ENTREVISTA

revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ENTREVISTA: RAYMOND DUVAL E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

José Luiz Magalhães de Freitas*
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul
joseluizufms2@gmail.com
Veridiana Rezende**
Universidade Estadual do Paraná – Câmpus de Campo Mourão
rezendeveridiana@gmail.com

O pesquisador francês Raymond Duval, filósofo e psicólogo de formação, desenvolve suas pesquisas em psicologia cognitiva desde os anos 1970, oferecendo importantes contribuições para a área de Educação Matemática. Duval foi pesquisador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática – IREM de Estrasburgo, França, de 1970 até 1995. Atualmente, Raymond Duval é professor emérito em Ciências da Educação da *Université du Littoral Côte d'Opale*, na cidade de Boulogne-sur-mer, e reside na cidade de Lille, norte da França.

Dentre suas numerosas publicações, sua obra *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, publicada em 1995, foi um marco em suas produções, por tratar-se da primeira apresentação sistematizada de sua teoria. De lá para cá, sua teoria dos Registros de Representação Semiótica tem sido divulgada em diversos países e publicada em várias línguas. No Brasil é explícito o crescimento do número de pesquisas em Educação Matemática que se fundamentam nos trabalhos de Duval.

Nesta entrevista, que foi concedida via *e-mail*[1], Raymond Duval vai além de apresentar a teoria dos Registros de Representação Semiótica. O pesquisador discorre sobre as origens da teoria, as contribuições dela para as pesquisas e práticas de professores em sala de aula, bem como sobre os progressos no ensino e aprendizagem da Matemática nas últimas décadas, como pode ser conferido a seguir.

O Sr poderia comentar as origens da teoria dos Registros de Representação Semiótica? Quando e como surgiu seu interesse pelas Representações Semióticas?

Raymond Duval: Esta é uma longa história e foi o auge de um percurso de desvios e de impasses, assim como quando avançamos em um labirinto.

Eu cheguei ao IREM[2]de Strasbourg em 1970, um dos três primeiros IREM que foram criados na França para acompanhar a reforma da Matemática "Moderna". Eu fui contratado porque eu tinha terminado minha tese, com Pierre Gréco, cujo referencial teórico foi a epistemologia genética de Piaget para estudar o desenvolvimento de noções físicas e matemáticas em crianças e adolescentes. A autoridade de Piaget era, então, indiscutível, pois servia como suporte psicológico e cognitivo para esta Reforma de inspiração bourbakista. As três palavras-chave desta reforma para a organização de conteúdos do ensino eram "estrutura", "operação" e "conjunto", e Piaget descrevia o desenvolvimento da inteligência em termos de "estruturas operatórias" e de "ação", ou seja, de atividade do sujeito!

Eu me engajei, então, em duas linhas de pesquisa. A primeira era sobre a compreensão de demonstrações por alunos do *Collège*[3] (12-15 anos). Esta atendia uma das fortes demandas institucionais da Reforma lançada em 1969. E, no modelo de desenvolvimento de Piaget, esta correspondia ao estágio das operações proposicionais que vinha após o estágio das operações concretas (7-11 anos). Mas, em contato com os alunos em sala de aula, bem como com professores, uma segunda linha de pesquisa, e completamente diferente, rapidamente se impôs a mim, aquela da importância e da variedade das formas de linguagem nas atividades matemáticas. Por um lado, a linguagem natural ocupava o primeiro lugar em geometria, para raciocínios que mobilizavam vocabulário técnico, principalmente pelo fato de que o uso de figuras geométricas era, então, denunciado e proibido, por ser considerado como uma fonte de confusão. Por outro lado, queriam substituir sistematicamente as palavras e a língua natural pelo uso de sinais e símbolos para designar os objetos, as relações e as operações aritméticas, algébricas, lógicas, de conjuntos, etc. Cada uma dessas duas vertentes discursivas da linguagem criou sérias dificuldades de compreensão. Mas, as mais profundas eram aquelas relacionadas com as passagens entre língua natural e todas as designações e formulações simbólicas. Com a ajuda de professores, eu elaborei questionários de *tradução em ambos os sentidos* (“versão” e “tema”) entre formulação em língua natural e formulação literal e formulação em linguagem conjuntista das mesmas propriedades matemáticas. Os resultados e as observações foram apresentados em 1971 no Colóquio Inter-IREM organizado em Bordeaux sobre o tema: linguagem matemática e formalização[4].

Eu fui conduzido a abandonar estas duas linhas de pesquisa. A primeira tornou-se óbvia. Todas as experiências para inserir os alunos em percursos de demonstração - que fossem inspiradas na análise piagetiana incidindo sobre a compreensão da implicação material (o “se... então...”), relacionada com o estágio das operações proposicionais, ou que elas fossem inspiradas por uma abordagem heurística que, seguindo Polya, enfatizava os métodos de demonstração – se tornariam um impasse! Isso tornava a geometria incompreensível. Mas para a segunda linha, desde que eu comecei a divulgar minhas pesquisas fora do IREM de Estrasburgo, eu enfrentei uma forte oposição. Porque eu questionava o principal ponto de consenso entre os professores e pesquisadores envolvidos na reforma do ensino da matemática no ensino Primário e no Secundário: a matemática não era, absolutamente, uma questão de linguagem, e a única coisa que importava em matemática eram os “conceitos” que, como tem sido repetido até aborrecer, são “mentais”. Além disso, eu ia contra a teoria de Piaget que afirmava que a conceituação era feita a partir da “ação” e de “esquemas de ação” e não a partir da linguagem. Acrescentamos que neste período, em que o estruturalismo reinava sobre todas as ciências humanas, *a linguagem estava reduzida a códigos e a codificações*. Resumindo, eu estava totalmente errado, eu era apenas um psicólogo que não compreendia matemática. Então eu me voltei para um tipo de pesquisa que não parou de ganhar importância no mundo da educação: as investigações sobre as aquisições matemáticas de fim do ano, nos diferentes níveis de ensino do *Collège*[5]. Ali, eu me tornei sério e confiável.

§§§

Alguns anos mais tarde, após uma Reforma que reagrupou todos os alunos de 11 a 15 anos em um colégio único[6], a heterogeneidade dos alunos com relação à leitura e compreensão de textos - e, portanto, para a compreensão de enunciados de problemas - surgiu como o principal problema do ensino. Então, eu reorientei minhas pesquisas para este problema comum a todas as disciplinas. E os professores de matemática começavam, então, a atribuir as dificuldades dos alunos em matemática a uma falta de "domínio da linguagem". Era uma reviravolta completa da situação! A compreensão de textos me conduziu a trabalhar sobre a importância de esquemas e de redes, pelo fato de que os esquemas permitem representar *a organização de proposições de um texto e as redes permitem representar as relações entre os objetos do discurso*. Paralelamente, uma outra abordagem da psicologia cognitiva se desenvolvia nos Estados Unidos. Ela estava centrada sobre *a representação de conhecimentos em memória*, e sobre a elaboração de softwares com capacidade de responder perguntas, resumir um relato, resolver problemas, etc. Eu me fiz então a seguinte pergunta: que tipo de esquema e, de modo mais geral, que tipo de representação é a mais pertinente para dar conta não apenas de um texto, mas de um raciocínio dedutivo, de uma argumentação, de uma escrita simbólica, etc.?

