

SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O ESTUDO EM GRUPO

Enio Freire de Paula*
Regina Maria Pavanello**

Resumo: Esse artigo tem sua origem em parte da revisão de literatura sobre resolução de problemas e estudo em grupo, realizada para a pesquisa de mestrado do primeiro autor na área de Educação Matemática, sob a orientação da segunda autora. Nele, realizamos uma breve revisão da literatura que, no campo da Educação Matemática, trata da temática “resolução de problemas”, um eixo importante de inúmeros trabalhos científicos tanto em âmbito nacional como internacional. Nosso objetivo ao realizarmos o debate entre a resolução de problemas e o estudo em grupo é fomentar o uso conjunto dessas estratégias metodológicas com o intuito de propiciar melhorias ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Resolução de Problemas. Estudo em Grupo.

ABOUT THE PROBLEM SOLVING AND THE GROUP STUDY

Abstract: This paper is based in part on the literature review on problem solving and group study, performed for the master’s research of the first author's in the mathematics education field, under the guidance of the second author. It was conducted a brief review on the literature, that in the mathematics education field, it has as a theme "problem solving", a major axis of several scientific papers both nationally and internationally. We aim to accomplish the debate between problem solving and the group study is to promote the joint use of these methodological strategies in order to provide improvements to the teaching and learning of mathematics.

Keywords: Mathematics Education. Problem Solving. Group Study.

Introdução

A Resolução de Problemas (RP) como metodologia de ensino representa, como afirma Pais (2005), o motor propulsor do saber escolar da Matemática. Mas afinal, o que é um problema? E o que significa resolvê-lo? Podemos afirmar que, no decorrer da História da Ciência, e porque não da História da Humanidade, o homem se viu frente a desafios que lhe exigiram raciocínio matemático para sua superação. Contudo, entre a iniciativa de resolver um problema e a proposta de eleger essa atividade como principal tendência curricular para o Ensino de Matemática do século XXI, diversos fatores históricos, políticos e sociais exerceram

significativa influência. Após a proposta mundial de reforma do currículo de Matemática conhecida como Movimento da Matemática Moderna e sua sucessora *Back to Basics*, como afirma Sousa (1999), parece que o Brasil, naquele instante, não aderira à RP. Fato este que ainda justifica a necessidade e o constante desafio de compreender a RP como estratégia de ensino para, então, discuti-la no ambiente escolar. E a dificuldade reside em uma particularidade, um detalhe que é necessário ressaltar: *resolver um problema* e *ensinar a resolver um problema* são questões distintas, como veremos a seguir. Nosso propósito é estabelecer momentos de discussão em sala de aula nos quais o professor debata com seus alunos como resolver um problema que envolva Matemática, e perceber que a atividade de investigação em Matemática requer organização e discussão. Esse pensamento se concentra, segundo Polya (1978), em quatro fases: compreensão, elaboração de um plano, execução do plano e verificação da validade do plano. Perkins (2002) assume posição semelhante ao classificar suas quatro fases do pensamento como perambular, detectar, reenquadrar e descentralizar. Embora com nomes distintos, é perceptível o objetivo do ensino por meio da RP para esses autores: propiciar a alunos e professores a discussão de problemas matemáticos, dando a todos a oportunidade de inferir e conjecturar sobre eles, com o intuito de encontrarem uma solução plausível e discutir a sua validade. Observe que, dessa forma, *a função de resolver os problemas não cabe apenas ao professor de Matemática, mas, sim, à equipe: professor e alunos.*

Neste artigo, apresentamos parte da pesquisa bibliográfica realizada para a revisão de literatura da dissertação de Mestrado do primeiro autor.

Da evolução do conceito de resolução de problemas

Pode-se entender, a partir de uma leitura rápida, que a atividade de resolver problemas como alternativa aplicada a Educação Matemática é algo iniciado no século XX, fato este indiscutivelmente errôneo. Smullyan (2000) e Garbi (1997) afirmam que durante séculos os educadores ensinaram seus alunos por meio de estórias e desafios. Uma prova disso é o Papiro Rhind, datado cerca de 2800 a.C, o qual, em seus mais de 5 metros de comprimento, expõe

dezenas de problemas matemáticos. Em diversos momentos da história da humanidade a Matemática foi abordada mediante problemas e desafios apresentados de maneira graciosa: o matemático transformava-se em poeta e seus enigmas aritméticos tornavam-se enunciados românticos, como os problemas criados por Bháskara para sua filha Lilivati, conforme relembra Malba Tahan (2002).

Com o passar dos séculos esta tradição se esvaeceu. O Ensino de Matemática privou-se das artimanhas dos enigmas lógicos e os mistérios desconcertantes tornaram-se pouco discutidos entre alunos e professores. E, assim, um artifício motivador para a Matemática perdeu força.

A retomada do uso de problemas no Ensino de Matemática, bem como sua popularidade, é abordada por Singh (2004), que afirma:

Desde o tempo dos gregos, os matemáticos têm buscado temperar seus livros recriando demonstrações e teoremas na forma de charadas com números. Durante a última metade do século XIX esta abordagem lúdica do assunto encontrou espaço na imprensa popular. Problemas com números eram encontrados ao lado das palavras cruzadas e anagramas. No devido tempo formou-se um público ávido por enigmas matemáticos, amadores que tentavam solucionar tudo, dos mais simples até os problemas matemáticos mais profundos, incluindo o Último Teorema de Fermat (SINGH, 2004, p.139).

