

A ARTICULAÇÃO ENTRE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE NAS DIFERENTES INSTÂNCIAS DO CURRÍCULO: UM LEVANTAMENTO DA PRODUÇÃO NACIONAL

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2019.8.17.546-566>

Ewellen Tenorio de Lima¹
Rute Elizabete de Souza Rosa Borba²

Resumo: São apresentados os resultados de uma revisão sistemática desenvolvida no contexto de um estudo de tese, em andamento, que tem o objetivo de investigar as articulações entre Combinatória e Probabilidade nas diferentes *instâncias do currículo* dos Anos Finais do Ensino Fundamental. O estudo em questão incluirá, ainda, a proposição de um processo interventivo visando proporcionar o desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico a partir da exploração de suas relações. Neste sentido, a realização de uma revisão sistemática assume grande relevância, pois permite levantar o que é dito sobre, bem como o que já foi feito, a partir da literatura disponível. Inicialmente, foram levantados 258 textos em português nas bases de dados consultadas, que incluem teses, dissertações e publicações em periódicos com Qualis A1 a B2 e anais de eventos da área. Após os dois refinamentos realizados, foram selecionados 33 textos que abordam, em sua maioria (aproximadamente 58% dos textos), a instância referente ao *currículo realizado*, i.e., aquele refletido na prática. Os resultados da revisão sistemática realizada irão contribuir para reflexões sobre o objeto de estudo da tese e proporcionar o levantamento de ideias para a construção do processo interventivo que será desenvolvido mais adiante, bem como para as demais etapas do estudo.

Palavras-chave: Combinatória. Probabilidade. Currículo. Revisão Sistemática.

ARTICULATIONS BETWEEN COMBINATORICS AND PROBABILITY IN THE DIFFERENT INSTANCES OF THE CURRICULUM: ANALYSES OF THE NATIONAL PRODUCTION

Abstract: We present the results of a systematic review developed in the context of an ongoing thesis that aims to investigate articulations between Combinatorics and Probability in the different *instances of the curriculum* of Middle School. This study also includes the proposition of an interventional process aiming to provide the development of combinatorial and probabilistic reasoning from the exploration of their relations. In this sense, a systematic review assumes great relevance, since it allows to raise what is said about the theme as well as what has already been done, from the available literature. Initially, 258 texts in Portuguese were found in the data bases consulted, which include theses, dissertations and publications in journals with Qualis A1 to B2 and proceedings of events. After two refinements, 33 texts were selected, most of which (approximately 58% of them) cover the instance related to the *achieved curriculum*, that is, the one reflected in practice. The results of the systematic review carried out will contribute to reflections on the object of study of the thesis and to provide ideas for the construction of the intervention process that will be developed later, as well as

¹ Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. E-mail: ewellentlima@gmail.com

² Doutora em Psicologia Cognitiva pela Oxford Brookes University. Docente do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. E-mail: resrborba@gmail.com

for the other stages of the study.

Keywords: Combinatorics. Probability. Curriculum. Systematic Review.

A Combinatória, a Probabilidade e as relações entre as duas áreas

A Combinatória “é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas” (MORGADO; PITOMBEIRA DE CARVALHO; PINTO DE CARVALHO; FERNANDEZ, 1991, p. 1). Seu estudo lida com levantamento direto e indireto de agrupamentos e com a contagem de possibilidades. Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) destacam que conhecimentos combinatórios permitem que se enumere todos os modos possíveis de organização e combinação de objetos, de maneira que se tenha certeza de que nenhuma possibilidade foi omitida. A Combinatória se ocupa, portanto, do estudo de conjuntos discretos e das configurações que podem ser obtidas a partir de certas ações sob os elementos de tais conjuntos.

Por sua vez, a Probabilidade é definida por Morgado *et al.* (1991) como “o ramo da Matemática que cria, desenvolve e, em geral, pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios” (p. 119). Os conhecimentos probabilísticos consistem, dessa forma, em

[...] um modo de medir a incerteza, em consequência, os modelos probabilísticos são o fundamento da maior parte da Estatística. Isto implica que o conhecimento da teoria da probabilidade é necessário para uma compreensão adequada dos métodos estatísticos, que hoje são ferramentas indispensáveis nos campos científico, profissional e social (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1991, p. 11-12, tradução livre).

O fato de a Probabilidade consistir na exploração de situações aleatórias, inclusive chegando a estimar probabilidades de ocorrência de diferentes eventos, classificando os mesmos em eventos certos, prováveis, improváveis ou impossíveis, evidencia sua aproximação com conhecimentos de natureza Combinatória – que irão permitir que diferentes possibilidades e eventos sejam considerados e analisados.

Essas duas áreas da Matemática possuem origens comuns, enraizadas na teoria dos jogos de azar. As principais dificuldades encontradas no primeiro estágio da teoria da Probabilidade pertencem ao domínio da Combinatória, visto que, em muitos casos, o número

de pontos do espaço amostral não é muito grande, permitindo assim a enumeração, listagem ou contagem direta dos pontos amostrais necessários para a determinação de probabilidades, mas surgem, entretanto, problemas nos quais essa contagem é praticamente impossível. Em tais casos lança-se mão da Combinatória, que pode ser encarada como um processo sofisticado de contagem (SPIEGEL, 1978). Contudo, Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1996) destacam que “a Combinatória não é apenas um auxiliar no cálculo de probabilidades, mas existe uma estreita inter-relação entre a ideia de um experimento composto baseado em um espaço amostral discreto e as operações combinatórias” (p. 23, tradução livre).

O raciocínio combinatório e o probabilístico são, assim, formas de pensar que nos permitem relacionar conjuntos de elementos, pensar sobre proporções e compreender eventos aleatórios. Dada a natureza complementar dos mesmos e a importância desses raciocínios para a compreensão de problemas (escolares ou não), diferentes autores defendem que os seus desenvolvimentos devem ser proporcionados ao longo de toda a Educação Básica, a partir do estudo progressivo de conceitos da Combinatória e da Probabilidade (FISCHBEIN, 1975; BORBA, 2016; CAMPOS; CARVALHO, 2016).

Partindo do interesse em investigar como as articulações entre Combinatória e Probabilidade poderiam contribuir para o desenvolvimento de um e outro raciocínio foi desenvolvido um estudo de dissertação de natureza exploratória (LIMA, 2018) junto a 24 estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Os participantes do estudo em questão resolveram diferentes tipos de problemas combinatórios e probabilísticos articulados entre si a partir de revisitações propostas – aprofundamento de problemas combinatórios sob a ótica da Probabilidade e vice-versa. A partir dos resultados positivos de tal estudo, que apontaram possíveis contribuições a ambos os raciocínios que emergem a partir da articulação entre Combinatória e Probabilidade, explorando-se as relações intrínsecas aos seus problemas, ficou evidente a importância de se aprofundar o estudo das relações existentes entre essas áreas com diferentes públicos, de maneira mais aprofundada e a partir da proposição de articulações de outras naturezas, que possam, inclusive, chegar à sala de aula.

