

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE JOVENS E ADULTOS: UMA ALTERNATIVA PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Thais Dutra da Hora¹
Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa²
Rudolph dos Santos Gomes Pereira³

Resumo: Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa que teve por objetivo *investigar características na produção de alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) que possam denotar a aprendizagem de conceitos matemáticos*. O quadro teórico que sustenta as análises empreendidas tem como base a Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Teoria de Aprendizagem Significativa. O processo analítico teve como base dados coletados por meio de registros escritos dos alunos durante o desenvolvimento de atividades em sala de aula, da gravação em áudio do discurso dos alunos e de mapas conceituais por eles elaborados sobre o desenvolvimento da atividade. O processo analítico foi feito utilizando a metodologia de análise de conteúdo. Resultados sinalizam que no início da familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, a inteiração dos alunos com a atividade se concentra nas informações entregues pela professora, e que o uso de modelos matemáticos aritméticos fica evidente na prática matemática dos alunos, os quais quando interpretados como conhecimentos prévios possibilitam a inteiração entre alunos e professora ao discutirem meios de resolver a situação-problema identificada na atividade.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Educação de Jovens e Adultos. Aprendizagem Significativa.

YOUTH AND ADULT MATHEMATICS EDUCATION: AN ALTERNATIVE FOR MEANINGFUL LEARNING

Abstract: This paper presents results of a research whose aim *to investigate characteristics in the production of students of the Young and Adults Education (YAE) that may denote the learning of mathematical concepts*. The theoretical framework that supports analyzes undertaken is based on Mathematical Modelling in Mathematics Education and Meaningful Learning Theory. The analytical process was based on data collected through students written records during the development of classroom activities, students' audio recording speech and conceptual maps elaborated by them on the activity development. The analytical process was done using the content analysis methodology. The analytical process was done using the content analysis methodology. Results indicate that at the beginning of the students' familiarization with mathematical modelling activities the students' interaction with the activity is focused on the features provided by the teacher, that the use of arithmetic mathematical models is evident in the students mathematical practice, and that when such models are interpreted as previous knowledge, they may enable the interaction between students and teacher when they are discussing ways to solve the problem situation identified in the activity.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. Youth and Adult Education. Meaningful Learning.

¹Licenciada em Matemática, Universidade Estadual do Norte do Paraná/UENP, E-mail: thadutra69@hotmail.com

²Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Docente da Universidade Estadual do Norte do Paraná/UENP, E-mail: barbara.palharini@uenp.edu.br

³Doutor em Educação, Docente da Universidade Estadual do Norte do Paraná/UENP, E-mail: rudolphsantos@uenp.edu.br

Introdução

O ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos, na Educação de Jovens e Adultos (EJA), é uma das causas de preocupações no que tange à inserção dos alunos na sociedade e sua preparação para os diferentes usos da Matemática em contextos políticos, sociais e culturais. De acordo com Migliorini (2007), em particular, neste nível de escolaridade, o rendimento dos alunos em Matemática é considerado insatisfatório.

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) é uma modalidade de ensino destinada para jovens e adultos que não deram continuidade em seus estudos na Educação Básica. De acordo com Brasil (2005, p.19) a educação de jovens e adultos é "destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria". O parecer do Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica (CNE/CEB) nº: 11/2000 retrata que o Brasil apresenta um alto número de analfabetos e o maior índice de pessoas sem escolarização está associado às pessoas com mais idade e que residem em regiões pobres. Neste contexto, a EJA desempenha um importante papel social na vida das pessoas.

Sobre a EJA o parecer CNE/CEB nº. 11/2000 relata que:

A Educação de Jovens e Adultos passou a fazer parte constitutiva da lei de diretrizes e bases, tornou-se modalidade da educação básica e é reconhecida como direito público subjetivo na etapa do ensino fundamental. Logo, ela é regular enquanto modalidade de exercício da função reparadora. Portanto, ao assinalar tanto os cursos quanto os exames supletivos, a lei os tem como compreendidos dentro dos novos referenciais legais e da concepção da EJA aí posta (BRASIL, 2000, p.30).

Alguns desafios são apontados por Lucindo (2013) relacionados à EJA: a falta de capacitação dos docentes; a falta de materiais didáticos para essa modalidade de ensino; a junção de todos os alunos em uma única sala de aula, sem levar em conta a idade do indivíduo, uma vez que na sala de aula podem-se ter tantos alunos jovens quanto idosos; os modos de ensinar adotados pelos professores, levando em consideração as diferenças de idade que acabam interferindo no ensino e na aprendizagem dos alunos.

Documentos oficiais como os parâmetros curriculares nacionais (BRASIL, 1997) e as diretrizes para o ensino de Matemática no estado do Paraná (PARANÁ, 2008), apontam

alternativas para os processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula, uma dessas é a modelagem matemática. Segundo Oliveira (2004), a modelagem matemática pode contribuir para melhorar o ensino e a aprendizagem de alunos da EJA, em particular em matemática, por relacionar os conteúdos matemáticos do currículo com a realidade dos alunos, pois pode proporcionar a atribuição de sentidos e significados para os conteúdos matemáticos vistos na sala de aula.

