

## **AS FACES DA COMBINATÓRIA NO COTIDIANO**

Pablo Egidio Lisboa da Silva\*  
Maria de Jesus Gomes da Cunha\*\*  
Cristiane Azevedo dos Santos Pessoa\*\*\*

**Resumo:** As situações envolvendo a Combinatória são vivenciadas constantemente em nosso cotidiano. Somos submetidos frequentemente a fazer escolhas, como, por exemplo, qual a roupa adequada ou a melhor maneira para organizar objetos em prateleiras de uma estante. Na sala de aula é importante que os exemplos sejam propostos a partir de situações do dia a dia, para que esse conhecimento seja formalizado eficazmente. A habilidade na resolução de problemas práticos primeiramente é vivenciada no cotidiano e só depois na sala de aula. Sendo assim, o conhecimento do aluno é resultado das experiências escolares e extraescolares. Diante desses fatos, a oficina aqui relatada pretendeu trabalhar problemas combinatórios (produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação) e estimular a capacidade de organizar e elaborar problemas que envolvam o raciocínio combinatório. Para atingir os objetivos pretendidos, utilizamos situações comuns do dia a dia e fizemos uso de materiais manipuláveis para facilitar e dinamizar o trabalho. Concluímos que a inserção do material manipulável e as experiências cotidianas possibilitaram uma maior adesão às atividades e à construção dos conceitos da Combinatória de forma mais efetiva.

**Palavras-chave:** Combinatória. Materiais manipuláveis. Contextualização.

## **THE SIDES OF COMBINATORICS IN DAILY LIFE**

**Abstract:** We constantly experience situations involving combinatorics in everyday life. We are subject to make choices regularly, such as choosing an article of clothing or a better way to organize objects on the shelves of a bookshelf. It is important that teachers offer examples from real-life situations so that their students can shape their knowledge effectively. The ability to solve practical problems precedes school teaching and learning. The students' knowledge, hence, results of extracurricular and curricular experiences. The workshop reported here intended to work combinatorial problems (cartesian product, arrangement, permutation, and combination) and stimulate the students' skill in organizing and developing problems involving combinatorial reasoning. In order to achieve the intended goals, we used daily situations and manipulable objects to make the activities easier and more meaningful to have the students motivated. We noticed that the insertion of manipulable objects made possible both a greater adherence to the activities and a more effective understanding of combinatorial mathematics.

**Keywords:** Combinatorics. Manipulable objects. Context.

### **Introdução**

Perez (1999), sinalizando possíveis falhas na formação superior, defende a elaboração de um processo mais eficaz, que leve os alunos a constituírem conhecimentos que os tornem agentes protagonistas na ação educativa. Defende a importância de mudar o paradigma de um professor introduzido num processo preestabelecido e normativo para o de professor

competente e comprometido, que controle, por si mesmo, seu processo profissional e os recursos necessários para ativar esse processo.

Questões relacionadas com a prática pedagógica nos cursos de formação de professores já foram discutidas por Lorenzato (2006), como podemos constatar na afirmação que segue:

É inconcebível que, em suas salas, os professores desses cursos realcem a necessidade da autoconstrução do saber, a importância de métodos ativos de aprendizagem, o significado dos sentidos para a aprendizagem, o respeito às diferenças individuais, mas, na prática de ensino e no estágio supervisionado, os seus alunos não disponham de instrumentos para a realização da prática pedagógica (LORENZATO, 2006, p.10).

Pais (2013, p.27) afirma que “escolher um método para orientar a prática pedagógica significa aceitar e praticar certo número de princípios que atendam às finalidades da educação e às especificidades da disciplina escolar”. Dessa forma, defende que é possível fazer articulações entre representações e conceitos.

Pensando nisso, propomos uma oficina sobre Combinatória que se desvincula do quadro e do giz e trabalha a Matemática como fonte estimuladora do raciocínio e da criatividade, afastando-se da transmissão de conhecimentos, dos exercícios de fixação e da repetição exaustiva.

### **O raciocínio combinatório**

Segundo Pessoa (2009), uma das primeiras aprendizagens matemáticas da criança é contar os elementos de diferentes conjuntos, ou seja, enumerar esses elementos para determinar quantos existem. Conforme esta pesquisadora, o raciocínio combinatório auxilia na compreensão de conteúdos matemáticos e na compreensão de outras áreas do conhecimento, como é o caso do estudo das probabilidades, por exemplo. Isso acontece pelo fato de que este tipo de raciocínio proporciona que sejam levantadas possibilidades e que se faça uma análise das combinações possíveis. Para Pessoa (2009), o raciocínio combinatório é uma forma de pensar que pode sofrer influência de situações escolares, mas também de situações extraescolares.

Ao se trabalhar com Combinatória nos anos iniciais, e também nos anos finais do Ensino Fundamental, “o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos” (BRASIL, 1998, p.52), mas propor ao aluno “lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo” (BRASIL, 1998, p.52).

### **Classificação dos tipos de Problemas Combinatórios utilizada nesta oficina**

Pessoa e Borba (2009) classificaram os significados dos problemas de raciocínio combinatório em: *produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação*. Essa classificação abrange desde problemas trabalhados a partir dos anos iniciais de escolarização (produtos cartesianos) até situações combinatórias, abordadas formalmente no Ensino Médio (arranjos, permutações e combinações). A partir desta classificação, foram trabalhados os problemas desta oficina.