Nesse mesmo período - segunda metade do séc. XIX - expandem-se, segundo Bacquet (2002, p.25), os manuais que “testemunham sérias tentativas de representar uma suposta realidade familiar às crianças. Textos reveladores da sociedade do momento, os quais também são frequentemente a oportunidade de propagar algumas boas regras de educação moral”.

Lopes (2007), ao traçar um retrospecto da resolução de problemas, conclui que a partir de 1970 os pesquisadores ligados a Educação Matemática¹ iniciaram mudanças em suas pesquisas objetivando compreender os processos de resolução de problemas utilizados por seus alunos.

¹ Dario Fiorentini, baseado em seus estudos para o doutoramento, destaca que a Educação Matemática (EM) nasceu a pouco mais de quatro décadas, e organiza a EM no Brasil em quatro fases: (i) gestação (anterior à década de 70), (ii) nascimento (década de 1970 e início da década de 1980), (iii) emergência de uma comunidade de educadores matemáticos (década de 1980), (iv) emergência de uma comunidade científica em Educação Matemática (1990) (FIORENTINI; LORENZATO, 2006).

Entretanto, as pesquisas que tiveram grande repercussão nessa área surgiram a partir da década seguinte (1980), como dissemos na Introdução, influenciadas pelas decisões do *National Council of Teachers of Mathematics* - NCTM.

Osborne e Kasten (1997), ao analisarem as opiniões de profissionais e leigos sobre a resolução de problemas nessa época (final da década de 1970 e início da década de 1980), apresentam uma classificação das metas do ensino de resolução de problemas. Segundo esses autores, a resolução de problemas é ensinada para:

[...] promover oportunidades de praticar habilidades em cálculos, desenvolver métodos de pensamento e raciocínio lógico, descobrir alunos que tenham talento matemático, aprender leitura Matemática, aplicar ideias Matemáticas ensinadas recentemente, adquirir habilidades necessárias para viver no mundo atual, desenvolver habilidades para abordar com independência novos tópicos de Matemática, desenvolver processos criativos de raciocínio, adquirir técnicas de resolução de problemas vitais para uma educação diversificada e ampla, trabalhar a habilidade de aplicar a Matemática nas ciências (OSBORNE; KASTEN, 1997, p.78).

De acordo com Lopes (2007) e Araújo (2007), as recomendações do NTCM proporcionaram novos rumos para as pesquisas ligadas às discussões curriculares. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática

Essas ideias influenciaram as reformas que ocorreram em todo o mundo a partir de então. As propostas elaboradas no período 1980/1995, em diferentes países, apresentaram pontos de convergência, como a importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento, [...], ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas [...] (BRASIL, 1998, p.20).

A partir daí, surgiram diversos materiais com o objetivo de apresentar aos professores essa “nova metodologia”. É possível encontrarmos muitos desses materiais ainda hoje em novas edições. Muitos se transformam em referências para a RP em nosso país, assumindo o papel de divulgadores dessa estratégia e atuando como manuais, uma espécie de “banco de problemas”

para os professores. Podemos citar como exemplo o livro “*Didática da Resolução de Problemas de Matemática*” (DANTE, 2003), cuja primeira edição remonta ao final da década de 1980, bem como “*Jogos e Resolução de Problemas: uma estratégia para as aulas de Matemática*” (BORIN, 2004). Sobre a RP como estratégia de ensino, podemos citar *Metodologia do Ensino de Matemática* (CARVALHO, 1994).

Durante esse período inicial, surgiram também livros didáticos fundamentados na RP. Essas influências se refletiram na Proposta Curricular paulista (tanto em sua versão de 1991 com na atual, de 2008) e posteriormente noutros documentos oficiais de alcance nacional, como os Parâmetros Curriculares de Matemática - PCN (BRASIL, 1998), os Referenciais para a Formação de Professores - RFPs (BRASIL, 2002) e os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (BRASIL, 2006).

A RP nos PCN de Matemática e nos PCNEM

Os PCN de Matemática (1998), ao considerarem que o conhecimento matemático deve partir da RP, reafirmam o que expusemos no tópico anterior. A RP é vista como uma estratégia que possibilita ao professor trabalhar de maneira mais ampla os conhecimentos que o aluno já possui junto a aqueles que integram o saber escolar, e não apenas um conjunto de técnicas ou mesmo a mera aplicação de algoritmos para a resolução das atividades propostas pelo professor. Os PCNEM (BRASIL, 2006) seguem essa mesma direção ao privilegiarem o tratamento de situações problema, oriundas do contexto real ou não, por considerá-las como capazes de propiciar uma postura de investigação frente aos fatos estudados. Em relação às atividades a serem propostas, esse documento indica a necessidade de garantir um espaço para a variedade de opiniões diversas além de evidenciar que.

