revista
PARANAENSE
DE EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANÁLISE DE REGISTROS ORAIS E ESCRITOS

Louise dos Santos Lima*
Claudia Segadas**

Resumo: Este trabalho apresenta uma investigação realizada com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental utilizando a metodologia de ensino–aprendizagem de matemática via resolução de problemas. Tem como objetivo verificar o desempenho dos alunos em uma situação em que são chamados a formularem um problema a partir de uma figura dada. Analisaremos, entre outros aspectos, a expressão oral e escrita destes alunos. Em geral verificamos que os alunos compreendem algumas estruturas necessárias para compor um problema, mas têm dificuldade na passagem da fala para a escrita, o que sugere mais atenção por parte dos professores para auxiliar nesta passagem.
Palavras-chave: Formulação de problemas. Generalização de padrões. Ensino de Matemática.

FORMULATION OF PROBLEMS RELATED TO GENERALIZATION OF PATTERNS BY STUDENTS FROM ELEMENTARY SCHOOL: ANALYSIS OF ORAL AND WRITTEN REGISTERS

Abstract: This paper presents an investigation conducted with students from the 9th year of elementary school using the methodology of teaching - learning mathematics through problem solving. The aim of it was to verify the performance of students in a situation where they are called to formulate a problem from a given picture. We are going to analyze, among other aspects, the oral and the written ability to express of these students. In general, we found that students understand some necessary structures to compose a problem, but they have difficulty in the transition from oral to written language, which suggests more attention by teachers to assist in this implementation.
Keywords: Formulation of Problems. Generalization of Patterns. Mathematics Teaching.

Introdução

O uso de problemas em sala de aula assume diversas formas, reflexos da visão do que é ensinar matemática e dos seus propósitos no ensino. A resolução de problemas ganha destaque em sala da aula, de forma refletida e deliberada, principalmente a partir das ideias de George Polya, autor do livro *How to solve it*, traduzido em português como A Arte de Resolver Problemas (POLYA, 1977).

Embora não tenha tanto destaque na literatura, a atividade do próprio aluno formular problemas pode ser vista dentro do mesmo corpo de discussão, já que, ao formular um problema, "o aluno conseguiu atingir um nível de conhecimento matemático mais elaborado e completo do que quando simplesmente resolve as questões apresentadas pelo professor e/ou livro texto" (SANTOS, 1997, *apud* HOFFMAN; SANTOS-WAGNER, 2011, p.2).

O presente artigo tem como objetivo geral determinar que tipos de estratégias orais e escritas transparecem em uma aula em que foi utilizada a metodologia de ensino- aprendizagem de matemática via resolução de problemas, para o estudo de generalização de padrões. Escolhemos nos delimitar neste artigo à formulação de problemas pelos alunos a partir de uma figura dada, discutindo, entre outros aspectos, a coerência entre o que falam e o que registram como resposta final.

Resolução de Problemas e o Ensino da Matemática

Consideramos que um problema pertence a uma esfera muito mais ampla que a dos exercícios, cujo objetivo é apenas de aplicação, de uma forma quase mecânica. Só há problema se o aluno for levado a pensar e estruturar a situação que é apresentada .

O trabalho com a resolução de problemas traz consigo uma possibilidade do aluno ir além das regras que são aprendidas, desenvolvendo a habilidade de construir suas próprias estratégias. Schoenfeld (1992) acredita que a matemática é uma disciplina viva, que tenta entender diversos padrões que nos rodeiam. Ele afirma que a linguagem matemática é baseada em regras, mas que é importante que os alunos possam ir além destas para que sejam capazes de se expressar matematicamente. Isso, porém, não ocorre isoladamente, mas sugere mudanças tanto no currículo quanto no modo de ensino. O foco deve ser na busca de solução, na exploração de padrões e na formulação de conjecturas, enquanto muitas vezes é priorizada a memorização de procedimentos, fórmulas e os alunos são estimulados apenas a fazer exercícios.

A relação entre resolução de problemas e o ensino é apresentada por Schroeder e Lester (1989, *apud* LESTER, 2013) sob três formas de abordagem: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar a resolver problemas e ensinar via resolução de problemas.

A primeira abordagem se refere ao processo de resolver problemas matemáticos, em quatro fases interdependentes: compreensão do problema, criação de um plano, continuação do mesmo e revisão do problema original. Estas quatro fases foram estabelecidas por George Pólya no livro já citado “A Arte de Resolver Problemas”. Esta abordagem, de certa forma, é citada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) na elaboração dos três pressupostos norteadores para a realização de um problema: Elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); Compare seus resultados com os de outros alunos; Valide seus procedimentos (BRASIL, 1998, p.41).

Na segunda abordagem - ensinar a resolver problemas - o ensino é estruturado de forma a expor muitos exemplos sobre o conteúdo de estudo para que o aluno possa utilizar os modelos apresentados ao resolver problemas.