Segundo Cembranel (2009), os alunos do EJA apresentam dificuldades na aprendizagem de conceitos matemáticos devido a pouca contextualização da Matemática com o cotidiano dos alunos, e à apresentação de fórmulas prontas nos livros didáticos. Neste contexto, a modelagem matemática pode proporcionar o uso de conceitos matemáticos por meio de situações de interesse dos alunos e de seu cotidiano, o que pode colaborar com a aprendizagem desses conceitos (VERTUAN, 2010).

De acordo com Klüber, Mutti e Silva (2015) o número de publicações referentes a artigos publicados na Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática (CNMEM), relativo a modelagem matemática na EJA ainda é pequeno. Os autores deste estudo analisam as publicações em anais, desta conferência, no período de 2005 a 2013 e sinalizam que dentre os 300 trabalhos publicados em todas as edições, foram encontrados apenas 16 que tratam do uso da modelagem matemática na EJA. Estes autores relatam, ainda, que a modelagem matemática quando trabalhada na EJA pode contribuir para a formação do aluno em Matemática, pois este terá participação ativa no processo de aprendizagem.

Para Oliveira (2004, p.52), o uso da Modelagem Matemática na Educação de Jovens e Adultos é viável, pois “permite estabelecer o elo entre os diversos conteúdos matemáticos e os conteúdos das outras áreas do conhecimento como também retomar conceitos já adquiridos, religando saberes e dando origem a novos modelos, de acordo com as novas ideias que surgem”.

Desse modo, pautados nas asserções de que atividades de modelagem matemática podem auxiliar jovens e adultos na aprendizagem de Matemática, e considerando o quadro escasso de publicações referente pesquisas nessa temática visamos detalhar reflexões sobre a questão de pesquisa: Que contribuições para a aprendizagem de alunos do EJA, são possíveis

por meio de atividades de modelagem matemática? Neste contexto, o quadro teórico que sustenta essa pesquisa aborda aspectos da Modelagem Matemática na Educação Matemática, elementos da Teoria de Aprendizagem Significativa e os aspectos metodológicos que detalham a análise empreendida. De modo geral, procuramos evidenciar os procedimentos dos alunos ao desenvolverem atividades de modelagem matemática, os conhecimentos que servem de *subsunçores* para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, bem como os novos conhecimentos com os quais os alunos entram em contato quando da sistematização de conteúdos matemáticos trabalhados nas atividades de modelagem matemática.

Modelagem Matemática na Educação Matemática: uma perspectiva

A modelagem matemática tem sido caracterizada por meio de diferentes abordagens na Educação Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; BASSANEZI, 2002; BIENBENGUT; HEIN, 2011; BARBOSA, 2001; KAISER; SRIRAMAN 2006). Kaiser e Sriraman (2006) ao delinearem um panorama para a pesquisa em modelagem matemática abordam perspectivas para o uso da modelagem matemática, entre elas, está a educacional associada a objetivos pedagógicos, e a meta-cognitiva, cujo foco está, em particular, nos processos de pensamento mobilizados pelos alunos e em características que podem evidenciar como os alunos aprendem quando em contato com atividades de modelagem matemática. Tais perspectivas podem ser relacionadas ao estudo aqui apresentado, visto que nosso o foco dessa pesquisa está na aprendizagem de conteúdos matemáticos por alunos da EJA quando em contato com atividades de modelagem matemática.

Nosso entendimento de modelagem matemática vai ao encontro do esboçado por Almeida, Silva e Vertuan (2013), que a consideram uma alternativa pedagógica em que se faz a abordagem de situações-problema não essencialmente matemáticas para o ensino e a aprendizagem da Matemática, em que as soluções são obtidas por meio da elaboração, análise e interpretação de modelos matemáticos. Neste contexto, o modelo matemático está associado ao uso de ferramentas matemáticas, como gráficos, tabelas e equações algébricas, que visam representar/apresentar a solução dos problemas abordados nas atividades de modelagem

matemática. Para estes autores “sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p.13).

A utilização de modelos matemáticos é importante na medida em que permite aos sujeitos aprender a usar ferramentas matemáticas, bem como fazer inferências sobre porções da realidade estudada. Pedrosa, Mafra e Siqueira (2015, p.92) indicam que “quando se procura fazer inferências a partir de uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela, o procedimento usual é selecionar a ferramenta, isto é, o modelo ideal através do qual o sistema será representado”.

No que tange ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2013) caracterizam as fases dessa atividade como inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação:

Inteiração: essa etapa representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação [...].

Matematização: é caracterizada pelos processos de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas [...]. **Resolução:** Esta fase consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação [...];

Interpretação de Resultados e Validação: a interpretação dos resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p.15-16).

Nessas fases, os alunos mobilizam um conjunto de ações, como: interpretação e compreensão da situação-problema; identificação de um problema a resolver – na situação estudada e em uma situação matemática idealizada pelo aluno para responder a situação-problema inicial –; identificação de variáveis; formulação de hipóteses; dedução e/ou uso de modelos matemáticos; interpretação matemática, e com vistas à situação-problema, dos resultados obtidos por meio do modelo matemático; e, por fim, resposta à situação-problema (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009).

Para Almeida e Dias (2004), as atividades de modelagem matemática, inseridas na sala de aula, proporcionam um elo entre os conteúdos curriculares com situações da realidade do aluno. Nesse contexto, a modelagem matemática na sala de aula se propõe a relacionar a Matemática escolar com a Matemática presente no cotidiano, favorecendo assim o estudo de Matemática, ao despertar o interesse e a motivação dos alunos em aprender essa disciplina,

por meio de atividades contextualizadas. Tal argumentação também é utilizada por Almeida e Borssoi (2004) que inferem pelo uso da modelagem matemática em sala de aula, visto que essa alternativa pode viabilizar a interação da matemática escolar com a Matemática presente fora do ambiente escolar.

