

## **CARACTERÍSTICAS DE PENSAMENTO ALGÉBRICO MANIFESTADAS POR ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Renata Karoline Fernandes\*  
Angela Marta Pereira das Dores Savioli\*\*

**Resumo:** Este artigo apresenta parte dos resultados obtidos em uma pesquisa de mestrado, realizada em um 5<sup>a</sup> ano do Ensino Fundamental I, que investigou características do pensamento algébrico manifestadas por estudantes que ainda não tiveram contato com a simbologia algébrica formal. Foram aplicadas aos estudantes questões adaptadas dos documentos PDE/Prova Brasil – Plano de Desenvolvimento da Educação e Modelo Teste Prova Brasil, 2011. Para realizar essa pesquisa utilizou-se os procedimentos relativos à Análise Documental e para a análise das manifestações do pensamento algébrico, seguiu-se etapas a luz da análise de conteúdo. A pesquisa evidenciou que alguns dos participantes estabeleceram diferentes tipos de relações, formularam conjecturas e validaram essas conjecturas por meio de experiências pessoais, interpretaram dados representados por meio de figuras, tabelas ou gráficos, utilizaram mais que uma notação para representar a mesma ideia matemática, apresentaram certo grau de generalização, bem como generalizaram por meio da utilização da aritmética.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Ensino Fundamental I. Pensamento algébrico.

## **ALGEBRAIC THINKING CHARACTERISTICS EXPRESSED BY STUDENTS OF THE 5<sup>TH</sup> YEAR OF ELEMENTARY SCHOOL**

**Abstract:** This article presents part of the results obtained in a master's research, carried out in the 5<sup>th</sup> year of Elementary School I, which investigated algebraic thinking characteristics expressed by students who had not had contact with the formal algebraic symbols. The students were applied questions adapted from PDE/Prova Brasil – Education Development Plan and Prova Brasil Test Model, 2011 documents. To carry out this research, we used the procedures for Document Analysis, and for analysis of the manifestations of algebraic thinking, we followed the steps under the content analysis. The research showed that some participants have established different types of relationships, formulating conjectures and validating these conjectures through personal experiences, interpreting data represented by figures, tables or graphics, using more than one notation to represent the same mathematical idea, presenting some degree of generalization, as well as generalization by using arithmetic.

**Keywords:** Mathematics Education. Elementary school I. Algebraic thinking.

### **Introdução**

Neste artigo apresentamos parte dos resultados de uma pesquisa de mestrado que teve por objetivo investigar características do pensamento algébrico manifestadas por estudantes

do 5º ano do Ensino Fundamental I. Os estudantes que fizeram parte dessa pesquisa até a aplicação das questões não tinham tido contato com a simbologia formal da álgebra.

Para atingir tal objetivo, optamos pela aplicação de doze questões adaptadas das questões retiradas de documentos relacionados à Prova Brasil, PDE/Prova Brasil – Plano de Desenvolvimento da Educação e Modelo Teste Prova Brasil<sup>1</sup>. As questões selecionadas para a coleta de dados originalmente eram compostas por enunciados e alternativas, mas visto que em nossa pesquisa consideramos mais importante o processo do que o produto final, as adaptamos, retirando suas alternativas.

A escolha pelas questões que foram aplicadas deu-se baseada no referencial teórico e em nossa inferência a respeito de quais questões que poderiam nos oferecer condições para investigar a manifestação do pensamento algébrico.

Para realizar as análises a respeito da manifestação do pensamento algébrico em registros escritos de estudantes que ainda não tiveram contato formal com a álgebra foi preciso elencar elementos que caracterizam esse tipo de pensamento. Iniciamos assim, procedimentos da análise documental em trabalhos de diferentes autores que se dedicam ao estudo do pensamento algébrico (KIERAN, 1992, 2004, 2007; FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005; BLANTON; KAPUT, 2005; KAPUT, 1999; FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; LINS; GIMENEZ, 1997). Estes autores não definem exatamente o que é o pensamento algébrico, mas apresentam características desse tipo de pensamento. Assim, a seguir exibimos um quadro síntese a respeito das características apresentadas pelos autores estudados.

**Quadro 1:** Síntese das características do pensamento algébrico, segundo autores estudados

Autor	Características do pensamento algébrico
Kieran (1992, 2004, 2007)	Consiste no modo de pensar e na atividade de generalizar, analisar e representar relações matemáticas e relações entre quantidades e grandezas, resolver problemas, modelar, justificar, realizar previsões, estabelecer padrões e regras. Ocorrem manifestações de indícios de pensamento algébrico ao revelar e argumentar a respeito de ideias algébricas, mesmo que em linguagem natural, ou com elementos como diagramas, tabelas, expressões numéricas e gráficos, ou ainda, pela transição entre estes elementos e notações.

<sup>1</sup>O PDE/Prova Brasil –Plano de desenvolvimento é um documento planejado pelo Ministério da Educação, que tem como um de seus objetivos envolver agentes relacionados a educação em uma campanha de valorização dos resultados da Prova Brasil e do Saeb. Já o Modelo Teste Prova Brasil é uma prova teste com questões elaboradas por meio dos mesmos descritores da Prova Brasil e que visam inferir se estudantes desenvolveram as habilidades e competências específicas para a etapa escolar a qual está cursando.

