revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO, IMAGINAÇÃO E AÇÃO

Denival Biotto Filho[1]
Ana Carolina Faustino[2]
Amanda Queiroz Moura[3]

Resumo: Uma das preocupações da Educação Matemática Crítica diz respeito a formas de comunicação nos espaços de aprendizagem. Para promover reflexões sobre essa questão, Skovsmose (2000) apresenta seis ambientes de aprendizagem, em que diferencia a abordagem do paradigma do exercício da abordagem de cenários para investigação. Este artigo apresenta reflexões sobre estes ambientes de aprendizagem e propõe a ampliação das possibilidades de desenvolver conceitos relacionados à Educação Matemática Crítica em aulas de matemática. Tal ampliação inclui a ideia de além das referências à matemática pura, semirrealidade e a realidade, que os cenários façam referência às possibilidades, destacando assim situações de aprendizagem que não se referem à realidade de fato, mas que consideram situações que poderiam acontecer. Também faz parte da nossa proposta considerar, além da abordagem do paradigma do exercício e cenários para investigação, a investigação controlada e direcionada pelo professor, e a abordagem dos cenários para ação, em que os estudantes são convidados a transformar a realidade em que vivem. Ao longo do texto apresentamos alguns exemplos de como esses ambientes poderiam ser constituídos. De modo geral, esperamos que este artigo contribua para as discussões acerca da Educação Matemática Crítica no contexto escolar.
Palavras-chave: Cenários para Investigação. Possibilidades. Investigação Controlada. Cenários para Ação.

LANDSCAPES OF INVESTIGATION, IMAGINATION AND ACTION

Abstract: Critical Mathematics Education’s concerns include forms of communication in learning environments. To promote reflections on this issue, Skovsmose (2000) presents six learning environments in which differentiate two approaches: exercise paradigm and landscapes of investigation. This article presents reflections on these learning environments and proposes to expand the possibilities of developing concepts related to Critical Mathematics Education in mathematics classes. Such an expansion includes the idea of beyond the references to pure mathematic, the imagined situations and the reality, that the landscapes to make reference to the possibilities, highlighting thus situations of learning that do not refer to the reality of fact, but that consider situations that could happen in fact. It is also part of our proposal to consider beyond the exercise paradigm approach and landscapes of investigation, consider the controlled inquiry, in which the inquiry is directed by teachers, and the approach to the landscapes for action, in which students are

[1] Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista / UNESP, campus Rio Claro, São Paulo, Brasil. Professor do Instituto Federal de São Paulo / IFSP, *Campus* Piracicaba. E-mail: devivaldenival@gmail.com
[2] Mestre em Educação pela Universidade Federal de São Carlos / UFSCar. Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista / UNESP, Rio Claro, São Paulo, Brasil. Bolsista Capes. E-mail: carola_loli@yahoo.com.br
[3] Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista / UNESP. Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro, São Paulo, Brasil. Bolsista Capes. E-mail: amanda_qm@yahoo.com.br

invited to transform the reality in which they live. Throughout the text we present some examples of how these environments could be constituted. In general, we hope that this article will contribute to the discussions about Critical Mathematics Education in the school context.
Keywords: Landscapes of Investigation. Possibilities. Controlled Inquiry. Landscapes for Action.

Introdução

Uma das preocupações da Educação Matemática Crítica é discutir os ambientes de aprendizagem em sala de aula. Tais discussões incluem a importância de ultrapassar os limites da sala de aula, de convidar o estudante a refletir sobre problemas do seu dia-a-dia, de proporcionar um espaço para questionar a realidade social, cultural, política e econômica, de incentivar os estudantes a uma reflexão que os estimulem a atuarem no meio em que vivem.

Skovsmose (2000) discute a investigação em sala de aula. Ele apresenta uma tabela (Figura 1) para diferenciar uma abordagem tradicional do ensino de matemática baseada em exercícios e um cenário para investigação, que privilegia o engajamento, a investigação e a autonomia dos estudantes.

Figura 1: Ambientes de Aprendizagem

	Paradigma do exercício	Cenário para investigação
Referências à matemática pura	1	2
Referências à semirrealidade	3	4
Referências à realidade	5	6

Fonte: Skovsmose (2000)

Neste artigo, nós discutimos a tabela proposta por Skovsmose (2000) e propomos uma nova tabela (Figura 2). Nosso objetivo é ampliar as possibilidades de desenvolver alguns conceitos da Educação Matemática Crítica em um ambiente de aprendizagem. De modo mais específico, apresentamos aqui três discussões principais.