O uso de atividades de modelagem matemática em sala de aula está associado, em particular, ao argumento de que por meio de atividades de modelagem matemática é possível aprender Matemática. Para a investigação da ocorrência de aprendizagem durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática utilizamos o suporte da Teoria de Aprendizagem Significativa.

Teoria de Aprendizagem Significativa

A Teoria da Aprendizagem Significativa foi desenvolvida por David Paul Ausubel na década de 1960 (MOREIRA, 2011). Essa teoria está associada à aprendizagem dos sujeitos, que pode ocorrer significativamente ou não. De acordo com Moreira (2011, p.161), para Ausubel a aprendizagem significativa é um processo em que um novo conhecimento é construído por meio da interação de novas informações com conhecimentos prévios do sujeito. Os conhecimentos prévios ou preexistentes são definidos de acordo com o conceito de subsunção, ou seja, as ideias e os conceitos já existentes na estrutura cognitiva do sujeito.

Ausubel vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo organizado, formando uma hierarquia conceitual, na qual elementos específicos de conhecimento são ligados (e assimilados) a conceitos gerais, inclusivos. A estrutura cognitiva significa, portanto, uma estrutura hierárquica de conceitos que são representações de experiências sensoriais do sujeito (MOREIRA, 2011, p.161).

O conceito de subsunção faz a interação entre o novo conhecimento com os conhecimentos já construídos e permite ao sujeito atribuir significados às novas informações. A aprendizagem significativa acontece quando a nova informação se relaciona com o conhecimento prévio do sujeito, surgindo com essa assimilação um novo conceito. “A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz” (MOREIRA, 2011,

p.161).

Mas nem sempre existem conceitos preexistentes que atuam como subsunçores, neste contexto ocorre a *aprendizagem mecânica*. Em contraste com a aprendizagem significativa Ausubel (apud MOREIRA, 2011, p.162) define a aprendizagem mecânica (automática), como sendo a aprendizagem em que o novo conhecimento ocorre sem nenhum significado para o sujeito, neste caso o conhecimento é simplesmente armazenado sem a interação com os conhecimentos prévios dos sujeitos.

De acordo com Moreira (2010, p.19-21) há três formas de aprendizagem significativa: aprendizagem subordinada, aprendizagem superordenada e aprendizagem combinatória:

[...] aprendizagem significativa subordinada, o significado do novo conhecimento é adquirido pela interação, com algum conhecimento especificamente relevante, e pela subordinação, na forma de ancoragem, a esse conhecimento. Porém, como se trata de uma interação, o conhecimento prévio também adquire (novos) significados, ou se consolidam, se elaboram, significados já existentes. [...] aprendizagem significativa superordenada, o aprendiz percebe, ou é ensinado, relações “horizontais” entre conceitos, e constrói um novo conceito, ou dá nova posição hierárquica a um conceito já construído, que passa a subordinar outros conceitos. [...] aprendizagem significativa combinatória quando o significado vem da interação com um conhecimento mais amplo que o indivíduo tem em determinada área do conhecimento.

A aprendizagem subordinada é quando a nova informação se relaciona com o conhecimento preexistente na estrutura cognitiva, essa interação passa a dar significado ao novo conhecimento para o sujeito. Na aprendizagem superordenada, a informação é organizada de forma hierárquica na estrutura cognitiva do sujeito, em que o novo conhecimento passa a ser superior aos subsunçores existentes. Na aprendizagem combinatória, o significado do conhecimento é construído pela combinação da nova informação com o conhecimento prévio do sujeito. De modo geral, essas aprendizagens estão associadas ao *continuum* entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa.

Segundo Moreira (2010), são dois os processos que ocorrem na aprendizagem significativa, a reconciliação integrativa e a diferenciação progressiva. No processo de reconciliação integrativa, as novas informações são relacionadas com as informações já existentes na estrutura cognitiva do sujeito e há uma relação entre o novo conhecimento e os

subsunçores, de modo que esses conhecimentos preexistentes são reestruturados de acordo com as novas informações, adquirindo assim novos significados. Já no processo de diferenciação progressiva, o conhecimento preexistente, o subsunçor, serve de base para o novo conhecimento, estabelecendo uma relação de significado entre ambos.

Para que ocorra a aprendizagem significativa são necessárias duas condições: a utilização de um material potencialmente significativo, que possibilite ao sujeito relacionar a nova informação com a sua estrutura cognitiva; a pré-disposição para aprender, de modo que para aprender significativamente o sujeito tem que querer aprender (MOREIRA, 2011).

Segundo Fontanini (2007), as atividades de modelagem matemática podem se tornar um material potencialmente significativo, pois:

Nas atividades de modelagem matemática os alunos utilizam muitas vezes, para resolver os problemas, conhecimentos que já possuem. [...] utilizando a linguagem ausubeliana, poderíamos dizer que para resolver o problema o aluno utiliza os subsunçores de que dispõe em sua estrutura cognitiva. Isto nos permite também dizer que quando o aluno não possui os subsunçores necessários ele não consegue resolver o problema (FONTANINI, 2007, p.45).