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005)	Pode ser desenvolvido gradativamente antes da linguagem simbólica, e se manifesta quando um sujeito estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos, utiliza expressões de estruturas aritméticas diferentes para uma mesma situação-problema; produz vários significados para uma expressão numérica; interpreta igualdade como equivalência entre grandezas ou entre expressões numéricas; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.
Blanton e Kaput (2005)	É um tipo de pensamento em que os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares e tem como principais características o uso da aritmética como campo para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada), generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais, em que ocorre a exploração entre correspondência de quantidades, relações recursivas e desenvolvimento de regras para descrever relações (pensamento funcional), a modelação de situações e a generalização a respeito de sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações.
Kaput (1999)	É a capacidade de utilizar diferentes sistemas de representação, raciocinar dedutiva e indutivamente, relacionar, generalizar, modelar, realizar conjecturas e argumentar a respeito dessas conjecturas. Este pensamento tem como principais aspectos a generalização e formalização de padrões e restrições, manipulação de formalismos, estudo de estruturas abstratas a partir de cálculos e relações, estudo de funções, relações e variação de variáveis, utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos.
Fiorentini, Miorim e Miguel (1993)	É um tipo de pensamento que pode ser manifestado por meio da percepção de regularidades, aspectos invariantes e variantes, tentativas de expressar e explicar a estrutura de uma situação-problema e processo de generalização.
Ponte, Branco e Matos (2009)	Este pensamento inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e funções, assim como a percepção de relações e estruturas matemáticas, análise de propriedades matemáticas e interpretação de símbolos matemáticos. Além disso, o pensamento algébrico se relaciona à representação de forma simbólica, raciocínio dedutivo e indutivo e utilização de representações diversas de objetos algébricos para resolver problemas de diferentes domínios.
Lins e Gimenez (1997)	Relaciona-se com a aritmética e é um dos modos de produzir significado para a álgebra. Tem como principais características o aritmetismo (produção de significados apenas em relação a números e operações aritméticas), internalismo (considerar números e operações apenas segundo suas propriedades) e a analiticidade (ao operar com números desconhecidos como se fossem conhecidos). Além disso, manifesta-se por meio da investigação de regularidades, sistematização de propriedades observadas, resolução e discussão de problemas algébricos, modelação de situações e estabelecimento de padrões.

Fonte: do autor (2015)

É possível perceber que existem pontos em comum nos estudos dos autores apresentados no quadro anterior, com relação às características de pensamento algébrico. Entre as semelhanças temos que Kieran (2004, 2007), Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), Blanton e Kaput (2005), Kaput (1999), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), apresentam o processo de generalização como uma característica importante do pensamento algébrico, assim como, a necessidade de estabelecimento de uma linguagem simbólica que

tenha significado para os estudantes.

Já Blanton e Kaput (2005), Lins e Gimenez (1997) e Kieran (2004, 2007), evidenciam a possibilidade de desenvolver o pensamento algébrico com auxílio da aritmética e de estruturas algébricas que permitem a construção de significados.

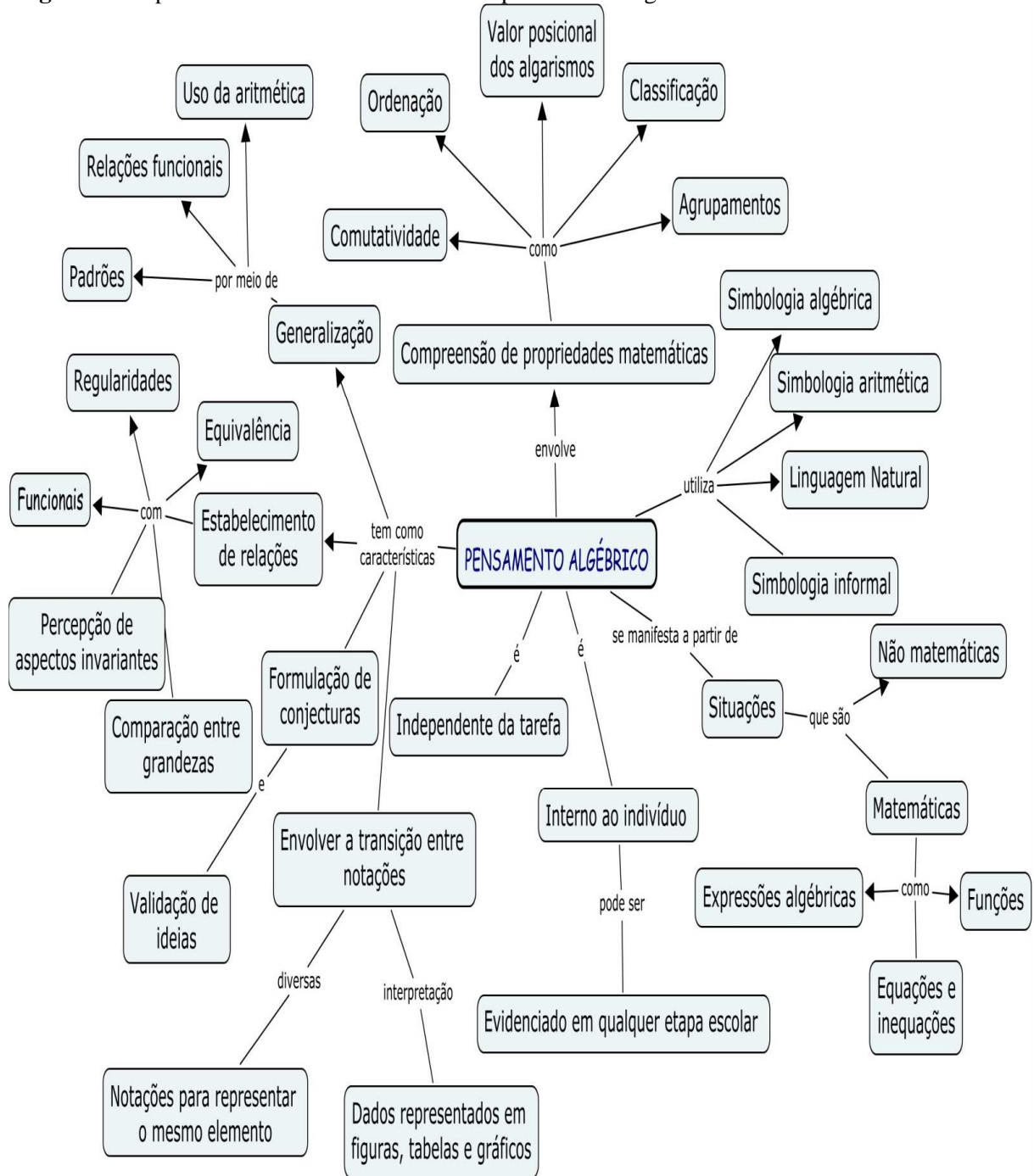
Os autores estudados apontam a percepção de aspectos variantes e invariantes, ou estabelecimento de padrões, ou relações, ou comparações, como elementos caracterizadores do pensamento algébrico. Os elementos caracterizadores do pensamento algébrico elencados indicam que este tipo de pensamento pode ser desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, antes mesmo do contato dos estudantes com a linguagem formal algébrica.