Finalmente, a última abordagem - ensino via resolução de problemas - traz um novo propósito, pois é uma metodologia de ensino em que o problema é um ponto inicial para se ensinar matemática. Além disso, é através do problema que pontos importantes de um determinado conteúdo matemático são apresentados.

Formulação de Problemas

A atividade de formular problemas pelo próprio aluno é fundamental nas aulas de matemática. Acreditamos que através dela poderemos observar se um aluno compreende o que é um problema. Neste sentido, concordamos que:

> Na formulação de problemas, o aluno vai empenhar-se em pensar no problema como um todo, sem focar-se apenas em números, em algumas palavras-chave ou na própria pergunta, como ocorre quando o professor trabalha com problemas fechados ou rotineiros (MEDEIROS; SANTOS, 2007, p.91).

O ensino via resolução de problemas permite que o aluno faça mais que resolver problemas, pois possibilita que ele formule, construa e discuta problemas, desenvolvendo outras habilidades. Os PCN indicam que a Resolução de Problemas deve ser o ponto de partida das atividades matemáticas na sala de aula. Inicialmente, são apresentados dez objetivos para este nível de ensino, dentre os quais um pontua: “Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação” (BRASIL, 1998, p.8).

Sendo assim, um dos objetivos para os últimos anos do Ensino Fundamental contempla a formulação de problemas e as habilidades necessárias para tal.

English (1997, *apud* GOTIJO, 2006) considera que a formulação de problemas envolve a geração de novos problemas e questões para explorar uma dada situação, assim como envolve a reformulação de um problema durante o seu processo de resolução. Para o autor, esta estratégia fornece aos professores importantes *insights* acerca de como os estudantes estão compreendendo os conceitos e os processos matemáticos, bem como suas percepções a respeito das atividades desenvolvidas, suas atitudes em relação à matemática e sua capacidade criativa em matemática.

Para o desenvolvimento da habilidade de formular problemas, concordamos com três elementos básicos:

> a) Compreensão do que seja um problema: este elemento refere-se à habilidade de reconhecer a estrutura subjacente a um problema e detectar estas estruturas em problemas correspondentes, isto é, perceber que diferentes problemas apresentam estruturas semelhantes.
> b) Percepção de diferentes problemas: este elemento refere-se aos aspectos que despertam ou não a atenção dos estudantes em situações rotineiras ou não. Atividades nas quais os estudantes podem expressar suas percepções em relação a diferentes problemas e compará-las com as diversas opiniões de seus colegas podem se constituir em um poderoso instrumento para a compreensão da matemática.
> c) Perceber situações matemáticas sob diferentes perspectivas: interpretar uma situação matemática em mais do que um caminho é particularmente importante para o estudante desenvolver sua capacidade de criar problemas ou de reformulá-los (ENGLISH, 1997, *apud* GOTIJO, 2006, p.9).

Neste artigo, apresentaremos parte de uma aula via resolução de problemas, em que analisaremos as etapas no processo de formulação de problemas, analisando a coerência entre o que os alunos falam ao formularem problemas e o que eles registram como resposta final.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa realizada teve como objetivo também registrar nossa experiência, indo além de uma análise puramente descritiva, buscando o sentido do que os alunos fizeram, ou seja, das estratégias por eles utilizadas.

Para a pesquisa geral elaboramos um bloco de atividades que foi discutido e analisado com um grupo de professores. Após esta etapa, aplicamos as atividades em um estudo piloto e, posteriormente, reformulamos estas para aplicá-las no estudo final, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental.

As atividades envolviam generalização de padrões, especificamente aquelas que possibilitassem o desenvolvimento do raciocínio visual e da linguagem algébrica. Eram, no total, sete atividades, sendo as três últimas destinadas à formulação de problemas pelos próprios alunos. Uma das atividades de formulação será apresentada neste trabalho, sendo o tempo de duração para sua aplicação de 30 minutos. Para a coleta de dados, utilizamos as respostas escritas e o áudio obtido pelo gravador no dia da aula.

Para a aplicação da atividade, utilizamos a metodologia de ensino-aprendizagem de matemática via resolução de problemas. Procuramos seguir o roteiro de trabalho para a sala de aula, com uma pequena adaptação, apresentado por Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2011, *apud* ONUCHIC; NOGUTI, 2013), conduzindo o trabalho de forma que o professor desenvolva-o como observador, organizador, consultor, mediador e incentivador da aprendizagem. Neste sentido, há tempo para que pensem, discutam e, se necessário, que o professor guie na solução de problemas secundários.

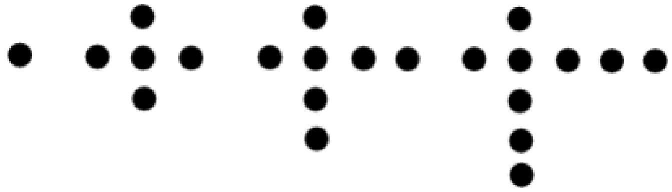
Esperávamos propor um trabalho que evidenciasse o processo de formulação de problemas por alunos, salientando, também, as dificuldades apresentadas neste processo, assim como a capacidade de generalização dos alunos.