§§§

Foi um pouco por acaso que eu retomei em 1986 as duas linhas de pesquisa que eu tinha abandonado completamente. Mas eu as retomei com toda a experiência adquirida durante este período de grandes mudanças no ensino da matemática e na formação de professores. Primeiro, eu tinha adquirido uma visão mais completa dos diferentes aspectos da atividade matemática que as mudanças sucessivas dos programas escolares tinham favorecido, excluído ou ignorado: os raciocínios do tipo dedutivo e do tipo argumentativo em língua natural, a compreensão dos enunciados, o uso de letras e de variáveis para resolver equações, a construção de figuras geométricas, sua utilização heurística, a leitura e interpretação de gráficos cartesianos, os diagramas utilizados para representar conjuntos e relações, tabelas de números, etc... Desde os primeiros anos do *Collège*, era solicitado aos alunos um malabarismo com diferentes representações associadas a estas atividades, como se fosse tão natural como folhear uma revista em quadrinhos! E, ao mesmo tempo, tomei consciência do caráter fundamentalmente semiótico da atividade matemática, quaisquer que sejam as formas de atividade escolhidas para as "engenharias didáticas". Aqui, eu vou me limitar à segunda linha de pesquisa[7].

Duas questões interligadas se impuseram como primordiais. Primeiramente, será que os alunos reconhecem o que é matematicamente preservado quando se passa de um tipo de representação para outra? Será que os alunos reconhecem, no conteúdo de uma representação, o que é matematicamente pertinente e o que não é? Estas duas perguntas se tornaram necessárias para todas as utilizações da língua natural nos enunciados de problemas, para a utilização de figuras em geometria, para os gráficos cartesianos, para os diagramas e tabelas utilizadas para organizar dados, etc. Para responder a primeira destas duas questões, eu iniciei com um questionário sobre *o reconhecimento de funções lineares e afins quando passamos de sua representação gráfica para a escrita da equação correspondente*. As questões eram, assim, questões de conversão, e elas foram construídas de acordo com o seguinte princípio: apresentar *todas as variações visualmente significativas* da posição de uma reta sobre um plano cartesiano e pedir para escolher a equação correspondente dentre várias possibilidades, mas cujos conteúdos variavam apenas pela mudança de um único símbolo (sinal, número oposto ou inverso, presença ou não de uma constante, etc.). Este questionário foi apresentado pela primeira vez para alunos de 15-16 anos, após um ensino sobre funções afins. A variação de respostas, em função da variação dos itens, assim como a surpresa dos professores, que por iniciativa própria retomaram o método do questionário, convenceram-me da pertinência e da fecundidade desta abordagem. Ele realmente permitia explorar todos os fenômenos cognitivos de compreensão e de aprendizagem relacionados à atividade matemática.

A importância dos fenômenos de não-congruência na passagem de um tipo de representação para outro (sucesso de reconhecimento num sentido, mas, fracasso no outro), assim como a diferença radical de procedimentos matemáticos de acordo com o tipo de representação utilizada (língua natural, sistemas numéricos, escritas literais e simbólicas, figuras geométricas, gráficos cartesianos) mostraram que, do ponto de vista cognitivo, a atividade matemática deveria ser analisada em termos de *transformações de representações semióticas* e não de conceitos puramente mentais, e, portanto, assemióticos. Era preciso sair da contradição implícita à teoria piagetiana e ao construtivismo neopiagetiano. De um lado, anunciamos a importância da linguagem (natural) na atividade matemática e, por outro lado, privilegiamos o uso de símbolos e de representações geométricas e gráficas para a atividade matemática. Tudo isso constitui o espectro extremamente amplo de representações semióticas que não constitui somente o acesso aos objetos matemáticos, mas que determinam os processos cognitivos e epistemológicos dos tratamentos matemáticos. As dificuldades de compreensão na aprendizagem da matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas à variedade de representações semióticas utilizadas e o uso "confuso" que fazem delas. Os três artigos publicados no primeiro número dos *Annales de Didactique et de Sciences cognitives* (1988) trazem uma descrição panorâmica de todas as dificuldades cognitivas que a compreensão da matemática apresenta, e que não são encontradas nas demais disciplinas[9].

§§§

Então, qual teoria permitiria modelar *os dois tipos de transformações de representações semióticas* que são cognitivamente e epistemologicamente específicas da atividade matemática?

Frege trouxe uma das chaves teóricas: era preciso partir da dupla {sinal, objeto}, pois a distinção entre sentido e referência (*Sinn* e *Bedeutung*) permitia explicar como uma representação semiótica poderia ser convertida em outra representação semiótica, embora seus respectivos conteúdos não tenham nada em comum, e como um cálculo não-tautológico era possível. Mas isso não permitia explicar por que os procedimentos de cálculo, e, de modo mais geral, os tratamentos matemáticos, não eram os mesmos, dependendo do tipo de representação utilizada. Saussure trouxe outra chave teórica igualmente importante: também era preciso considerar a língua natural como um sistema, no interior do qual *os jogos de oposições entre os elementos constituíam signos tendo um sentido, independentemente de qualquer referência a um objeto. D*a mesma forma era preciso considerar os sistemas numéricos, os gráficos cartesianos, as figuras geométricas como outros sistemas semióticos com suas possibilidades específicas de transformações internas. O importante então não era classificar as representações semióticas comuns (imagens, linguagem e índices), mas todos os sistemas semióticos utilizados em matemática.

Restava um último problema: como não reduzir os sistemas semióticos utilizados em matemática para representar os objetos matemáticos e para trabalhar com e sobre esses objetos e os sistemas semióticos que são socialmente utilizados para comunicar? É para distinguir os sistemas semióticos utilizados em matemática e os outros sistemas semióticos utilizados fora da matemática, que eu escolhi o termo "registro". Em primeiro lugar, esta é a palavra que Descartes utiliza nas primeiras páginas de sua *Geometria*. Em segundo, esta palavra também se refere à extensão dos recursos disponíveis em domínios como a voz, os instrumentos musicais, os modos de se expressar: falamos, por exemplo, de "registros" para designar o comando de cada um dos jogos de um órgão. A obra *Sémiosis et pensée humaine* (1995) foi a primeira apresentação sistemática da teoria de registros de representação semiótica[10]. A distinção entre os diferentes registros permite separar os dois tipos de transformações que constituem a atividade matemática: as conversões e os tratamentos. Essas transformações são o que eu vou chamar na sequência de *gestos intelectuais* específicos em qualquer atividade matemática.

O Sr poderia explicar aos leitores da REVISTA PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA quais as principais contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, tanto para as pesquisas relacionadas à aprendizagem matemática quanto para as práticas pedagógicas de professores de Matemática?