A partir do quadro 1, optamos pela elaboração de um mapa conceitual<sup>2</sup>, construído com base na literatura estudada, para apresentar as características que consideraremos como elementos desse tipo de pensamento.

---

<sup>2</sup>Os mapas conceituais são diagramas hierárquicos com diversas dimensões para indicar relações entre conceitos de uma disciplina ou parte dela e, tem sua sustentação na teoria cognitivista de aprendizagem de David Ausubel.

**Figura 1:** Mapa conceitual de características do pensamento algébrico baseado na literatura estudada



Fonte: do autor (2014)

A Figura 1 apresenta os elementos que consideramos como sendo característicos do pensamento algébrico, bem como suas particularidades. Tomaremos como base essas características para a realização das análises nos registros escritos dos estudantes do 5º ano do

Ensino Fundamental I.

Por meio do mapa conceitual podemos perceber que o estabelecimento de relações que envolvem equivalências, regularidades, percepção de aspectos invariantes e comparação de grandezas são características de pensamento algébrico, assim como a formulação de conjecturas e validação das mesmas, transição entre notações para representar uma mesma ideia matemática, a interpretação de dados apresentados em figuras, tabelas e gráficos.

O pensamento algébrico pode ser manifestado em atividades que envolvam operações aritméticas, por meio de evidências a respeito da compreensão de propriedades matemáticas, como a comutatividade, ordenação, classificação, valor posicional dos algarismos e agrupamentos, com a utilização de uma simbologia própria da álgebra, com auxílio da simbologia aritmética, língua natural, ou uma representação informal.

Consideramos que existem tarefas que podem auxiliar na promoção do desenvolvimento deste tipo de pensamento e também que ele pode ser manifestado em diferentes situações, desde as que envolvem expressões algébricas, funções, equações, inequações, mas também em situações não matemáticas.

### **Metodologia e análise dos dados**

Devido às características da pesquisa, optamos pela realização de uma investigação predominantemente qualitativa, tendo como fonte direta dos dados o ambiente natural, no nosso caso uma Escola Municipal da cidade de Apucarana - PR. A escola em que foram realizadas as aplicações das questões participa do Programa Observatório da Educação<sup>3</sup> – CAPES – Educação Matemática de Professoras que ensinam Matemática, ao qual a pesquisadora também faz parte.

A pesquisa a qual esse artigo dedica-se a apresentar os resultados foi dividida em duas trajetórias metodológicas, uma de pesquisa, buscando compreender as características do

---

<sup>3</sup>O projeto Observatório é desenvolvido na Universidade Estadual de Londrina – UEL e aplicado em escolas da Educação Básica das cidades de Londrina, Apucarana e Paranavaí e tem por objetivo promover a produção acadêmica relativa à Formação de Professores que ensinam Matemática e colaborar para a elevação da média do IDEB nas instituições participantes, estabelecer/fortalecer uma interação entre pesquisadores da área de Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PECEM, fomentar, disseminar e desenvolver metodologias de prática de ensino significativas, para enfrentamento dos problemas na área de Matemática.

pensamento algébrico seguindo alguns dos procedimentos da análise documental (LUDKE; ANDRE, 1986), e outra de análise que detalharemos a seguir.

Para analisar os registros escritos dos estudantes, utilizamos a análise temática de um texto, que é uma das modalidades da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2004).

A coleta de dados dessa pesquisa ocorreu em uma Escola Municipal da cidade de Apucarana, em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental I. Participaram dessa pesquisa 38 estudantes que resolveram doze questões divididas em três aplicações.

Em cada uma das aplicações, os estudantes resolveram quatro questões e todas elas foram resolvidas individualmente por eles, sem consulta a materiais didáticos, bem como sem auxílio da professora regente da turma ou da pesquisadora.

Seguindo os passos da análise temática, inicialmente realizamos uma leitura flutuante dos dados coletados, os registros escritos dos estudantes, com a intenção de melhor conhecê-los.

Na etapa de análise dos registros escritos dos estudantes, nossa atenção volta-se à busca de manifestações das características apresentadas na Figura 1 - mapa conceitual de características do pensamento algébrico baseado na literatura estudada.

Para manter o anonimato dos estudantes utilizamos um código formado pela primeira letra da palavra estudante (E), seguido pelos números 1, 2, 3, ... ,38.

O código relativo a cada estudante foi definido pela ordem de entrega das atividades resolvidas na primeira aplicação, sendo assim, o primeiro estudante a entregar as atividades na primeira aplicação foi codificado como E1, o segundo como E2 e assim por diante. Já as questões foram codificadas como Q1, Q2, Q3, ..., Q12, seguindo a ordem em que foram entregues aos estudantes.

As características de pensamento algébrico manifestadas nos registros escritos dos estudantes foram consideradas por nós, as categorias dessa pesquisa.

Cabe destacar que tanto as características de pensamento algébrico quanto suas compreensões, são originárias da fundamentação teórica da pesquisa e do mapa conceitual, que também foi construído com base na teoria dos autores estudados. Vejamos o quadro a seguir.

