos quando adicionamos os números escritos na 1ª linha e na 1ª coluna. Explique, por exemplo, que o resultado de  $1 + 1$  vai ser registrado no primeiro quadrinho em branco. Peça para observarem que alguns resultados já estão preenchidos. Faça, oralmente, as adições cujos resultados estão preenchidos e confira com a classe os resultados apresentados na tabela.

**Problematização**

Peça para preencherem o restante da tabela na atividade e problematize com algumas questões: *Que curiosidades você destaca nessa tabela? Você observa algumas regularidades nesses números?*

Depois, peça que pintem os quadros que tenham os mesmos resultados, por exemplo, o de  $8+7$  e o de  $7+8$ . Pergunte se observam alguma curiosidade na localização dos quadros pintados e qual é essa curiosidade.

**Observação/Intervenção**

Após a tabela estar preenchida, convide um aluno de cada vez a vir completar cada quadrinho. Explore as formas de cálculo mentais envolvidas e usadas pelos alunos. Chame a atenção, por exemplo, para o fato de o resultado da adição de  $2 + 8$  ser igual ao da adição de  $8 + 2$ ; da mesma forma, para os demais resultados que se repetem na tabela. Proponha, oralmente, algumas adições, combinando com a classe que irão conferir os resultados na tabela. Esse quadro deve ser retomado algumas vezes para que as crianças memorizem os fatos fundamentais e, depois, possam usar esses fatos em outros tipos de cálculo.

**ATIVIDADE 4.4**

Leia e leia novamente uma tabela com os resultados de várias adições. Alguns resultados já estão preenchidos. Confira se estão corretos e preencha o restante da tabela.

1. Que curiosidade você destaca nessa tabela?
2. Você observa alguma regularidade nesses números?
3. Pinte os quadros que tenham o resultado de  $7+7$  e de  $7+8$ .
4. Você observa alguma curiosidade na localização dos quadros pintados. Qual?

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2								
2		4							
3			6						
4				8					
5					10				
6						12			
7							14		
8								16	
9									18

Revista de Educação Matemática, v. 17, n. 17, p. 414-433, jul.-dez. 2019. 27

Fonte: Educação Matemática nos Anos Iniciais, material do professor, 3º ano (SÃO PAULO, 2018, p. 31).

O objetivo ao apresentarmos essas figuras, excertos de três materiais elaborados e distribuídos por duas Secretarias de Educação — Estadual e Municipal de São Paulo — não é proceder à uma análise de seus conteúdos, mas ilustrar como orientações podem tornar mais explícitas as propostas dos autores de materiais curriculares. Cabe destacar que os livros didáticos, na versão do professor, também apresentam orientações didáticas, metodológicas e conceituais. No entanto, geralmente são genéricas, não se relacionam a um determinado conjunto de situações de aprendizagem e estão localizadas em forma de encartes no início ou final do livro. Esses materiais dos quais retiramos os três excertos, ao contrário, apresentam tais orientações próximas às atividades, o que facilita a análise e compreensão pelo professor.



Outro elemento constituinte dos materiais educativos é a *antecipação das respostas dos estudantes* (STEIN; KIM, 2009). Os materiais curriculares podem explicitar para o professor como os estudantes podem interpretar uma determinada situação, quais as possíveis respostas corretas ou não e as dificuldades que podem encontrar. Sabemos que o material não abarcará todas as possíveis respostas, mas a abordagem daquelas recorrentes e a explicação delas podem contribuir para a atuação do professor em sala de aula. Dessa forma, o professor pode planejar antecipadamente quais encaminhamentos proceder diante essas situações.

Nesse modo de conceber os materiais, esses se constituem como suporte para que os professores possam elaborar suas aulas, apresentando diferentes possibilidades de uso das atividades neles contidos, bem como a abordagem dos conteúdos, seleção de materiais complementares, articulação com outras disciplinas e seleção de materiais e mídias digitais para potencializar as aprendizagens dos estudantes.

Os materiais curriculares educativos também podem auxiliar os professores a entender a organização e o sequenciamento das situações de aprendizagem, a fim de fornecer elementos para a tomada de decisões sobre como relacionar as unidades de estudo. A pesquisa de Lima (2017), sobre recursos dos materiais que poderiam contribuir com a aprendizagem de um grupo de professores de Matemática, mostra que esses docentes solicitavam que os materiais utilizados por eles informassem sobre a organização dos conteúdos, a justificativa para o sequenciamento das atividades e a necessidade de seguir o sequenciamento proposto. Com a pesquisa (LIMA, 2017), constatou-se que alguns desses professores escolhiam e reuniam atividades referentes a um mesmo objeto de conhecimento para desenvolver em sala de aula, estratégia que rompia com a proposta idealizada pelos elaboradores e justificada pela falta de conhecimento que os professores mostraram ter sobre a importância dessa escolha.