Nesse sentido, no estudo de tese em andamento, do qual o presente artigo apresenta um recorte, volta-se o olhar para o currículo, em sua amplitude, acerca da Combinatória, da Probabilidade e das possibilidades e potenciais de articulação entre essas áreas da

Matemática, tendo-se em vista o desenvolvimento do raciocínio combinatório e do raciocínio probabilístico.

O que se entende por currículo?

Ao longo do tempo e a partir da visão de diferentes autores, *currículo* foi conceituado de maneiras distintas. Na visão aqui adotada, *currículo* se refere a muito mais do que uma mera lista de conteúdos e conceitos a serem trabalhados em sala de aula em determinado momento da escolarização. Entende-se, de modo mais amplo, o currículo como uma prática complexa, “na qual se estabelece um diálogo, por assim dizer, entre agentes sociais, elementos técnicos, alunos que reagem frente a ele, professores que o modelam, etc. [...] É o contexto da prática, ao mesmo tempo que é contextualizado por ela” (SACRISTÁN, 2000, p. 16).

Neste sentido, o estudo do currículo adquire grande importância na investigação aprofundada dos processos de ensino e de aprendizagem, tal como eles se dão em sala de aula, visto que: “por um lado, o currículo é considerado como uma intenção, um plano, ou uma prescrição, uma ideia acerca do que desejaríamos que acontecesse nas escolas. Por outro lado, é conceituado como o estado de coisas existente nelas, o que de fato sucede nas mesmas” (STENHOUSE, 1984 *apud* SACRISTÁN, 2000, p. 50-51). Isto é, o currículo atua fortemente nesses processos, pois molda as relações nas práticas educativas, ao mesmo tempo em que é modificado por elas.

O fato de que o currículo não é algo pronto e imutável, mas que, pelo contrário, “adquire forma e significado educativo à medida que sofre uma série de processos de transformação [...]” (SACRISTÁN, 2000, p. 9) é a ideia principal por trás da análise do currículo a partir de diferentes instâncias – momentos de desenvolvimento do currículo.

Sacristán (2000; 2013) distingue o currículo em seis instâncias, sendo elas: *currículo prescrito*, *currículo apresentado*, *currículo moldado*, *currículo em ação*, *currículo realizado* e *currículo avaliado*. É válido destacar, ainda, que o autor afirma que não há hierarquia entre tais instâncias do currículo: “trata-se de um modelo cujas fases têm inter-relações recíprocas e circulares entre si” (SACRISTÁN, 2000, p. 104). Assim sendo, as condições de desenvolvimento e realidade do currículo só podem ser amplamente entendidas quando se

considera o conjunto de suas instâncias.

Os níveis nos quais se decide e configura o currículo não guardam dependências estritas uns com os outros. São instâncias que atuam convergentemente na definição da prática pedagógica [...]. Em geral, representam forças dispersas e até contraditórias. [...] cada subsistema pode atuar sobre os diferentes elementos do currículo com desigual força e de diferente forma: conteúdos, estratégias pedagógicas, pautas de avaliação (SACRISTÁN, 2000, p. 101-102).

Currículo prescrito: “Em todo sistema educativo, [...], existe algum tipo de prescrição ou orientação do que deve ser seu conteúdo [...]” (SACRISTÁN, 2000, p. 104). Os materiais dessa natureza (diretrizes e orientações) atuam como referência para o sistema curricular como um todo, servindo, inclusive, de ponto de partida para a elaboração de materiais didáticos, que irão levar tais prescrições para o ambiente escolar.

Currículo apresentado: “Existe uma série de meios, [...], que costumam traduzir para os professores o significado e os conteúdos do currículo prescrito, realizando uma interpretação deste. [...] O papel mais decisivo neste sentido é desempenhado, por exemplo, pelos livros-texto” (SACRISTÁN, 2000, p. 104-105). Os livros didáticos e demais materiais que exercem tal papel constituem o *currículo apresentado*.

Currículo moldado: O olhar para essa instância reflete o papel ativo e decisivo que o professor possui ao concretizar e moldar os currículos no desenvolvimento de sua profissão. Esse profissional atua como *tradutor* “que intervém na configuração dos significados das propostas curriculares. O plano que os professores fazem do ensino, ou o que entendemos por programação, é um momento de especial significado nessa tradução” (SACRISTÁN, 2000, p. 105).

Currículo em ação: Se refere à prática real em sala de aula. É nela que o currículo se transforma em método, ultrapassando os propósitos pré-estabelecidos e se adequando à realidade e às interações que se produzem no momento de seu desenvolvimento.

Currículo realizado: São as consequências do currículo e das práticas educativas por ele guiadas. Tais consequências se refletem, inclusive, nas aprendizagens dos estudantes.

Currículo avaliado: Se refere aquilo que é ressaltado/valorizado pelos professores e que, conseqüentemente, acaba determinando critérios para o ensino por parte do professor e para a aprendizagem por parte dos estudantes.

Sob tal concepção de currículo – e voltando-se o olhar para as diferentes instâncias consideradas – foi realizado o levantamento sistemático aqui apresentado, conforme relatado na seção a seguir.

Procedimentos metodológicos

O objetivo geral do estudo de tese que se encontra em andamento é *analisar as articulações entre Combinatória e Probabilidade nas diferentes instâncias do currículo (prescrito, apresentado, moldado, em ação, realizado e avaliado), nos Anos Finais do Ensino Fundamental, visando a construção e realização de um processo interventivo que proporcione o desenvolvimento dos raciocínios combinatório e probabilístico.*

Buscando levantar produções da área que possam contribuir para o desenvolvimento de tal estudo, foi elaborado um protocolo de revisão sistemática, determinando-se como objetivo: *levantar o que diz a literatura acerca do ensino e da aprendizagem da Combinatória e da Probabilidade a partir da exploração de possíveis articulações entre tais áreas da Matemática.*

A escolha por esse método de levantamento se deu pelo interesse em investigar sistematicamente a produção da área, o que proporciona que um número maior de artigos com o tema específico, foco do estudo, possa ser identificado. A revisão sistemática se diferencia de um levantamento bibliográfico comum, pois vai além de uma busca por conveniência e realizada de forma ocasional. Neste método, há a necessidade de se explicitar detalhadamente os caminhos utilizados para o levantamento dos trabalhos anteriores, tendo-se o objetivo de responder uma pergunta específica (LIMA; MIOTO, 2007). Tendo isso em vista, são descritos a seguir os processos e etapas trilhadas.