Primeiro, diferenciamos uma investigação controlada e direcionada pelo professor de uma investigação em que os estudantes têm mais liberdade e autonomia em seu processo de aprendizagem. Segundo, incluímos a ideia de fazer referência às possibilidades, destacando assim situações de aprendizagem que não se referem à realidade de fato, mas que consideram possibilidades. Terceiro, apresentamos um tipo de ambiente de aprendizagem em que os estudantes são convidados a utilizar a matemática para propor ações e colocá-las em prática. Neste ambiente, os estudantes são incentivamos a utilizar a matemática para transformar situações de opressão.

Figura 2: Cenários para Investigação, Imaginação e Ação

	Paradigma do exercício	Investigação controlada	Cenário para investigação	Cenário para ação
Referências à matemática pura	A1	A2	A3	A4
Referências à semirrealidade	B1	B2	B3	B4
Referências à realidade	C1	C2	C3	C4
Referências às possibilidades	D1	D2	D3	D4

Fonte: Elaborado pelos autores

Cenários para Investigação

A proposta de *cenários para investigação* em aulas de matemática surge a partir da necessidade de se criar espaços de aprendizagem que favoreçam formas de comunicação diferentes das usuais em aulas tradicionais de matemática (SKOVSMOSE, 2000; 2015). Para discutir os *cenários para investigação*, Skovsmose (2000) apresenta seis ambientes de aprendizagem. Primeiramente, o autor diferencia duas abordagens: o *paradigma do exercício* e o *cenário para investigação*.

O *paradigma do exercício* envolve uma abordagem tradicional do ensino, em que o professor apresenta conceitos e técnicas matemáticas, alguns exemplos, e em seguida, os estudantes resolvem uma série de exercícios previamente selecionados. Assim, uma parte da aula é dedicada à exposição da matéria e outra à resolução de exercícios. A justificativa da relevância de se trabalhar esses exercícios não faz parte da aula. Todas as informações presentes em um exercício são suficientes e existe uma única resposta correta para ele. Desse modo, o propósito do ensino de matemática, consiste em apontar e corrigir os erros dos estudantes, na busca pela resposta correta.

O tratamento dos erros dos estudantes e a sustentação de que tais erros são absolutos e podem ser eliminados pelo professor, caracterizam o absolutismo na sala de aula (ALRØ; SKOVSMOSE, 2004; 2010). A não justificativa das razões dos erros dos estudantes, estabelecendo em termos absolutos o que é certo ou errado, é qualificada por Alrø e Skovsmose (2004, 2010) como absolutismo burocrático.

O absolutismo burocrático, além de estar inserido nas estruturas de comunicação entre professores e estudantes, engessa o processo de ensino e de aprendizagem no ambiente escolar. Podemos destacar também que a pressão sofrida pelos professores em preparar os estudantes para os diversos testes e avaliações externas, pode contribuir para que a comunicação aconteça de uma maneira desigual entre eles. Isso direciona os professores a utilizarem o que Alrø e Skovsmose (2004, 2010) chamam de padrão sanduíche de comunicação. O professor faz perguntas, os estudantes respondem e o professor avalia as respostas dadas.

Normalmente o professor já imagina a resposta que o estudante deve dar, e fica esperando por ela. Os estudantes, por sua vez, buscam evitar o erro e tentam adivinhar o que o professor tem em mente, não assumindo qualquer responsabilidade pelo processo de aprendizagem. O padrão sanduíche é uma forma de interação usual em abordagens tradicionais de ensino, e se faz presente em ambientes de aprendizagem que dizem respeito ao *paradigma do exercício*.

Por outro lado, Skovsmose (2000) define os *cenários para investigação*, que se contrapõem ao paradigma do exercício. Nesta abordagem, os estudantes são convidados a se envolverem no processo de exploração, formulando questões, procurando soluções e buscando explicações. Os estudantes trabalham cooperativamente e tem a possibilidade de compartilhar suas perspectivas e ouvir ativamente as apresentadas pelos outros estudantes, e juntos, podem argumentar, esclarecer perspectivas e ideias matemáticas. A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta uma tabela que combina as duas abordagens aqui destacadas a três tipos de referências: a *matemática pura*, a *semirrealidade* e a *realidade*.