Descrição da aplicação

A atividade aplicada foi adaptada do artigo de Branco e Ponte (2013). Dividimos a turma em cinco grupos para a aplicação. Entregamos um bloco com a figura e com espaço para o enunciado para cada aluno e outro bloco para o grupo. Os alunos foram estimulados ao debate com os demais integrantes do grupo e foi dado o tempo necessário para que cada grupo chegasse à sua formulação. Gravamos áudios de todos os grupos. Em cada diálogo, para fins de diferenciação, sempre que houver mais de um aluno no trecho transcrito, indicaremos o aluno por uma letra maiúscula seguida da identificação do seu grupo. Quando houver a fala de apenas um aluno, identificaremos apenas como "Aluno" seguido da identificação do seu grupo. Distinguiremos com expressões em itálico as transcrições de falas de alunos no interior do texto.

Enunciado:

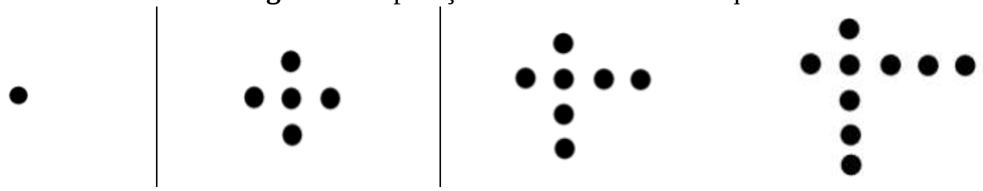
Analise a imagem abaixo e, a partir dela, formule um problema.



Descrição da aplicação:

Todos os alunos pareceram surpresos ao observarem que deveriam formular um problema. Inicialmente, não conseguiam identificar cada elemento da sequência e, por isso, separamos a lápis cada um deles para uma melhor visualização, como indica a figura 1.

Figura 1: Separação dos elementos da sequência



Ao conseguirem distinguir cada elemento da sequência, foram em busca de um padrão, que muitos grupos chamaram d*e ordem*. Todos os grupos acharam que a sequência estava errada, pois não correspondia ao padrão de acrescentar sempre 2 bolinhas à quantidade de bolinhas presente no elemento antecessor. Os grupos relutaram em aceitar que deveriam procurar outro padrão, já que o encontrado não era válido na sequência apresentada.

Nenhum grupo tentou buscar a solução para o próprio problema que formularam, sendo necessário que questionássemos se havia ou não solução para este. O grupo I chegou a cogitar que o problema formulado por eles não tivesse solução, mas outro integrante interviu dizendo que eles que não haviam encontrado a resposta.

Antes dos grupos determinarem a resposta final, expressaram alguns problemas oralmente, que seguem abaixo, além do problema final, formulado por cada grupo. Apresentamos a seguir as formulações orais externadas por cada grupo, seguidas pelo problema final que foi apresentado por escrito.

- **Grupo I**

1. A partir da imagem a seguir, diga o que isso pode ser e quantas bolinhas têm aí (Registro oral).
2. O que essas bolinhas representam? Transforme a quantidade de bolinhas em uma sentença matemática (Registro oral).
3. Qual é a ordem que o grupo de bolinhas segue? (Registro oral)
4. Ganhei uma bolinha. No dia seguinte ganhei mais 4 bolinhas. No outro dia ganhei mais 2. Quantas bolinhas preciso ganhar para ter 9 bolinhas? (Registro oral)

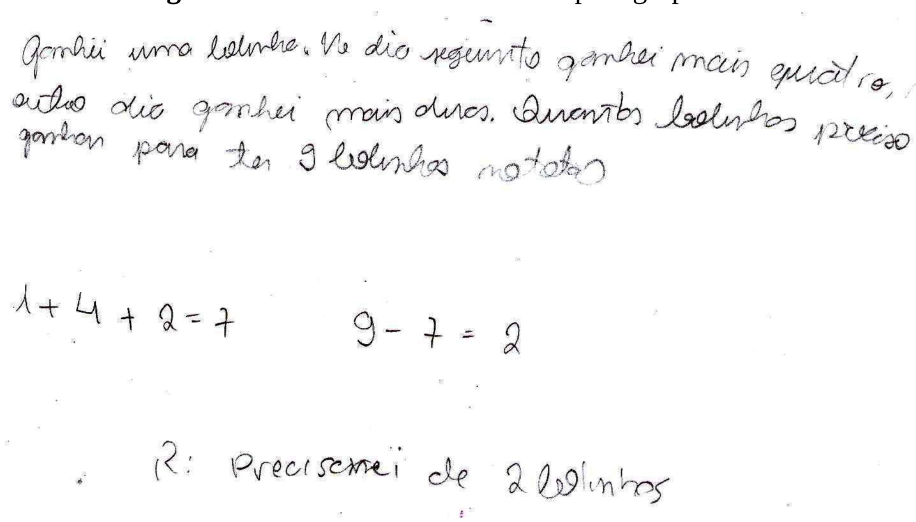
Problema final: Ganhei uma bolinha. No dia seguinte ganhei mais quatro, outro dia ganhei mais duas. Quantas bolinhas preciso para ter 9 bolinhas no total?