**Quadro 2:** Categorias da pesquisa

Categorias	Registro escrito dos estudantes em cada uma das categorias
<b>Estabelecimento de relação funcional</b>	E1, E3, E4, E11, E19, E20, E26, E30
<b>Estabelecimento de relação de igualdade ou equivalência</b>	E1, E3, E4, E5, E6, E8, E15, E16, E20, E26, E30, E31, E34
<b>Estabelecimento de relação envolvendo regularidades</b>	E1, E3, E4, E5, E8, E14, E16, E19, E26, E27, E30, E31, E34, E38
<b>Estabelecimento de relação envolvendo comparação entre grandezas</b>	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E14, E15, E16, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E32, E34, E35, E36
<b>Formulação de conjectura e validação da mesma</b>	E14, E20, E30
<b>Interpretação de dados representados em figuras, tabelas ou gráficos</b>	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E37, E38
<b>Generalização</b>	E1, E3, E4, E5, E11, E19, E20, E26, E30

Fonte: Dados coletados (2014)

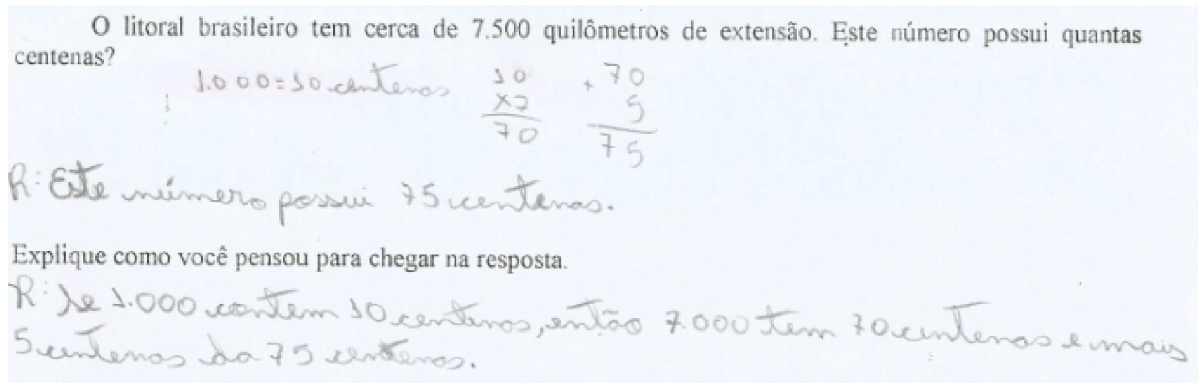
A partir de agora serão apresentados exemplos dos registros escritos que compõe cada uma das categorias deste trabalho. Para a compreensão das categorias não será necessária a apresentação de todas as questões que foram aplicadas para a realização da dissertação que originou esse artigo.

### **Categoria: estabelecimento de relação funcional**

O estabelecimento de uma relação funcional ocorre quando o estudante é capaz de explorar correspondências entre grandezas, quantidades, por meio de recursividades e é capaz de expressar seja por meio da linguagem matemática ou língua materna uma regra para descrever tal relação. As relações funcionais estão associadas com a ideia de estabelecimento de uma função, ou seja, lidando com situações que podem ser descritas com amparo de uma lei de formação (BLANTON; KAPUT, 2005). Vejamos o registro do estudante E1.



**Figura 2:** Registro escrito do estudante E1 – Q2



Fonte: dados coletados.

No registro escrito do estudante E1 relativo à questão Q2, inferimos a manifestação de características indicadas por Blanton e Kaput (2005) como elementos do pensamento algébrico, por meio do estabelecimento de uma relação funcional. O estudante E1 em sua resolução evidencia compreender que 1.000 correspondem a 10 centenas e a partir desta compreensão estabeleceram uma relação funcional entre o milhar e o menor milhar inteiro do numeral apresentado no enunciado, no caso, 7.000. A relação funcional estabelecida associou a quantidade de milhares com a quantidade de centenas que o compõe.

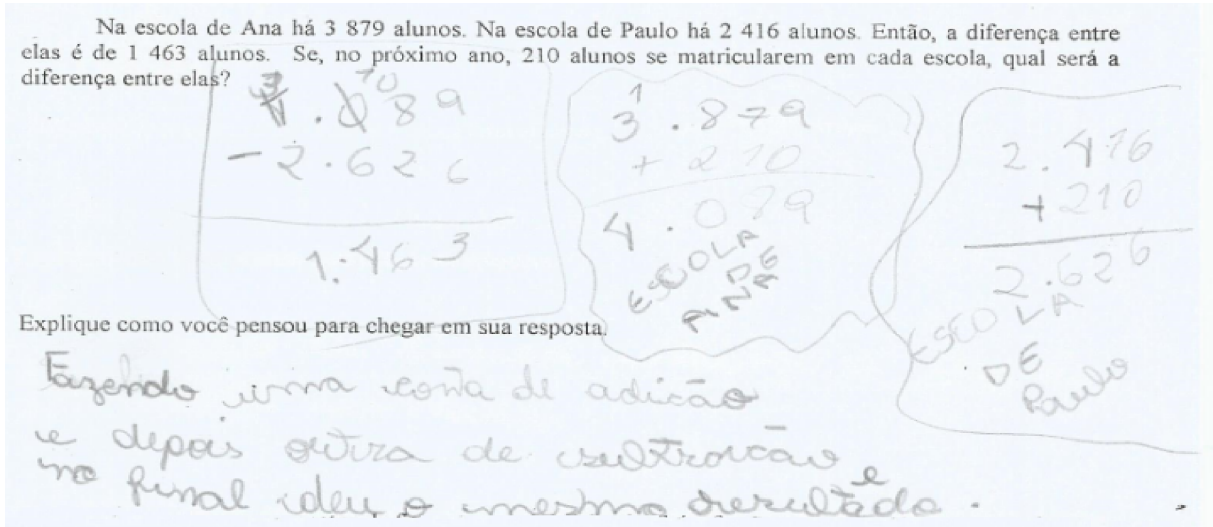
É possível perceber, por meio de suas justificativas, que E1 compreendeu que poderia reescrever o número 7.500 como 7.000+500, e ao realizar essa decomposição apresentou certa compreensão de propriedades aritméticas. Consideramos que houve evidências de aritmeticismos, pois o E1 por meio de situações aritméticas iniciou o processo de atribuição de significados para a álgebra (LINS; GIMENEZ, 1997).