Pessoa e Borba (2009) esclarecem os aspectos que sustentam essa classificação apresentando as características de cada tipo de problema, na seguinte conformidade:

- **Produto Cartesiano:** Dados dois (*ou mais*) conjuntos distintos, os mesmos serão combinados para formar um novo conjunto. A natureza dos conjuntos é distinta do novo conjunto formado. Dependendo do contexto, a ordem dos elementos poderá ou não gerar novas possibilidades.
- **Permutação:** Todos os elementos do conjunto dado são usados em diferentes ordens para formar as permutações;
- **Arranjo:** De um grupo maior, alguns subgrupos são organizados e a ordem dos elementos gera novas possibilidades, sendo importante na composição destas possibilidades;
- **Combinação:** De forma semelhante aos problemas de arranjo, tem-se um conjunto maior e dele são selecionados elementos para formar subconjuntos. Porém, de forma diferente do arranjo, a ordem dos elementos não gera novas possibilidades.

## **O uso de materiais manipuláveis no ensino de Matemática**

Os materiais manipuláveis são um recurso didático que auxiliam no processo de ensino e possibilitam a aquisição de uma aprendizagem dinâmica, à mediada em que reproduz de maneira palpável o objeto que será estudado. Os materiais manipuláveis devem ser pensados, elaborados, construídos, testados e aplicados em diversas situações para serem avaliados (D'AMORE, 2007).

De acordo com Lorenzato (2006), muitos educadores de diferentes épocas foram simpatizantes do uso de materiais manipuláveis, pois, acreditavam que sua utilização no ensino de Matemática mediará a aprendizagem.

Embora o uso de materiais manipuláveis não seja a única maneira de ensinar os conceitos e/ou assuntos de Matemática, podemos ver que, para alguns, as aulas em que os conceitos e/ou conteúdos matemáticos são apresentados com os materiais manipuláveis fazem com que a disciplina seja vista de forma mais atraente.

Não se pretende aqui afirmar que o uso de materiais manipuláveis irá resolver todas as dificuldades encontradas no ensino e na aprendizagem da Matemática. Defende-se, porém, uma prática pedagógica facilitadora, que proporcione a construção dos conceitos que estão sendo trabalhados em sala de aula.

### **Situando e descrevendo a oficina**

Por ocasião da realização da Semana Nacional de Ciência e Tecnologia sob o tema "*Ciência, Saúde e Esporte*", realizada no polo Recife, pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), em 2013, buscou-se elaborar uma oficina que, trabalhando com materiais manipuláveis, pudesse contribuir para uma compreensão mais ampla sobre problemas matemáticos que trazem em sua estrutura o raciocínio combinatório e, assim, buscar promover a construção de conhecimentos necessários que deem suporte à percepção de conceitos relacionados à Combinatória. A oficina foi destinada à comunidade acadêmica da UFPE e tinha como objetivos trabalhar problemas combinatórios e estimular a capacidade de organizar e elaborar problemas que envolvam o raciocínio combinatório, promovendo um diálogo sobre o tema. Participaram desta oficina 19 alunas do curso de Pedagogia que

estavam cursando o 5º e o 6º períodos da graduação. As atividades propostas foram resolvidas em grupos formados a partir das escolhas das alunas e a única solicitação foi relacionada à quantidade de componentes (quatro ou cinco por grupo). Após a formação dos grupos, foi solicitado que as alunas justificassem a escolha dos componentes. Os grupos foram categorizados como G1, G2, G3 e G4.

A oficina teve a duração de quatro horas e foi dividida em seis momentos, os quais estão esquematizados no Quadro 1.

**Quadro 1:** Etapas em que a oficina foi executada

<b>MOMENTOS</b>	<b>ATIVIDADES PROPOSTAS</b>	<b>OBJETIVO DA ATIVIDADE</b>
<b>1º Momento</b> (primeira parte)	Apresentação: falar sobre o interesse pela oficina, as expectativas, a formação e atuação profissional.	Conhecer o interesse dos participantes pela oficina, suas expectativas, sua formação e atuação profissional.
<b>1º Momento</b> (segunda parte)	Comentários introdutórios e informais sobre a Combinatória.	Iniciar a discussão sobre situações do cotidiano em que o indivíduo necessita fazer escolhas e ordenar elementos.
<b>2º Momento</b>	Divisão dos participantes em grupos: propor uma discussão entre os presentes na oficina, visando a estabelecer critérios para a escolha dos componentes desses grupos. Analisar as propostas de escolha e definir o critério que será utilizado.	Estabelecer critérios de organização dos participantes, iniciando, assim, a discussão sobre o critério de escolha inerente à Combinatória.
<b>3º Momento</b>	Resolução de problemas e discussão sobre suas características. Os participantes teriam que atender as solicitações: 1- Resolução de quatro problemas combinatórios, um de cada tipo (produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação); 2- Apresentação e discussão da resolução dos problemas; 3- Discussão sobre as principais características dos problemas resolvidos.	Sistematizar, conjuntamente com os participantes, as características principais dos problemas combinatórios, a partir das resoluções.
<b>4º Momento</b>	Elaboração e avaliação de problemas. Cada grupo deveria elaborar um problema e trocar com outro grupo para resolver, avaliar e corrigir a produção um do outro.	Familiarizar-se com a elaboração e características de problemas combinatórios.
<b>5º Momento</b>	Discussão sobre o conceito de Combinatória e sobre a Combinatória nos livros didáticos.	Sistematizar a discussão e formular o conceito sobre Combinatória, já conhecida a importância dos <i>invariantes</i>

		(propriedades características dos tipos de problemas, de acordo com Vergnaud (1986)).
<b>6º Momento</b>	Avaliação da oficina	Identificar quais as principais dificuldades e facilidades ocorridas durante a oficina.

A seguir, estão os problemas propostos e as respectivas imagens dos cartões utilizados como material manipulativo:

**1º Problema:** Ana Carolina, que é uma pessoa bastante “atenada” com as tendências da moda, decidiu participar da oficina sobre “As faces da Combinatória no cotidiano” na semana de ciência e tecnologia. Ao abrir seu guarda-roupa, viu que possuía uma blusa rosa, uma amarela com listras brancas e uma azul com listras brancas; tinha também uma saia rosa, uma lilás, uma cinza e outra verde e dois pares de sandálias (um par preto e outro marrom). Quais são todas as maneiras que Ana Carolina pode compor seu vestuário?