Raymond Duval: A principal dificuldade na aprendizagem da matemática decorre do fato que se trata de conhecimentos que não se descobrem e nem se explicam como os outros conhecimentos de física, botânica, geologia, etc. Por quê?

Duas observações permitem explicar *o caráter cognitivo e epistemológico específico da matemática*. Em primeiro lugar, não existe acesso perceptivo, direto ou instrumental (microscópio, telescópio, osciloscópio, espectroscópio, etc.) aos números, às funções, às relações geométricas, ou seja, aos objetos matemáticos. *Para termos acesso a esses objetos, precisamos de uma atividade de produção semiótica*. Esta, por exemplo, pode ser rudimentar como a simples designação verbal dos números, ou muito elaborada como a utilização de um sistema de numeração contendo o símbolo "0", para designar não apenas os números, mas para realizar operações aritméticas. No entanto, em qualquer caso, o objeto matemático nunca pode ser confundido com a representação semiótica utilizada para representá-lo. Esta exigência criou o *paradoxo cognitivo da matemática*: como não confundir o objeto com sua representação, se não temos acesso ao próprio objeto, fora de sua representação? É a possibilidade de multirrepresentação potencial de um mesmo objeto que permite contornar este paradoxo. A segunda observação diz respeito ao modo de se trabalhar, ou seja, o modo de se explorar uma situação para avançar uma conjectura, de propor problemas que possam ser resolvidos matematicamente, de resolver estes problemas e prová-los sem depender de verificações empíricas, sempre sujeitas a uma aproximação muito excessiva e, sobretudo, ao contra-exemplo. Ela é, igualmente, muito diferente daquela praticada em outras disciplinas. Na geometria, por exemplo, a percepção de figuras quase sempre conduz a impasses, porque é preciso ter aprendido a “ver” contra a evidência perceptiva das formas reconhecidas de imediato para que elas desempenhem um papel heurístico, e não seja uma fonte de confusões. Do mesmo modo, o uso da linguagem para definir e provar é feito contrariando a fala espontânea e a forma de argumentação que ocorre fora da matemática.

Para compreender bem o impacto das especificidades da matemática em relação aos processos de compreensão na aprendizagem, é preciso considerar as duas faces da atividade matemática. Existe aquela que eu chamaria de *face exposta.* Ela corresponde aos objetos matemáticos (números, funções, equações, polígonos, poliedros, etc.), às suas propriedades, às fórmulas e algoritmos aos quais eles dão origem, às demonstrações. O ensino se faz no quadro institucional da escolha de certos conhecimentos de base desses objetos que todos os alunos devem ter adquirido ao término do currículo. Esses conhecimentos de base são decompostos em uma sequência de conteúdos pré-requisitos, cujas aprendizagens são distribuídas ao longo de vários anos. Em suas aulas, os professores têm como objetivo anual vários conteúdos matemáticos que são conteúdos pré-requisitos para o ano seguinte. A outra face é a *face oculta*. Ela corresponde aos gestos intelectuais que constituem o caráter cognitivo e epistemológico específicos da matemática. Eu a chamo de face “oculta” porque ela não é direta e imediatamente perceptível em relação ao que observamos do trabalho dos alunos em sala de aula, mesmo que seja a partir de gravações de vídeo. Ela se manifesta indiretamente, por meio de bloqueios ou erros recorrentes, a partir do momento em que solicitamos a resolução de problemas, sejam problemas aritméticos elementares (problemas aditivos e multiplicativos), de aplicação de um teorema de geometria, modelagem de uma situação por meio de uma equação, um problema de mínimo ou de máximo, etc. E, evidentemente, o não reconhecimento de um mesmo objeto em duas escritas diferentes, ou em representações semióticas produzidas em dois registros diferentes, é o sintoma frequente que, muitas vezes, passa despercebido, ou é considerado como uma incompreensão do conceito a ser utilizado. Além disso, não é suficiente justapor diferentes representações de um mesmo objeto, de modo que os alunos aprendam a reconhecê-las. A teoria dos registros de representação semiótica diz respeito à face oculta da atividade matemática. Ela visa à modelagem do funcionamento semio-cognitivo que está subjacente ao pensamento matemático. Sem o desenvolvimento deste não podemos nem compreender e nem conduzir uma atividade matemática.

§§§

Observemos agora o ensino de matemática para todos os alunos até os dezesseis anos. Ele deve assumir a face oculta da atividade matemática? A resposta dominante e nunca levada em consideração é: “não!”. Dois motivos são apresentados para encerrar o debate antes mesmo que ele seja iniciado. Do ponto de vista matemático, só valem os conhecimentos estabelecidos matematicamente. O funcionamento cognitivo subjacente é independente dos processos e provas que fazem o valor científico da matemática e que proporcionam nela a compreensão. Interessar-se nisso é “deixar de fazer matemática”. A outra razão opõe a universalidade cultural da matemática, a precocidade genética das primeiras atividades numéricas e o caráter puramente racional da matemática para rejeitar a ideia de que a matemática dependeria de um funcionamento cognitivo e epistemológico específicos. Compreender matemática seria acessível a todos. Bastaria refletir, após ter feito experiências ou manipulações concretas para descobrir e compreender. A matemática não está presente em toda a realidade [mundo real], e ela não é absolutamente necessária para compreender essa realidade?

As pesquisas sobre o ensino de matemática que, desde 1980, se concentram principalmente na formação de professores, se dedicam igualmente à mesma resposta e pelas mesmas razões[11]. E isso resultou em uma limitação do campo das pesquisas e de seu alvo principal. Pois tudo está sendo observado *do ponto de vista dos professores*, e se trata de elaborar sequências de ensino, "engenharias didáticas", que "funcionem" em sala de aula. Isto significa que podemos responder as duas questões completamente diferentes:

- ✓ Qual tipo de atividade ou de problema permite introduzir, ou motivar, um novo conceito ou um novo procedimento?
- ✓ Com qual esquema organizar uma sequência de atividades que favoreça a aquisição de um novo conceito, ou como passar de atividades práticas que mobilizam implicitamente este conceito para sua formulação matemática?

A primeira pergunta introduz imediatamente uma dupla restrição no âmbito das pesquisas para o estudo dos processos de compreensão e de aprendizagem matemática: restrição da escala de tempo a uma ou mais sessões de trabalho, e restrição à introdução de um novo conceito, ou seja, a um conteúdo matemático particular, pré-requisito para futuras aquisições durante um ano, e para o período de um ciclo. A escolha do tipo de atividade vai então depender evidentemente do *CONTEÚDO ESPECÍFICO DE CADA CONCEITO*, de sua história (sua análise epistemológica intramatemática) e de situações reais nas quais sua aplicação é mais frequente.