**Categoria: relação de equivalência (ou igualdade)**

As relações de equivalência ou relações de igualdade ocorrem quando se dá uma exploração entre a igualdade de termos de uma expressão, ou ainda, do papel algébrico do sinal de “=” e da ideia que está associada a esse símbolo. Vejamos a Figura 3.

**Figura 3:** Registro escrito do estudante E5 – Q5

Na escola de Ana há 3 879 alunos. Na escola de Paulo há 2 416 alunos. Então, a diferença entre elas é de 1 463 alunos. Se, no próximo ano, 210 alunos se matricularem em cada escola, qual será a diferença entre elas?



Explicite como você pensou para chegar em sua resposta.

Fizendo uma conta de adição e depois outra de subtração e no final deu o mesmo resultado.

Fonte: dados coletados.

A inferência a respeito do estabelecimento de uma relação de igualdade no registro escrito do estudante E5 relativo à questão Q5 deu-se tendo como base as operações realizadas, mas principalmente a justificativa apresentada pelo estudante.

Por meio da relação de igualdade estabelecida por E5 há um indício da compreensão da propriedade aditiva, que é utilizada nas resoluções de equações cujo conjunto universo pertence ao conjunto dos números reais, pois, dado  $x = y$ , essa igualdade se mantém se somarmos ou subtrairmos o mesmo valor nos dois membros da equação, ou seja,  $x + a = y + a$ . Ao realizar essa interpretação de equivalência entre quantidades após a realização da mesma operação em ambos os lados da igualdade, infere-se a respeito da possibilidade de um tipo de processo de generalização e de percepção de regularidades (FIORENTINI; FERNANDES; CRISTOVÃO, 2005). Acreditamos que inicialmente este estudante não conhecia a relação de equivalência que estabeleceu, pois utilizou algoritmos para resolver a questão. Contudo, após resolver Q5, pode perceber que a diferença entre a quantidade de estudantes não se alterou. Assim, em sua justificativa evidenciou uma análise da resposta obtida, e concluiu que adicionar ou subtrair a mesma quantidade nas parcelas da adição ou subtração, não altera o resultado final, manifestando indícios de pensamento algébrico.

O estudante E20 também estabeleceu uma relação de igualdade ao resolver a questão Q8, como podemos observar no registro escrito abaixo.

**Figura 4:** Registro escrito do estudante E20 – Q8

Num exercício de Matemática, Ângela conseguiu 9 pontos e Cláudia conseguiu 6,4 pontos. Quantos pontos Ângela teve a mais que Cláudia?

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 6,4 \\ \hline 2,6 \end{array}$$

Explique como você pensou para chegar na resposta

*Eu pensei em somar e depois subtrair o resultado.*

Fonte: dados coletados.

O estudante E20 antes de aplicar a estratégia escolhida, subtrair do maior valor o menor valor, realizou uma decomposição do número 6,4 em  $6 + 0,4$  e resolveu inicialmente a operação  $9 - 6$  e do resultado da mesma subtraiu  $0,4$ , deste modo estabeleceu e explorou uma relação de igualdade entre expressões numéricas,  $9 - 6,4 = 9 - (6 + 0,4)$ , mesmo sem ter apresentado diretamente tal relação.

Ao realizar essa exploração, o estudante E20 também pode ter intuído algumas propriedades matemáticas. Inferimos que o estudante percebeu que  $9 - (6 + 0,4) = (9 - 6) - 0,4$ . Vale ressaltar que E20 não apresenta em sua justificativa o motivo ao qual o levou resolver essa questão do modo como a resolveu.

Novamente percebe-se por meio da produção escrita do estudante, indicativo elencado por Lins e Gimenez (1997) da utilização de elementos característicos da aritmética para a evidência e início de manifestação de características de pensamento algébrico.

### **Categoria: relação envolvendo regularidades**

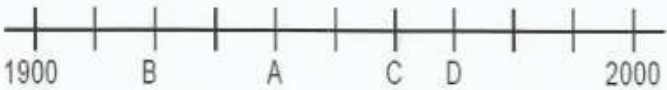
A relação envolvendo regularidades se estabelece quando estudantes são capazes de perceberem uma regra em determinada situação, perceberem uma repetição com determinada

frequência e conseguem descrever ou explicar regularidades.

Inferimos que um dos registros dos estudantes participantes dessa pesquisa que apresentou uma relação envolvendo regularidades foi do estudante E3, como podemos verificar na Figura 5.

**Figura 5:** Registro escrito do estudante E3 – Q12

2. Uma professora da 4ª série pediu que uma aluna marcasse numa linha do tempo o ano de 1940.



a. Que ponto a aluna deve marcar para acertar a tarefa pedida?

*A aluna deve marcar para acertar a tarefa pedida o ponto "A".*

b. Explique como você pensou.

*Porque tem 10 ruzos, e dois estão com um número o primeiro é 1900 e o segundo é 2000. Eu contei desde 1 ruzo que estava sem o número até o quarto ruzo de deu o ano de 1940.*

Fonte: dados coletados.

O estudante E3 não explicou o que fez com que percebesse que o intervalo entre cada uma das marcações representava dez anos, mas por meio da produção escrita inferimos que verificou um padrão e estabeleceu uma relação envolvendo regularidades, apresentando assim, elementos que consideramos como caracterizadores do pensamento algébrico.