O *ambiente (1)* faz uma abordagem tradicional da *matemática pura*, apresentando exercícios do tipo "calcule" e "resolva". Por outro lado, o *ambiente (2)* procura proporcionar uma investigação sobre os conceitos matemáticos. Para exemplificar uma atividade que acontece no *ambiente (2)*, Cattai (2007) apresenta uma investigação sobre a influência que os coeficientes a, b e c exercem sobre o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. Esse tipo de investigação poderia envolver perguntas como: "O que acontece com o gráfico de f se aumentarmos ou diminuirmos b? O que acontece se $b = 0$? Por que isto acontece?" Nesse tipo de ambiente de aprendizagem, o professor convida os estudantes a explorarem um problema matemático. Ele apresenta perguntas que normalmente começam com: "o que acontece se.…", "e se.…", "por que...". Mas este ambiente será um cenário para investigação somente se o convite não soar como um comando e os estudantes o aceitarem, explorando e procurando explicações para o problema proposto.

O exemplo apresentado acima faz referência à *matemática pura*. Em outros casos, os exercícios podem estar associados a uma realidade construída para tentar dar um significado aos conceitos matemáticos. Skovsmose (2000) define esta realidade construída como *semirrealidade*. Não é a realidade de fato, pois não considera aspectos ou pormenores que seriam importantes em acontecimentos reais.

Para exemplificar a *semirrealidade*, Skovsmose (2000) apresenta um problema hipotético em que feirantes vendem suas mercadorias. Se esse problema é dado em uma aula de matemática, e se o exercício envolve apenas cálculos com o peso e o preço das mercadorias, não faz sentido um estudante perguntar sobre a qualidade dessas mercadorias ou sobre a distância dos locais de venda até sua casa. Se este estudante fizesse isso o professor provavelmente poderia pensar que ele está tentando obstruir a aula. Estes questionamentos teriam sentido se fossem problemas de uma situação real, mas se referem a uma *semirrealidade*, construída apenas para o exercício. Dessa forma, há um *acordo* entre os estudantes e os professores em que eles aceitam os dados sem questioná-los, tomando todas as informações do exercício como necessárias e suficientes para resolvê-lo.

Quando uma *semirrealidade* é utilizada apenas para a elaboração de exercícios, é formado o tipo de atividade que caracteriza o *ambiente (3)*. Por outro lado, quando uma *semirrealidade* é explorada para que os estudantes façam investigações e explicações sobre situações hipotéticas, podemos identificá-la com o *ambiente (4)*. Para exemplificar este ambiente, Skovsmose (2000) apresenta um jogo de tabuleiro que simula uma corrida entre 11 cavalos numerados de 2 a 12. Dois dados são jogados, e o cavalo que tem a sua numeração igual à soma de seus números avança um espaço no tabuleiro. A partir desta corrida, podem-se formar agências de apostadores. Isso poderia implicar nas seguintes perguntas: "Em qual cavalo seria melhor apostar? E quando uma agência oferece um prêmio maior quando se aposta em determinado cavalo? Por que o cavalo 7 tem maiores chances de ganhar do que o cavalo 2?" Este tipo de atividade pode ser identificado com o *ambiente (4)*, pois faz referência a uma *semirrealidade* em um ambiente de investigação.

Alguns exercícios matemáticos podem conter dados reais. Por exemplo: a média de idade de uma população, um gráfico que representa a variação de temperatura média anual, o índice de desemprego, preço de certos produtos e assim por diante. Se estes dados forem reais, então fará sentido discutir a informação dada pelo exercício. Mas mesmo que façam referência à realidade, as atividades no *ambiente (5)* visam apenas a solução de um exercício. Por outro lado, o *ambiente (6)* procura explorar e investigar uma situação ou problema real.

Referência às possibilidades

Discutir possibilidades em um ambiente de aprendizagem matemática pode parecer algo contraditório. Discutir possibilidades envolve incertezas e a matemática pode trazer a ideia oposta ao ser encarada como algo misterioso, neutro e verdadeiro. Nesse sentido, Skovsmose (2005) discute o conceito de *ideologia da certeza* como sendo uma atitude para com a matemática. Tal atitude envolve um respeito exagerado aos números, tendo estes o poder do argumento definitivo em qualquer debate.