A segunda questão exige a referência a um esquema teórico para a organização de sequências de atividades que conduza progressivamente os alunos a passarem do que eles já conhecem para a aquisição de um novo conceito introduzido, ou do novo procedimento matemático. Mas *a descrição dessa PROGRESSÃO LOCAL não se limita ao ponto de vista matemático, mas também de outros pontos de vista como o ponto de vista pedagógico e o ponto de vista cognitivo*. O ponto de vista pedagógico concerne à organização do trabalho individual ou em grupo, a condução das trocas entre os alunos. O ponto de vista cognitivo diz respeito ao processo de compreensão e aquisição de conhecimentos. As pesquisas didáticas, estando direcionadas ao ensino e aos professores, foram então conduzidas a se apoiarem num quadro teórico essencialmente pedagógico. Contudo, elas o associam estreitamente a modelos cognitivos gerais, nos quais os processos de compreensão seriam os mesmos, tanto em matemática quanto em outras áreas, e se aprenderia conceitos matemáticos como se aprende os outros conhecimentos.

Assim, as sequências didáticas são progressões locais organizadas para adquirir um conteúdo matemático específico. No término de uma sequência didática, esta aquisição deve resultar em um “saber fazer” que os alunos poderão utilizar em todas as situações em que ela será uma “ferramenta” para resolver um problema prático ou matemático. E, dado o número de conteúdos pré-requisitos que leva à decomposição dos conhecimentos básicos fixados como os objetivos gerais da aquisição, no final da escola primária e, em seguida, depois para o Ensino Fundamental, o campo de elaboração de sequências de ensino é abundante e diversificado. Os formadores de professores podem se especializar nisso.

§§§

Agora olhemos para a aprendizagem da matemática do ponto de vista dos alunos, e não somente do ponto de vista matemático ou dos professores. A face oculta da atividade matemática é tão importante quanto a face exposta. Mas, sobretudo, a apropriação dos gestos intelectuais próprios da atividade matemática não depende da aquisição dos conceitos matemáticos. Ao contrário, a tomada de consciência desses gestos pelos alunos acaba por ser a condição necessária para a aquisição de conceitos. Assim, *os critérios de progressão na aprendizagem matemática não são, de forma alguma, os mesmos do ponto de vista cognitivo e do ponto de vista matemático*. As palavras “compreender”, “conseguir” e “dificuldade” não possuem o mesmo sentido.

Compreender, do ponto de vista matemático, é ser capaz de justificar um resultado por meio de uma propriedade. Mas, do ponto de vista cognitivo, é primeiro reconhecer o mesmo objeto em diferentes representações semióticas que podem ser feitas a partir dele, cujos conteúdos não têm nada em comum. E isso significa pensar de forma espontânea, *e por si só*, em substituir uma dada representação semiótica por outra representação semiótica útil para um tratamento. Este aspecto é crucial para resolver qualquer problema.

Ter sucesso, de um ponto de vista matemático, é alcançar um resultado matematicamente correto para uma pergunta ou um problema. No ensino, isso é avaliado em uma escala de tempo muito pequena, logo após a sequência de atividades que visava uma nova aquisição. Do ponto de vista cognitivo, ter sucesso é ser capaz de realizar com êxito a transferência de um conhecimento aprendido em situações totalmente diferentes e sem jamais tê-las visto antes. Isso é avaliado numa outra escala de tempo muito maior, ou seja, com o decorrer dos anos e para além do término dos estudos.

As dificuldades que surgem como obstáculos à progressão na aprendizagem se manifestam por meio de erros ou, ainda pior, por bloqueios. A análise de dificuldades é, obviamente, um dos pontos metodologicamente e teoricamente cruciais de pesquisas sobre o ensino da matemática. Aqui, a distinção entre dois tipos de erros radicalmente diferentes se impõe. Existem erros que estão relacionados com a fase de introdução de um novo conceito ou de um novo procedimento. Estes são erros transitórios e específicos. E existem erros que ressurgem sistematicamente e independente do conteúdo matemático a mobilizar. Estes são os erros transversais. Eles bloqueiam qualquer progresso real na aprendizagem matemática. Quando se permanece unicamente na face exposta da atividade matemática, procura-se explicar todas as dificuldades que os alunos encontram, como se fossem erros transitórios, decorrentes da complexidade epistemológica dos conceitos a serem adquiridos. Mas, as dificuldades mais profundas, aquelas que param a maioria dos estudantes na entrada da atividade matemática, não decorrem apenas de uma deficiência na aquisição de conceitos, mas de um desconhecimento total dos gestos intelectuais, quer dizer, de operações semio-cognitivas que são próprias da atividade matemática[12].

O domínio desses gestos intelectuais se manifesta, no sujeito, por meio de *iniciativas de exploração* e de pesquisa diante de um problema, por *um autocontrole da pertinência matemática* do que ele faz e por uma certa *espontaneidade de transferir conhecimentos* à novas situações. Isto significa o desenvolvimento de uma verdadeira autonomia intelectual nas atividades matemáticas e na resolução de problemas. Do ponto de vista psicológico, isso significa que o aluno adquire confiança em si mesmo.

Quais sugestões o Sr. daria para um professor de Matemática que desejasse utilizar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica em suas aulas?

Raymond Duval: Esta questão parece simples. No entanto, é difícil respondê-la diretamente. Pois, ela remete a duas outras questões mais complexas. Por um lado, daquilo que o professor faz em sua sala de aula com o olhar do que ele "deveria" fazer. Por outro lado, daquilo que é observável do trabalho dos alunos e do que podemos, ou não, interpretar de suas produções orais e escritas. Para evitar qualquer equívoco, eu vou começar com algumas observações sobre estas duas questões.

§§§

Toda organização do ensino de matemática é feita em um quadro que permanece na face exposta da matemática. Existem conhecimentos de base que *são escolhidos como os objetivos globais da aquisição* até o final do *Collège* (15-16 anos). E existem os conceitos e os procedimentos que constituem *os objetivos locais de aquisição* próprios de cada nível, na dimensão de um ano escolar. A particularidade do ensino de matemática decorre de que estes conceitos e procedimentos são determinados por *um processo de decomposição de conhecimentos de base* em conteúdos matemáticos pré-requisitos.

O uso da teoria dos registros em sala de aula requer, pelo contrário, que se leve em conta a face oculta da atividade matemática, ou seja, todas as transformações de representações semióticas cujo funcionamento cognitivo é ao mesmo tempo específico da matemática e independente dos conceitos matemáticos mobilizados. Ora, as exigências e os funcionamentos específicos de cada uma das duas faces da atividade matemática não são simultaneamente compatíveis ***na organização de uma sequência didática***. Em outras palavras, não podemos perseguir ao mesmo tempo objetivos locais de aquisição de conceitos ou procedimentos matemáticos, e objetivos transversais de conscientização dos gestos intelectuais que caracterizam a originalidade da atividade matemática, independente do conceito ou procedimento mobilizado. Pois, a atenção não pode se centrar simultaneamente sobre a abordagem matemática e sobre o funcionamento cognitivo subjacente a essa abordagem. Para saltar de um para o outro, é necessário mudar de perspectiva, conforme já foi explicado. O controle dos gestos intelectuais específicos da atividade matemática deveria ser um objetivo global de aquisição, e até mesmo o principal, pois, sem ele, é impossível aplicar conhecimentos matemáticos em situações totalmente diferentes daquelas vistas em sala de aula. E no trabalho em sala, ou seja, durante um ano escolar, a consciência desses gestos intelectuais também deveria ser um dos objetivos locais de aquisição, e até mesmo *um objetivo prioritário, pois são propedêuticos a toda atividade de resolução de problema*. E é neste ponto que a incompatibilidade entre os dois pontos de vista se torna um conflito didático. Porque as sequências de atividades que os professores organizam em suas aulas devem sempre ter por objetivo a aquisição, ou a aplicação, de cada um dos conceitos que são os conteúdos matemáticos requeridos para os objetivos locais do ano seguinte. Caso contrário, "nós não fazemos matemática" ou ensinamos algo que é diferente de matemática.