Outra preocupação com materiais curriculares educativos relaciona-se aos tipos de atividades, as representações de conceitos e de procedimentos que são propostas por esses materiais. Pensamos que as proposições das atividades e suas características podem mobilizar o conhecimento do professor relacionado ao conhecimento dos conteúdos e conceitos, mas também conhecimentos das estratégias metodológicas, dos processos envolvidos. São, portanto, conhecimentos matemáticos mobilizados para o ensino (BALL; HILL; BASS, 2005).

Sabemos da importância de se propor uma diversidade de tipos de tarefas no desenvolvimento das aulas de Matemática. As características dessas tarefas propiciam diferentes oportunidades de aprendizagem para os estudantes (REMILLARD, 2005). O desenvolvimento de uma aula de Matemática baseada em investigações matemáticas, por exemplo, apresenta resultados diferentes de uma aula baseada em exercícios. O nível de demanda cognitiva desses dois tipos de tarefas é diferente. As investigações matemáticas possuem um nível alto de demanda cognitiva por parte do estudante, enquanto que as tarefas do tipo exercícios demandam menor nível. Portanto, os tipos de tarefas também determinam o que é esperado por parte do estudante, mas não apenas, elas também determinam aquilo que é esperado pelo professor ao desenvolver o currículo (REMILLARD, 2005).

Além de contribuir para a aprendizagem do professor que ensina Matemática, os materiais oferecem oportunidades de práticas pedagógicas ao se desenvolver o currículo. A pesquisa realizada por Januario (2017) explora o conceito de *affordance*, compreendido como as possibilidades de percepção de propriedades que os materiais curriculares oferecem a partir de sua ação no planejamento ou em situações de aula, captadas pelos professores. Nessa pesquisa, discute-se ser possível determinar graus de intensidade a partir da observação das características que faz com que o professor perceba *affordances*. Assim, conforme os professores constroem suas aprendizagens referentes à Matemática para o ensino e ampliam seus conhecimentos, desenvolvem maior capacidade de perceber, nos materiais, as possibilidades de práticas pedagógicas ao mediar/promover situações de aprendizagem.

Como consequência desse processo, a relação professor-materiais curriculares pode se dar em graus diferenciados, como discute Brown (2002), em que a agência se desloca entre professores e materiais implicando maior ou menor fidelidade ao currículo, conforme as *affordances* são percebidas (JANUARIO, 2017).

### **Dito isso...**

Os estudos que vimos realizando sobre a relação entre professores e materiais curriculares mostram que, no desenvolvimento curricular, ambos são agentes que implicam as práticas pedagógicas e, ambos, são implicados pelos recursos que cada um apresenta. Assim,

os currículos de Matemática, materializados em materiais de apoio para as práticas de aula, estão revestidos de características e elementos que, ao serem percebidos pelos professores, podem se traduzir como possibilidade de ação ao mediar/promover situações de aprendizagem aos estudantes, além de contribuir para as aprendizagens docentes no que se refere aos conhecimentos matemáticos para o ensino.

Nesse sentido, a pesquisa sobre como os professores mobilizam seus saberes e aprendem conhecimentos matemáticos para o ensino, por meio de sua relação com materiais curriculares, tem relevância para a Educação Matemática, especialmente para os campos da formação de professores e currículos de Matemática, evidenciando como os materiais se constituem como fonte de aprendizagem dos professores e como levam esses profissionais a mobilizar seus saberes para (re)construir sentidos e significados referentes aos conteúdos a serem ensinados, ao tratamento didático e metodológico, e ao processo avaliativo para promover as aprendizagens de seus estudantes.

É importante destacar que, embora possam contribuir para a aprendizagem docente, a pesquisa sobre a relação professor-materiais curriculares considera que esses recursos não substituem a formação do professor, inicial e continuada, tão pouco substitui o processo de reflexão e aprendizagem que esta proporciona. Os materiais curriculares são considerados como agentes de possibilidades para a prática pedagógica, apresentando recursos que podem contribuir para o conhecimento referente à Matemática e seu ensino, por meio de uma análise crítica, podendo a relação e esta análise ser objetos da formação.

Embora a literatura, no campo de currículos de Matemática, aborde os materiais como ferramentas que possibilitam a aprendizagem docente, o material por si só não garante a aprendizagem crítica do professor. Essa ferramenta curricular precisa ser objeto de estudo na formação inicial e continuada, em que a análise crítica dos recursos dos materiais incorpora outras ações que levam os professores a refletir sobre seus conhecimentos, suas práticas e os materiais que servem de suporte para desenvolver o currículo.

## **Referências**

BALL, Deborah Loewenberg; HILL, Heather C.; BASS, Hyman. Knowing mathematics for teaching: Who knows Mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?

**American Educator**, v. 29, p. 14-22, 2005.

BROWN, Matthew William. **Teaching by design: understanding the interaction between teacher practice and the design of curricular innovations**. 2002, 543f. Tese (Doutorado em Ciências da Aprendizagem) – School of Education & Social Policy, Northwestern University. Evanston, Illinois (EUA).