**Figura 1:** Opções para compor o vestuário



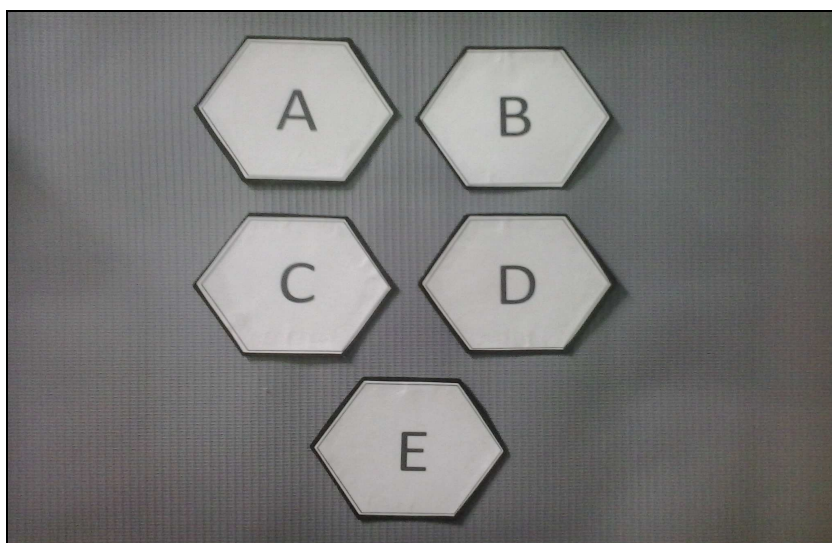
**Fonte:** Os autores

**2º Problema:** Ao chegar da escola, Thayanne decidiu arrumar os livros de Matemática, Português e Ciências na prateleira que fica em seu quarto. De quantas maneiras ela poderá organizá-los?

**Obs.** As fichas que foram oferecidas destinavam-se apenas para a resolução da 1ª, da 3ª e da 4ª questões, pois esperávamos analisar, na resolução da 2ª questão, se na ausência de materiais manipuláveis, as estudantes utilizariam seus próprios recursos.

**3º Problema:** Na escola Ponto de Interseção, foi feita uma gincana que envolveu cinco turmas do Ensino Fundamental (turmas A, B, C, D e E). A premiação será distribuída às duas primeiras turmas que conseguirem a melhor pontuação geral. Quais os possíveis resultados dessa gincana para o 1º e o 2º lugar?

**Figura 2:** Fichas representando as turmas de uma escola



**Fonte:** Os autores

**4º Problema:** A academia Vida Saudável oferece um pacote, com pagamento único, composto por três modalidades esportivas, que poderá ser definido pelo próprio cliente dentre as seguintes modalidades: Boxe, Natação, Dança de salão, Musculação e Jump. Quantos pacotes possíveis poderão ser formados com as modalidades esportivas oferecidas pela academia?

**Figura 3:** Fichas representativas das modalidades esportivas



**Fonte:** Os autores

### **Discussão sobre os resultados**

Após os participantes terem proferido seus interesses e expectativas relacionados com a oficina e também discorrido sobre sua atuação profissional, foram apresentadas algumas situações comuns no cotidiano em que é necessário fazer escolhas como, por exemplo, escolher a blusa que deverá usar para ir a um passeio diante das possibilidades disponíveis em seu guarda-roupa, além de precisar escolher se usará um *short* ou uma calça *jeans* para compor esse figurino. Foi acrescentada à discussão a seguinte questão: há diferença no figurino se eu escolher o *short* ou a calça *jeans* primeiro e depois a blusa? Ou sempre tenho que escolher a blusa antes? Com isso, iniciamos a discussão sobre o invariante da ordem pertencente aos problemas combinatórios.

Mediando as discussões e direcionando-as de forma convergente, com o objetivo de chamar a atenção dos participantes da oficina para os *invariantes* da *escolha* e da *ordem* inerentes aos problemas combinatórios, iniciou-se o segundo momento da oficina, em que propusemos que entre os 19 participantes, fossem formados grupos de quatro ou cinco componentes. Os grupos foram formados por escolha das participantes e os critérios utilizados



foram variados: afinidade, proximidade e estar participando de mesmo grupo de trabalho em disciplinas do curso de Pedagogia, foram alguns dos critérios mais citados. Definido o critério para a divisão dos grupos, sistematizamos o significado do critério de *escolha* nos problemas combinatórios, mostrando que esse critério pode mudar de acordo com cada situação-problema e suas características, como puderam perceber ao ter que fazer escolhas para a formação dos grupos de trabalho, e lançamos o seguinte questionamento: a ordem de escolha dos participantes de cada grupo altera a formação do mesmo?

Diante das respostas “sim” e “não”, as alunas participantes da oficina constataram que o critério da *ordem* pode interferir em algumas situações, gerando novas possibilidades de formação dos grupos, assim como pode não interferir. Dessa forma, sinalizamos a existência de problemas em que a ordem entre os elementos pode gerar um novo agrupamento, e outros em que esse critério não origina novas formações.

Iniciamos o terceiro momento fornecendo, para cada grupo, quatro questões que envolviam o raciocínio combinatório, porém, sem identificar qual o tipo de problema (produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação) cada uma representava. Cada grupo recebeu também um conjunto de cartões confeccionados com papel guache de fundo preto e contendo imagens ilustrativas para que pudessem manipular ao resolverem três das quatro questões propostas. Para a questão que não entregamos os cartões, por se tratar de uma questão cujo contexto é arrumação de livros em uma prateleira, esperávamos que as participantes fizessem uso de livros e/ou cadernos que as mesmas traziam consigo, o que ocorreu conforme nossas expectativas em um dos grupos. Os demais grupos resolveram a questão proposta por meio de listagens compostas pelas iniciais que representavam cada matéria: M – Matemática, P – Português e C – Ciências.