Expressões como "matematicamente falando", "os números falam por si mesmos" e "foi provado matematicamente" são utilizadas para provar a veracidade de uma informação. Além disso, muitas decisões podem ser defendidas e tomadas com base em uma "argumentação matemática". Assim, a matemática exerce um grande poder na sociedade, e muitos dos que não têm acesso à ela estão sujeitos ao controle dos detentores do poder. Nós nos posicionamos contra a *ideologia da certeza* e entendemos que considerações puramente matemáticas em decisões políticas podem levar a situações desastrosas a partir de uma perspectiva social[4].

No contexto escolar, há muitos mecanismos que reforçam a *ideologia da certeza* em matemática (BORBA; SKOVSMOSE, 2001). As estruturas tradicionais de comunicação entre professores, estudantes e livros-didáticos que focalizam os *erros* e os *resultados* das atividades desenvolvidas, bem como os elementos absolutistas da filosofia matemática vigente, reforçam a *ideologia da certeza*. Para combater a *ideologia da certeza* em ambientes educacionais, Borba e Skovsmose (2001) propõem uma *paisagem de discussão caótica*. De modo mais específico, os autores identificam três tipos de paisagem de discussão: a *paisagem vazia e rochosa*, a *paisagem cultivada* e a *floresta amazônica*.

Uma *paisagem vazia e rochosa* inclui apenas as informações relevantes para a construção dos conceitos matemáticos. Trata-se de uma construção pré-estabelecida e possui etapas bem definidas. Uma *paisagem cultivada* compõe uma realidade previamente estruturada e organizada. A matemática pode ser aplicada a diversos problemas, e o estudante pode viajar por tais paisagens organizadas. A *floresta amazônica* é uma paisagem desorganizada e caótica e as referências que se fazem à realidade não são previamente estruturadas.

Inspirado pelo conceito de pesquisar possibilidades proposto por Skovsmose (2009), nós propomos aqui uma quarta paisagem de discussão: a *aquarela*. A *aquarela* é uma paisagem imaginada. Não se trata da realidade de fato, mas considera possibilidades. A imaginação envolve considerar o que não é, mas poderia ser. Essa paisagem de discussão pode ser uma ferramenta poderosa para o desenvolvimento de reflexões críticas sobre a realidade. Desta forma, os estudantes podem utilizar a matemática para considerar possibilidades que estejam endereçadas a construção de uma sociedade mais justa.

Um exemplo de proposta pedagógica que faz referências a possibilidades é o trabalho

---

[4] Veja Borba e Skovsmose (2001) para encontrar exemplos de que decisões políticas baseadas puramente em uma perspectiva matemática podem ter péssimas consequências sociais.

com projetos. Por exemplo, Machado (2004) explica que a escolha do tema de um projeto é baseada no que ele chama de *ilusão* e *utopia*, e que estas alimentam a imaginação para a criação de um projeto. O autor não utiliza a palavra *ilusão* no sentido de engano, erro ou irrealidade, mas refere-se a ela no sentido de fantasia e sonho. Enquanto que a palavra *utopia* faz menção à descrição de uma situação ideal. Ilusão e utopia são palavras geralmente associadas a coisas impossíveis de se tornarem realidade. Elas descrevem o final idealizado, enquanto o projeto analisa os caminhos, prevê ações, faz esboços. Mas a ilusão e a utopia identificam problemas a serem resolvidos que impulsionam o desejo de mudança e de melhoria de uma determinada situação, gerando assim o tema do projeto.

Borba e Skovsmose (2001) consideram que o trabalho com projetos ilustra um ambiente localizado na *floresta amazônica*, ou seja, em uma *paisagem de discussão caótica*. No entanto, Biotto Filho (2015) argumenta que o trabalho com projetos não necessariamente se localiza apenas na *floresta amazônica*. Antes, o trabalho com projetos pode incluir todos os ambientes citados por Borba e Skovsmose (2001): a *paisagem vazia e rochosa*, a *paisagem cultivada* e a *floresta amazônica*. De modo mais específico, Biotto Filho (2015) entende o trabalho com projetos como sendo uma *viagem* por diferentes *paisagens de discussão*. Além disso, ao incluirmos aqui a *aquarela*, destacamos agora a ideia de discutir e refletir sobre possibilidades. Diante dessa perspectiva, o trabalho com projetos pode se referir à **Erro! Fonte de referência não encontrada.** inteira.