As atividades de modelagem matemática apresentam informações pertencentes a outras áreas do conhecimento, e essa relação da matemática com o contexto da realidade do aluno pode beneficiar a atribuição de significados para os novos conhecimentos. As atividades de modelagem matemática podem contribuir para uma aprendizagem significativa, em particular, dos conceitos matemáticos, pois os alunos engajados nessas atividades podem investigar, coletar informações a respeito do tema para desenvolver a atividade de modelagem matemática e associar os conhecimentos prévios com as novas informações.

Segundo Burak e Barbieri (2005, p.7), as atividades de modelagem matemática se relacionam com a aprendizagem significativa na medida em que a “modelagem matemática leva a aprendizagem significativa ao trazer os conteúdos matemáticos para a vida dos educandos. [...] relacionando novas informações à conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aluno”.

Um recurso utilizado em diferentes áreas para sistematização e avaliação da ocorrência de aprendizagem significativa é o uso de mapas conceituais. Segundo Moreira (2010), mapas conceituais são diagramas de significado que indicam relações entre conceitos, ou entre

palavras que representam conceitos. De modo geral, na construção dos mapas conceituais não se tem uma organização, um modelo que deve ser seguido, podem ser utilizadas figuras geométricas, como elipses, retângulos, círculos, sendo essas formas irrelevantes para o seu próprio significado, são apenas utilizadas como uma maneira de organização, assim como também não tem significado a forma da linha utilizada para relacionar, ligar um conceito ao outro.

No âmbito educacional, mapas conceituais podem proporcionar trocas de significados entre professores e alunos, já que em sua construção permitem que os alunos possam organizá-los de acordo com os seus conhecimentos. De acordo com Moreira (2010):

Os mapas conceituais podem ser usados para mostrar relações significativas entre conceitos ensinados em uma única aula, em uma unidade de estudo ou em um curso inteiro. São representações concisas das estruturas conceituais que estão sendo ensinadas e, como tal, provavelmente facilitam a aprendizagem dessas estruturas (MOREIRA, 2010, p.16).

Quando o professor quer trabalhar com este recurso, ele deve explicar aos alunos o uso dos mapas, a maneira como são elaborados e como os elaborar. Indica-se que os alunos construam estes mapas a partir de conteúdos que eles já tenham certa familiaridade, de modo que eles possam relacionar o assunto da aula com o seu conhecimento, pois dessa maneira será feita uma diferenciação e assimilação dos conteúdos existentes e dos apreendidos.

Com base nos elementos da Teoria de Aprendizagem Significativa e da Modelagem Matemática na Educação Matemática, enunciamos os aspectos metodológicos que delinearão a pesquisa empírica e a análise dos dados coletados.

Aspectos metodológicos

Neste artigo apresentamos a análise de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por uma turma de dez alunos jovens e adultos, com idade entre 19 e 50 anos, em um colégio estadual do norte do Paraná. Os dados apresentados são parte de uma pesquisa maior com foco na Modelagem Matemática na Educação Matemática e as potencialidades de seu uso para o ensino e a aprendizagem de Matemática, na Educação Básica, na Educação de Jovens e Adultos e no Ensino Superior.

A coleta de dados ocorreu em momento inicial de familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2013). Estes autores indicam que a familiarização com atividades de modelagem matemática seja feita de forma gradativa, sendo que em um primeiro momento o professor desenvolve com os alunos uma atividade de modelagem matemática com temática e situação-problema já definidas. Aos alunos, juntamente com o professor, cabe o papel de se inteirar da temática da atividade, realizar simplificações, organizar variáveis e hipóteses a fim de obter uma resolução válida para a situação inicial em estudo. Por fim, o professor discute com os alunos as soluções obtidas e sistematiza os conceitos matemáticos trabalhados e possíveis de trabalhar com a atividade. Nesse contexto, a atividade de modelagem matemática desenvolvida pelos alunos foi adaptada de Almeida, Silva e Vertuan (2013) e tem como temática a compra de uma cerca elétrica para uma residência.

Inicialmente, foi feita a aplicação de um questionário com o propósito de identificar o perfil do jovem e do adulto participante da pesquisa. Os estudantes que participaram da pesquisa, em sua maioria trabalhavam e haviam voltado a estudar para concluir o Ensino Médio. De modo geral, a maioria dos alunos investigados considerava a disciplina de Matemática difícil e confusa, mas reconhecem sua importância na sociedade e principalmente no campo profissional.

Os dados foram coletados por meio do envolvimento da pesquisadora em quatro aulas de cinquenta minutos no ensino de jovens e adultos, juntamente com a professora da disciplina. A coleta de dados foi feita por meio dos registros escritos dos alunos, gravações em áudio, bem como observações da pesquisadora anotadas em diário de campo. Para além dos dados coletados no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, foi solicitada dos alunos a elaboração de mapas conceituais, de acordo com a teoria da aprendizagem significativa. Para utilização dos registros dos alunos foi solicitado da instituição de ensino um termo de consentimento livre esclarecido.

Para análise dos dados foi utilizada a metodologia de análise de conteúdo na perspectiva de Bardin (2009). De acordo com a autora, essa metodologia de análise de dados é caracterizada como “uma técnica de investigação que tem por finalidade a descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto da comunicação” (BARDIN, 2009, p.24). A

análise de conteúdo é organizada em três fases: fase pré-analítica, corresponde a fase de leitura e organização do material a ser analisado; fase de exploração do material, é a fase de codificação do material e a definição das categorias para a análise; e, por fim, a fase de tratamento dos resultados, interferência e interpretação.