Após a resolução das questões, promovemos uma discussão acerca da resolução de cada uma delas, com o objetivo de descrever as principais características dos problemas, porém, ainda sem defini-los, ou seja, até este momento, os participantes trabalharam com os quatro problemas sem classificá-los como fazendo parte de uma das quatro categorias de problemas combinatórios citadas anteriormente.

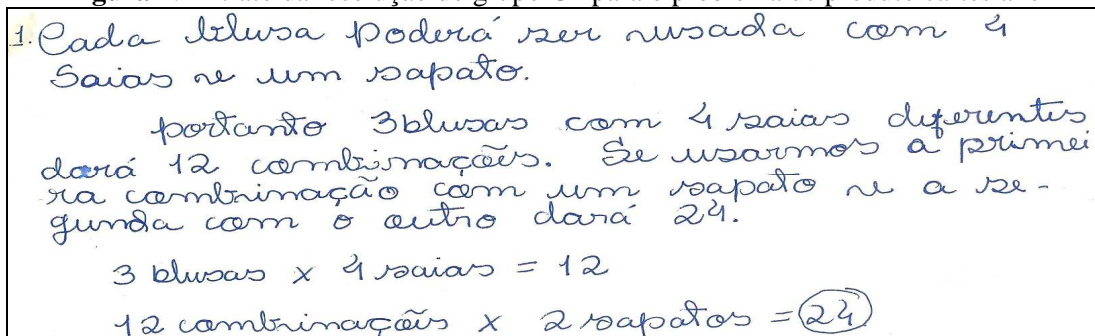
Apresentamos, a seguir, alguns extratos retirados dos protocolos utilizados nesta oficina.

A primeira questão que comentaremos trata-se de um produto cartesiano.

**Ana Carolina, que é uma pessoa bastante “atenada” com as tendências da moda, decidiu participar da oficina sobre “As faces da Combinatória no cotidiano” na semana de ciência e tecnologia. Ao abrir seu guarda-roupa, viu que possuía uma blusa rosa, uma amarela com listras brancas e uma azul com listras brancas; tinha também uma saia rosa, uma lilás, uma cinza e outra verde e dois pares de sandálias (um par preto e outro marrom). Quais são todas as maneiras que Ana Carolina pode compor seu vestuário?**

Em momento algum tínhamos a intenção de avaliar se a resposta dada pelos grupos de trabalho estava correta ou não. Procuramos proporcionar uma discussão que permitisse a sistematização das características principais que cada tipo de problema explorado apresentava. O grupo G1 deu a seguinte resposta:

**Figura 4:** Extrato da resolução do grupo G1 para o problema de produto cartesiano



1. Cada blusa poderá ser usada com 4 Saias e um sapato.  
portanto 3 blusas com 4 saias diferentes dará 12 combinações. Se usarmos a primeira combinação com um sapato e a segunda com o outro dará 24.  
 $3 \text{ blusas} \times 4 \text{ saias} = 12$   
 $12 \text{ combinações} \times 2 \text{ sapatos} = (24)$

**Fonte:** Os autores

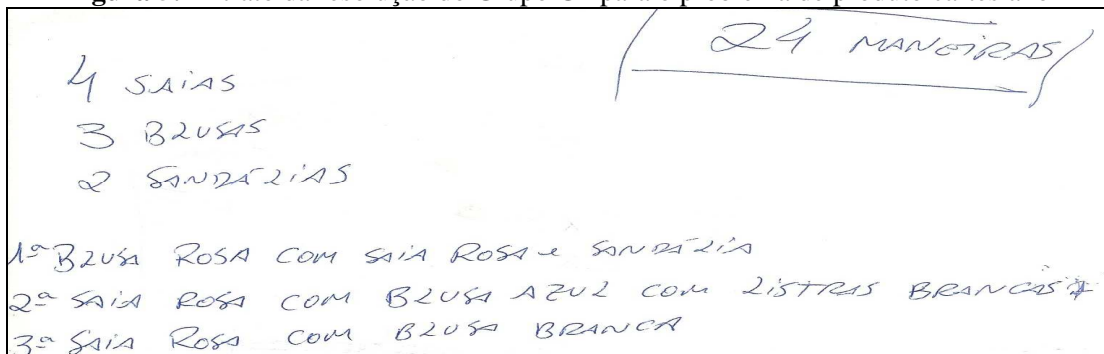
Lembrando que, para resolver esta questão, os participantes receberam o material descrito na Figura 1.

O grupo G1 demonstrou ter percebido as relações possíveis existentes entre os três conjuntos de objetos contidos neste problema: o conjunto composto pelas blusas, o conjunto composto pelas saias e o conjunto composto pelas sandálias, utilizando o Princípio Multiplicativo.

O fornecimento do material manipulável foi para que cada grupo, especificamente na situação trazida nesta questão, tivesse a oportunidade de listar todas as maneiras possíveis de vestuários que seriam compostos com as opções de roupas e calçados disponíveis. Embora percebamos que a quantidade total de composições de roupas foi descrita de forma correta (24 combinações), não foram listadas todas as maneiras solicitadas na questão, possivelmente porque o grupo não considerou necessário.

O grupo G2 iniciou o processo de listagem das possibilidades, porém, ao que parece, percebeu que não seria necessário listar todas as possibilidades e generalizou a partir do procedimento utilizado, ou seja, se para compor cada vestuário é preciso de uma blusa, uma saia e uma sandália e têm-se disponíveis 4 saias, 3 blusas e 2 pares de sandálias, a quantidade solicitada é de 24 maneiras, das quais foram descritas incompletamente apenas três, como pode ser visto na Figura 5.