O primeiro problema não mostra, por si só, relação com a busca de padrões e generalizações. Pela evolução dos problemas percebemos que, provavelmente, a expressão *diga o que isso pode ser* se refere aos próximos elementos ou até mesmo à fórmula matemática que expresse a regularidade da sequência.

No segundo problema, percebemos que os alunos questionam se há um padrão para a sequência, assim como a apresentação de fórmula matemática que expresse esse padrão, a qual eles denominaram *sequência matemática*. Notamos que a fala não parece clara, uma vez que transformar uma quantidade de bolinhas em sentença matemática não é equivalente a apresentar uma fórmula matemática que expresse a quantidade de bolinhas para qualquer termo da sequência. Já o terceiro problema não necessariamente exige resposta através de uma fórmula, uma vez que, por exemplo, a resposta *aumenta sempre 2 bolinhas* é correta a partir do segundo termo da sequência.

O grupo pensou que a sequência pudesse ser de números primos, mas os alunos disseram que os números 1 e 9 estavam atrapalhando. Depois, desconfiaram que pudesse ser uma sequência de números ímpares, sem perceberem que o número 3 não fazia parte da sequência. Após o grupo não conseguir identificar um padrão, decidiram mudar a pergunta, apresentando o problema 4, que classificaram como muito simples.

Figura 2: Problema final formulado pelo grupo I.


Ganhei uma bolinha. No dia seguinte ganhei mais quatro, outro dia ganhei mais duas. Quantas bolinhas preciso ganhar para ter 9 bolinhas no total

1 + 4 + 2 = 7   9 - 7 = 2

R: Precisarei de 2 bolinhas

O problema final formulado, em uma análise fria, não possui coerência com o discurso oral, mas vemos que ele é consequência da tentativa “frustrada” de identificar o padrão da sequência. A estratégia de mudar o enunciado para que pudessem responder ao problema formulado foi realizada também por outros grupos, como veremos a seguir.

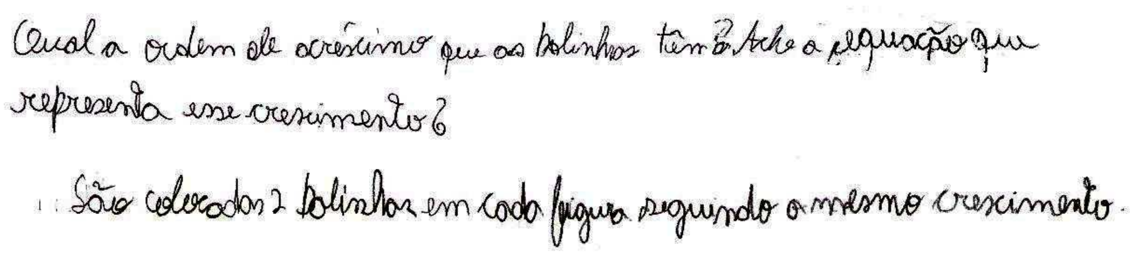
- **Grupo II/III**

1. Qual é a ordem de acréscimo que as bolinhas têm? (Registro oral)
2. Como são feitas as adições na borda? (Registro oral)
3. Qual é a ordem de acréscimo e qual é a alteração no formato? (Registro oral)

Problema final: Qual a ordem de acréscimo que as bolinhas têm? Ache a equação que representa esse crescimento?

O grupo seguiu os mesmos passos do grupo I, embora os grupos não trocassem ideias entre si. Seus integrantes desejaram formular problemas que investigassem o padrão existente na sequência e, para isso, buscaram entender qual a *ordem que a sequência segue*, mas disseram ter dificuldades para desenvolver o que procuravam. Assim como o grupo I, desconfiaram que se tratava se uma sequência de números primos, mas excluíram essa hipótese por conta da existência do número 9. Por não encontrarem um padrão que pudesse ser questionado em um problema, o grupo formulou o problema abaixo, que se assemelha ao 3º problema, em registro oral, do grupo I.

Figura 3: Problema final formulado pelo grupo II/III.


Qual a ordem de acréscimo que as bolinhas têm? Ache a equação que representa esse crescimento?

São colocados 2 bolinhas em cada figura seguindo o mesmo crescimento.

Vemos que o grupo não apresentou resposta para a segunda pergunta do problema, ou seja, determinar a equação, talvez por não terem encontrado um padrão que pudesse ser expresso por esta. Um dos alunos apresentou, em seu bloco de questões, o problema 3 registrado oralmente pelo grupo, diferente do bloco do grupo.