O aspecto desafiador das atividades deve estar presente todo o tempo, permitindo o engajamento e a continuidade desses alunos no processo de aprender. Nesse sentido, a postura do professor de problematizar e permitir que os alunos pensem por si mesmos, errando e persistindo, é determinante para o

desenvolvimento das competências juntamente com a aprendizagem dos conteúdos específicos (BRASIL, 2006, p.129)

Contudo, surgem, em ambos os documentos, diversos termos com o intuito de representar as atividades da RP: *problema*, *situações problema* e *exercício*. Verificamos que esse emaranhado semântico não ocorre apenas nesses materiais. Diversos autores distinguem problema e exercício (LOPES, 2007), por exemplo. Mesmo Polya (1978, 1985) diz existir problemas que são rotineiros e outros que não o são. No Dicionário UNESP de Português Contemporâneo² encontramos, para o verbete problema, os seguintes significados: 1. Questão matemática cuja solução depende de cálculo; 2. Tema que pode ser objeto de discussão e que pede solução, questão não satisfatoriamente resolvida, assunto controverso; 3. Situação difícil, conflito; 4. Dificuldade, obstáculo, contratempo; 5. Questão que envolve dúvida ou incerteza, caso com algum grau de competição.

Se restringirmos esse conceito à Matemática, podemos então considerar um *problema*, ao menos a princípio, como *algo* que envolve de alguma maneira a Matemática (ou assuntos ligados a ela), seja em seu conteúdo, seja em sua resolução. Poderíamos considerar esse “algo” como uma *situação* que, de mesmo modo, envolva a Matemática de alguma forma, e assim teríamos uma *situação problema*. “No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações (problema) em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las” (BRASIL, 1998, p.40). Assim como o apontado no dicionário, entre as definições mais comuns quando nos referimos a uma tarefa como um problema é qualificá-la como difícil (SCHOEN; OEHMKE, 1997).

Pensando dessa forma, podemos utilizar os termos “problema” e “situação problema” como correlatos. Prosseguindo nosso raciocínio, é possível intuir que um *exercício* corresponde a um problema, pois é *algo que envolve a Matemática de alguma maneira*. Entretanto, se voltarmos aos problemas rotineiros e não-rotineiros apresentados por Polya (1978), podemos estabelecer algumas diferenças entre o que é um *exercício* e o que é um *problema*. Esse autor

² BORBA, F. S. et al (Orgs). **Dicionário UNESP de Português Contemporâneo**. São Paulo: UNESP, 2004.

exemplifica os problemas rotineiros e os não-rotineiros com a resolução de uma equação de segundo grau; “[...] um problema será rotineiro se ele puder ser solucionado pela substituição de dados específicos no problema genérico resolvido antes, ou pelo seguimento passo a passo, de algum exemplo muito batido” (POLYA, 1978, p.124). Logo, um exercício seria semelhante a um *problema rotineiro*, um *problema de aplicação de técnicas já estudadas*. Já um *problema*, tal como estamos nos referindo até aqui, consistiria ao que Polya (1978) chamou de *problema não-rotineiro*. A distinção entre *problema* e *exercício* também é feita nos PCN de Matemática (BRASIL, 1998)³ Como veremos no tópico seguinte, a busca em outros autores nos levará a diversas interpretações sobre esses termos; algumas delas semelhantes, outras difusas, porém, um número significativo delas tem algum ponto comum. Mas, entre essa leitura, outra questão é comum aos autores: a tarefa do professor na escolha dos problemas (ou exercícios, ou enigmas etc.) é complexa, pois *não é uma tarefa simples entender o que é um problema para alguém*. O professor pode apresentar aos seus alunos uma situação que, para alguns deles, é simplesmente uma atividade rotineira (um exercício), enquanto, para outros companheiros, colegas da mesma sala, essa atividade é algo totalmente desconhecido. Portanto, compreender o que é um problema para um aluno, ou um grupo de alunos, representa um problema a mais (!) para o professor. Porém, esse é um dos seus papéis (BROUSSEAU, 1996).

Mas voltando à discussão sobre o significado desses termos, seriam esses conceitos (*problema*, *enigma* e *exercício*) divergentes ou convergentes?

Enigmas, problemas e exercícios: sinônimos ou antônimos?

Pais (2002) elege como um dos principais objetivos da Educação Matemática o despertar nos alunos o hábito permanente de valer-se de seu raciocínio e apreciar a resolução de problemas.

³ “[...] o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada” (BRASIL, 1998, p.41).

Todavia, pondera que esses problemas não se reduzem a exercícios repetitivos, cujos métodos de resolução são automáticos.

É preciso sempre buscar problemas que permitam mais de uma solução, que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais. Essa valorização didática do problema fundamenta-se na crença de que seja possível, mesmo através de uma modesta solução, o aluno sentir uma verdadeira motivação pela busca do conhecimento. O trabalho com a resolução de problemas redefine assim os valores educativos da educação Matemática. O desenvolvimento dessas habilidades possibilita ao aluno um desempenho que certamente o capacita a melhor enfrentar os desafios do mundo contemporâneo (PAIS, 2002, p.30).