Figura 3: Paisagens de discussão

Fonte: Elaborado pelos autores

No entanto, a ideia de *viajar* pelas diferentes paisagens também inclui incertezas. A *paisagem* visitada pode satisfazer as expectativas ou não. De modo mais específico, consideramos que discutir *possibilidades* inclui elementos de *imprevisibilidade*. Penteado (2001) define esse tipo de situação como sendo uma *zona de risco*. Um professor habita uma *zona de risco* quando ele lida com eventos inesperados. Uma situação oposta à *zona de risco* é um ambiente em que as ideias são transmitidas pelo professor de modo expositivo, sem a possibilidade de perguntas por parte dos estudantes. Quando só o professor fala e expõe os seus conhecimentos para os estudantes, há poucas incertezas. Penteado (2001) define esta situação como uma *zona de conforto*, onde quase tudo é previsível, exceto se os estudantes aprenderão ou não.

Vamos agora explorar novamente a tabela proposta por Skovsmose (2000) na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**. O autor apresenta três tipos de referências: *matemática pura*, *semirrealidade* e *realidade*. Percebemos aqui a necessidade de uma quarta referência: *possibilidades*. Referências às *possibilidades* não é o mesmo que referências à *semirrealidade*. A semirrealidade é apenas uma realidade construída para dar significado aos conceitos matemáticos. Todas as informações fornecidas são necessárias e suficientes. Voltando novamente aos exemplos dados aqui ao apresentarmos aos *ambientes (3)* e *(4)*, não faz sentido perguntar sobre a qualidade das maçãs, ou sobre a saúde dos cavalos. No entanto, tais questionamentos fariam sentido se estivéssemos discutindo uma situação real ou se estivéssemos discutindo possibilidades da realidade.

Um exemplo de discussão de possibilidades pode ser encontrado na atividade intitulada *Projetando o Futuro*, desenvolvida simultaneamente em cinco escolas estaduais da cidade de Rio Claro, no interior de São Paulo. Essa atividade fez parte de uma pesquisa sobre o uso da internet como ferramenta de colaboração no trabalho com projetos (PENTEADO *et al*, 2007). Em algumas escolas, o trabalho foi desenvolvido como uma atividade extracurricular com grupos de 10 estudantes. Em outras, o trabalho foi realizado com a classe inteira de estudantes durante as aulas de matemática. A situação explorada envolveu imaginar e planejar a vida futura como adulto. Envolvia também investigar sobre a profissão desejada e as condições para se sustentar e viver bem.

Para entender melhor a profissão que queria ter, o estudante precisava pesquisar um pouco sobre ela, como salário, horário de trabalho, o mercado, e a educação formal necessária. Outras discussões envolveram o que consideravam como *viver bem*, que gastos teriam, bem como a comparação de despesas com o salário. Essa situação imaginada proporcionou uma reflexão crítica sobre a realidade, incluindo uma análise da valorização ou desvalorização de determinadas profissões, a importância de cortar gastos desnecessários em casa, o uso consciente da energia elétrica, entre outros.

Essa situação não era apenas uma semirrealidade. Muitos questionamentos que não estavam presentes no problema original podiam ser relevantes: “vou casar?”, “ter filhos?”, “existe a possibilidade de eu não precisar trabalhar ou ter um emprego?”, “o mundo vai ser mais violento no futuro?”, “a energia elétrica vai ser mais cara?”. Dessa forma, entendemos que discutir possibilidades pode envolver muitos elementos da realidade, o desejo de mudança, o planejamento de ações, entre outros.

Durante um curso de formação para professores, Moura e Faustino (2017) convidaram as professoras para refletirem sobre a representatividade dos integrantes do Congresso Brasileiro tomando como critérios dados referentes a gênero, raça e pessoas com deficiência. Tal discussão situava-se no ambiente 6 por trazer reflexões sobre a realidade. Porém, também fazia parte da investigação buscar por possibilidades de uma composição hipotética do congresso que representasse de forma mais equitativa a população brasileira. Poderia se considerar os critérios de raça, gênero, e pessoas com necessidades especiais ou outros que as professoras quisessem para elaborar uma nova composição para o Congresso Brasileiro. Nesse sentido, a matemática estava sendo utilizada como uma forte ferramenta para que as professoras criassem possibilidades endereçadas à justiça social. Elas refletiam sobre a realidade, mas não só a ela, elas também buscavam novas possibilidades. Dessa forma, a tabela apresentada na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** inclui uma quarta linha: *referências às possibilidades*.

Investigação controlada

Vamos agora explorar um pouco mais a tabela proposta por Skovsmose (2000) na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**. Voltemos à cena apresentada por Cattai (2007) para exemplificar o *ambiente (2)*. O professor está convidando os estudantes a explorarem a influência que os coeficientes *a*, *b* e *c* exercem sobre o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. Ele pergunta: "O que acontece com o gráfico se aumentarmos ou diminuirmos *b*".