**Figura 5:** Extrato da resolução do Grupo G2 para o problema de produto cartesiano



**Fonte:** Os autores

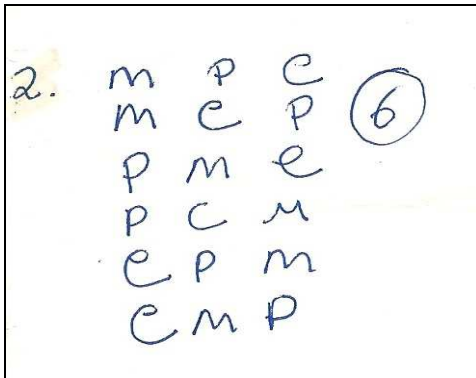
Apesar de ter sido solicitada a resolução dos problemas por todos, os outros dois grupos, G3 e G4, não apresentaram resposta para esta situação-problema.

A segunda questão tratava de um problema de permutação cujo contexto é o seguinte:

*Ao chegar da escola, Thyanne decidiu arrumar os livros de Matemática, Português e Ciências na prateleira que fica em seu quarto. De quantas maneiras ela poderá organizá-los?*

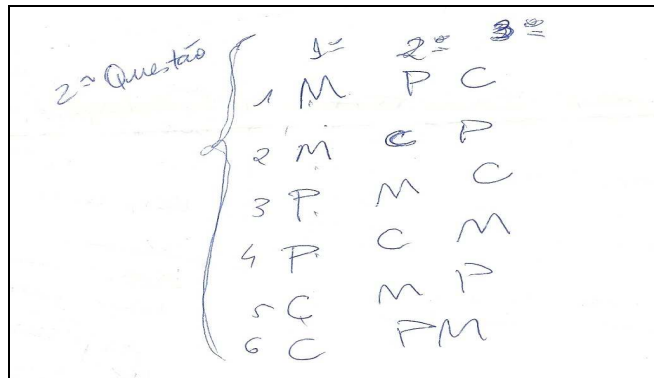
Nesta questão, esperava-se sistematizar as características do problema do tipo permutação, ou seja, a utilização de todos os elementos do conjunto em diferentes ordens para originar novos agrupamentos.

**Figura 6:** Extrato do grupo G1  
ao resolver o problema de permutação



**Fonte:** Os autores

**Figura 7:** Extrato do grupo G2  
ao resolver o problema de permutação



**Fonte:** Os autores

De forma diferente da questão anteriormente descrita, para esta não foram disponibilizadas fichas como material manipulativo e, com isso, pretendíamos verificar quais estratégias os grupos utilizariam para resolver a questão e se iria diferir das utilizadas nas questões em que foram disponibilizados materiais.

Pelos extratos ilustrados nas Figuras 6 e 7, percebe-se que houve a utilização de todos os elementos em cada agrupamento de livros possíveis de serem feitos e que os participantes dos grupos perceberam que a mudança da ordem geraria uma nova possibilidade de arrumação, demonstrando esse fato por meio da elaboração de uma listagem contendo todas as seis possibilidades.

Percebemos que as estratégias representadas no papel se assemelharam às utilizadas nos problemas em que foram disponibilizados os materiais, pois, nos problemas de produto cartesiano, arranjo e combinação, nos quais foram disponibilizados materiais, as alunas iniciavam usando as fichas, mas precisavam registrar no papel as suas estratégias e estas, em sua maioria, eram de listagem, assim como ocorreu neste problema, de permutação.

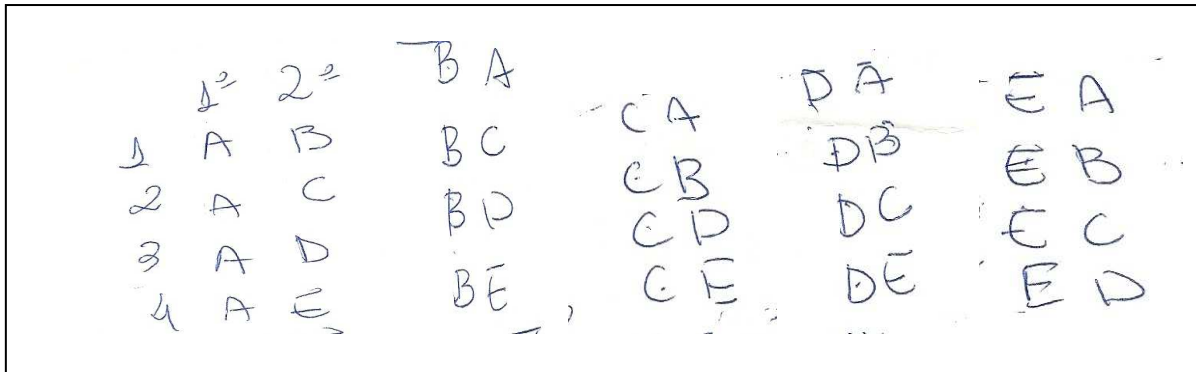
Esta questão também não foi respondida pelos grupos G3 e G4.

A terceira questão trata de um problema de arranjo. Nela, esperávamos sistematizar as características deste tipo de problema combinatório no qual se pode formar agrupamentos de 1, 2, 3, . . . , n elementos, ou seja, de um grupo maior, subgrupos serão formados, e a ordem entre eles possibilita a construção de novos agrupamentos.