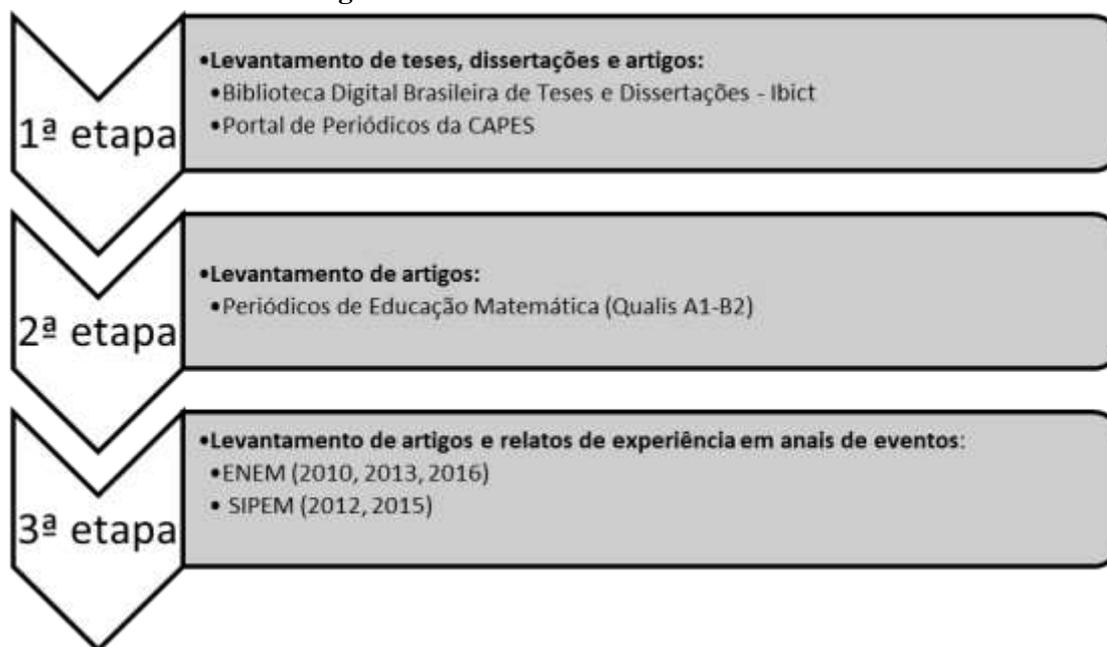
A revisão sistemática aqui desenvolvida abarca produções nacionais e internacionais, cobrindo um período de 10 anos. No presente texto são apresentados os resultados referentes à produção nacional (textos em português) da primeira parte do levantamento, datada de 01 de janeiro de 2010 a 01 de março de 2018³.

³ O período total de busca vai de janeiro de 2010 a janeiro de 2020 (terminando, dessa maneira, um ano antes da defesa da tese). Assim, foi realizada uma primeira etapa, datando do início do curso (março de 2018). Posteriormente, será feita a atualização da revisão para o fechamento do período de busca determinado.

Tendo-se em vista que o foco principal do estudo de tese são as articulações entre a Combinatória e a Probabilidade, os termos de busca foram construídos de forma a levantar textos que abordassem não apenas uma ou outra área da Matemática, mas ambas. Assim, os termos em português utilizados para busca foram: Combinatória AND Probabilidade; Combinatória AND Raciocínio Probabilístico; Raciocínio Combinatório AND Probabilidade; Raciocínio Combinatório AND Raciocínio Probabilístico.

As bases de dados consultadas no que diz respeito ao levantamento nacional foram: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – Ibict; Portal de Periódicos da Capes, principais periódicos de Educação Matemática (Qualis A1 a B2) e os anais de dois grandes eventos nacionais da área (Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM; Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEM). Na Figura 1 pode-se observar as etapas da revisão sistemática realizada.

Figura 1: Estrutura da revisão sistemática.



Fonte: As autoras.

O levantamento se deu de maneiras distintas em função das características das bases de dados consultadas. Na primeira e na segunda etapa da revisão sistemática (BDTD, Portal da CAPES e periódicos) foi possível utilizar os termos de busca anteriormente citados de maneira a combinar Combinatória e Probabilidade. Isto é, a partir do conector ‘AND’ foi

possível selecionar apenas os textos que abordassem ambas as áreas foco da pesquisa. Essas bases de dados disponibilizam instrumentos de busca para tal e foi possível, ainda, refinar a busca para os títulos, resumos e assuntos, o que proporciona o levantamento dos textos que realmente se adequam à busca.

Por outro lado, o levantamento dos textos nos anais de eventos (ENEM e SIPEM) foi realizado a partir do auxílio do comando de busca do navegador (*ctrl F*), visto que os anais consultados não disponibilizavam um instrumento de busca. Fazendo-se esse levantamento manual não foi possível utilizar conectores e, portanto, os termos de busca pré-determinados. Em função disso, foram utilizadas as palavras ‘Combinatória’, ‘Probabilidade’, ‘Combinatório’ e ‘Probabilístico’ em cada página de sumário (busca no título).

Na segunda etapa do levantamento foram consultados, ao todo, 22 periódicos (Qualis A1 a B2). Os mesmos estão listados no Quadro 1.

Quadro 1: Periódicos nacionais consultados⁴.

QUALIS	NOME DO PERIÓDICO	ISSN
A1	BOLEMA – BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ONLINE)	1980-4415
A2	ACTA SCIENTAE: REVISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	2178-7727
A2	AMAZÔNIA – REVISTA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS (ONLINE)	2317-5125
A2	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA	2317-904X
A2	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA – RS	1518-8221
A2	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	1983-3156
A2	JORNAL INTERNACIONAL DE ESTUDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2176-5634
A2	RENCIMA – REVISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	2179-426X
A2	REVMAT – REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	1981-1322
A2	REVISTA DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	2238-2380
A2	VIDYA (ONLINE)	2176-4603
A2	ZETETIKÉ	2176-1744
B1	BOLETIM GEPEM (ONLINE)	2176-2988
B1	BOLETIM ONLINE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2357-724X
B1	EM TEIA – REVISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E	2177-9309

⁴ A seleção dos periódicos se deu por meio dos seguintes critérios: **1.** Busca na plataforma Sucupira dos periódicos com Qualis A1 a B2 na área de ensino que apresentam a palavra *matemática* em seus títulos; **2.** Seleção dos periódicos que estão disponíveis online e gratuitamente; **3.** Refinamento a partir da área foco dos periódicos; **4.** Acréscimo de alguns periódicos importantes da área cujo termo *matemática* não aparece nos títulos.