Figura 4: Problema formulado por um aluno do grupo II/III.

Qual é a ordem de acréssimo e qual é a alteração do formato?

R: São colocadas duas bolinhas em cada imagem e sempre no mesmo local.

Tanto o problema formulado pelo grupo quanto o que foi apresentado individualmente por este aluno são coerentes com o raciocínio desenvolvido durante a atividade, pois ambos exploram a regularidade da sequência.

Diferentemente do grupo I que apresentou um problema completamente distinto do seu raciocínio ao longo do processo, o grupo II/III manteve a construção inicial do problema, com pequena alteração, apenas não respondendo aquilo que não conseguiu determinar no decorrer do desenvolvimento da atividade, que foi a busca por uma fórmula.

- **Grupo IV**

1. Qual é a relação do polígono circunscrito no triângulo? (Registro oral)
2. Qual é a equação que representa o padrão da figura? (Registro oral)
3. Que polígono pode ser representado se unirmos as pontas? (Registro oral)

Problema final: A partir das figuras acima quais formações podem ser observadas? Explicite o nome das figuras encontradas além de se puder encontrar os ângulos das figuras determinadas.

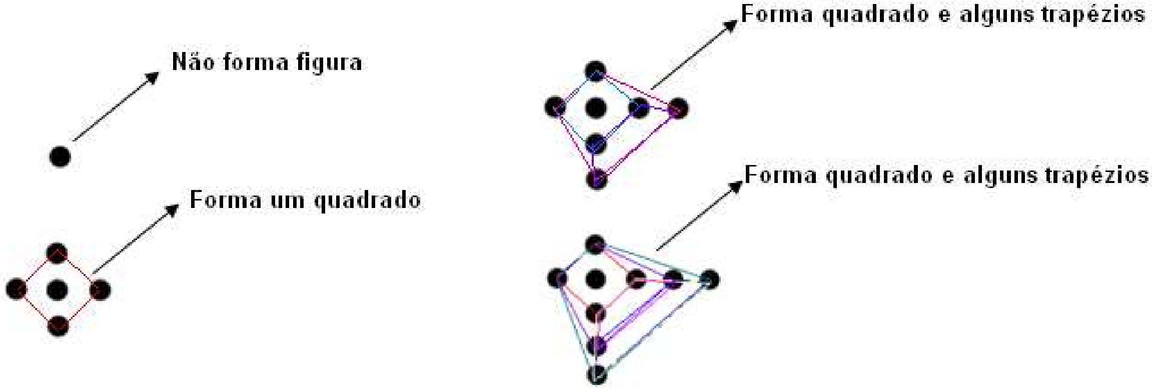
O grupo IV, ao contrário dos demais grupos, não formulou um problema para que fosse determinado o padrão da sequência e, sim, um que relacionasse os desenhos das figuras com as bolinhas e com os vértices de um polígono.

Mesmo perseguindo esta ideia, o grupo sentiu dificuldades na realização da tarefa. Eles associaram que o segundo elemento da sequência formava um quadrado ao ligarmos os extremos. Depois, para o terceiro e quarto elementos encontraram trapézios ao repetirem o mesmo processo. Deixaram claro que o primeiro elemento, que é formado apenas de um ponto, não poderia formar nenhuma figura poligonal. Em determinado momento, se mostraram confusos para decidir o que poderia ser questionado no problema, embora estivessem certos da situação que seria proposta.

> **Aluno – Grupo IV:** Quantidade de bolinhas... É que eu tava pensando outra fórmula. A partir dos pontos que nós criamos, poderíamos ser consideradas com as figuras. Se nós pensarmos assim, teremos lados o que? Paralelos! Mas eu tava tentando elaborar outro problema. Um problema que, por exemplo, se nós pensarmos a partir dos pontos que são vistos aqui dentro, e... qual seria a quantidade de triângulos e quantidade de ângulos internos que poderiam ser feitos. Mas já que sabemos que cada triângulo tem 180°, então a fórmula para resolver esse problema seria de acordo com a quantidade de triângulos, entendeu? A partir da quantidade, por exemplo, 180 vezes 4. 180 vezes x.

Enquanto os integrantes do grupo tentavam expor ideias para formularem o problema, mesmo sem conseguir, apontavam para a sequência de bolinhas, mostrando o que pensavam, mas sem riscar o papel. Por isso, apresentamos o esquema, que não foi registrado, realizado pelos alunos.

Figura 5: Figuras visualizadas pelo Grupo IV utilizando as bolinhas.



Com este raciocínio, o grupo propôs o seguinte problema final:

Figura 6: Problema final formulado pelo grupo IV.

A partir das figuras acima quais formações podem ser observadas? explicite o nome das figuras encontradas além de se puder encontrar os angulos das figuras determinadas.

Outro integrante do grupo, que compartilhava o raciocínio, tentou formular o mesmo problema para a situação criada, mas com palavras diferentes, como segue abaixo.