As atividades que permitem tomar consciência das conversões e tratamentos específicos a cada registro não podem ser confundidas com sequências de atividades que visam à introdução e a aquisição de um conceito particular. Elas são de naturezas diferentes. *As variáveis didáticas a considerar não estão relacionadas com as propriedades dos objetos matemáticos representados, mas se referem às variações do conteúdo das representações do registro utilizado e às covariações do conteúdo das representações em um segundo registro*. Por exemplo, a organização de atividades para descobrir a correspondência semiótica entre gráficos cartesianos e equações realmente não pode estar sujeita à introdução de funções lineares. Ela exige *a exploração de valores visuais qualitativos* de retas, de curvas, etc., traçadas sobre um plano cartesiano, e *a comparação com as modificações correspondentes na escrita de uma equação*. Isto se trata, portanto, de um trabalho de observação sistemática do funcionamento destes dois registros de representações semiótica. Este trabalho deve respeitar o princípio de base de qualquer método experimental: variar somente um fator de cada vez (aqui, uma variável visual qualitativa), e não dois, o que nunca é evidente no caso dos exercícios que são propostos aos alunos. E, além disso, como todos sabem, os gráficos e as equações também podem representar objetos que não são funções! Ser capaz de colocar em correspondência semiótica os valores visuais qualitativos de um gráfico e as unidades de significado de uma equação é a condição cognitiva que é pré-requisito para a aquisição matemática da noção de função, e não a consequência da aquisição desta noção. Considerar a face oculta da matemática exige um trabalho deste tipo para todos os pares de registros que são mobilizados na resolução de problemas, a começar por aqueles pares em que a língua natural é o registro de partida.

§§§

O ensino de matemática faz parte de um currículo que implica na consideração de duas escalas de tempo completamente diferentes. E isto apresenta um problema metodológico considerável. Em qual período de tempo se situar para observar e analisar os processos de compreensão e aprendizagem em matemática? Aquela do desenvolvimento da resolução de um problema ou de uma engenharia didática, ou seja, durante uma ou várias sessões de trabalho, ou em relação a um ciclo de ensino, ou seja, no decorrer de vários anos? E a mesma pergunta se aplica à avaliação dos conhecimentos adquiridos pelos alunos.

Estas questões se apresentam de modo concreto, sempre que se trata de analisar e interpretar o trabalho dos alunos em sala de aula, que esse trabalho seja feito por meio de trocas verbais (entre alunos ou com o professor) ou por diferentes formas de produção (figural ou escrita) que lhes são exigidas. Podemos reformulá-las da seguinte maneira. É necessário observar os trabalhos dos alunos em sala de aula em função de cada um dos conceitos a serem adquiridos, ou seja, a partir de cada um dos objetivos locais que controlam a organização do trabalho em sala de aula, ou é preciso também os olhar em função dos gestos intelectuais a adquirir para compreender matemática? O olhar sobre as produções dos alunos e a análise dos processos de compreensão mudam completamente segundo a face da atividade matemática que olhamos e de acordo com a escala de tempo em que se leva em conta.

Assim, podemos observar o trabalho dos alunos em função DA sequência de atividades desenvolvida para UM dos conceitos específicos, cujas aquisições constituem os objetivos locais do ano letivo. Ela está bem adaptada? O professor explorou as sugestões de alguns alunos e reagiu bem às incompreensões dos outros? Neste caso, a análise dos processos de aprendizagem de matemática se dá a partir do que podemos ver diretamente e registrar sobre uma, duas ou três sessões de trabalho. A prática, agora cada vez mais frequente, tanto na formação de professores quanto nos congressos, consistindo em mostrar vídeos de aulas, é sintomático desta abordagem. O trabalho dos alunos é observado a partir da perspectiva do *teaching* e daquilo que os professores devem fazer. Mas a atividade matemática que está implícita e explicitamente solicitada nas sequências de atividades propostas não é, de modo algum, vista a partir da perspectiva dos alunos e, consequentemente, do *learning*.

Para olhar as atividades matemáticas do ponto de vista dos próprios alunos, não se deve limitar ao objetivo local da introdução de um conceito particular de um nível de ensino particular. Ao contrário, é preciso olhar para as reações e as produções dos alunos durante períodos de tempo mais longos e em diferentes níveis de ensino. É assim que aparecem, como numa vista aérea, os vestígios enterrados no solo, esses erros ou bloqueios que permanecem os mesmos, independente dos conhecimentos matemáticos introduzidos. E de um ano para o outro, eles se tornam os portais cada vez mais intransponíveis para os alunos, pelo menos enquanto o ensino de matemática permanecer unilateral, ou seja, centrado apenas na face exposta da matemática. A grande ilusão teórica e metodológica do ensino de matemática, e da maioria das pesquisas em didática, é acreditar poder interpretar diretamente e quase sobre o campo das produções orais e escritas dos alunos, não somente do ponto de vista matemático, mas do ponto de vista de uma verdadeira compreensão pelos alunos. A ilusão consiste em acreditar que as produções verbais ou escritas dos alunos, que são fenômenos de superfície, refletiriam direta e imediatamente o funcionamento cognitivo multirregistro do pensamento matemático.

§§§

Agora eu posso tentar responder à pergunta. O uso da teoria dos Registros de Representação Semiótica na sala de aula requer uma completa mudança de perspectiva sobre a atividade matemática. Eu vou me limitar à duas indicações.

A primeira diz respeito ao uso de quadros para organizar os dados que tenham sido identificados ou gerados durante o trabalho de exploração ou observação em atividades numéricas ou atividades geométricas. Os dados são classificados de acordo com vários critérios que podem ser justapostos em paralelo ou cruzados. Este tipo de representação bidimensional se diferencia de outros tipos de representação bidimensional por dois tipos de casas: as margens que correspondem cada uma a um critério, e as casas interiores nas quais organizamos os dados recolhidos. Os quadros podem preencher várias funções cognitivas: evidenciar regularidades no conjunto dos dados coletados, permitindo descobrir uma propriedade ou uma relação, formular uma conjectura ou selecionar informações pertinentes para encontrar uma equação referente aos dados de um problema, etc[13]. Mas, existem duas maneiras totalmente opostas de se utilizar os quadros. Eles podem ser utilizados como um meio para guiar o trabalho solicitado aos alunos: eles são, então, dados com suas margens identificadas por um critério, e os alunos só têm que preencher as casas interiores. É quase sempre desta maneira que os quadros são utilizados no ensino da matemática. Eles podem, ao contrário, serem utilizados para envolver os alunos na escolha dos critérios a serem levados em conta para organizar e interpretar os dados coletados ou gerados. O trabalho principal é, então, a construção de margens. Preencher as casas interiores torna-se uma tarefa que assume um valor de análise e interpretação. É somente para os alunos que aprendem a fazer este tipo de trabalho que os quadros tornam-se uma visualização heurística para a pesquisa de regularidades, para a formulação de conjecturas, ou para converter a descrição de dados de um problema em uma equação ou um sistema de equações.