	TECNOLOGIA IBEROAMERICANA	
B1	PERSPECTIVAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ONLINE)	2359-2842
B1	REVISTA PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2238-5800
B2	CAMINHOS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA (ONLINE)	2358-4750
B2	HIPÁTIA – REVISTA BRASILEIRA DE HISTÓRIA, EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA	2526-2386
B2	REMATEC – REVISTA DE MATEMÁTICA, ENSINO E CULTURA (UFRN)	1980-3141
B2	REVISTA SERGIPANA DE MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2525-5444
B2	RIPEM – REVISTA INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	2238-0345

Fonte: As autoras.

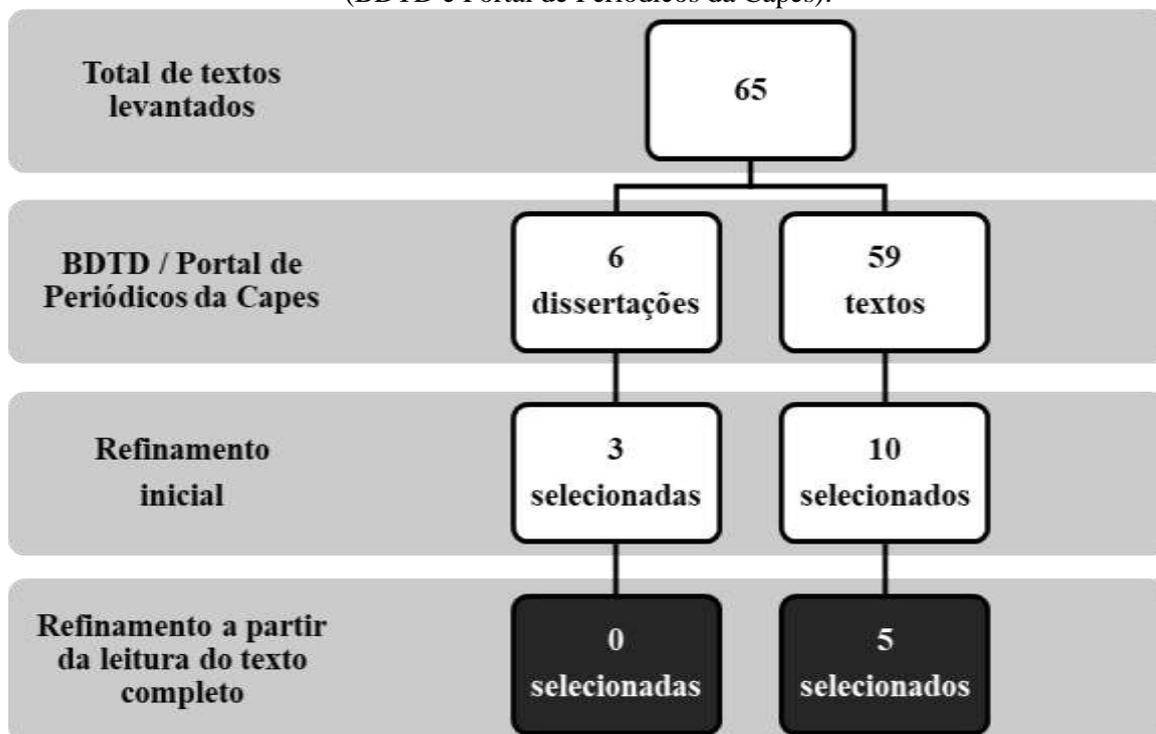
Após o levantamento inicial de textos em cada base de dados, foi realizada a leitura dos resumos para o 1º refinamento. Nesse primeiro momento, foram adotados os seguintes critérios de exclusão: 1) Data (no caso de estar fora do período determinado); 2) Duplicação; 3) Tipo de publicação (no caso de não ser tese, dissertação, artigo ou relato de experiência); 4) Nível educacional abordado (no caso de não voltado para a Educação Básica); 5) Área/Temática (no caso de não ter foco na Educação Matemática).

Após seleção dos textos para o segundo refinamento, foi feita a leitura completa para análise e seleção dos textos que possuem potencial de contribuição ao estudo de tese em desenvolvimento, isto é, que apresentam discussões/experiências que envolvam articulações entre Combinatória e Probabilidade. Esse refinamento permitiu que fossem lançados novos olhares sobre os textos em questão, tendo sido possível identificar relações/articulações mesmo quando este não era o foco dos autores dos textos. É válido ressaltar, ainda, que os textos selecionados foram analisados à luz de Sacristán (2000; 2013), visando-se classificá-los de acordo com a instância do currículo foco dos mesmos. Na seção a seguir são apresentados e discutidos os resultados da revisão sistemática.

Análise e discussão dos resultados

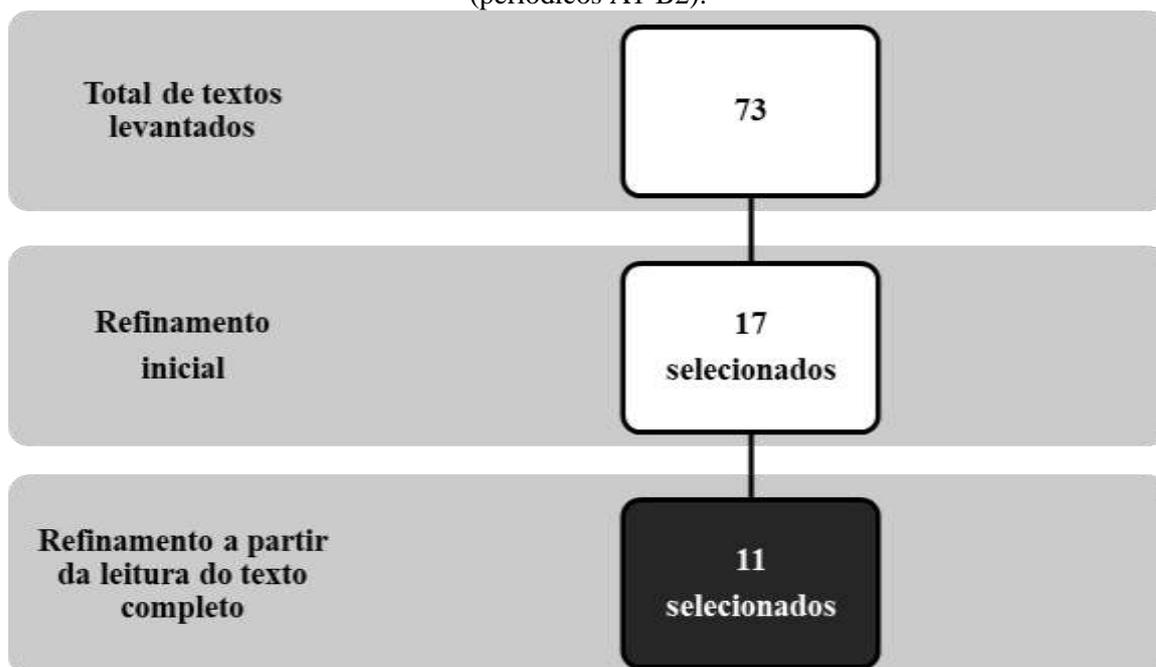
Nas Figuras 2, 3 e 4 são apresentados os resultados do levantamento realizado em cada uma das etapas da revisão sistemática, conforme descrito na Figura 1.