No decorrer do processo analítico, o tratamento das informações foi feito por meio de unidades de contexto e de registro, as quais foram utilizadas para emergir a interpretação dos pesquisadores no que se refere ao desenvolvimento da atividade de modelagem matemática pelos alunos participantes da pesquisa. As unidades de registro serviram como auxiliares para elaboração das unidades de contexto que permitem a categorização, inferência e interpretação e auxiliaram na análise e discussão dos resultados da pesquisa.

Análise e discussão dos dados

Após coletados os dados, seguindo os pressupostos da metodologia de análise de conteúdo, inicialmente foi realizada a leitura de todo o material coletado a fim de organizar a fase de exploração. Na fase de exploração do material, os registros escritos dos alunos foram selecionados, bem como os registros em áudio. Para o processo de análise foram adotados os códigos A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9 e A10, para os alunos da EJA. No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática os alunos foram divididos em dois grupos, codificados como G1 composto pelos alunos A1, A2, A3, A4 e A5; e G2 composto pelos alunos A6, A7, A8, A9 e A10.

Duas unidades de contexto emergiram no desenvolvimento da pesquisa empírica: com relação ao desenvolvimento dos alunos nas fases da modelagem matemática e com relação aos elementos da Teoria de Aprendizagem Significativa. Para cada unidade de contexto, unidades de registros, mais específicas, foram delineadas (Quadro 1).

Quadro 1: unidades de contexto e de registro – EJA

Unidade de Contexto	Unidade de Registro	Síntese	Códigos
Aspectos da Modelagem Matemática	Inteiração	Os alunos fizeram a leitura da atividade, identificaram a situação-problema, e levantaram as hipóteses.	A4, A3 e A6
	Matematização	Os alunos transformaram a situação-	A5 e A2



		problema de uma linguagem natural para uma linguagem matemática.	
	Resolução	Os alunos apresentaram uma solução que respondesse a atividade.	Todos os alunos de G1 e G2
	Interpretação e Validação dos Resultados	Os alunos analisaram a resposta encontrada para responder o problema inicial.	A8 e A7
Teoria da Aprendizagem Significativa	Mapas Conceituais	Os alunos elaboraram mapas conceituais.	Todos os alunos de G1

Fonte: os autores.

Na primeira etapa da atividade de modelagem matemática, os alunos fizeram a leitura da atividade, levantaram os dados fornecidos na situação-problema, identificaram o problema e formularam hipóteses. De modo oral os alunos de cada grupo discutiram entre si como eles iriam resolver a atividade, ou seja, como iriam inferir sobre a opção mais vantajosa para um cliente que deseja instalar uma cerca elétrica a partir de duas opções (Figura 1).

Figura 1: Dados da situação-problema estudada

Preços de kits (pronto e a montar) para a instalação de cercas elétricas residenciais.		
Conteúdo	Opção 1 (kit pronto)	Opção 2 (Kit a montar)
Central	R\$ 554,00	R\$ 254,00
Bateria		R\$ 87,00
Sirene		R\$ 40,00
Haste de aterramento		R\$ 59,00
Cerca (20 metros com 4 fios)		_____
Valor do metro de cerca (4 fios)	R\$ 12,00	R\$ 9,00

Fonte: Registro da atividade dos alunos.

Para inferir sobre o melhor kit a adquirir os alunos utilizaram inferências e hipóteses com base na situação inicial, bem como procedimentos matemáticos associados à aritmética, aliando conhecimentos das quatro operações com a interpretação dos dados da situação-problema, conforme sinaliza o diálogo:

A8: Então assim, considerando, considerando o kit, os vinte metros do kit da opção, se você for fazer vinte metros a opção um seria mais

A10: Mais em conta. [...] Se você for precisar de 60 metros a mais

A8: Se eu for precisar fazer sessenta metros de cerca o kit dois

A10: O kit dois seria a opção.

A9 e a10: Mais vantajosa.

A8: Não é sessenta a mais, se eu for precisar fazer sessenta metros de cerca.

A10: Não sessenta metros a mais.

A8: Ah tá.

A10: Porque os vinte aqui oh já é incluído, ele teria que fazer oitenta metros. Se ele for fazer oitenta metros de cerca compensa você comprar o segundo kit, se você for fazer oitenta. Agora se você for fazer

A7: Menos de oitenta.

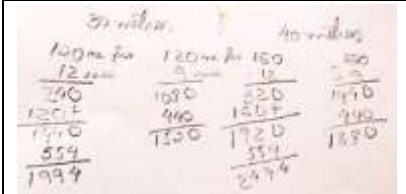
A10: Só vinte.

A8: Só vinte, compensa o kit um.

A10: O kit um. Se você for fazer oitenta ai já é o kit dois.

No desenvolvimento da atividade, tanto os alunos do grupo G1 quanto os alunos do grupo G2 não sistematizaram um modelo matemático, mas resolveram a situação-problema por meio de aproximações matemáticas utilizando as quatro operações, sendo que as resoluções esboçadas foram inicialmente discutidas entre os alunos do grupo a fim de obter elementos matemáticos para responder a situação inicial. Os alunos não utilizaram na resolução modelos algébricos (apenas quando a professora propôs a sistematização dos conceitos matemáticos que poderiam ser utilizados na atividade), somente aritméticos, pois relataram que tiveram dificuldades para trabalhar com incógnitas (Figura 2).