Por esse motivo, alguns autores permitem dividir os problemas matemáticos em subconjuntos. Butts (1997) apresenta cinco deles, nomeados como (i) exercícios de reconhecimento, (ii) exercícios algorítmicos, (iii) problemas de aplicação, (iv) problemas de pesquisa aberta e (v) situações problema⁴; Dante (2003) divide-os em seis subconjuntos: (i) exercícios de reconhecimento, (ii) exercícios de algoritmos, (iii) problemas-padrão, (iv) problemas-processo ou heurísticos, (v) problemas de aplicação e (vi) problemas de quebra-cabeça⁵. Pozo e Crespo (1998) discutem os problemas escolares, os cotidianos e os científicos. Esses são apenas três exemplos dentre as inúmeras classificações e subclassificações que podemos encontrar na literatura científica. Echeverría e Pozo (1998) afirmam que, embora existam essas diferenças quanto à nomenclatura dos termos, existem também, em relação à solução da atividade, procedimentos de resolução que independem das classificações dadas pelos vários autores. São competências exigidas a todas as pessoas que se atentam a resolver um problema: “[...] é evidente que para resolver qualquer problema temos que prestar a atenção em

⁴ De acordo com a classificação de Butts (1997), (i) é um tipo de exercício em que se pede normalmente para reconhecer um fator específico, uma definição, ou o enunciado de um teorema; (ii) trata dos exercícios que envolvem algum procedimento do tipo passo a passo, frequentemente um algoritmo numérico; (iii) são mais elaborados, pois sua resolução exige formular o problema simbolicamente para depois manipular os símbolos valendo-se dos algoritmos; (iv) são aqueles em cujo enunciado não há uma estratégia para resolvê-los e (v) um misto de (iv) e (iii).

⁵ Se compararmos a classificação de Dante (2003) com as subdivisões de Butts (1997) além das equivalências de nomenclatura, encontraremos outros pontos comuns. O que Butts concebe como problemas de pesquisa aberta e situações problema, Dante os classifica como “problemas-processo ou heurísticos”. Os problemas-padrões de Dante são em sua essência os problemas algorítmicos de Butts. A única diferença está na categoria “problemas de quebra-cabeça” onde Dante reúne os desafios lógicos e os truques com números.

seu enunciado, recordar, relacionar os dados e os conhecimentos que se tem dessa situação” (LOPES, 2007). Mas, na verdade, organizar essas informações é o primeiro passo para iniciar a resolução de um problema. E nesse caso, os autores são unânimes ao se reportarem às quatro fases⁶ descritas por Polya (1978).

No ambiente escolar se encontra, porém, na maioria dos casos, os professores de Matemática trabalhando com apenas um tipo de problema: aqueles que possuem uma solução única. Tal acontecimento reduz a concepção do que seja um problema e, conseqüentemente, o que significa a RP, a uma visão simplista, pois o uso de situações que permitem apenas uma solução única não possibilita ao professor (e também aos seus alunos) a realização de uma análise pormenorizada da situação envolvida: o ato de conjecturar fica comprometido (ARAÚJO, 2007) e, assim, as fases necessárias para a resolução do problema são ignoradas ou suprimidas. Reduzir a RP somente a atividades voltadas à resolução de problemas rotineiros não contribui para a abordagem de questões novas, não-previstas, em que os alunos possam perguntar (CARVALHO; GIL-PÉREZ, 2006, p.69). Discutiremos as justificativas para isso no próximo tópico.

Diante do exposto até aqui, é conveniente esclarecermos nossa posição frente a esses conceitos e explicarmos nossa compreensão a respeito do que entendemos como problema, enigma e exercício.

Concebemos um *problema* como uma situação que exige de quem deseja resolvê-la a reorganização de seus conhecimentos para que seja possível encontrar uma resposta e, principalmente, uma justificativa para os procedimentos que decidiu tomar. *Enigmas* são os problemas que exigem apenas o raciocínio lógico, sem a presença de algoritmos, aqueles ligados à chamada Matemática Recreativa⁷; ou seja, enigmas são problemas de lógica. *Exercício* é a

⁶ “Para agrupar convenientemente as indagações e sugestões da nossa lista, distinguiremos quatro fases de trabalho. Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a” (POLYA, 1978, p.2, grifo nosso).

⁷ O termo *Matemática Recreativa* se remete as obras de divulgação Matemática, que em geral, estão associadas a livros de coletâneas de enigmas e desafios lógicos. Podemos citar como exemplos as obras dos autores Gardner (1997), Smullyan (2000) e Stewart (2005).

prática de aplicação de determinada técnica e seu objetivo consiste em verificar se essa técnica foi ou não apreendida, o que se poderia classificar também como um problema rotineiro.

Dessa forma, compreendemos a RP como constituída por atividades que permitem aos alunos ir além de apenas encontrar uma resposta para o proposto pelo professor. Isso significa possibilitar aos alunos participarem da construção dessa atividade, verificando as possibilidades de resolvê-las e justificando suas ações. Sendo assim, ampliam-se os contatos do aluno com as fases de resolução de um problema.

A questão da exclusividade metodológica: seria a RP a salvação da Matemática?

Não desejamos que o ensino de Matemática se reduza a uma única fonte de referência, pois isto, certamente, também reduziria o significado dos conteúdos estudados, como observa Pais (2005). A RP não é o fim, mas um meio de se proporcionar um melhor Ensino de Matemática. Logo, consideramos que a RP, assim como toda e qualquer metodologia de ensino, se tomada em caráter isolado, como uma exclusividade frente ao desenvolvimento de outras estratégias de ensino, em nada irá contribuir para melhorias no ensino de Matemática.

A opção pela RP como estratégia de ensino se evidencia pelo fato de ela possibilitar um amplo contingente para a discussão de assuntos matemáticos. Conjecturamos que, aliada ao desenvolvimento de atividades em grupo em sala de aula, a RP possibilita o trabalho com as outras estratégias, como o desenvolvimento de jogos nas aulas de Matemática por exemplo.