Figura 2: Resultados da primeira etapa da revisão sistemática nacional (BDTD e Portal de Periódicos da Capes).



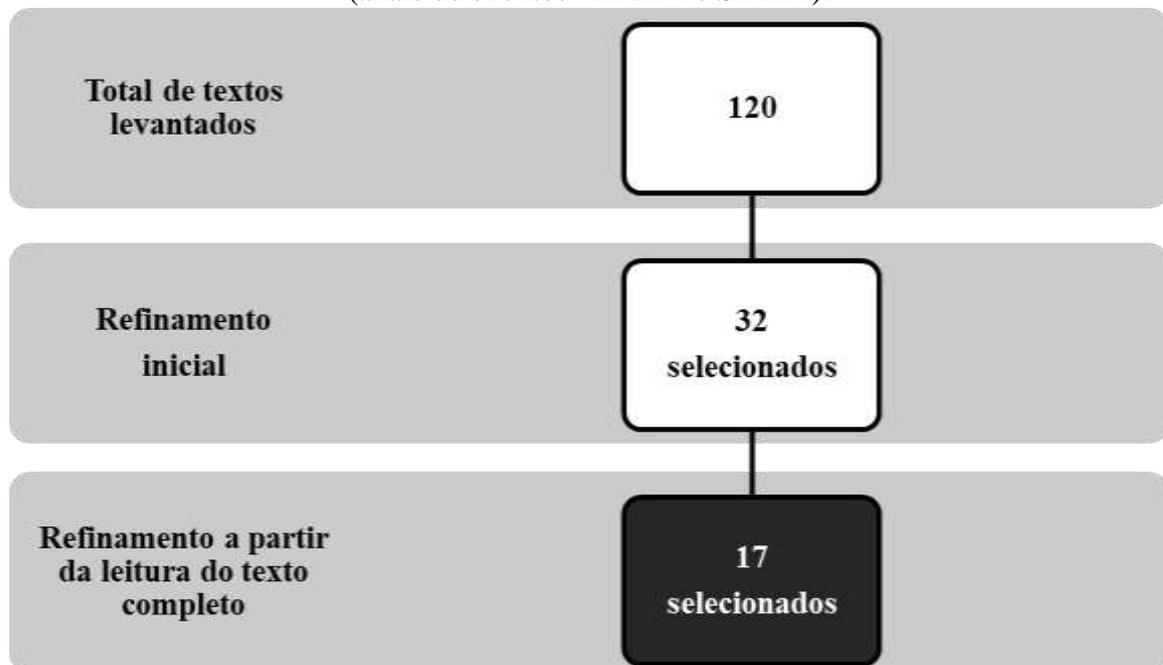
Fonte: As autoras.

Figura 3: Resultados da segunda etapa da revisão sistemática nacional (periódicos A1-B2).



Fonte: As autoras.

Figura 4: Resultados da terceira etapa da revisão sistemática nacional (anais de eventos - ENEM e SIPEM).



Fonte: As autoras.

No total, foram levantados inicialmente, conforme resultados apresentados, 258 textos, tendo apenas 33 destes sido selecionados após os dois refinamentos realizados ($\cong 13\%$ do total). Tais textos estão classificados, na Tabela 1, conforme as instâncias do currículo abordadas.

Tabela 1: Classificação dos textos selecionados, à luz de Sacristán (2000; 2013).

INSTÂNCIA DO CURRÍCULO ABORDADA	TEXTOS	TOTAL
Prescrito	(ANDRADE; KAIBER, 2013) (DIAS; SILVA; SANTOS JUNIOR, 2017) (LIMA; BORBA, 2017) (LIMA; ROCHA, 2016) (OLIVEIRA JÚNIOR; ANJOS, 2017)	5
Apresentado	(ALBUQUERQUE; SILVA, 2010) (CABERLIM; COUTINHO, 2013) (CARVALHO, 2010) (SANTANA, 2016) (SANTANA; BORBA, 2010) (SANTANA; BORBA, 2016)	6

Moldado	(LOPES, 2011) (LOPES; REZENDE, 2010) (NAGAMINE; HENRIQUES; UTSUMI; CAZORLA, 2011)	3
Em ação	-	0
Realizado	(AZEVEDO, 2013) (BATISTA; BORBA, 2016) (BORBA, 2017) (BORBA; SOUZA; CARVALHO, 2018) (FELÍCIO, 2016) (FERRAZ; BORBA; AZEVEDO, 2010) (FERREIRA; KATAOKA; KARRER, 2012) (LIMA; BORBA, 2018) (LIMA; MIRANDA, 2013) (LOPES, 2012) (LUVISON; SANTOS, 2013) (MATHIAS, 2010) (NÓBREGA; SPINILLO, 2016) (RIBEIRO; GOULART, 2013) (SANTOS; GRANDO, 2011) (SANTOS; NACARATO, 2017) (SANTOS; SANTOS, 2016) (SANTOS; SANTOS; MARTINS, 2016) (TEIXEIRA, 2013)	19
Avaliado	-	0

Fonte: As autoras.

Como apresentado na tabela acima, não foram identificados textos que têm como foco principal o *currículo em ação* nem, tampouco, o *currículo avaliado*. No que se refere às demais instâncias do currículo consideradas (SACRISTÁN, 2000; 2013), é válido ressaltar a grande concentração de trabalhos referentes ao *currículo realizado*, isto é, que apresentam resultados de atividades desenvolvidas: as consequências do ensino na aprendizagem dos estudantes. Trabalhos com abordagem dessa natureza representam aproximadamente 58% de todos os textos selecionados.