Os estudantes começam a explorar diferentes valores para os coeficientes *a*, *b* e *c*. A utilização de um programa eletrônico que apresenta os gráficos dessas funções poderia ser uma ferramenta poderosa para uma atividade desse tipo. Mas suponhamos que, em algum momento, o professor observa que um grupo de estudantes está fazendo uma investigação um pouco diferente. Eles começaram a explorar outras funções, tais como $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$, $f(x) = (x^2 + 1)^2$ e $f(x) = x^{0,5}$. O professor explica que aquelas funções eram mais complicadas e que naquela aula eles deveriam somente trabalhar com a função $f(x) = ax^2 + bx + c$. Os estudantes acatam a orientação dada pelo professor. Um dos estudantes continua a imaginar o que acontece nas funções $f(x) = x^3$, $f(x) = x^4$, $f(x) = x^5$. Mas faz um esforço para se concentrar nas funções que originalmente deveriam ser exploradas naquela aula.

É verdade que os estudantes estão realizando uma exploração dos gráficos e certamente não se trata de um *paradigma do exercício*. Os estudantes estão sendo convidados a realizarem algumas investigações. No entanto, essa investigação é controlada, organizada e possui um objetivo bem definido que não pode ser mudado. Assim, dificilmente poderíamos dizer que se trata de um *cenário para investigação*. Essa cena apresentada parece estar situada entre os *ambientes (1)* e *(2)*.

Faustino e Passos (2013) consideram a existência de uma nova coluna na tabela proposta por Skovsmose (2000) na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, chamada *resolução de problemas*. Elas explicam que a resolução de problemas envolve atividades mais abertas que os exercícios, mas são atividades mais fechadas se comparadas aos cenários para investigação. As autoras pontuam ainda que a inclusão dessa coluna na tabela foi uma sugestão dada pelo próprio autor da tabela original. De fato, Skovsmose (2000) afirma que a divisão proposta por ele em seis ambientes não é definitiva. Diante das considerações aqui apresentadas, a **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta uma reformulação da tabela dos ambientes de aprendizagem que inclui a adição de uma coluna entre o *paradigma do exercício* e o *cenário para investigação* que chamamos de *investigação controlada*.

Cenários para ação

Discutir ação em um ambiente de aprendizagem nas aulas de matemática cria possibilidades para que a matemática contribua para que os estudantes criem estratégias e atuem no mundo em que vivem. A ação como componente essencial da educação tem sido destacada por diversos autores no campo da educação (LADSON-BILLINGS, 2001, FREIRE, 2014, FREIRE; MACEDO, 2015) e da educação matemática (GUTSTEIN, 2006; FRANKENSTEIN, 2005; POWELL; FRANKENSTEIN, 1994; 1997). Consideramos que todo ser humano pode contribuir, mesmo que em nível local, para a construção de uma sociedade mais justa e democrática.

Freire e Macedo (2015) ressaltam que a educação deve contribuir para a leitura e escrita do mundo. Ler o mundo significa que os estudantes possam interpretar e compreender o mundo. Escrever o mundo pode ser expresso pela atuação dos seres humanos para mudanças na sociedade. Desta forma, o estudante se compreende como um sujeito histórico, que está no mundo não apenas para se adaptar, mas para transformá-lo. Os dois termos *ler e escrever o mundo* estão intimamente ligados com o conceito de práxis em que ação e reflexão são aspectos que se conectam de forma dialética e que são fundamentais no processo educativo. A partir de reflexões sobre a epistemologia freiriana, Powell e Frankenstein (1994) destacam que o conhecimento matemático também pode ser considerado como uma tentativa do ser humano compreender e agir no mundo.

Gutstein (2006), com inspiração no trabalho de Paulo Freire, cunhou a expressão *ler e escrever o mundo com matemática*[5]. Ler o mundo com matemática significa utilizar a matemática para interpretar o mundo em que vivemos, para identificar situações de opressão. Escrever o mundo com matemática significa agir em situações de opressão buscando modificá-la. Nas palavras de Gutstein (2006, p.27):

> I view writing the world with mathematics as a developmental process, of beginning to see oneself capable of making change, and I refer to writing the world for youth as developing a *sense of social*

[5] No original, lê-se: reading and writing the world with mathematics.