A segunda indicação concerne à resolução de problemas. Esta é a atividade emblemática da matemática. Fazer matemática é resolver problemas. Mas cada professor sabe o quanto isto se torna um caso de divórcio entre a grande maioria dos alunos e o ensino de matemática. Basta olhar para os problemas clássicos sobre o “sentido” das operações aritméticas, sobre as grandezas, sobre a proporcionalidade, sobre os problemas que pedem para “encontrar a equação”, sobre a aplicação de teoremas como o teorema de Pitágoras ou de Tales, etc. *A cada vez é a mesma impotência* em saber o que fazer diante de um problema ou de não cair nas mesmas confusões. E o fato de propor os problemas a partir de situações concretas não ensina nem a resolver um problema nem a aplicar conhecimentos matemáticos para resolver problemas reais fora da sala de aula. Porque, mesmo se em sala de aula, nós sempre acabamos por explicar a solução de um problema, isto não prepara, de maneira alguma, os alunos para resolver outros problemas, mesmo aqueles que utilizam o mesmo conhecimento! Para entender como trabalhamos em matemática para resolver problemas e até mesmo para saber como utilizar um conhecimento matemático para resolver problemas reais, é preciso primeiro tomar consciência das transformações de representações semióticas, por meio de mudanças de registros e pelos tratamentos específicos de cada registro.

Existe, entretanto, uma condição a levar em conta. Todos os problemas apresentados no ensino são *problemas construídos para serem resolvidos pela aplicação de um ou vários conhecimentos matemáticos* escolhidos por aquele que elabora o problema. É necessário, portanto, fazer os alunos descobrirem como elaborar um problema matemático, a partir de um conhecimento matemático, para que eles entendam o que é um problema e que eles se tornem capazes de resolvê-los. Para isso, seria ilusório pedir para aos alunos elaborarem os seus próprios problemas. Eles reproduziriam os melhores exemplos de problemas trabalhados em sala de aula. É preciso organizar sequências de tarefas específicas em função de variáveis cognitivas concernentes à face oculta da atividade matemática[14].

O Sr. poderia falar um pouco sobre os progressos no ensino e na aprendizagem de matemática nas últimas décadas?

Raymond Duval: Desde os anos 1970, como eu já mencionei na primeira questão, as mudanças têm sido significativas e os progressos muito pequenos! As mudanças não se devem à didática, mas às transformações profundas da abordagem social e cultural de problemas da educação e de formação. Eu destacaria três fatores. (1) A massificação do ensino. (2) A importância crescente dada à avaliação no ensino. (3) O tsunami de telas de computadores em todos os campos de atividade, sejam eles lúdicos, científicos, profissionais ou simplesmente domésticos.

§§§

Aquilo que, nos anos 1960-1970, foi chamado de “massificação” do ensino secundário, se traduziu por um deslocamento da divisão institucional entre o ensino comum para todos os alunos da mesma faixa etária e um ensino organizado em áreas, destinadas a alunos que seguem percursos escolares mais ou menos longos. Isto, obviamente, provocou mudanças nas práticas pedagógicas e nos conteúdos curriculares. Em sala de aula, foi preciso generalizar os métodos ativos e introduzir o trabalho "em grupo". Os conteúdos curriculares precisaram ser renovados profundamente para levar em conta o desenvolvimento dos conhecimentos nas diferentes disciplinas e o surgimento de novas demandas sociais em termos de formação. A democratização do ensino prosseguiu assim até a universidade.

Assim, uma linha divisória mais radical se estabeleceu entre um ensino geral para todas as crianças e adolescentes de uma mesma faixa etária, e para um ensino diferenciado em segmentos cada vez mais especializados. Uma diferença profunda os opõe. O ensino geral comum corresponde ao período de desenvolvimento da criança e do adolescente. Este período de desenvolvimento corresponde a dois desafios diferentes, mas inseparáveis para o futuro de cada indivíduo. Um é a *apropriação de todos os sistemas semio-cognitivo que permitiram o progresso do conhecimento e sua transmissão para a geração seguinte*. De alguma forma, eles formam os "genes de uma civilização". À frente destes sistemas, há obviamente a língua, mas também todos os sistemas semio-cognitivos cuja complexidade e diversificação permitiram o progresso da matemática. Outro desafio do desenvolvimento é a confiança que o indivíduo tem em si mesmo no exercício das possibilidades de ação, que o indivíduo tem em seu corpo e ferramentas que lhe são fornecidas imediatamente e de maneira concreta, mas também naqueles que os sistemas semio-cognitivos lhe oferecem além da percepção. Podemos resumir isso na fórmula: o desenvolvimento é o período em que cada indivíduo se constrói e, portanto, não se constrói antes e nem somente conhecimento. Desde a década de 1970, o ensino da matemática e a didática da matemática se centraram na construção do conhecimento, como se isso fosse permitir ao indivíduo de se construir ele mesmo, ou seja, de tornar-se um indivíduo para quem a racionalidade e a razão controlam sua relação com o mundo, com os outros e com a sociedade! Esta concepção, que representa tanto ideologia quanto uma análise histórica e epistemológica, acabou por tornar incompreensível, ou até mesmo inadmissível, a importância primordial que é dada à matemática, na formação geral da mente e da razão[15]. Por que o ensino da matemática seria tão fundamental quanto o ensino da língua materna, desde o jardim de infância até o fim do colégio? É porque os objetivos globais deste ensino devem visar o desenvolvimento da *autonomia intelectual de cada indivíduo*, e não apenas a aquisição do que é chamado na França de "um núcleo comum de conhecimentos de base". Ao contrário, o ensino diferenciado por áreas é destinado a jovens adultos. Seus objetivos globais são determinados por uma pré-orientação profissional. Os conhecimentos ensinados se tornam próprios de cada segmento, e cada segmento destina-se apenas a uma sub-população de indivíduos de uma faixa etária. Não se saberia conceber, do mesmo modo, os objetivos globais de aquisição de conhecimentos para um ensino geral comum e para um ensino mais ou menos orientado para um campo de um domínio da atividade profissional. Dito de outro modo, existe uma ruptura entre o ensino comum generalizado cujos objetivos devem ser *os objetivos da educação no sentido pleno da palavra (paideia*[16]*)*, e os ensinos especializados cujos objetivos, mais ou menos a longo termo, são *os objetivos de formação profissional*. Num caso, os processos de aquisição de conhecimentos são inseparáveis dos processos de desenvolvimento, de despertar, de tomada de consciência e de confiança dos indivíduos por eles mesmos. No outro caso, eles estão ligados a questões não somente de transmissão de conhecimentos e de práticas, mas também de inovação.