Figura 7: Problema formulado por um aluno do grupo IV.

P – Quantos polígonos é possível formar a partir destes grupos de círculos?

Vemos que os enunciados dos problemas mostram muito pouco do que era desejado, mas existe alguma coerência entre o que disseram e argumentaram oralmente e o que apresentaram em registro escrito. Entretanto, oralmente, tiveram muitas ideias que ao final foram se fechando em uma construção um tanto quanto confusa, na qual se limitaram mais. Isso ocorreu, provavelmente, devido ao fato de terem ficado confusos durante a própria argumentação oral, sem terem muita certeza do que queriam formular e pelo receio em errarem ao deixarem um registro escrito.

- **Grupo V**

1. Raquel estava com fome. Comeu um biscoito. Quantos ela comeu no total? (Registro oral)
2. Se você ligar, forma o quê? (Registro oral)
3. Descubra qual será o próximo da lista (Registro oral).
4. Siga a sequência. Ache a fórmula para a sequência (Registro oral).
5. Ache a fórmula para essa sequência e continue ela por mais duas imagens (Registro oral).

Problema final: Ache a fórmula que defina essa sequência e continue por mais duas imagens.

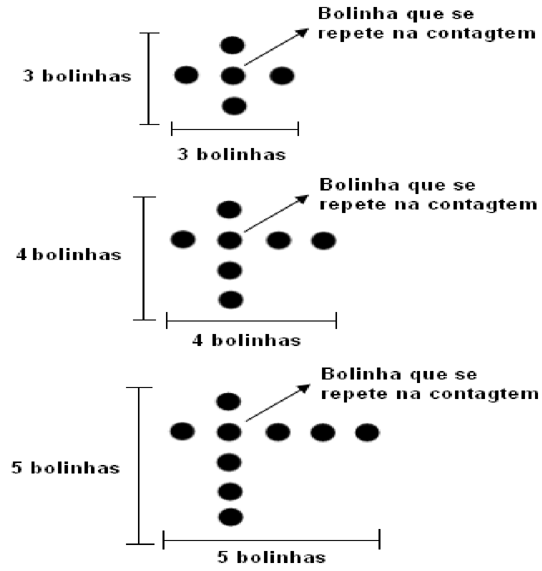
O grupo V também desejou formular um problema que buscasse o padrão da sequência e, por isso, os seus integrantes iniciaram a atividade investigando possíveis padrões. Ao encontrarem um padrão que consideraram *aceitável*, viram que o mesmo não era verdadeiro, já que o primeiro elemento era composto de apenas uma bolinha. Apenas o primeiro problema registrado oralmente não cumpriu o papel de busca de padrões e generalização.

Uma vez que não conseguiam determinar um padrão possível para a sequência, o grupo pareceu não aceitar que a sequência estivesse correta, não conseguindo entender porque se encontrava daquela forma. Assim que mediamos o debate e explicamos que a sequência não poderia ser alterada, os alunos reiniciaram a busca por um novo padrão.

> **Aluno A – Grupo V:** Fala assim... Tá, esse aqui a gente ignora. Mas são 3 e 3. Só que se a gente fosse fazer o resultado, a do meio você não conta, porque ela repete. Aqui a mesma coisa. São 4 e 4, só que a do meio repete.
> **Aluno B – Grupo V:** Como assim a do meio repete? Porque essa aqui no caso repetiria.
> **Aluno A – Grupo V:** Não, to falando aqui, olha. Aqui ó... Nessa direção, nessa direção. A única que repete é a do meio. E aqui são 3. Aqui são 4. Aqui são 5. Dá para fazer alguma coisa com isso, mas eu não sei criar um problema. Sei criar uma fórmula. Dá para fazer n vezes 2 menos 1.

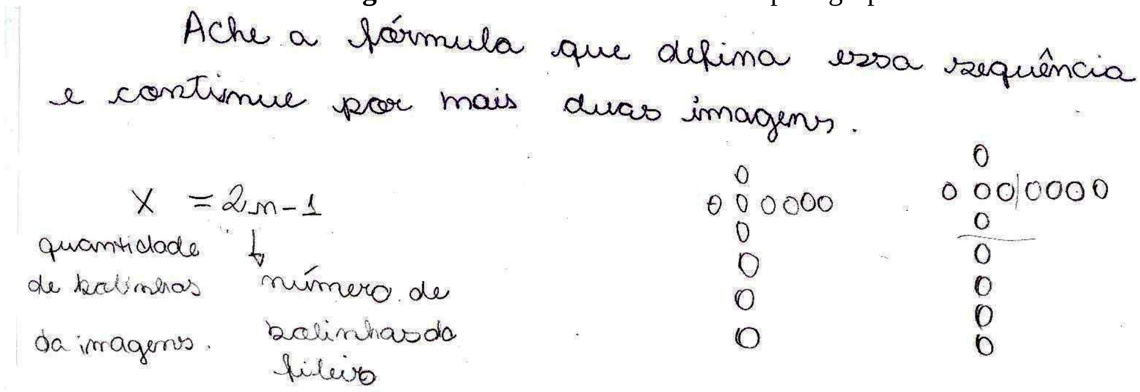
Seguindo o raciocínio apresentado no diálogo, que a Figura 8 ilustra, devemos observar que em cada figura, a quantidade de bolinhas por linha e coluna é sempre a mesma. Logo, se soubermos a quantidade n de bolinhas por fileira, basta multiplicarmos por 2 e subtrairmos 1, que vamos obter o número total de bolinhas em cada figura. O 1 que subtraímos corresponde à bolinha que se repete na contagem.