> *agency*. A “sense” of social agency captures the gradual nature the students’ growth - it is not an all-or-nothing proposition. How people perceive and believe in themselves and the actions they actually take is dialectically related[6].

Nesta perspectiva, é essencial que as aulas de matemática se constituam em oportunidades para que os estudantes se compreendam como seres humanos que fazem parte da história e que compreendam que a matemática também pode contribuir para que eles interpretem o mundo e também o transformem.

Gutstein (2006) enfatiza a importância dos estudantes compreenderem que pessoas normais podem realizar mudanças a partir de suas ações. A matemática torna-se assim uma ferramenta poderosa para os estudantes compreenderem o mundo e, também comecem a agir para modificá-lo.

Cenários de aprendizagem nas aulas de matemática podem se constituir em espaço para a ação, o que denominamos *Cenários para Ação*, que é representada na tabela 2 pela quarta coluna. Criar cenários para ação nas aulas de matemática abre caminhos para que os estudantes se envolvam nos problemas da escola, da comunidade em que vivem, e comecem a desenvolver ações que podem contribuir para a transformação destes problemas.

Há exemplos na literatura sobre educação matemática (GUTSTEIN, 2006; TATE, 1994) que envolvem ação dos estudantes na comunidade e ilustram nossa concepção de *cenários para ação*. Tate (1994) relata um caso em que, depois de reclamações de estudantes por serem abordados na rua por vendedores de lojas de bebidas e bares, o professor decidiu desenvolver um projeto em que os estudantes pesquisaram a distribuição de lojas de bebidas nas proximidades de algumas escolas através de um trabalho de campo. Os estudantes encontraram escolas localizadas em áreas onde a venda de bebida era permitida, as quais tinham como público latinos e afrodescendentes. Nessas regiões, havia uma grande concentração de lojas que vendiam bebida alcoólica. No entanto, as escolas destinadas a públicos provenientes de ricas comunidades estavam localizadas em áreas em que a venda de

[6] Eu vejo a escrita do mundo com a matemática como um processo de desenvolvimento, de começar a nos vermos capazes de fazer mudanças, e me refiro a escrever o mundo para a juventude como o desenvolvimento de um senso de agência social. Um "senso" de agência social capta a natureza gradual do crescimento dos estudantes - não é uma proposição de tudo ou nada. Como as pessoas se percebem e acreditam em si mesmas e as ações que elas realmente tomam estão dialeticamente relacionadas (GUTSTEIN, 2006, p.27, tradução dos autores).

bebida alcoólica não era permitida. Em seguida, os estudantes prepararam apresentações para divulgação na cidade. Assim, em um cenário para ação com referência às possibilidades, os estudantes podem vislumbrar que suas ações podem contribuir para mudanças.

Cenários para ação trazem a possibilidade para que estudantes e professores se engajem e se esforcem para a transformação da sociedade. Neste sentido, quando estudantes e professores se movem entre os diferentes cenários de investigação e ação trabalhando cooperativamente, o conhecimento matemático já não é concebido numa distorcida visão de separação entre teoria e prática, mas numa relação dialética entre elas, na práxis.

Considerações Finais

Neste artigo, apresentamos e discutimos a tabela na Figura 2, que engloba cenários para imaginação, para investigação e ação. Procuramos incluir alguns conceitos na tabela que privilegiam uma discussão mais ampla dos ambientes de aprendizagem, diferenciamos uma investigação controlada de um cenário para investigação, incluímos a ideia de fazer referência às possibilidades, e exploramos a ideia de propor ações e utilizar a matemática para transformar situações. Consideramos que tal ampliação possibilita que diferentes tipos de reflexões emerjam na sala de aula de matemática.

Obviamente nossa proposta para a tabela não é definitiva. Poderiam ainda ser pensadas outras formas de se organizar essa tabela considerando ainda outros conceitos. Outra possibilidade que podemos apontar aqui é a comparação e união da Figura 2 e da Figura 3. Ou seja, pode-se pensar que o ambiente A1 situa-se em uma *paisagem vazia e rochosa*, que o ambiente C3 caracteriza a *floresta amazônica*, ou que os ambientes C3 e C4 façam referência à *aquarela*.