O ensino de matemática não escapa desta linha de divisão institucional em um currículo escolar que possui agora quase vinte anos de vida. Ora, estranhamente, o ensino de matemática está organizado de acordo com *a ordem de construção de conceitos partindo do que é mais simples e mais elementar do ponto de vista matemático*[17], como se o processo de aquisição de conhecimento matemático fosse o mesmo do primeiro ano da escola primária até a universidade. A face oculta da matemática nunca é realmente levada em consideração. Do mesmo modo, a divergência dos objetivos globais, que é a consequência dessa linha divisória institucional, é negligenciada em todas as teorias didáticas. Embora elas tenham sido elaboradas no contexto de observações ou de experiências feitas no nível do ensino primário ou no nível do secundário, ou no ensino técnico ou ainda no universitário, as teorias didáticas são generalizadas, como se elas fossem indiferentemente válidas para todos os níveis de ensino da matemática.

§§§

Duas noções tornam-se agora fundamentais na organização institucional do ensino: aquelas de objetivo e competência. Elas impregnam todo o vocabulário da educação e da formação, inclusive em didática. Qualquer atividade é analisada em termos de *objetivo a atingir* e todo objetivo de aprendizagem é analisado em termos de *competências a adquirir*. Essas noções se impuseram com a importância crescente dada à avaliação em todos os sistemas educativos, não somente na sala de aula, mas também em nível nacional e internacional. Eu vou me limitar aqui à noção muito ambivalente de "competência", que é definida como um "*saber fazer* (tal ou tal ação)". Porque ela conduz a pensar as questões da educação matemática até os 15-16 anos como se fossem problemas de formação em segmentos especializados segundo orientações profissionais.

A importação da noção profissional de competência no ensino ocorreu pela primeira vez no ensino técnico a partir dos anos 1980, e ela caminhava lado a lado com um ensino por objetivos locais bem definidos. Ela era então a resposta pedagógica aos problemas de ensino para uma população de alunos que se encontrava numa situação de fracasso, e até mesmo em ruptura com a escola. E, por esta razão, ela foi progressivamente imposta no ensino geral comum até 15-16 anos. O ponto importante a compreender é que esse recurso à noção de competência, ou de saber fazer, introduz uma mudança de ponto de vista na decomposição de conhecimento matemático de base a adquirir. *Elas não são mais decompostas em termos de conceitos, mas em termos de tarefas precisas a fazer*. Haverá, portanto, tantas competências quantas forem as tarefas que terão sido identificadas. Esse ponto de vista já tinha sido adotado no ensino programado, aproximadamente nos anos 1970, e para a fabricação de "fichas de trabalho", que eram então dadas aos alunos. Sua vantagem para os alunos consiste em dividir uma questão em uma sequência de sub-questões que seguem etapas da resposta completa para a questão mais global. Vemos, portanto, vantagem para os alunos que, de outra forma, não saberiam "o que fazer". Mas a decomposição de conhecimentos matemáticos em competências a adquirir apresenta dois problemas. Eles dizem respeito à pertinência e à validade de uma análise do processo de compreensão e de aprendizagem da matemática no ensino geral comum. O primeiro é a escolha de critérios que permitem identificar uma tarefa. Aqui, é preciso então recorrer a uma teoria não matemática (teoria da comunicação, teoria pragmática, etc.) e à uma classificação geral dos tipos de atividades (como por exemplo a de Bloom) para descrever a natureza da tarefa[18]. E isso conduz a identificar como tarefas simples atividades que são cognitivamente complexas, mas que são fontes recorrentes de bloqueios para os alunos: analisar e interpretar um resultado, organizar um percurso, etc. O segundo problema diz respeito à multiplicação de tarefas e, portanto, de competências. Isto conduz a aprendizagens fragmentadas que a maioria dos alunos não pode nem mobilizar quando mudam as condições, nem verdadeiramente fazer conexões entre elas.

Durante muitos anos, a didática da matemática tentou opor uma abordagem centrada na resolução de problemas a esta abordagem centrada na decomposição de tarefas, em função de critérios gerais que são pedagógicos e que ignoram o funcionamento cognitivo do pensamento em matemática. Mas, diante da ausência de todo o progresso concernente à resolução de problemas no ensino geral comum, a didática da matemática tem, nos últimos vinte anos, retomado progressivamente este ponto de vista pedagógico sobre a análise da aquisição de conhecimentos pelos alunos, que já havia sido adotada pelo ensino técnico. Uma batalha perdida para um ensino de matemática visando à compreensão da matemática por todos os alunos, ou, ao contrário, um real progresso (a curto ou a longo prazo ?)?

§§§

A maior mudança concerne aos ambientes informatizados. Eles se tornaram os ambientes que comandam tão poderosamente todos os setores da atividade humana que se adaptar à realidade e ao mundo, é hoje se adaptar às telas *via* utilização de softwares. Embora os trabalhos de "inteligência artificial" remontem aos anos 1960, é o desenvolvimento extraordinário da micro-informática, ou seja, computadores pessoais, aproximadamente nos anos 1980, que iniciou esta verdadeira revolução. Os primeiros tutoriais, ou seja, os softwares construídos com finalidades pedagógicas, apareceram nesse momento.

O mais emblemático é o *Cabri-géomètre*. Não é inútil lembrar suas primeiras motivações. Ele se tratava de impor o recurso às propriedades geométricas, *via* instruções utilizando termos técnicos, para construir figuras contra a prática de uma orientação puramente perceptiva. A oposição com os modos de construção papel-lápis-*instrumento*s *manuais* (régua e compasso) foi espetacular, porque era preciso seguir uma ordem geométrica de construção (em função, é claro, das primitivas do software) para poder ter êxito na construção de uma figura. Desde então, softwares têm sido desenvolvidos em todos os campos de conteúdos do ensino de matemática, sendo o mais espetacular concentrado na construção de gráficos para todos os tipos de funções. E, agora, os softwares se multiplicam também para introduzir álgebra no *Collège*. Ocorre atualmente, um pouco como o novo Eldorado para o ensino de matemática.

De um ponto de vista cognitivo, os softwares trazem três grandes inovações. A mais fascinante é *o poder de visualização* que eles oferecem em todas as áreas. A segunda é que eles constituem um meio de transformações de todas as representações produzidas na tela. Em outras palavras, eles não são somente um instrumento de cálculo cuja potência cresce de modo ilimitado, mas eles cumprem *uma função de simulação e de modelagem* que ultrapassa tudo o que podemos imaginar "mentalmente" ou realizar de modo gráfico-manual. Enfim, a produção pelos computadores é quase imediata: *um clique, e isto é obtido sobre a tela*! É esta tripla inovação do ponto de vista cognitivo que gera o interesse e os benefícios pedagógicos dos ambientes informatizados no ensino de matemática. Do ponto de vista da formação, eles são absolutamente indispensáveis. Mas, do ponto de vista dos objetivos da educação relacionados ao desenvolvimento da inteligência e à sua autonomia em matemática e na utilização da matemática, é também tão óbvio ou tão simples?