BUENO, Simone. **Uso dos materiais curriculares por professores de Matemática**. 2017. 168f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

COLLOPY, Rachel. Curriculum materials as a professional development tool: how a Mathematics textbook affected two teachers' learning. **The Elementary Scholl Journal**, Chicago, v. 103, n. 3, p. 287-311, jan. 2003.

CRISOSTOMO, Edson; JANUARIO, Gilberto; LIMA, Katia. Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática: análise de alguns resultados de pesquisas. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 53, p. 62-74, 2017.

CUADRA, Francisco Gil; RICO, Luis; CANO, Antonio Fernández. Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre la evaluación en matemáticas. **Revista de Investigación Educativa**, Barcelona, v. 20, n. 1, p. 47-75, jun. 2002.

CURI, Edda; BORELLI, Suzete Souza. Índícios de aprendizagens de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da metodologia Lesson Study. **Revemop**, Ouro Preto, v. 1, n. 1, p. 44-61, jan./abr. 2019.

DAVIS, Elizabeth A.; KRAJCIK, Joseph S. Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. **Educational Researcher**, v. 34, n. 3, p. 3-14, apr. 2005.

DAVIS, Elizabeth. A.; PALINCSAR, Annemarie Sullivan; ARIAS, Anna Maria; BISMACK, Amber Schultz; MARULIS, Loren M.; IWASHYNA, Stefanie. K. Designing educative curriculum materials: a theoretically and empirically driven process. **Harvard Educational Review**, v. 84, n. 1, p. 24-52, abr. 2014.

DAVIS, Elizabeth; NELSON, Michele; BEYER, Carrie. Using educative curriculum materials to support teachers in developing pedagogical content knowledge for scientific Modelling. **Proceedings of the Narst 2008 Annual Meeting**, 2008, p. 3-8.

JANUARIO, Gilberto. **Marco conceitual para estudar a relação entre materiais curriculares e professores de Matemática**. 2017. 194f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

JANUARIO, Gilberto; PIRES, Célia Maria Carolino; MANRIQUE, Ana Lúcia. Pesquisas

RPEM, Campo Mourão, Pr, v.8, n.17, p.414-433, jul.-dez. 2019.

sobre materiais curriculares de Matemática: mapeamento de produções brasileiras. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 13, n. 1, p. 43-61, 2018.

LIMA, Katia. **Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática**: uma análise a partir de elementos dos recursos do currículo e dos recursos dos professores. 2017. 163f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

LIMA, Katia; JANUARIO, Gilberto. Princípios de integração de valores culturais ao currículo e a organização dos conteúdos em livros didáticos de Matemática. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 1, n. 1, p. 76-98, jan./abr. 2017.

LIMA, Silvana Ferreira. **Relações entre professores e materiais curriculares no ensino de números naturais e sistema de numeração decimal**. 2014. 217f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

LLOYD, Gwendolyn Monica. Two teachers' conceptions of a reform-oriented curriculum: implications for Mathematics teacher development. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 2, n. 3, p. 227-252, oct. 1999.

PACHECO, Débora Reis. **O uso de materiais curriculares de Matemática por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para o tema Espaço e Forma**. 2015. 174f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

REMILLARD, Janine T. Examining key concepts in research on teachers' use of Mathematics Curricula. **Review of Educational Research**, Washington, American Educational Research Association, v. 75, n. 2, p. 211-246, jun. 2005.

REMILLARD, Janine T.; REINKE, Luke T.; KAPOOR, Radhika. What is the point? Examining how curriculum materials articulate mathematical goals and how teachers steer instruction. **International Journal of Educational Research**, v. 93, p. 101-117, 2019.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. **Caderno do Professor: Matemática**, 1ª série, v. 1. São Paulo: SEE/SP, 2014-2017.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. **Educação Matemática nos Anos Iniciais**, 3º ano, Material do Professor. São Paulo: SEE, 2018.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Fundação Padre Anchieta. **Caderno de Apoio e Aprendizagem: Matemática**, 6º ano, versão do professor. São Paulo: SME/FPA, 2010.

SCHNEIDER, Rebeca M.; KRAJCIK, Josep. Supporting Science Teacher Learning: The Role

of Educative Curriculum Material. **Journal of Science Teacher Education**, New York, v. 13, n. 3, p. 221-245, 2002.

SHULMAN, Lee S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, American Educational Research Association, Washington, v. 15, n. 2. p. 4-14, fev. 1986.

STEIN, Mary Kay; KIM, Gooyeon. The role of Mathematics curriculum materials in large-scale urban reform: an analysis of demands and opportunities for teacher learning. In: REMILLARD, Janine. T; HERBEL-EISENMANN, Beth A.; LLOYD, Gwendolyn Monica. (Ed.). **Mathematics Teachers at Work: connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Taylor & Francis, 2009, p. 37-55.

THOMPSON, Alba Gonzalez. A relação entre concepções de matemática e de ensino de Matemática de professores na prática pedagógica. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 9-45, jul./dez. 1997.

**Recebido em: 23 de junho de 2019**  
**Aprovado em: 12 de dezembro de 2019**