De acordo com Blanton e Kaput (2005), a verificação de padrões é um elemento muito importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que, em geral, é necessário perceber um padrão para poder estabelecer uma relação e inferir sobre generalizações.

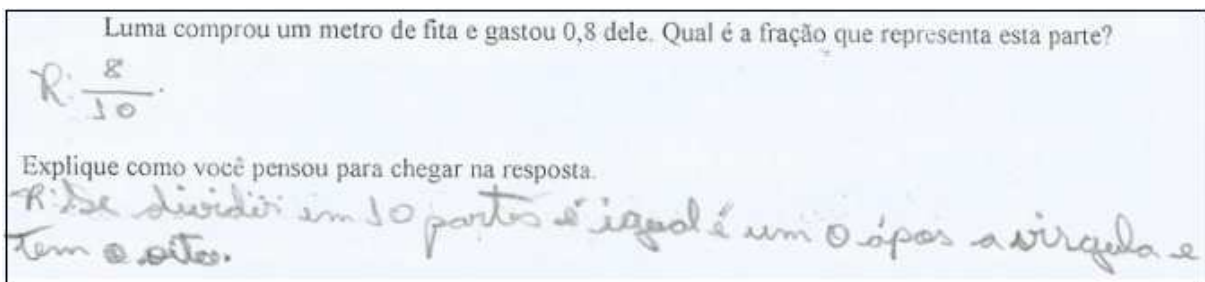
A forma encontrada por E3 para justificar sua resposta foi com a utilização da escrita

na língua natural, mas isso não foi empecilho para a manifestação de indícios de pensamento algébrico.

### **Categoria: relação envolvendo comparação entre grandezas**

O estabelecimento de uma relação envolvendo grandezas se dá quando o estudante examina diferentes objetos, situações ou entes matemáticos com a intenção de verificar semelhanças ou diferenças, ou ainda inferir a respeito da relação existente entre eles. Vejamos a Figura 6:

**Figura 6:** Registro escrito do estudante E1 – Q6



Fonte: dados coletados.

No registro escrito do estudante E1 inferimos que, além de escrever um número decimal em forma fracionária, ou seja, utilizar diferentes notações para a mesma ideia matemática, estabeleceu uma relação que envolve a comparação entre grandezas.

Dentre as diferentes interpretações associadas para as frações está a ideia de comparação ou razão entre duas grandezas. Na situação apresentada na Q6 as grandezas envolvidas, as quais E1 comparou, são a quantidade comprada da fita (o todo) e a quantidade gasta por Luma (a parte).

### **Categoria: formulação de conjectura e validação da mesma**

A formulação de uma conjectura ocorre com o desenvolvimento de uma ideia ou opinião elaborada como base em suposições, hipóteses ou experiências vividas, já sua validação é uma avaliação para verificar se a conjectura é válida. A validação leva em

consideração fatos, argumentos e operações matemáticas. Vejamos o registro contido na Figura 7.

**Figura 7:** Registro escrito do estudante E20 – Q10

Beto quer comprar uma camiseta que custa R\$ 16,99. Ele já tem R\$14,20. Para Beto poder comprar a camiseta ainda faltam?

$$\begin{array}{r} \phantom{R\$} 17,00 \\ - \phantom{R\$} 14,20 \\ \hline \phantom{R\$} 02,80 \end{array}$$

Explique como você pensou para chegar na resposta.

*Eu pensei em fazer uma conta de subtração*

Fonte: dados coletados

O registro escrito apresentado na Figura 7 não apresenta o motivo pelo qual utilizou na resolução da questão Q10 o valor para a camiseta de R\$17,00 ao invés de R\$16,99, como apresentado no enunciado da questão, e por esse motivo houve a necessidade de explicações sobre o processo utilizado.

Após a aplicação dessas questões e durante o processo de leitura fluente a pesquisadora procurou E20 e perguntou por que ele optou por realizar a conta como se o valor da camiseta fosse de R\$17,00. A resposta obtida foi: *“Porque não tem moedinha de 1 centavo. No mercado quando tem troco de um centavo ou até um pouco mais eles dão bala”*. Essa explicação apresenta indícios de que o estudante utilizou experiências pessoais para conjecturar e validar a conjectura de que não faria diferença se ele utilizasse o valor de R\$16,99 ou R\$17,00.

Sua explicação foi o suficiente para inferirmos a respeito de uma manifestação de pensamento algébrico. O fato deste estudante ter apresentado um indício deste tipo de pensamento associado a uma situação não estritamente matemática, corrobora com a ideia de que o pensamento algébrico pode se manifestar em campos distintos.

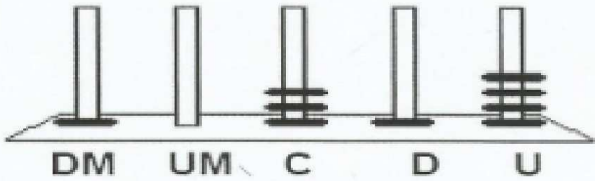
Para Blanton e Kaput (2005) conjecturar e apresentar justificativas para as conjecturas deve ser estimulado para que seja possível o desenvolvimento do pensamento algébrico, existindo essa possibilidade desde os primeiros anos da Educação Básica.

**Categoria: interpretação de dados representados em figuras, tabelas ou gráficos.**

Ao ocorrer uma interpretação de dados representados em figuras, tabelas ou gráficos o estudante realiza uma transição entre notações para representar a mesma ideia matemática. Vejamos a Figura abaixo:

**Figura 8:** Registro escrito do estudante E6 – Q1

No ábaco abaixo, Cristina representou um número:



a. Qual foi o número representado por Cristina?  
R = O número representado por Cristina é 10.314.

b. Explique como você pensou.  
R = Pois eu fui vindo da dezena de milhar até a unidade e fui formando um número.