*Na escola Ponto de Interseção, foi feita uma gincana que envolveu cinco turmas do Ensino Fundamental (turmas A, B, C, D e E). A premiação será distribuída às duas primeiras turmas que conseguirem a melhor pontuação geral. Quais os possíveis resultados dessa gincana para o 1º e o 2º lugar?*

Esta terceira situação-problema foi resolvida pelos grupos G2 e G3. Veremos, a seguir, o protocolo do grupo G2, exposto na Figura 8.

**Figura 8:** Extrato do grupo G2 ao resolver o problema de arranjo

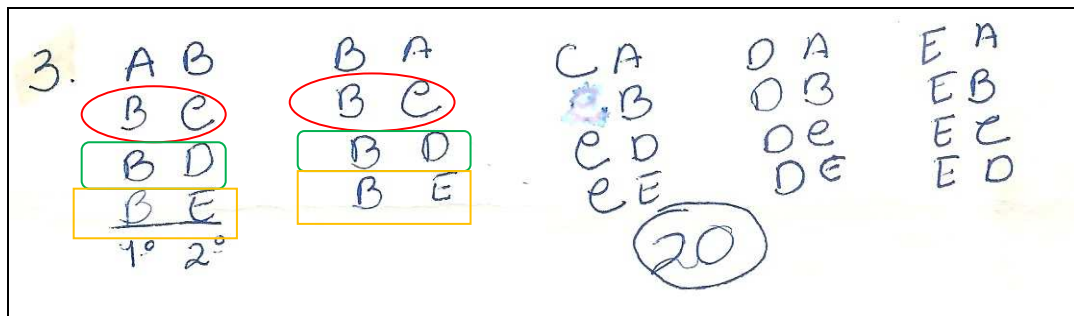


**Fonte:** Os autores

Para auxiliar na resolução desta questão, foi fornecido o conjunto de fichas descrito na Figura 2.

Como podemos observar na Figura 8, o critério da ordem foi claramente identificado pelos alunos do grupo G2 e a forma como as possibilidades foram descritas permitiu aos estudantes esgotarem as possibilidades nas quais a turma A seria a 1ª colocada, depois a turma B, e o mesmo com as turmas C, D e E. Entretanto, o grupo G1, apesar de informar a quantidade correta para os resultados possíveis da gincana, não observou corretamente o critério da ordem, descrevendo assim agrupamentos repetidos, como pode ser visto na Figura 9 abaixo.

**Figura 9:** Extrato do grupo G1 ao resolver o problema de arranjo



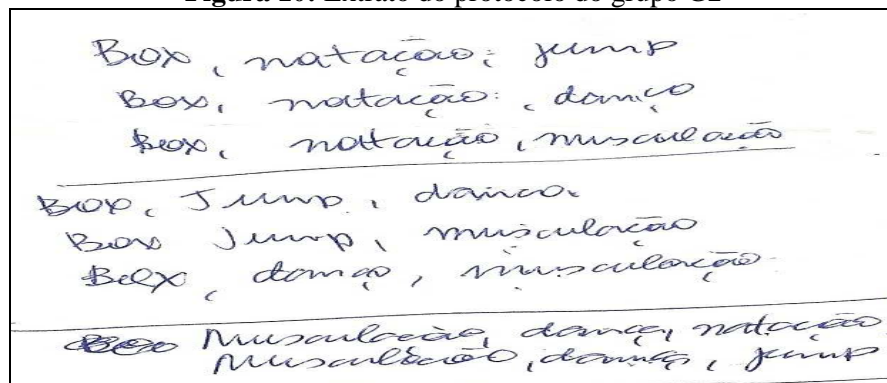
Fonte: Os autores

A quarta questão tratava de uma combinação, na qual, por intermédio de sua resolução, buscamos sistematizar que neste tipo de problema, mesmo alterando a ordem em que os elementos estão dispostos, não é possível originar novos agrupamentos. Para auxiliar os alunos a resolverem esta questão, fornecemos o conjunto de fichas descrito na Figura 3.

*A academia Vida Saudável oferece um pacote, com pagamento único, composto por três modalidades esportivas, que poderá ser definido pelo próprio cliente dentre as seguintes modalidades: Boxe, Natação, Dança de salão, Musculação e Jump. Quantos pacotes possíveis poderão ser formados com as modalidades esportivas oferecidas pela academia?*

Dentre os quatro grupos de alunos que fizeram parte desta oficina, somente o grupo G4 não respondeu a esta questão; os grupos G2 e G3 responderam de forma parcial, escolheram o processo de listagem como forma de resolução, mas não conseguiram esgotar todas as possibilidades. Veremos, a seguir, na Figura 10, a resolução do grupo G2.

**Figura 10:** Extrato do protocolo do grupo G2

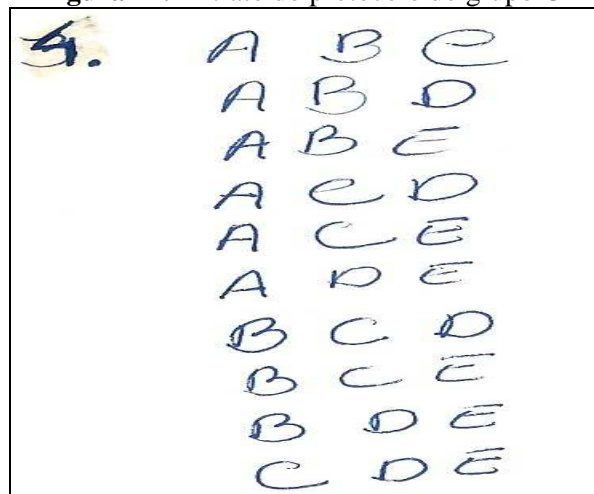


Fonte: Os autores

Mesmo não tendo conseguido esgotar todas as possibilidades, é possível perceber que os alunos deste grupo compreendem que, alterando a ordem dos elementos dentro de cada agrupamento formado, não se configurará a existência de uma nova possibilidade de pacote promocional, o que consideramos um ganho para o processo de conceitualização da Combinatória.