Conjecturamos que a participação dos professores de Matemática em um grupo de estudos que discute a RP possa ser responsável por uma mudança didática capaz de promover a extensão dessa iniciativa à sala de aula. Após esse debate, os professores podem desenvolver algo semelhante com seus alunos, pois, o professor, ao trabalhar com o grupo, poderá rever tanto suas posições frente à didática da resolução de problemas quanto ao trabalho em grupo.

Sobre o estudo em grupo nas aulas de Matemática

Alró e Skovsmose (2006) sugerem que o Ensino de Matemática é tradicionalmente marcado pelas formas de organização do ambiente de sala de aula

[...] as aulas costumam ser divididas em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas Matemáticas, geralmente em conformidade com um livro-texto. Em seguida os alunos fazem alguns exercícios pela aplicação direta das técnicas apresentadas. O professor confere as respostas. Uma parte essencial do trabalho de casa é resolver exercícios do livro. [...] no ensino de Matemática tradicional, os padrões de comunicação entre professor e alunos se tornaram repetitivos [...] (ALRÓ; SKOVSMOSE, 2006, p.51).

Essa singularidade, marcada pela preocupação excessiva com a prática de exercícios, é denotada por esses autores como *paradigma do exercício*⁸. Contra esse paradigma, os autores apresentam abordagens investigativas como estratégias para as aulas de Matemática, entre as quais o trabalho com projetos e a RP. Tais abordagens reforçam o que dissemos nas seções anteriores sobre a amplitude da RP.

Em De Paula (2009), defendemos o debate com outros professores de Matemática sobre a possibilidade de desenvolvermos um trabalho em grupo pautado na RP em sala de aula e apontamos algumas dificuldades para efetivarmos essa mudança na prática. Mesmo diante dos pontos positivos do trabalho em equipe⁹, são diversos os empecilhos assinalados pelos professores para a não realização de atividades pautadas no trabalho coletivo em sala de aula.

⁸ “Esse paradigma tem grande influência na Educação Matemática no que diz respeito à organização das aulas, aos padrões de comunicação entre professor e alunos, bem como ao papel que a Matemática desempenha na sociedade como um todo, por exemplo, com uma função fiscalizadora (exercícios matemáticos encaixam-se perfeitamente em processos de seleção). Geralmente, exercícios de matemáticos são preparados por uma autoridade externa à sala de aula. Nem o professor, nem os alunos participam da elaboração dos exercícios. Eles são estabelecidos pelo autor de um livro-texto. Isso significa que a justificativa para a relevância dos exercícios não faz parte da lição em si mesma. Os textos e exercícios matemáticos costumam ser, para aqueles que vivenciam a prática e a comunicação em sala de aula, elementos pré-estabelecidos” (ALRÓ; SKOVSMOSE, 2006, p. 52, grifo nosso). Fornecer subsídios para que essa relação se modifique é o desafio dos professores de Matemática que desejam reverter essa visão tradicionalmente divulgada na sociedade.

⁹ Em nosso texto, utilizamos em diversos momentos os termos “trabalho em grupo” e “trabalho em equipe” como sinônimos. Assim será devido a Perrenoud (2000, p. 83, grifo do autor): “Pode-se definir uma equipe como um

Monereo e Gisbert (2005, pp.19-20) resumem essas queixas em seis questionamentos gerais, que estão enumerados a seguir:

- (i) Se devemos preparar os alunos para um mundo competitivo, porque temos que basear o nosso ensino na aprendizagem cooperativa? [...] (ii) Se os alunos mais capacitados sempre têm de ajudar, será que eles não deixam de aprender? [...] (iii) Se os alunos devem interagir entre si (falar, discutir,...), não terei problemas de disciplina na sala de aula? [...] (iv) Nos trabalhos de grupo, não há alguns/mas, alunos/as que não fazem nada e se aproveitam dos colegas? [...] (v) Não é mais efetivo e mais rápido explicar um conteúdo do que aprender através do trabalho cooperativo?

Nota-se que o pensamento dos professores retoma o discurso das aulas convencionais: primeiro as dúvidas quanto a essa estratégia de ensino (presentes em (i) e (ii)), as questões de disciplina/controlar a situação (presentes em (iii) e (iv)) e a efemeridade do tempo¹⁰ (v). A pergunta inicial (i) talvez seja a mais recorrente entre os professores, em especial aos professores de Matemática, defensores do paradigma do exercício. Entretanto, embora o questionamento seja pertinente, ele é incapaz de, mesmo se tomado isoladamente, ser a justificativa para que os professores não utilizem essa estratégia. Em defesa dessa ideia, Pais (2006) afirma que uma das competências possíveis de serem desenvolvidas no ensino de Matemática é o trabalho coletivo,

De maneira ampla, saber trabalhar em equipe é uma competência cada vez mais valorizada na sociedade da informação, na qual predomina a tendência de especialização, porém sem perder a capacidade de diálogo entre as disciplinas. [...] A formação dessa competência pode ser iniciada no trabalho escolar; entretanto, corre-se o risco de um entendimento distorcido, quando se pensa que o trabalho coletivo substitui as competências individuais. Pelo contrário, trata-se de um grau mais sofisticado de exigência, porque, além de ter uma sólida formação, o indivíduo é desafiado a interagir em dinâmicas de grupos com pessoas detentoras de outras competências (PAIS, 2006, p.34, grifo nosso).

grupo reunido em torno de um projeto comum, cuja realização passa por diversas formas de acordo e de cooperação [...]”.