No que diz respeito ao *currículo prescrito*, os trabalhos em questão abordam e discutem orientações e prescrições curriculares voltadas para os diferentes níveis de escolaridade dentro da Educação Básica e têm focos variados quanto aos temas. Por exemplo, os textos de Andrade e Kaiber (2013) e de Lima e Rocha (2016), voltam seus olhares

especificamente apenas para a Probabilidade e apenas para a Combinatória, respectivamente. Por sua vez, os textos de Dias, Silva e Santos Junior (2017) e de Oliveira Júnior e Anjos (2017) se ocupam do estudo das orientações curriculares relativas à Educação Estatística e à Estocástica⁵.

Mesmo que tais textos não explicitem o objetivo de observar e analisar, em documentos de orientação e prescrição, as articulações entre Combinatória e Probabilidade, como é o caso do artigo de Lima e Borba (2017), os mesmos trazem em suas discussões evidências dessa aproximação entre uma e outra área da Matemática e, por este motivo, foram inseridos nos dados finais da revisão sistemática em questão.

As análises apresentadas pelos trabalhos, no que se refere ao *currículo prescrito*, evidenciam que desde o momento em que se traz *o que deve ser ensinado*, é pontuado que conceitos e ferramentas combinatórias são de suma importância para o trabalho com a Probabilidade (e, conseqüentemente, para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico). A Combinatória aparece, muitas vezes, associada à ideia dos Números e Operações, estando relacionada a problemas de natureza multiplicativa. Contudo, o raciocínio de natureza combinatória é tido como essencial para que se avance no tratamento de dados e na compreensão de situações aleatórias e levantamento de possibilidades: essenciais ao cálculo de probabilidades.

Já no que se trata do *currículo apresentado*, a maioria dos trabalhos está voltada para o que é abordado nos livros de Matemática no que se refere à Probabilidade: Caberlim e Coutinho (2013), Santana (2016), Santana e Borba (2010) e Santana e Borba (2016) – sendo o primeiro voltado para todos os níveis da Educação Básica (a partir da análise das resenhas e demais informações sobre as coleções aprovadas no PNLD, presentes no Guia do PNLD), enquanto os outros três dizem respeito à análise de livros didáticos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Já os textos de Albuquerque e Silva (2010) e de Carvalho (2010) são voltados para livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental e tiveram por foco o trabalho com a Combinatória.

Como já ressaltado anteriormente, ao dar uma nova leitura aos trabalhos selecionados

⁵ Importante campo matemático que tem por objeto de estudo as proximidades e relações existentes entre a Estatística, a Probabilidade e a Combinatória.

foi possível constatar que os mesmos trazem indícios e reflexões sobre articulações entre Combinatória e Probabilidade, mesmo quando não possuem, explicitamente, tal intuito. No caso dos textos acima citados, foi possível perceber que, ao analisar os problemas combinatórios ou probabilísticos nos livros didáticos, os autores abordam conceitos e o uso de representações/estratégias que são comuns a essas duas áreas da Matemática. Trazem, portanto, discussões que contribuem para reflexões de pesquisadores interessados nas possibilidades de se explorar articulações de tal natureza. Assim, é válido ressaltar que, mesmo nos livros dos Anos Iniciais, há indícios de aproximações e relações entre conceitos combinatórios e probabilísticos. Essas relações se apresentam por utilização de contextos da Combinatória para a introdução da Probabilidade e, também, a partir do compartilhamento de representações/estratégias (uso de listagens, árvores de possibilidades ou quadro de possibilidades, por exemplo) para levantar espaços amostrais e/ou resolver problemas combinatórios.

Quando se trata de textos que têm foco no *currículo moldado* são referidos trabalhos que apresentam propostas de ensino/seqüências didáticas, isto é, apresentam possibilidades para o trabalho com determinado conceito e apontam, detalhadamente, o caminho para tal. Por se tratar do *currículo moldado*, tais textos não apresentam resultados do desenvolvimento de tais propostas, pois se referem a um momento anterior: o do planejamento das atividades. Nesse sentido, os trabalhos de Lopes (2011), Lopes e Rezende (2010) e Nagamine *et al.* (2011) propõem o uso de jogos que possibilitam a exploração de ideias referentes a diferentes conceitos combinatórios e probabilísticos, a partir da resolução de problemas e discussões acerca dos jogos em questão. Trabalhos dessa natureza permitem que se levantem reflexões sobre atividades que podem ser propostas e questionamentos que podem ser estruturados de maneira a levar os estudantes a desenvolverem os seus raciocínios combinatório e probabilístico.

Discussões acerca do *currículo realizado* representam a maior quantidade dentre os textos selecionados. Referem-se ao relato de atividades desenvolvidas e dos resultados das mesmas na aprendizagem dos estudantes envolvidos nesses processos. Por apresentarem grande variação quanto à natureza dos trabalhos, destacam-se quatro grandes blocos de trabalhos, referentes a: 1) exploração de representações/estratégias comuns à Combinatória e

à Probabilidade; 2) resolução de problemas e reflexões a partir de jogos; 3) estudos exploratórios articulando Combinatória e Probabilidade; e 4) reflexões a partir de estudos anteriores.

No primeiro bloco supracitado – referente à exploração de representações/estratégias que são comuns às duas áreas, Combinatória e Probabilidade – inserem-se os trabalhos de Azevedo (2013), Felício (2016), Ferraz, Borba e Azevedo (2010), Ferreira, Kataoka e Karer (2012), Lima e Miranda (2013), Mathias (2010) e Teixeira (2013). Tais trabalhos têm por foco a Combinatória, mas, ao explorarem diferentes representações e estratégias de resolução de problemas combinatórios em diferentes contextos (a partir de jogos, com o uso de *softwares* e objetos de aprendizagem), aproximam, principalmente, conceitos combinatórios da ideia de explicitação de espaço amostral – própria do raciocínio probabilístico. A resolução de problemas combinatórios – levantamento de possibilidades – a partir de listagem e da árvore de possibilidades é muito recorrente nos trabalhos em questão. O desenvolvimento do conhecimento acerca de construções combinatórias dessa natureza, que demandam a explicitação de cada possibilidade uma a uma, são de suma importância para o raciocínio probabilístico, visto que a quantificação de probabilidades, sob uma visão clássica, consiste na razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis (dado pelo espaço amostral).

Assim, conhecer e refletir sobre as aprendizagens e dificuldades dos estudantes a partir das atividades relatadas nos textos desse primeiro bloco, apontam para a importância da evidenciação da natureza combinatória de um dos primeiros olhares que se volta para um problema probabilístico, referente às diferentes possibilidades envolvidas em um evento dado. Pensar sobre essas possíveis articulações é, inegavelmente, de grande contribuição para o trabalho de tese que está sendo desenvolvido.