A resposta do grupo G1 chamou nossa atenção pelo fato de terem criado um processo de codificação diferenciado para resolver a questão, listando as possibilidades sem o uso do material. Embora tendo recebido o conjunto de cartões demonstrado na Figura 3, o grupo mostrou-se bastante independente para escolher a maneira conveniente para encontrar o que a questão solicitou (ver Figura 11, a seguir).

**Figura 11:** Extrato do protocolo do grupo G1



**Fonte:** Os autores

Diante de toda essa discussão acerca da resolução das questões propostas, ficou sistematizado no grupo geral que existe:

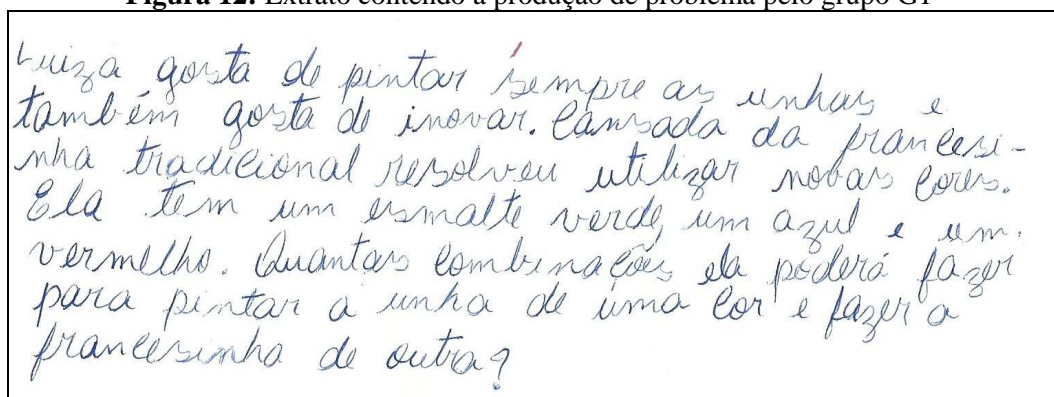
- Um tipo de problema combinatório que é originado a partir da relação entre dois ou mais conjuntos e que a ordem dos seus elementos poderá ou não originar um novo agrupamento, será classificado por problema do tipo produto cartesiano;
- Um tipo de problema combinatório em que há um conjunto em que todos os seus elementos sempre serão utilizados e, independentemente da ordem em que

estiverem, sempre darão origem a novos agrupamentos, será classificado por problema do tipo permutação;

- Um tipo de problema que tem um conjunto em que a partir dos seus elementos poderão ser formados agrupamentos com apenas alguns deles e que a ordem em que esses elementos estão dispostos gera um novo agrupamento, será classificado por problema do tipo arranjo;
- Outra categoria de problema combinatório em que alguns de seus elementos são utilizados para formar novos agrupamentos, porém, mesmo alterando a ordem desses elementos, não se configura a formação de um agrupamento novo, será classificado por problema do tipo combinação.

Iniciando o 4º momento, queríamos saber se, após toda a discussão anterior, era possível que cada grupo elaborasse um problema que possuísse as características de um dos que foram trabalhados até aquele momento. Propusemos essa atividade antes de finalizarmos o processo de conceitualização dos tipos de problemas combinatórios e três dos quatro grupos (exceto o G4) elaboraram uma questão conforme solicitado. Abaixo, apresentaremos como exemplos os extratos contendo os problemas elaborados pelos grupos G1 e G2.

**Figura 12:** Extrato contendo a produção de problema pelo grupo G1<sup>1</sup>



Luiza gosta de pintar sempre as unhas e também gosta de inovar. Cansada da francesinha tradicional resolveu utilizar novas cores. Ela tem um esmalte verde, um azul e um vermelho. Quantas combinações ela poderá fazer para pintar a unha de uma cor e fazer a francesinha de outra?

**Fonte:** Os autores

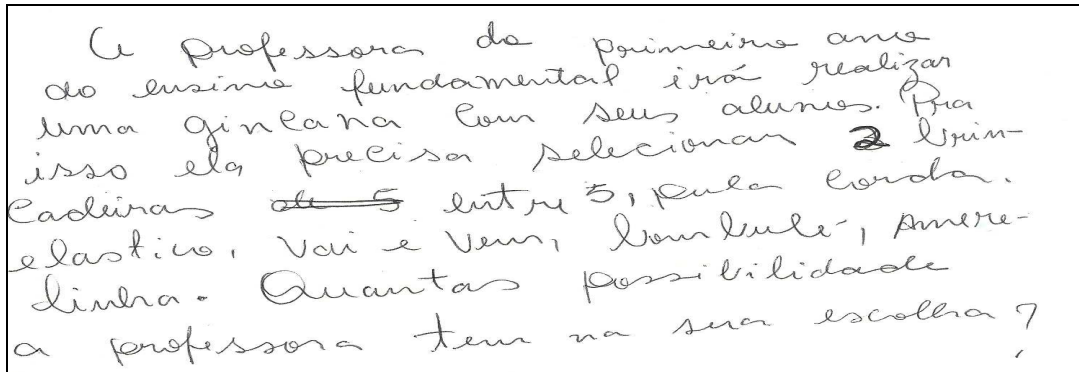
O grupo G1 optou por elaborar um problema que fosse do tipo que, de um conjunto maior contendo três elementos, pudessem ser escolhidos dois desses elementos para compor o

<sup>1</sup> Luiza gosta de pintar sempre as unhas e também gosta de inovar. Cansada da francesinha tradicional, resolveu utilizar novas cores. Ela tem um esmalte verde, um azul e um vermelho. Quantas combinações ela poderá fazer para pintar a unha de uma cor e fazer a francesinha de outra?



agrupamento esperado e que a ordem em que esses elementos serão utilizados configurará uma nova possibilidade de agrupamento.