Figura 8: Raciocínio de um aluno do grupo V.



A fórmula apresentada expressaria uma sequência de números ímpares, se *n* indicasse o número que o elemento ocupa na sequência, mas o grupo indicou na resolução do problema final, apresentado na Figura 9, que *n* indica a quantidade de bolinhas em cada fileira. A discussão sobre a relação entre a quantidade de bolinhas em cada fileira e o número que o elemento ocupa na sequência não aconteceu.

Figura 9: Problema final formulado pelo grupo V.



Apenas os dois primeiros problemas orais não possuem ligação com o problema final formulado pelo grupo. Vemos que o enunciado do problema apresentado é completo e coerente

revista
PARANAENSE
DE EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

com os três últimos registros orais realizados ao longo do processo de formulação, mostrando uma evolução em relação às etapas anteriores.

- **Grupo VI**

1. Ganhei uma bolinha em um dia. No segundo dia, ganhei mais 4 bolinhas. No terceiro dia ganhei mais 2 bolinhas. No dia 10, quantas bolinhas eu vou ter? No dia seguinte, quantas bolinhas eu vou ter? (Registro oral)
2. Qual é o total? (Registro oral)
3. Ganhei de aniversário uma bolinha de gude. No segundo dia ganhei mais 4. No terceiro ganhei mais 2 e no quarto também. Quantas bolinhas terei no quinto dia? (Registro oral)

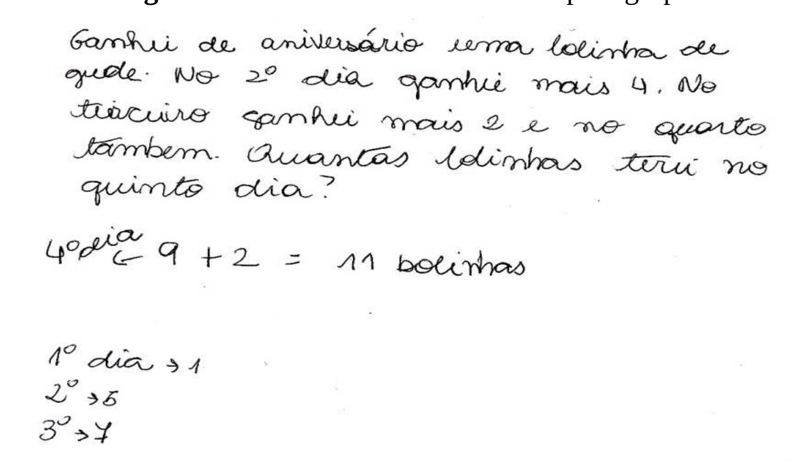
Problema final: Ganhei no aniversário uma bolinha de gude. No 2° dia ganhei mais 4. No terceiro ganhei mais 2 e no quarto também. Quantas bolinhas terei no quinto dia?

O grupo VI também iniciou a atividade buscando por um padrão, no qual um aluno diz que é *mais 5, mais 7, mais 9*, sendo instantaneamente corrigido por um colega que afirma que *não aumenta 5, mas que aumenta 2, na verdade*. Os integrantes verificam que do primeiro para o segundo elemento da sequência, há um acréscimo de 4 bolinhas, o que os deixou muito confusos.

Uma vez que não encontravam um padrão para a sequência, decidiram criar um *problema bobo direcionado à classe de alfabetização*, como eles mesmos mencionaram.

O problema apresentado abaixo não necessita da sequência para ser resolvido, já que a única relação entre a sequência e o problema são as quantidades de bolinhas.

Figura 10: Problema final formulado pelo grupo VI.


Ganhei de aniversário uma bolinha de gude. No 2º dia ganhei mais 4. No terceiro ganhei mais 2 e no quarto tambem. Quantas bolinhas terei no quinto dia?

4º dia ← 9 + 2 = 11 bolinhas

1º dia → 1
2º → 5
3º → 7

A ideia inicial do grupo, ou seja, a busca de um padrão apareceu no registro oral e escrito, uma vez que para determinarmos a quantidade de bolinhas no quinto dia, precisamos ter identificado o padrão.