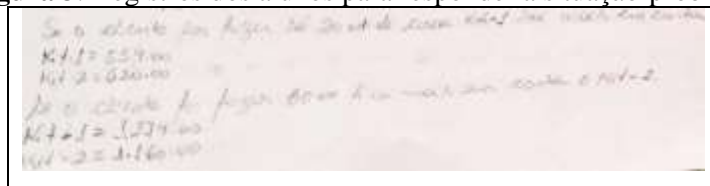
Figura 2: Fase de resolução

	<table border="1"> <thead> <tr> <th>L (comprimento em m)</th> <th>C1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 a 20</td> <td>554</td> </tr> <tr> <td>21</td> <td>$554 + 12 = 554 + 1 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>22</td> <td>$554 + 12 + 12 = 554 + 2 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>23</td> <td>$554 + 12 + 12 + 12 = 554 + 3 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>24</td> <td>$554 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 4 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>25</td> <td>$554 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 5 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>L</td> <td>$554 + (L - 20) \cdot 12$</td> </tr> </tbody> </table>	L (comprimento em m)	C1	1 a 20	554	21	$554 + 12 = 554 + 1 \cdot 12$	22	$554 + 12 + 12 = 554 + 2 \cdot 12$	23	$554 + 12 + 12 + 12 = 554 + 3 \cdot 12$	24	$554 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 4 \cdot 12$	25	$554 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 5 \cdot 12$	L	$554 + (L - 20) \cdot 12$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>L (comprimento em m)</th> <th>C2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>554</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>$440 + 9 = 440 + 1 \cdot 9$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>$440 + 9 + 9 = 440 + 2 \cdot 9$</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>$440 + 9 + 9 + 9 = 440 + 3 \cdot 9$</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>L</td> <td>$440 + 9 + 9 + 9 + \dots + 9 = 440 + 9 \cdot L$</td> </tr> </tbody> </table>	L (comprimento em m)	C2	1	554	2	$440 + 9 = 440 + 1 \cdot 9$	3	$440 + 9 + 9 = 440 + 2 \cdot 9$	4	$440 + 9 + 9 + 9 = 440 + 3 \cdot 9$	L	$440 + 9 + 9 + 9 + \dots + 9 = 440 + 9 \cdot L$
L (comprimento em m)	C1																															
1 a 20	554																															
21	$554 + 12 = 554 + 1 \cdot 12$																															
22	$554 + 12 + 12 = 554 + 2 \cdot 12$																															
23	$554 + 12 + 12 + 12 = 554 + 3 \cdot 12$																															
24	$554 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 4 \cdot 12$																															
25	$554 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 5 \cdot 12$																															
L	$554 + (L - 20) \cdot 12$																															
L (comprimento em m)	C2																															
1	554																															
2	$440 + 9 = 440 + 1 \cdot 9$																															
3	$440 + 9 + 9 = 440 + 2 \cdot 9$																															
4	$440 + 9 + 9 + 9 = 440 + 3 \cdot 9$																															
...	...																															
L	$440 + 9 + 9 + 9 + \dots + 9 = 440 + 9 \cdot L$																															
Resolução dos alunos	Resolução sistematizada com o auxílio da professora	Resolução sistematizada com o auxílio da professora																														

Fonte: Registros do desenvolvimento da atividade.

Concomitante à realização de cálculos para análise dos kits de cerca elétrica, os alunos se envolveram na fase de interpretação e validação dos resultados obtidos. Neste contexto, os alunos interpretaram a solução do problema por meio de aproximações matemáticas utilizando das quatro operações e as discussões entre os alunos do grupo (Figura 3).

Figura 3: Registros dos alunos para responder a situação-problema





O kit pronto vai ser em cento, porque casa del pain per mas metros de fio, da pode assentar 5 metros que ainda ficava mais barato do que o kit 1. Mas isso com 5 metros.
No 2 kit (montar) se de fio 60 metros a mais, mas em cento o kit 1, Para mais quantidade o kit 2 vai mais em cento.

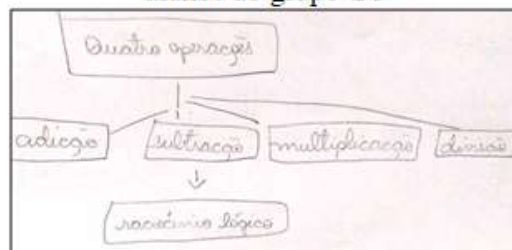
Fonte: Registros do desenvolvimento da atividade.

Inicialmente os alunos não perceberam que nem sempre será interessante um dos kits, visto os valores dos kits iriam variar dependendo da quantidade necessária de fio para a cerca. A análise dos alunos incidiu apenas para comprimentos de cinco metros ou sessenta metros. Junto com a professora, a análise matemática dos pontos de igualdade entre os dois kits foi detalhada: para o cliente que irá comprar até 12,66 m de fio a opção 2 é mais vantajosa, enquanto que para aqueles que precisam de 12,66 m até 42 m, a opção 1 é mais vantajosa e, por fim, para o comprimento maior do que 60 m de fio a opção 2 é mais vantajosa.