Tomemos o exemplo da visualização em matemática, e, mais particularmente, em geometria. Hoje os softwares permitem não somente construir figuras, mas explorar as transformações de figuras por simples deslocamento de um "objeto" (ponto, segmento, etc.). Eles não somente preenchem uma função heurística, mas permitem uma abordagem "experimental" de relações e de propriedades geométricas. A visualização seria assim completamente "externalizada", ou seja, a cargo de uma ferramenta utilizada. O.K.! Resta, entretanto, uma dupla dificuldade a superar. A primeira é a *articulação com os enunciados* de propriedades e teoremas, sem os quais não existe prova matemática. Este aspecto é importante, não somente do ponto de vista cognitivo, mas também do ponto de vista matemático, porque *a visualização na tela repousa sobre o processo de discretização* e não visualiza a continuidade matemática e o infinito. A segunda dificuldade é *o olhar do aluno* que observa o que aparece na interface da tela, se deixando espontaneamente guiar pelo reconhecimento perceptivo de formas produzidas na tela. Mas o primeiro passo na aprendizagem da geometria é a educação ao modo matemático de ver as figuras. E isto não se pode fazer nem com um *software*, nem com reconhecimentos de figuras elementares, nem a partir de conceitos. Existe um paradoxo da visualização geométrica que repousa sobre a desconstrução dimensional de formas 2D que se impõem logo de início e de maneira estável ao olhar. Até agora, a importância cognitiva da desconstrução dimensional de formas, que constitui o implícito, por excelência, dos conceitos e das definições geométricas, tem permanecido totalmente ignorada no ensino e pelas teorias didáticas dominantes.

Qual é o progresso além da produção de softwares e de sua simples utilização?

Notas

* Doutor em Ciências da Educação pela Universidade Montpellier II, França. Pós-doutorado no Laboratório de Informática de Grenoble, França. Professor do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – INMA e do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UFMS. E-mail: joseluizufms2@gmail.com

** Doutora pelo Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática da Universidade Estadual de Maringá – UEM. Professora do Departamento de Matemática da UNESPAR/FECILCAM. E-mail: rezendeveridiana@gmail.com

[1]As questões foram elaboradas em francês pelos proponentes desta entrevista, encaminhadas via *e-mail* a Raymond Duval que também as respondeu em francês. A tradução da entrevista foi realizada pelos proponentes.

[2] Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática, e não ainda, naquela época, sobre formação de professores.

[3] Nível do sistema de ensino francês correspondente aos anos finais do Ensino Fundamental brasileiro.

[4]Alguns resultados estão reproduzidos no Capítulo I de *Semiose e pensamento humano* (p. 53, 1995, Peter Lang 1995). Dez anos mais tarde, um dos professores que havia participadodesta investigação, e após tornar-se Inspetor, me disse terpercebido frequentemente em sala de aula os mesmos fenômenos que nós tínhamos identificado nesta pesquisa.

[5]Realizadas em colaboração com F. Pluvinage e outros membros do IREM de Estrasburgo, publicadas no *Educational Studies in Mathematics* em 1973, 1974 e 1977.

[6] A Reforma Haby de 1975.

[7]Para a primeira linha de pesquisa, remeto ao testemunho que será publicado em homenagem a Marie-Agnès Egret, a professora que eu acompanhei na sala de aula de 4ème (13-14 anos – nível de ensino correspondente ao 8º ano do Ensino Fundamental) experiências sobre a descoberta de raciocínio dedutivo e da demonstração em geometria entre 1987 e 1990.

[8] Estes três artigos foram recentemente traduzidos para o português por Méricles T. Moretti: (1) Gráficos e equações: a articulação de dois registros. (2) Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência (3) Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat

[9] Estes três artigos foram recentemente traduzidos para o português por Méricles T. Moretti: (1) Gráficos e equações: a articulação de dois registros. (2) Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência (3) Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat

[10]Eu fiz recentemente uma nova apresentação para alunos e professores, em seminários na UNIBAN (São Paulo) dedicado às questões da introdução e do ensino de álgebra elementar: Ver e ensinar Matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros representações semióticas. 2011. São Paulo: Proem editora.

[11] Isto ocorreu, entre outros fatores, por um interesse crescente fundamentado em Vygotsky, para contrabalançar ou complementar a abordagem piagetiana na qual o papel e a importância do ensino no desenvolvimento intelectual da criança eram completamente ignorados. Na França, isso culminou na criação em 1990, dos primeiros IUFM (Institutos Universitários de Formação de Professores), que se sobrepuseram aos IREM.

[12] Quais teorias e métodos para a pesquisa sobre o ensino da matemática? *Praxis Educativa*, v.7, N. 2. (2012), p. 305-330.http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/viewArticle/4694

[13] Duval R. (2003) Comment analyser le fonctionnement représentationnel des tableaux et leur diversité *? Spirale*, 32, 7-31, Lille3.

[14]R. Duval, 2013. “Les problèmes dans l’acquisition des connaissances mathématiques: apprendre comment les poser pour devenir capable de les résoudre?”. REVEMAT, v. 08, n. 1, p. 1-45, 2013.https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat

[15]A partir do XVII, a matemática serviu como referência ***para dois modelos diferentes da Razão e da racionalidade***. O primeiro é o modelo cartesiano, baseado em uma abordagem algorítmica da racionalidade. O segundo, com Hobbes e Spinoza, ao contrário disso é baseado na abordagem euclidiana da racionalidade, ou seja, sobre uma abordagem "axiomática" e dedutiva. É o modelo euclidiano da racionalidade que se impôs no século XVIII, século das "luzes", enquanto que em matemática, a abordagem algorítmica conheceu uma verdadeira explosão com o desenvolvimento das diferentes formas de cálculo (análise, álgebra, lógica booleana, etc.) antes de se imporem definitivamente com as máquinas simbólicas de Turing. Na educação, a predominânciada ferramenta informática foi feita contra a abordagem alternativa da racionalidade matemática, que na realidade é cognitivamente e semioticamente mais complexa.

[16]Nota dos tradutores: Platão define *Paideia* da seguinte forma “(...) a essência de toda a verdadeira educação ou Paideia é a que dá ao homem o desejo e a ânsia de se tornar um cidadão perfeito e o ensina a mandar e a obedecer, tendo a justiça como fundamento” (cit. *In* JAEGER, 1995: 147). http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/images/hfe/momentos/escola/paideia/index.htm.

[17]Lembramos que esta ordem de construção é na verdade a ordem inversa de uma desconstrução, em termos de conhecimentos pré-requisitos, de conhecimentos de base escolhidos como os objetivos globais de ensino de um nível escolar.

[18]A publicação anual das avaliações nacionais realizadas na França desde 1989 oferece um exemplo de todos os saberes fazer esperados. Por exemplo, para a entrada no *Collège* (11-12 anos), existem duas páginas de "saber fazer" concernente aos trabalhos geométricos, as medidas e os trabalhos numéricos. *Os dossiês da educação e da formação*. Ministério da Educação Nacional.