Além disso, não exploramos neste artigo os ambientes A4 e B4. Ou seja, é possível pensar em um *Cenário para Ação* com referência à *matemática pura* ou à *semirrealidade*? Abordamos aqui ações fazendo referência à realidade e às possibilidades para explicitar a ideia que o conceito tem de transformação social. Mas entendemos que a coluna *Cenário para Ação* precisa ser explorada mais profundamente. Por exemplo, seria possível considerar o ambiente A4 seguindo uma perspectiva lakatosiana? Ou ainda, é possível pensar em ações de transformação social em uma *semirrealidade*? São perguntas ainda a serem exploradas. Isso reforça nossa posição de que, assim como a tabela original, a tabela aqui proposta não é definitiva.

Esperamos que este artigo contribua para novas reflexões teóricas sobre ambientes de aprendizagem, cenários para investigação e trabalho com projetos. Esperamos também que as ideias aqui apresentadas contribuam para as discussões referentes às possibilidades de atividades e abordagens em sala de aula que incluam a perspectiva da Educação Matemática Crítica.

Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer a Célia Roncato, Débora Vieira, João Luiz Muzinatti e Ole Skovsmose pelos ricos comentários e sugestões em versões preliminares deste texto.

Referências

ALRØ, H. E SKOVSMOSE, O. **Dialogue and Learning in Mathematics Education**: Intention, Reflection, Critique. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004.

ALRØ, H; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BIOTTO FILHO, D. **Quem não sonhou em ser um jogador de futebol?**: trabalho com projetos para reelaborar foregrounds. 2015. 234 p. Tese - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/124075>.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. *In:*SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas:Papirus, 2001. p.127-148.

CATTAI, M. D. da S. **Professores de matemática que trabalham com projetos nas escolas**: quem são eles?. 2007. 153 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2007. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91008>.

FAUSTINO, A.C., PASSOS, C. Cenários para investigação e resolução de problemas:

reflexões para possíveis caminhos. **Revista Educação e Linguagens**, Campo Mourão, v. 2, n. 3, jul./dez. 2013

FRANKENSTEIN, M. Educação matemática crítica: uma aplicação da Epistemologia de Paulo Freire. In: BICUDO, M. A. V.(Org.) **Educação Matemática**: Centauro, 2005, p.101-137.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 58. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

FREIRE, P; MACEDO, D. **Alfabetização**: leitura do mundo, leitura da palavra. 7 ed.- Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2015.

GUTSTEIN, E. **Reading and writing the world with mathematics:** toward a pedagogy for social justice. New York: Routledge, Taylor & Francis Group, 2006.

LADSON-BILLINGS, G**. Crossing Over to Canaan: the journey of New Teachers in Diverse Classrooms**. 1st ed. (The Jossey- BassEducation series), 2001.

MACHADO, N. J. **Educação**: Projetos e Valores. 5ª Edição. São Paulo: Escrituras Editora,2004.

MOURA, A. M.; FAUTINO, A. C. Cenários para investigação em aulas de matemática: criando espaços para o diálogo. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2017, São Paulo. **Anais**...São Paulo: SBEM-SP, 2017, p.7-10.

PENTEADO, M. G. Computer-Based Learning Environments: Risks And Uncertainties For Teachers. **Ways Of Knowing Journal**, Autumn, v. 1, n. 2, p.23–35, 2001.

PENTEADO, M. G *et al*. A internet na escola como suporte para trabalho com projetos em matemática. In: PINHO S. Z.; SAGLIETTI. J. R. C. (Org.) **Núcleos de Ensino**. São Paulo: Cultura Acadêmica Editora, p.388-405, 2007.

POWELL, A B.; FRANKENSTEIN, M. Toward liberatory mathematics Paulo Freire's epistemology and ethnomathematics. In: McLaren, P. & Lankshear (Eds.) **The Politics of Liberation**: paths from Freire. London: Routledge, 74-99, 1994.

POWELL, A B.; FRANKENSTEIN, M. (Eds.) **Ethnomathematics**: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education. State University of New York Press, Albany, 1997.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica.** Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2015.

SKOVSMOSE, O. Researching Possibilities. In: SETATI K.; VITHAL R.; MALCOLM.; DHUNPATH R. **Researching possibilities in mathematics, science & technologyeducation,** New York: Nova Sciences Publishers, Inc. 2009.

SKOVSMOSE, O. **Travelling through education**: Uncertainty, mathematics, responsibility.Rotterdam: Sense Publishers, 2005.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p.66-91, 2000.

TATE, W. F. **Race, retrenchment, and the reform of school mathematics**. Phi Delta Kappan, 75,477-485, 1994.

Recebido em: 31/07/2017
Aprovado em: 05/09/2017