Após o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática foi solicitado dos alunos a elaboração de um mapa conceitual por grupo (Figura 4), na sequência a professora direcionou a comunicação da atividade desenvolvida pelos alunos, e sistematizou, junto com todos, os conceitos matemáticos utilizados pelos alunos, bem como outras maneiras de resolver a atividade. Após a sistematização da atividade foi solicitado, dos alunos, a elaboração de um segundo mapa conceitual (Figura 5). Neste momento, a professora utilizou, com os alunos, os passos descritos por Moreira (2010) para elaboração de mapas conceituais.

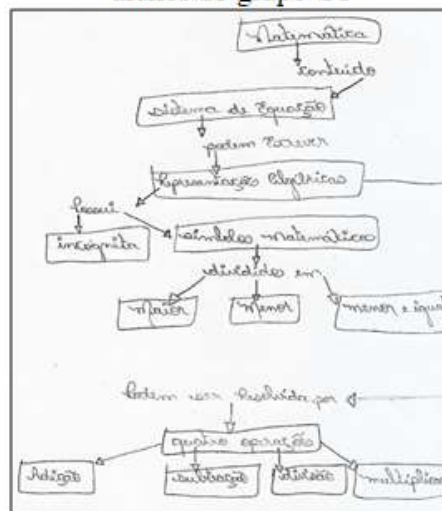


Figura 4: Mapa Conceitual 1 elaborado pelos alunos do grupo G1



Fonte: Registro dos alunos.

Figura 5: Mapa Conceitual 2 elaborado pelos alunos do grupo G1



Fonte: Registro dos alunos.

Ambos os mapas conceituais serviram para investigar elementos relativos à aprendizagem dos alunos por meio da relação entre as palavras ou conceitos para representar conceitos matemáticos. Ao analisar a matemática utilizada pelos alunos da EJA, podemos notar que os alunos não utilizaram de um conteúdo matemático específico, eles tomaram como ponto de partida a formulação de hipóteses e fizeram aproximações matemáticas, usando das quatro operações matemáticas para resolver a situação inicial.

De acordo com a análise específica de cada unidade de registro, inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação dos resultados e com a elaboração de mapas conceituais, é possível notar que as etapas da Modelagem Matemática foram utilizadas pelos alunos na resolução da atividade. No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, os alunos no primeiro momento procuraram entender as informações que a atividade fornecia e como deveria ser resolvida a situação inicial. Na fase de inteiração, os alunos levantaram os dados fornecidos na atividade como apresenta o aluno A4, identificaram a situação-problema, como aborda o aluno A3 e levantaram as hipóteses, de acordo com o aluno A6. A fase de matematização, que é a passagem da linguagem natural para uma linguagem matemática, ocorreu por meio de diálogo entre os alunos do grupo, como pode ser visto nas falas dos alunos A5 e A2.

Na fase de resolução, tanto o grupo G1 quanto o grupo G2 não elaboraram um modelo

matemático algébrico. Todos os alunos resolveram por aproximações matemáticas, utilizando as quatro operações que são apresentadas por registros escritos pelos Grupos G1 e G2. Na fase de interpretação e validação dos resultados, os alunos interpretaram a solução da situação-problema por meio de aproximações matemáticas e discussão com os grupos.

Na elaboração do mapa conceitual 1, os grupos tiveram dificuldades no entendimento da matemática utilizada por eles no desenvolvimento da atividade, em parte por eles não terem generalizado um modelo matemático na resolução da situação-inicial. Como os alunos resolveram a atividade por meio de aproximações matemáticas isso os levou a dificuldades na identificação dos conteúdos matemáticos utilizados. Já na elaboração do mapa conceitual 2, os grupos não apresentaram dificuldades para identificar o conteúdo que foi utilizado na resolução da situação-problema. No entanto, mesmo havendo dificuldades em relação ao conteúdo matemático utilizado os alunos demonstraram interesse na atividade se engajando nas etapas da Modelagem Matemática.

Para analisar as contribuições para a aprendizagem de alunos da EJA, usaremos os mapas conceituais elaborados pelos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. No mapa conceitual 1, que foi elaborado antes da sistematização do conteúdo feita pela professora no quadro, todos os alunos apresentaram dificuldades no entendimento do conteúdo matemático que utilizaram para resolver a situação-problema.

No mapa conceitual 2, que foi elaborado depois da sistematização do conteúdo feita pela professora/pesquisadora no quadro, os alunos não apresentaram dificuldades no entendimento do conteúdo matemático que foi utilizado para resolver a situação-problema, pois com o auxílio da professora foi possível generalizar um modelo matemático que indica os intervalos em que compensa a obtenção de um kit ou outro para a cerca elétrica. Para além disso, os alunos conseguiram identificar os conceitos que foram utilizados para desenvolver a atividade de modelagem matemática. Logo em um primeiro momento os alunos visualizaram o conteúdo que foi utilizado na resolução da atividade, discutiram entre o grupo e elaboraram o mapa conceitual 2.

Neste contexto, os alunos desenvolveram a atividade por meio de aproximações matemática, utilizando as quatro operações e diálogos entre os grupos; os conhecimentos que serviram de subsunçores para os alunos foram as quatro operações e o uso da aritmética,

propriedades da soma e da divisão. Os subsunçores foram relacionados com conceitos matemáticos como incógnita, variável, equação algébrica e funções matemáticas, os quais durante o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática foram sistematizados pela professora de modo a fomentar elos com outros conhecimentos na estrutura cognitiva dos alunos.