¹⁰ Esse problema também é exposto por Schoenfeld (1997) que defende que o professor não deve se preocupar em trabalhar com poucos problemas como grupo de alunos, pois isso é uma consequência natural do ato de prestar atenção ao processo de resolução dos problemas apresentados, fato este inclusive, deve aumentar a qualidade das atividades desenvolvidas.

Mediante as questões de Monereo e Gisbert (2005), podemos então formular outra hipótese: o trabalho em equipe é inviável devido aos problemas que podem surgir entre as pessoas que constituem o grupo que realiza a atividade (e, como os problemas podem ser de natureza comportamental, é impossível prevê-los). Essa hipótese poderia ser verdadeira se não considerássemos essas dificuldades antes mesmo da realização do trabalho em equipe. Partindo do pressuposto que situações imprevistas podem ocorrer ao longo do percurso, temos que considerar que:

[...] saber trabalhar em equipe é também, paradoxalmente, *saber não trabalhar em equipe quando não valer a pena*. A cooperação é um meio que deve apresentar mais vantagens do que inconvenientes. É preciso abandoná-la se, por exemplo, o tempo de acordos e a energia psíquica requeridos para chegar a um consenso forem desproporcionais aos benefícios esperados. Uma equipe duradoura tem um saber insubstituível: *dar a seus membros uma ampla autonomia de concepção ou de realização cada vez que não for indispensável dar-se as mãos...* (PERRENOUD, 2000, p.82, grifo do autor).

Ou seja, é impossível julgarmos a viabilidade de um trabalho em equipe antes que o mesmo seja realizado. Se assim o fizermos, não estaríamos sendo imparciais. O sucesso do trabalho em equipe constitui basicamente em gerir os conflitos que porventura surgirem para que todos os envolvidos alcancem o objetivo comum, combinado inicialmente.

A possibilidade de desenvolver o trabalho em equipe pautado na RP no ambiente de sala de aula é defendida por Schoenfeld (1997), que descreve como uma das opções do professor trabalhar a RP pela estratégia por ele denominada como *abordagem do grupo pequeno*. Nessa abordagem, o professor divide os alunos em grupos de três a cinco alunos e:

Esses grupos trabalham juntos em uma tarefa de dois ou três problemas, por quinze ou vinte minutos, e durante esse tempo, o professor circula pela sala, dando ajuda quando absolutamente necessário. Quando todos os grupos tiverem resolvido os problemas, ou feito tanto progresso quanto se espera, a aula retorna à forma de discussão (SCHOENFELD, 1997, p.23).

A abordagem do grupo pequeno priorizaria o debate, que se baseia no progresso atingido pelos grupos de alunos. Por ela, as relações entre o professor e os alunos são as responsáveis pelo andamento da aula de Matemática, ou seja, pelo acesso e o processo dos alunos relacionados ao saber matemático envolvido na aprendizagem.

Pais (2005), ao apresentar a noção de *contrato didático*, utiliza três exemplos que também enfatizam a relação entre essa tríade (professor, aluno e saber matemático) e se relacionam com as questões expostas por Monereo e Gisbert (2005). No primeiro exemplo, o professor se considera o único detentor do saber. Ele considera que o aluno desconhece o que lhe vai ser ensinado, e, além disso, o professor “[...] tem a convicção de que, quanto mais clara for sua exposição, melhor será para a aprendizagem e que o aluno deve prestar muito atenção à aula, tomar notas, repetir os exercícios clássicos, estudar e fazer as provas” (PAIS, 2005, p.83). No modelo seguinte, o autor apresenta a situação em que o professor dá mais ênfase ao relacionamento entre o aluno e o saber com um pequeno acompanhamento do professor, deixando os alunos livres para estudarem os aspectos curriculares que mais lhe interessam. Esse professor, na maioria das vezes, “propõe a realização de trabalhos em grupo e faz poucas intervenções para não “atrapalhar”. [...] assim, há muito pouco controle do processo de aprendizagem, sendo que o professor pode até estimular os alunos a trabalharem, mas sua intervenção não visa ser significativa para a aprendizagem” (PAIS, 2005, p.84). Por fim, como terceiro exemplo o autor discute um avanço da situação anteriormente comentada. Ainda permanece a preocupação com o relacionamento do aluno com o saber, mas:

[...] o professor tenta estabelecer um nível de intervenção bem mais compromissado do que no exemplo anterior. Nesse caso, a aprendizagem é considerada tanto em sua dimensão individual, como em situações envolvendo pequenos grupos, a classe como um todo e até mesmo do grupo familiar. Há uma ruptura da relação entre o professor e o aluno, pois como a ênfase é atribuída na dimensão aluno conhecimento, o professor não é considerado como a fonte do conhecimento [...]. É o professor quem planeja as situações didáticas, mas isso é feito através de uma permanente vigilância entre a ação e a reflexão (PAIS, 2005, pp.84-85, grifo nosso).

E em que isso se relaciona com o que dissemos até aqui? Ora, os três exemplos de Pais (2005) evidenciam que, em vez de o inviável ser desenvolver o trabalho em equipe, o inviável é *impor essa estratégia*. Para atingir o estágio do terceiro exemplo de Pais (2005), é certo que o professor passou pelos estágios anteriores. É certo também que o resultado desse trabalho em sala é fruto da relação estabelecida entre ele e seus alunos e também daquela surgida entre os próprios alunos. E a *reflexão sobre a ação* é o diferencial para a realização dessa atividade.