No segundo bloco de trabalhos que abordam o *currículo realizado* estão os textos de Batista e Borba (2016), Luvison e Santos (2013), Ribeiro e Goulart (2013), Santos e Grandó (2011) e Santos e Nacarato (2017). Todos esses trabalhos possuem focos voltados para a exploração de conceitos probabilísticos em contexto de jogos (como a Travessia do Rio (BRASIL, 2014) e Passeios Aleatórios da Mônica (NAGAMINE *et al.*, 2011), por exemplo). Apesar de ter em vista o trabalho com a Probabilidade, tais textos apresentam reflexões e

discussões de estudantes acerca das ideias de aleatoriedade, do levantamento de possibilidades e do uso de representações como a árvore de possibilidades, estando, portanto, relacionadas à Combinatória. Trabalhos dessa natureza relatam, dessa maneira, as potencialidades de se articular discussões combinatórias e probabilísticas a partir da resolução de problemas em um contexto mais amplo (nesse caso, jogos).

No terceiro bloco de trabalhos, trabalhos estes que explicitam o interesse em articular Combinatória e Probabilidade a partir de suas relações, encontram-se os textos de Lima e Borba (2018), Nóbrega e Spinillo (2016), Santos e Santos (2016) e Santos, Santos e Martins (2016). Todos eles se tratam de estudos exploratórios que, a partir de diferentes abordagens e com públicos variados da Educação Básica, relacionaram Combinatória e Probabilidade. O trabalho de Lima e Borba (2018) explorou diferentes tipos de problemas combinatórios e probabilísticos articulados entre si com estudantes da EJA, enquanto o trabalho de Nóbrega e Spinillo (2016) focou na noção de possível (articuladora da Probabilidade com a Combinatória), com estudantes da Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Por sua vez, os textos de Santos e Santos (2016) e de Santos, Santos e Martins (2016) exploram a articulação entre Combinatória e Probabilidade a partir de discussões com jogos e com foco na linguagem: ideias de possível, provável e improvável, dentre outras.

Por fim, no último bloco de trabalhos referentes ao *currículo realizado*, estão os textos de Borba (2017), Borba, Souza e Carvalho (2018) e de Lopes (2012). Esses três textos têm em comum o fato de apresentarem discussões mais teóricas em defesa das relações inerentes à Estocástica (Combinatória, Probabilidade e Estatística). Os mesmos fazem um resgate de diversos estudos anteriores que embasam tal defesa, discutindo potencialidades do ensino sob essa perspectiva que valoriza a articulação entre áreas da Matemática e também as dificuldades ainda enfrentadas nos processos de ensino e aprendizagem das mesmas. Borba (2017) volta seu olhar, especificamente, para as relações entre Combinatória e Probabilidade que se evidenciam a partir da exploração e construção de espaços amostrais em diferentes estudos anteriores. Borba, Souza e Carvalho (2018) dissertam sobre a Combinatória, a Probabilidade e a Estatística, evidenciando as particularidades e as semelhanças entre os desafios no ensino de cada uma dessas áreas. Por sua vez, Lopes (2012) fala sobre a Estocástica como um todo, desde o início da escolarização – defendendo que as relações e

articulações entre Combinatória, Probabilidade e Estatística podem (e devem) ser exploradas desde a infância.

Os 33 textos selecionados a partir da revisão sistemática aqui descrita contemplam discussões variadas relacionadas a quatro das seis instâncias do currículo apontadas por Sacristán (2000; 2013). As discussões apresentadas por tais textos sobre o *currículo prescrito*, *currículo apresentado*, *currículo moldado* e *currículo realizado* são de grande contribuição ao entendimento das relações e possíveis articulações entre a Combinatória e a Probabilidade e, em função disso, serão um importante suporte bibliográfico ao estudo de tese do qual tal levantamento faz parte.

Algumas considerações

Entende-se que, ao se olhar para o currículo como essa prática ampla, que abrange diversos agentes e processos de transformação, é possível se ter uma visão mais aprofundada do que se diz e do que é feito a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem de determinada área ou conceito. Dessa maneira, foi pensando na construção de um panorama amplo da produção nacional referente às possibilidades de articulações entre Combinatória e Probabilidade que a revisão sistemática apresentada no presente artigo foi conduzida.

Os 33 trabalhos selecionados após os refinamentos realizados abrangem uma grande diversidade de enfoques e foram aqui classificados e discutidos à luz das diferentes instâncias do currículo, conforme Sacristán (2000; 2013). Os textos selecionados reforçam, em diferentes instâncias do currículo (no *currículo prescrito*, no *currículo apresentado*, no *currículo moldado* e, principalmente, no *currículo realizado*), a existência de relações entre Combinatória e Probabilidade e apontam possibilidades de intervenções a serem feitas, bem como dão indícios das dificuldades que podem ser enfrentadas (a partir de estudos que analisam atividades já desenvolvidas – *currículo realizado*).

Dado o posto, os resultados encontrados contribuirão grandemente para o desenvolvimento do estudo de tese em andamento do qual essa revisão sistemática faz parte, visto que as discussões levantadas e os resultados apresentados nos mesmos iluminam as discussões acerca das relações entre Combinatória e Probabilidade e da possibilidade e

importância das articulações entre essas áreas da Matemática, tendo-se em vista o desenvolvimento de ambos os raciocínios a elas atrelados.

Referências

ALBUQUERQUE, A. G.; SILVA, J. V. Analisando questões em livros didáticos de Matemática de séries finais do ensino fundamental, acerca do raciocínio combinatório. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM**. Salvador, 2010.

ANDRADE, L.; KAIBER, C. T. Orientações curriculares para o Ensino Médio: uma análise do bloco de conteúdos análise de dados e probabilidade sob a perspectiva do enfoque ontosemiótico. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XI ENEM**. Curitiba, 2013.

AZEVEDO, J. A influência de intervenções com árvores de possibilidades na utilização de diversificadas representações simbólicas: um caminho para o desenvolvimento do raciocínio combinatório. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XI ENEM**. Curitiba, 2013.

BATANERO, C.; GODINO, J.; NAVARRO-PELAYO, V. **Razonamiento Combinatorio**. Madrid: Síntesis. 1996.

BATISTA, R.; BORBA, R. No jogo é a moeda que diz, não é a gente que quer não: o que dizem crianças sobre a Probabilidade. **Vidya**, v. 36, n. 2, p. 237-255, 2016.