Pelo mapa conceitual 1 e pelo mapa conceitual 2, percebe-se que o papel do professor nas atividades de modelagem matemática, e em particular na EJA sinaliza-se a importância da formalização dos conteúdos matemáticos e da ligação destes com os conhecimentos já apreendidos. Na pesquisa empírica, neste artigo descrita, o conhecimento das equações algébricas, por exemplo, que foi apresentado aos alunos por meio do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

Considerações finais

No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, notamos que os alunos utilizaram a matemática desde a fase de inteiração. De modo geral, a modelagem matemática possibilitou aos alunos utilizarem seus conhecimentos para solucionar o problema, por meio de aprendizagem relacionada com contextos do cotidiano do aluno, possibilitando um caminho para o fazer matemática em sala de aula, como afirmam Meyer, Caldeira e Malheiros (2011):

[...] A Modelagem Matemática possui diversas perspectivas, tanto na Matemática Aplicada quanto na Educação Matemática. No contexto da Educação Matemática, pode ser compreendida como um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou para o “fazer” Matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade (do aluno ou do mundo) e, partindo de questionamentos, discussões e investigações, defronta-se com um problema que modifica ações na sala de aula, além da forma como se observa o mundo (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p.79).

De modo geral, a modelagem matemática pode ser considerada como uma alternativa que desafia os professores, pois ao trabalhar com atividade de modelagem matemática com os alunos na EJA, a princípio pode-se ter certa insegurança, por ser uma atividade aberta, que

permite aos alunos resoluções por vários caminhos diferentes. A familiarização com atividades de modelagem matemática é também um desafio, devido às dificuldades iniciais dos alunos no delineamento e na mobilização de diferentes conceitos matemáticos para a resolução das situações-problema que compõem às atividades. No entanto, atividades de modelagem matemática podem permitir que os alunos sejam livres para formular suas próprias hipóteses, proporcionando na sala de aula discussões entre os grupos e entre o professor acerca da atividade, permitindo a inteiração entre os sujeitos e os conhecimentos.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BORSSOI, A. H. Modelagem matemática e aprendizagem significativa: uma proposta para o estudo de equações diferenciais ordinárias. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.6, n.2, p.91-121, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro – SP, v.17, n.22, set. 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma Aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, v.2, n.2, p.117-134, 2009.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. **Anais**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, Caxambu – RJ, 2001.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2009.

BASSANEZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional**. Brasília. 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parecer CEB nº: 11/2000**, de 10 de maio. 2000. Publicado no Diário Oficial da União de 19 de jul. 2000, Seção 1, p.18. Relator: Carlos Roberto Jamil Cury.

BURAK, D.; BARBIERI, D. D. Modelagem matemática e suas implicações para a aprendizagem significativa. **Anais. IV Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática**. Feira de Santana – BA, 2005, p.1-9. Disponível em: <<http://www.dionisioburak.com.br/#!/artigos-eventos/cnxf>>. Acesso em 04 de ago. 2016.

CEMBRANEL, S. M. **O ensino e a aprendizagem da matemática na EJA**. 2009, 14 f. Trabalho de Conclusão do Curso (Especialização em Educação Profissional Integrada à Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, 2009.

FONTANINI, M. L. C. **Modelagem matemática x aprendizagem significativa: uma investigação usando mapas conceituais**. 2007, 248 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

KAISER, G.; B. SRIRAMAN. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, 38, 3, 302-310, 2006.

KLÜBER, T. E.; MUTTI, G. S. L.; SILVA, M. V. Modelagem matemática (MM) na educação de jovens e adultos (EJA): contribuições a partir de um metaestudo. **Revista PerCursos**, Florianópolis, v.16, n.31, p.83–117, maio/ago. 2015.

LUCINDO, N. I. Os impasses e desafios dos professores da EJA: um estudo da modalidade em uma escola do interior de Mina Gerais. VII ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO. **Revista Encontro de Pesquisa em Educação**, Uberaba - MG, v.1, n.1, p.206-220, out. 2013.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem Em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MIGLIORINI, P. A. M. M. **O fracasso escolar na disciplina de matemática no curso de educação de jovens e adultos – SESI/Sorocaba**. 2007. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Sorocaba, Sorocaba, 2007.

MOREIRA, M. A. A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel. In: _____. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: EPU, 2011. p.159-173.

MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. 1. ed. São Paulo: Centauro, 2010. 80p.

OLIVEIRA, R. L. **A modelagem matemática como alternativa de ensino e aprendizagem**

RPEM, Campo Mourão, Pr, v.7, n.13, p.315-334, jan.-jun. 2018



da geometria na educação de jovens e adultos. 2004. 191 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2004.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática.** Curitiba: SEED, 2008, p.1-81.

PEDROSA, M. S.; MAFRA, J. C. M.; SIQUEIRA, A. S. Uma Proposta de Modelagem Matemática: prática de diluição contínua monitorada por espectrofotometria visível na motivação do ensino de equações diferenciais para alunos de química. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v.5 n.1 jan/abr 2015, p.91-100.

VERTUAN, R. E. Modelagem matemática na educação básica. IV EPMEM – ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Maringá – PR. **Anais.** nov. 2010.

Recebido em: 29 de outubro de 2017

Aprovado em: 24 de maio de 2018