E esse processo de *reflexão sobre a ação* não é exclusividade do professor. O trabalho em equipe, embora não seja a única solução para mediar os problemas escolares dos alunos, torna-se uma importante arma a seu favor. Como defendem César *et al* (2000), o trabalho em equipe é uma das soluções que apresentam resultados significativos e encorajadores para promover o debate sobre a relação entre o aluno e o conhecimento (e também entre o professor e o conhecimento), além de permitir o confronto de ideias e pontos de vista que o trabalho individual, talvez, não permite conceber. Ou seja, quando o aluno se encontra em uma “situação de pesquisa de solução de um problema, diversos procedimentos de raciocínio ocorrem sem o controle do professor. A riqueza das ideias provenientes do imaginário do aluno resume a busca de soluções do problema” (PAIS, 2005, p.71).

A própria ação do professor ao gerir as atividades dos alunos os conduz a um ambiente cooperativo de estudo, pois, o professor, ao trabalhar dessa maneira, desempenha o papel de incentivador da aprendizagem. Ao permitir o confronto de ideias entre o que o aluno pensa e o que pensam os seus colegas, o professor pressupõe a necessidade e a importância de todos estarem envolvidos na formulação e explicação de seus argumentos. Sejam eles orais, descritos ou escritos, o professor valoriza os processos de justificativa que os alunos apresentam (BRASIL, 1998). Isso nos leva a crer que a RP e o trabalho em grupo em sala de aula contribuem significativamente para uma melhor comunicação entre os personagens escolares.

A RP e o trabalho em grupo nas aulas de Matemática: a comunicação

Nos PCNEM (BRASIL, 2006), encontramos argumentos que nos permitem considerar o trabalho em grupo como um recurso que representa um importante papel para o desenvolvimento dos alunos. E esse desenvolvimento propicia também melhorias na comunicação entre esses personagens. Segundo esse documento,

Outro aspecto que se deve enfatizar é a importância da comunicação em Matemática, por ser uma competência valiosa como relato, registro e expressão [...]. A comunicação oral tem como instrumento para seu desenvolvimento o trabalho de grupo ou duplas, quando os alunos, além de aprenderem uns com os outros, precisam organizar o que sabem para se fazerem entender e, para isso, usam a linguagem que está sendo aprendida. Outro elemento importante da comunicação é a multiplicidade de formas textuais a que os alunos devem ser expostos. Gráficos, tabelas, esquemas, desenhos, fórmulas, textos jornalísticos, manuais técnicos, rótulos de embalagens, mapas são, na escola e fora dela, as diferentes linguagens e representações que o aluno deve compreender para argumentar e se posicionar frente a novas informações (BRASIL, 2006, p.126).

Assim, o ambiente de sala de aula adquire características que podem conduzir a um trabalho investigativo cooperativo. Ao propor esse trabalho, esse documento evidencia a importância de se desenvolver atividades diferenciadas em sala de aula, onde coexistem alunos diferenciados, que possibilitem o direito de todos participarem da construção do conhecimento.

Outro fato relevante, também presente nesse texto, trata da função desempenhada pela equipe escolar:

Pensar e repensar o discurso e a prática, individual ou coletivamente, nos relatos em grupos da biografia profissional de cada professor, num movimento cooperativo, de corresponsabilidade e negociação, poderá levar à convergência para o aperfeiçoamento profissional e, em última análise, para a construção da escola pretendida. Os professores com essas novas atitudes são promotores e partícipes de escolas que se reconhecem como espaços de formação profissional ininterrupta. Essas escolas estão reinventando o ensino médio e a educação básica no Brasil (BRASIL, 2006, p.141, grifo nosso).

Percebemos então que, para conseguirmos realizar a prática dessas atividades em nossas aulas, toda a comunidade escolar deveria estar envolvida de algum modo. “Finalmente, é importante lembrar que o desafio de fazer com que todos aprendam não é tarefa para um só

professor, mas pressupõe o trabalho coletivo dos diferentes professores desses alunos e do envolvimento da escola em um projeto pedagógico comum” (BRASIL, 2006, p.127). Dessa forma, a cooperação não seria encarada como uma excentricidade, ou algo fadado ao fracasso, pois todos estariam empenhados para a realização dessas tarefas.

Seguindo essa ideia, o trabalho em equipe atrelado à RP exige do professor a valorização das contribuições dos alunos. Essa capacidade de dirigir o trabalho dos alunos é uma entre as competências desejadas aos professores (PERRENOUD, 2000). Destacamos como características dessa competência as descritas por Carvalho e Gil-Pérez (2006, p.52), que se resumem basicamente em: (i) trabalhar as atividades propostas de modo a tornar possível aos alunos uma visão geral sobre ela, bem como certo interesse pela mesma; (ii) valorizar as contribuições dos alunos e realizar uma síntese coletiva das formulações propostas por eles; (iii) criar um clima de bom funcionamento da aula, posto que uma “boa disciplina” é o resultado de um bom relacionamento entre o professor e alunos e entre os alunos e (iv) dirigir o trabalho dos grupos de alunos como quem trabalha com pequenos “pesquisadores iniciantes”.