BORBA, R. Antes cedo do que tarde: o aprendizado da Combinatória no início da escolarização. In: **Anais do Encontro de Combinatória, Estatística e Probabilidade dos Anos Iniciais – Encepai**. Recife, 2016.

BORBA, R. Crianças de Anos Iniciais levantando espaços amostrais: relações entre pensamentos combinatório e probabilístico. **Jornal Internacional de estudos em Educação Matemática**, v. 10, n. 2, p. 86-92, 2017.

BORBA, R.; SOUZA, L.; CARVALHO, J. Desafios do ensino na Educação Básica de Combinatória, Estatística e Probabilidade. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – Em Teia**, v. 9, n. 1, 2018.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: jogos na alfabetização matemática. Brasília: MEC, Secretaria de Educação Básica, 2014.

CABERLIM, C.; COUTINHO, C. O ensino atual de Probabilidade na escola básica: um estudo do guia do PNLD 2012. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XI ENEM**. Curitiba, 2013.

CAMPOS, T.; CARVALHO, J. I. Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – Em Teia, Recife, PE, v. 7, n. 1, 2016.

CARVALHO, J. I. Análise das habilidades em problemas de combinatória nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM**. Salvador, 2010.

DIAS, C.; SILVA, G.; SANTOS JUNIOR, G. A educação estatística nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Brasil: uma análise curricular. **Revista Thema**, v. 14, n. 2, p. 122-136, 2017.

FELÍCIO, C. Experimento didático para o ensino dos conceitos de Combinatória no Ensino Médio. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XII ENEM**. São Paulo, 2016.

FERRAZ, M.; BORBA, R.; AZEVEDO, J. Usando software Árbol na construção de árvores de possibilidades para resolução de problemas combinatórios. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM**. Salvador, 2010.

FERREIRA, R.; KATAOKA, V.; KARRER, M. Sequência de ensino “Passeios Aleatórios da Carlinha”: Contribuições da árvore de possibilidades. In: **Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – V SIPEM**. Petrópolis, 2012.

FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Dordrecht, 1975.

GODINO, J.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y probabilidad**. Madrid: Síntesis, 1991.

LIMA, A. P.; ROCHA, C. O que diz o currículo prescrito para Combinatória no Brasil? Reflexões sobre o desenvolvimento do conhecimento do horizonte e conhecimento curricular de professores. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XII ENEM**. São Paulo, 2016.

LIMA, E. **Raciocínios combinatório e probabilístico na EJA: investigando relações**. 2018. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

LIMA, E.; BORBA, R. Relações entre o raciocínio combinatório e o probabilístico: como estão propostas em currículos prescritos? **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, n. 24, p. 816-833, 2017.

LIMA, E.; BORBA, R. Relações entre o raciocínio combinatório e o raciocínio probabilístico

na EJA. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 7, n. 13, p. 33-60, 2018.

LIMA, T. C.; MIOTO, R. C. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Revista Katálysis** [online]. v. 10, número especial, p.37-45, 2007.

LIMA, T. R.; MIRANDA, D. F. O uso de diferentes registros de representação na resolução de problemas que envolvem Análise Combinatória. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XI ENEM**. Curitiba, 2013.

LOPES, C. A educação estocástica na infância. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 160-174, 2012.

LOPES, J. Uma proposta didático-pedagógica para o estudo da concepção clássica de Probabilidade. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, v. 24, n. 39, p. 607-628, 2011.

LOPES, J.; REZENDE, J. Um novo jogo para o estudo do raciocínio combinatório e do cálculo de probabilidade. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, v. 23, n. 36, p. 657-682, 2010.

LUVISON, C.; SANTOS, C. A. Estatística e Probabilidade: a resolução de problemas a partir do jogo a travessia do rio. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XI ENEM**. Curitiba, 2013.

MATHIAS, C. Avaliação de objetos de aprendizagem para o ensino de Análise Combinatória. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM**. Salvador, 2010.

MORGADO, A.; PITOMBEIRA DE CARVALHO, J. B.; PINTO DE CARVALHO, P.; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graef, 1991.

NAGAMINE, C.; HENRIQUES, A.; UTSUMI, M.; CAZORLA, I. Análise praxeológica dos passeios aleatórios da Mônica. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, v. 24, n. 39, p. 451-472, 2011.

NÓBREGA, G.; SPINILLO, A. A noção de possível na probabilidade e na combinatória em estudantes do ensino fundamental. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – Em Teia**, v. 7, n. 1, 2016.

OLIVEIRA JÚNIOR, A.; ANJOS, R. O ensino da estocástica no currículo de Matemática do Ensino Fundamental no Brasil. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 3, p. 13-41, 2017.

RIBEIRO, C. E.; GOULART, A. O ensino de Probabilidade por meio de jogos na Educação de Jovens e Adultos. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XI ENEM**. Curitiba, 2013.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo**: Uma reflexão sobre a prática. 3. ed., Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTANA, M. R. Noções básicas de Probabilidade: o que os livros sugerem, o que os professores conhecem. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XII ENEM**. São Paulo, 2016.

SANTANA, M.; BORBA, R. Como a Probabilidade tem sido abordada nos livros didáticos de Matemática de Anos Iniciais de escolarização. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM**. Salvador, 2010.

SANTANA, M.; BORBA, R. O ensino da Probabilidade nos Anos Iniciais: um olhar sobre a abordagem nos livros didáticos. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – Em Teia, v. 7, n. 1, 2016.

SANTOS, E.; SANTOS, J. A.; MARTINS, F. A construção de significações sobre Combinatória e Probabilidade a partir de uma prática problematizadora no 4º ano do Ensino Fundamental. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XII ENEM**. São Paulo, 2016.

SANTOS, J.; GRANDO, R. O movimento da ideias probabilísticas no Ensino Fundamental: análise de um caso. **Boletim de Educação Matemática – Bolema**, v. 24, n. 39, p. 561-584, 2011.

SANTOS, J.; NACARATO, A. A linguagem probabilística e o jogo de par ou ímpar: produção de significados. **Revista Digital del Doctorado em Educación de la Universidad Central de Venezuela** – Areté, v. 3, n. 6, p. 107-127, 2017.

SANTOS, J.; SANTOS, E. Um jogo e a linguagem: possibilidades para a produção de conceitos sobre Combinatória, Estatística e Probabilidade com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – Em Teia, v. 7, n. 1, 2016.

SPIEGEL, M. **Probabilidade e estatística**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1978.

TEIXEIRA, P. J. Os blocos lógicos e o desenvolvimento do raciocínio combinatório. In: **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática – XI ENEM**. Curitiba, 2013.

Recebido em: 25 de junho de 2019
Aprovado em: 23 de outubro de 2019