**Figura 13:** Extrato contendo a produção de problema pelo grupo G2<sup>2</sup>



A professora do primeiro ano do ensino fundamental irá realizar uma gincana com seus alunos. Para isso ela precisa selecionar 2 brincadeiras de 5 entre 5, pula corda, elástico, vai e vem, bambolê, amarelinha. Quantas possibilidades a professora tem na sua escolha?

**Fonte:** Os autores

O grupo G2 fez a escolha por elaborar um problema cujas características são as seguintes: de um grupo maior, poderão ser escolhidos agrupamentos menores e a modificação da ordem em que os elementos se encontram não gerará novos agrupamentos.

Consideramos que, dos grupos que se propuseram a elaborar um problema combinatório, estes descritos nas Figuras 12 e 13 mostraram ter percebido as características *invariantes* da ordem e da escolha, as quais são essenciais no processo de diferenciação dos problemas combinatórios.

Após todo esse percurso metodológico, iniciamos o 5º momento desta oficina. Nosso objetivo nesta etapa era, a partir de tudo o que foi discutido até aquele momento, sistematizar e definir cada tipo de problema combinatório, dando a cada um deles uma classificação conforme suas características principais. A classificação está conforme a organização elaborada por Pessoa e Borba (2009) para problemas combinatórios.

O 6º momento foi reservado para que os participantes avaliassem o percurso metodológico utilizado nesta oficina, assim como avaliassem a carga horária em que foi ministrada e se a oficina atendeu às suas expectativas e de que forma. As avaliações das alunas em relação à oficina foram positivas. Algumas indicaram que os problemas são

---

<sup>2</sup>A professora do primeiro ano do ensino fundamental irá realizar uma gincana com seus alunos. Para isso ela precisa selecionar 2 brincadeiras entre 5, pula corda, elástico, vai e vem, bambolê, amarelinha. Quantas possibilidades a professora tem na sua escolha?

difíceis, mas que, com o uso de materiais e a possibilidade de resolver os problemas da forma como sabiam, facilitou a compreensão.

### **Considerações**

Na oficina aqui apresentada, percebe-se que, ao elaborar problemas, as alunas se utilizaram de contextos referentes às suas vivências. Assim, acreditamos que contextos mais próximos do dia a dia dos alunos poderão ser facilitadores da aprendizagem. Em relação aos materiais manipulativos, pelos resultados encontrados no presente relato, percebe-se que o material serviu como apoio ao pensamento das alunas, entretanto, muitas delas preferiram registrar suas ideias através da listagem de possibilidades. Cabe ressaltar que a oficina foi aplicada a adultos, se fosse realizada com crianças, poderíamos obter resultados diferentes. Apesar disso, acreditamos que o material ou outra estratégia que sirvam como suportes ao pensamento podem auxiliar na compreensão de conceitos.

O trabalho envolvendo um conteúdo como a Combinatória possivelmente requer uma atenção redobrada do professor. Artifícios como a utilização de uma contextualização adequada, que forneça um sentido prático aos alunos, assim como a utilização de jogos e recreações vinculados ao cotidiano deles, pode representar um caminho que favoreça o aprendizado.

Pais (2011) aponta que a educação escolar deve ser iniciada pela vivência do aluno. Segundo ele, o desafio didático consiste na estruturação das condições para que ocorra uma evolução desta situação inicial. Neste sentido, a utilização de contextos que fazem parte das discussões presentes no cotidiano da maioria dos jovens, contribui para uma maior adesão às discussões levantadas durante o processo de conceitualização dos problemas matemáticos, em especial os de Combinatória.

Sabe-se do pouco tempo disponível que a maioria dos professores brasileiros dispõe para preparar suas aulas, assim como se entende as dificuldades encontradas por estes profissionais diariamente. Porém, consideramos imprescindível que, antes de ministrar qualquer conteúdo, haja uma maior preocupação com a transposição adequada do saber científico para o saber escolar, de forma que o processo compreendido entre o ensino e a aprendizagem se torne mais eficaz.

Desejamos, por intermédio deste relato de experiência, demarcar um caminho possível de ser trilhado por professores em suas práticas diárias, transformando suas aulas em pequenas oficinas que estimulem a utilização dos conhecimentos já trazidos por cada aluno, valorizando e explorando seu raciocínio lógico argumentativo, motivando-o pela busca do conhecimento.

### Notas

\*Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE. Secretaria de Educação de Pernambuco (SEDUC). E-mail: [pabloegidio@gmail.com](mailto:pabloegidio@gmail.com).

\*\*Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE. Secretaria de Educação de Pernambuco (SEDUC). E-mail: [mariajgcunha@outlook.com](mailto:mariajgcunha@outlook.com).

\*\*\*Doutora em Educação. Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino e Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). E-mail: [cristianepessoa74@gmail.com](mailto:cristianepessoa74@gmail.com).

### Referências

BRASIL, MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. 3º e 4º ciclos. Secretaria de Ensino Fundamental, 1998.

D'AMORE, B. **Elementos da Didática da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

LORENZATO, S. **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas. SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores).

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. – 3.ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática** – 2.ed.- 1. reimp.- Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PEREZ, G. Desenvolvimento profissional. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo. Editora da UNESP, 1999, pp.263-282.

PESSOA, C. **Quem dança com quem: o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio**. (Tese Doutorado) - Programa de Pós-graduação em Educação da UFPE. Recife: UFPE, 2009.

PESSOA, C; BORBA, R. A compreensão do raciocínio combinatório por alunos do 2º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio. **Anais... IV SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasília, 2009.



VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, 1, 1986.

**Recebido em: Fevereiro de 2015**  
**Aprovado em: Novembro de 2015**