Notas

*Doutorando em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina - UEL Mestre em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática pela Universidade Estadual de Maringá - UEM. Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus de Presidente Epitácio – IFSP/PEP. Email: eniodepaula@ifsp.edu.br

**Doutora em Educação pela Educação pela Universidade Estadual de Campinas. Professora convidada do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá – UEM. Email: reginapavanello@hotmail.com

Referências

ALRÓ, Helle, SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ARAÚJO, Nelma S. R.. **A Educação de jovens e adultos e a resolução de problemas matemáticos**. 2007. 172f. .Mestrado (Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática) - Universidade Estadual de Maringá. Maringá. Disponível em:

<http://www.pcm.uem.br/dissertacoes/2007_nelma_sgarbosa_roman_araujo.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2007

BACQUET, Michelle. **Matemática sem dificuldades**: ou como evitar que ela seja odiada por seu aluno. Porto Alegre: Artmed, 2002.

BORIN, Julia. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. CAEM, IME-USP, 6ª edição, 2004.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Referenciais para a Formação de Professores**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 2002.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **PCNEM: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 2006.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: SAIZ, C. P., LERNER, D. (orgs). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

BUTTS, Thomas. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997, p. 32-49.

CARVALHO, Dione L. **Metodologia do ensino da matemática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

CARVALHO, Ana M. P.; GIL-PÉREZ, Daniel. **Formação de professores de ciências**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

CÉSAR, Margarida, et al. Interacções sociais e matemática: ventos de mudança nas práticas de sala de aula. In: MONTEIRO, C.; TAVARES, F.; ALMIRO, J.; PONTE, J. P.; MATOS, J.M.; MENEZES, L. (Orgs). **Interacções na aula de matemática**. Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática, p. 47-84, 2000.

DANTE, Luís Roberto. **Didática da resolução de problemas**. 12 ed. São Paulo: Ática, 2003.

DE PAULA, Enio Freire. **Do discutir e Resolver em Matemática: reflexões sobre a constituição de um grupo de estudos entre educadores matemáticos**. 2009. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação para a Ciência e a Matemática) — Universidade Estadual de Maringá, UEM. Maringá (PR). Orientadora: Regina Maria Pavanello. Disponível em: <<http://www.pcm.uem.br/?q=node/80&min=40&max=10>>

ECHEVERRÍA, Maria, D. P. P.; POZO, Juan, I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, Juan I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, p. 11-42, 1998.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

GARBI, Gilberto G. **O romance das equações algébricas**. São Paulo: Makron Books, 1997.

GARDNER, Martin. **Ah, apanhei-te!**: paradoxos de pensar e chorar por mais. Lisboa: Gradiva, 1997.

LOPES, Silvia E. **Alunos do ensino fundamental e problemas escolares**: leitura e interpretação de enunciados e procedimentos de resolução. 2007. 124p. Dissertação de Mestrado (Educação para a ciência e o ensino de matemática) - Universidade Estadual de Maringá, 2007. Disponível em: <http://www.pcm.uem.br/dissertacoes/2006_silvia_ednaira.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2007.

MONEREO, C.; GISBERT, D.D. **Tramas**: Procedimentos para a aprendizagem cooperativa. Porto Alegre: Artmed, 2005.

OSBORNE, Alan; KASTEN, Margaret B. Opiniões sobre a resolução de problemas no currículo para os anos 80: um relatório. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997, p.74-87.

PAIS, Luis Carlos. Transposição Didática. In: MACHADO, Silvia, D.A. et al. **Educação matemática**: uma introdução. 2. ed. São Paulo: EDUC, 2002.

PAIS, Luis Carlos. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PAIS, Luis Carlos. **Ensinar e aprender matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

PERKINS, D. A Banheira de Arquimedes. PERKINS, David. **A banheira de Arquimedes**: como os grandes cientistas usaram a criatividade e como você pode desenvolver a sua. Rio de Janeiro: Ediouro, 2002.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POLYA, George. O ensino por meio de problemas. **RPM**, São Paulo, n. 7, p. 11-16, 1985.

POZO, Juan I.; CRESPO, Miguel A. G.. A solução de Problemas nas Ciências da Natureza. In: POZO, Juan I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, p. 67-102, 1998.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular para o ensino de matemática: 1º grau**. 4 ed. São Paulo: SE/CENP, 1991.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta curricular do Estado de São Paulo: matemática**. São Paulo: SE/CENP, 2008.

SCHOEN, Harold L.; OEHMKE, Theresa. Uma nova abordagem à mensuração de habilidades para a resolução de problemas. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997, p. 299-315.

SCHOENFELD, A. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1997, p.13-31.

SINGH, Simon. **O último teorema de Fermat: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos**. Rio de Janeiro: Record, 2004.

SOUSA, Maria do Carmo. **A percepção dos professores atuantes no ensino de Matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual**. 1999. 184 f. Mestrado (Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas. Disponível em:
< <http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000188621>>. Acesso em 01 jan. 2008.

SMULLYAN, Raymond. **Alice no país dos enigmas**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2000.

STEWART, Ian. **Mania de matemática: diversão e jogos de lógica e Matemática**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2005.

TAHAN, M. **O homem que calculava**. 56ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2002.

Recebido em: Fevereiro de 2015
Aprovado em: Novembro de 2015