Algumas considerações

Observamos que, exceto no grupo IV, os problemas formulados tiveram como intenção inicial generalizar, o que se mostrou de acordo com os exercícios que fizeram anteriormente a esta atividade. O fato da regularidade da sequência passar a se expressar a partir do segundo elemento foi um fator dificultador para os alunos, o que poderíamos ter evitado.

A partir da análise das atividades, considerando tanto os registros orais como escritos, vemos que a capacidade de generalização dos alunos não está limitada a determinar uma expressão que seja válida para *n*, mas passa por estágios que vão desde identificar a existência de uma regularidade até a validação da fórmula.

Observamos que o registro escrito apresenta uma parte limitada do raciocínio realizado durante as atividades. Através do registro oral, percebemos como os alunos organizam suas ideias e traçam caminhos muitas vezes mais criativos do que os apresentados nos blocos. Alguns alunos tiveram dificuldades em escrever e organizar seus raciocínios no papel, mas conseguiram verbalizar um pouco melhor a resolução do problema. Entretanto, percebemos em geral uma dificuldade muito grande de expressão e uso de palavras.

Escrever seus argumentos no bloco de respostas revelou para a maioria dos alunos ser mais difícil que justificá-los e defendê-los para os outros integrantes do grupo. Em diversas situações, o aluno argumentava oralmente, mas não conseguia identificar em seu discurso o que correspondia à justificativa da questão. Nestes casos, nossa mediação foi fundamental, mas não suficiente, para que o aluno conseguisse escrever o que pensava. Em um balanço, vemos que os alunos se apresentam mais criativos e com argumentos mais sólidos em seus registros orais que nos escritos.

Defendemos, em nossa metodologia, o trabalho cooperativo, indo além da simples divisão da turma em grupos. Demos muita atenção para o trabalho cooperativo em nosso estudo e acreditamos que atingimos o que esperávamos nesta etapa. Para isso, estimulamos a troca de conhecimento, raciocínio e, até mesmo, dúvidas durante toda a atividade, pedindo que os alunos repetissem para o grupo seus argumentos. Vimos, porém, que o trabalho cooperativo ocorreu de forma tímida, principalmente por existir a presença do gravador. Os alunos pareciam ter receio em errar e, com nosso estímulo, percebemos um avanço.

Assim como exposto em nosso referencial teórico, durante a atividade verificamos que novos problemas foram criados para explorar a situação, assim como gradativamente foram sendo reformulados os problemas inicias. Vimos que os alunos compreenderam a estrutura necessária para compor um problema, por exemplo, reconhecendo a necessidade de dados suficientes e de uma pergunta para que o problema tivesse solução. Observamos também que os alunos interpretaram a situação por diversos caminhos, por exemplo, a situação geométrica, a expressão de uma fórmula ou, no caso de não consegui-la, um problema mais simples.

Muitos alunos simplificaram o problema final pela dificuldade na transposição da fala para a escrita e, também, pelo receio em errar. Neste sentido, percebemos que devemos aprender a ouvir o que os alunos falam para podermos ajudá-los a transcrever suas ideias e seus argumentos.

Notas

*Mestre em Ensino da Matemática do Instituto de Matemática da UFRJ. E-mail: louisefalconnyery@hotmail.com
**Doutora em Educação Matemática. Professora Associada do Instituto de Matemática da UFRJ. E-mail: claudia@im.ufrj.br

Referências

BRANCO, N; PONTE, J. Articulação entre pedagogia e conteúdo na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência em Álgebra. In: Seminário de Práticas Profissionais dos Professores de Matemática, 2013. **Anais...** Lisboa. 2013, p.8-9.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais.** Matemática: 3º e 4º ciclo do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

GOTIJO, C. Resolução e formulação de problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em matemática. In: IV Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006. **Anais...** Recife. 2006, p.8-9.

HOFFMAN, B; SANTOS-WAGNER,V. A exploração da escrita, leitura e oralidade em matemática. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011. **Anais...** Recife. 2011, p.3.

LESTER, F. Thoughts About Research On Mathematical Problem – Solving Instruction. **The Mathematics Enthusiast**, Vol. 10, nos. 1&2, p. 245 – 278, 2013.

MEDEIROS, K.; SANTOS, A. Uma experiência didáctica com a formulação de problemas matemáticos. **Zetetiké**, vol. 15, n°.28, p. 87 - 118, 2007.

ONUCHIC, L. Ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: **BICUDO**, V (Org) pesquisa em educação matemática concepções e perspectivas. UNESP: São Paulo, 1999, p.199–218.

ONUCHIC, L. NOGUTI, F. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na transição dos Ensinos Fundamental e Médio para o Ensino Superior. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, 2013. **Anais...** Curitiba, 2013

PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Interciência. Rio de Janeiro. 1977.

SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In: D. Grouws (Ed.), **Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning**. p. 334-370. New York: MacMillan, 1992.

Recebido em: Julho de 2014
Aprovado em: Outubro de 2014