Fonte: dados coletados

Nessa resolução podemos apontar que o estudante E6 interpretou a figura apresentada na questão, pois em sua justificativa afirma que ele foi “vendo da dezena de milhar até a unidade” e ao realizar essa análise e seguindo a estratégia por ele criada, formou-se o número, ou seja, realizou-se a transição entre notações.

A transição entre notações nesse caso aconteceu do número representado por meio da figura para o número representado por meio dos símbolos do nosso sistema de numeração decimal.

Ao fazer essa transição inferimos que o estudante manifestou característica de pensamento algébrico, pois ele foi capaz de expressar uma ideia matemática por meio de uma notação distinta da original. Cabe destacar que a professora regente da turma participante da pesquisa afirmou já ter realizado atividades em sala de aula envolvendo o ábaco, ou seja, essa questão não foi o primeiro contato que os estudantes realizaram que envolvia esse instrumento.

### **Categoria: generalização**

A generalização ocorre quando o estudante é capaz de perceber que uma regularidade, característica, ou propriedade em uma situação específica, mas perceber a possibilidade de aplicar o que percebeu em situações mais gerais. Vejamos exemplos de registros escritos aos quais inferimos a respeito da ocorrência de certo grau de generalização.

**Figura 9:** Registro escrito do estudante E20– Q2

O litoral brasileiro tem cerca de 7.500 quilômetros de extensão. Este número possui quantas centenas?

$$\begin{array}{r} 7.500 \overline{) 100} \\ \underline{700} \phantom{0} \\ 500 \phantom{0} \\ \underline{500} \\ 000 \end{array}$$

Explique como você pensou para chegar na resposta

Este número possui 75 centenas.

Eu pensei em dividir para ter o número de centenas.

Fonte: dados coletados

Na resolução apresentada para Q2 por E20, podemos perceber que ele utilizou a estratégia de dividir o número 7.500 por 100 com a intenção de verificar quantas centenas compõem este número. Inferimos que ele evidenciou alguma generalização por meio do uso da aritmética, pois intuiu que ao dividir um número por 100 descobriria a quantidade de centenas que o compõem.



Outros estudantes também utilizaram estratégia semelhante, mas nem todos apresentaram o valor correto, esperado na questão, como é o caso do registro escrito apresentado na Figura abaixo:

**Figura 10:** Registro escrito do estudante E19 – Q2

O litoral brasileiro tem cerca de 7.500 quilômetros de extensão. Este número possui quantas centenas?

$$\begin{array}{r}
 7.500 \quad (100) \\
 \underline{7} \quad 405 \\
 0500 \\
 \underline{500} \\
 000
 \end{array}$$

Explique como você pensou para chegar na resposta.  
 eu fiz como se fosse dividir

Fonte: dados coletados

O estudante E19 não apresentou a resposta correta para Q2, porém utilizou um raciocínio que possibilitaria para que isso acontecesse. Inferimos que esse estudante também evidenciou certa generalização, pois concluiu que ao dividir qualquer número por 100 calcula-se a quantidade de centenas que o compõem. Porém, ao executar a relação percebida por ele, possivelmente por distração, ou compreensão parcial do algoritmo da divisão, não foi capaz de resolvê-lo de forma correta.

O registro escrito do estudante E19 vem a confirmar que o pensamento algébrico é independente do produto final, ou seja, da resposta apresentada, pois é inerente aos estudantes e precisa ser desenvolvido nos mesmos.

Para Fiorentini, Fernandes e Cristovão (1993), o objetivo essencial do Ensino Fundamental é que os estudantes sejam capazes de perceber regularidades e realizar algum tipo de generalização. Corroborando com esses autores, Blanton e Kaput (2005) afirmam que o pensamento algébrico é um procedimento pelo qual os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, sendo que, por vezes, essa generalização se dá por meio de discursos argumentativos adequados à idade do estudante.

### **Algumas considerações**

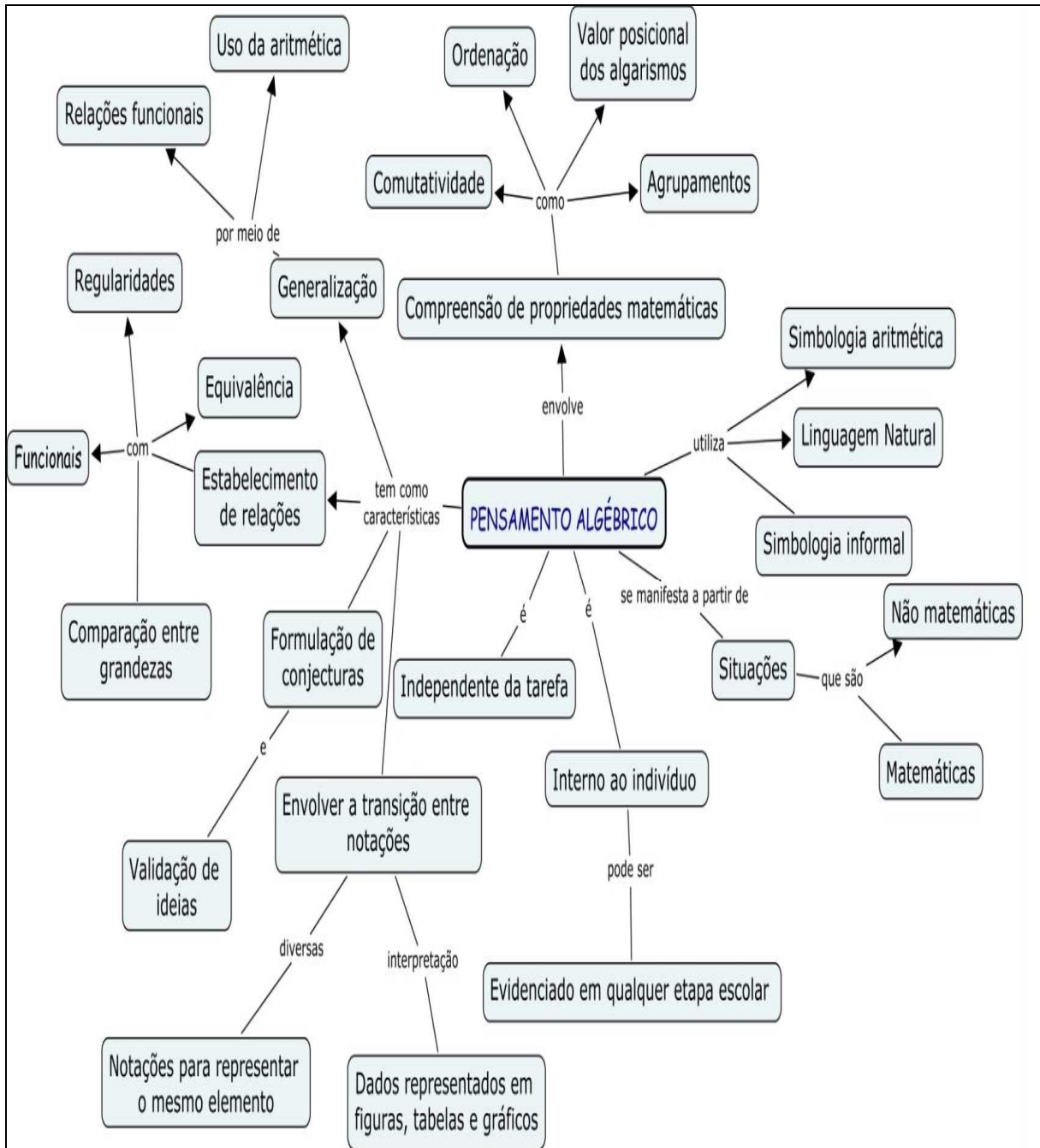
Aprender álgebra é muito mais do que saber resolver problemas matemáticos algébricos, como equações, inequações e polinômios. Aprender álgebra é ser capaz de pensar algebricamente em situações distintas, estabelecer relações, generalizar procedimentos e utilizar diferentes linguagens para expressar a mesma ideia matemática.

Após a aplicação e estudos iniciais a respeito da produção de cada um dos estudantes e por meio da organização dos dados, inferências, unidades de registro dos estudantes e análises, foi possível estabelecer as categorias. Nossas categorias se deram tendo como apoio nossas unidades de registro prévias, que agrupavam elementos característicos de pensamento algébrico, determinados nesta pesquisa com base na teoria estudada.

Inferimos a respeito da manifestação do estabelecimento de relações funcionais, estabelecimento de relação de equivalência ou igualdade, estabelecimento de relações envolvendo regularidades, estabelecimento de relações envolvendo comparação entre grandezas, formulação e validação de conjecturas por meio de experiências pessoais, interpretação de dados representados em figuras, tabelas ou gráficos e certa generalização.

Com a intenção de apresentar os resultados obtidos por meio da pesquisa, elaborou-se um mapa conceitual, baseado no mapa conceitual presente na Figura 1, mas apresentando apenas as características de pensamento algébrico que foram observadas nos registros escritos dos participantes na resolução das doze questões por nós selecionadas. Vejamos a Figura a seguir:

**Figura 11:** Mapa conceitual das características de pensamento algébrico manifestadas pelos participantes da pesquisa.



Fonte: do Autor

Ao realizar a comparação entre o mapa conceitual de características do pensamento algébrico baseado na literatura estudada e no mapa conceitual das características de

pensamento algébrico manifestadas pelos participantes da pesquisa, Figura 1 e Figura 11, é possível perceber que o segundo mapa não apresenta todas as características indicadas no primeiro, por exemplo, generalizações por meio do estabelecimento de padrões, estabelecimento de relações com a percepção de aspectos invariantes, manifestações em situações matemáticas com indícios de aspectos invariantes, manifestações em situações matemáticas com indícios de equações, inequações e funções. Essas são algumas das características de pensamento algébrico que foram elencadas por meio da pesquisa bibliográfica e não foram manifestadas pelos estudantes.

Com o desenvolvimento dessa pesquisa percebemos a possibilidade de que ocorra o desenvolvimento do pensamento algébrico em estudantes, mesmo sem a utilização da notação algébrica formal.

#### **Agradecimento.**

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação Araucária, pelo apoio financeiro concedido a este trabalho.

#### **Notas:**

\*Mestre em Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina – UEL, E-mail: renatakaroline08@hotmail.com.

\*\*Doutora em Matemática, Universidade Estadual de Londrina – UEL, E-mail: angelamarta@uel.br.

#### **Referências**

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. 3.ed. Lisboa: Edições 70 Ltda., 2004.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**. v.36, n.5, p.412-446, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: Prova Brasil: ensino fundamental: matriz de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB; INEP, 2008. 200p.:il.

FIorentini, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Relatório de Projeto da Fapesp [processo 03/11233-4]. FE –

UNICAMP: Campinas, 2005.

FIorentini, D.; Miorim, M. A.; Miguel, A. **Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. Pro-Posições**, v.4, n.1, p.78-91, 1993.

FIorentini, D.; Fernandes, F.; Cristovão, E. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR, 2005, Lisboa. Anais... Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005.

KAPUT, J. J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. (Ed.). **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Erlbaum, p.133-155, 1999.

KIERAN, C. **Learning and teaching of school algebra**. In D. A Grows (Ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, p.390-419, 1992.

KIERAN, C. **Algebraic thinking in the early grades: What is it?** *The Mathematics Educator*, v.8, p.139-151, 2004.

KIERAN, C. **Learning and teaching algebra at the middle school through college levels**. In F. K. Lester (Ed.), **Second handbook of research on mathematics teaching and learning** (pp. 707–762). Charlotte, NC: Information Age. 2007

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo, E.P.U., 1986. 99p.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: ME – DGIDC, 2009.