

## SECCIONANDO UM CUBO: O QUE FAZER SE TRÊS PONTOS NÃO DETERMINAREM UM PLANO?

Marcelo Almeida Bairral\*

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

[mabairral@hotmail.com](mailto:mabairral@hotmail.com)

Thaís Fernanda de Oliveira Settimy\*\*

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

[thaisinha\\_keyblade@hotmail.com](mailto:thaisinha_keyblade@hotmail.com)

Vinícius dos Santos Honorato\*\*\*

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

[honoratovinicius@hotmail.com](mailto:honoratovinicius@hotmail.com)

### RESUMO

Muitas aulas de matemática ainda estão focadas no estudo das formas planas e no uso de figuras estáticas. Esse artigo apresenta alguns resultados prévios de um projeto de pesquisa que tem como objetivo elaborar e implementar situações para a melhoria do aprendizado de geometria na Educação Básica. Elaboramos atividades com recursos convencionais e com o software *Google SketchUp*. Focamos em seções no cubo. Alguns resultados aqui discutidos são de implementações com futuros professores de matemática, em 2012. Verificamos que os sujeitos tiveram dificuldades de visualizar e representar algumas seções planas. Aparentemente não perceberam que as atividades usavam a ideia geométrica de que três pontos não colineares determinam um plano.

**Palavras-chave:** Seções no cubo. Visualização. Representação. *Google SketchUp*.

### CUBE SECTIONING. WHAT TO DO IF THREE POINTS DO NOT DETERMINE A PLANE?

Many mathematics lessons are still not focused on the study of plane forms or in the use of static figures. The objective of this study was to present some preliminary results of a research project developed to elaborate and implement conditions to improve the learning of geometry in basic education. Activities were elaborated with conventional resources and with *Google SketchUp* software. They were focused on cube sections. Some of results presented here were implementations performed by future mathematics teachers, in 2012. It was observed that subjects had difficulties to visualize some of the plane sections. Apparently they were unable to realize that the activities used the geometric idea that three non-collinear points define a plane.

**Key words:** Cub sections. Visualization. Representation. *Google SketchUp*.

*Dedicamos esse trabalho a Oscar Niemeyer (1907-2012), um de nossos inspiradores para o estudo crítico, estimulador e criativo das formas na geometria escolar.*

## **Introdução**

Apesar do avanço dos recursos tecnológicos, o ensino da geometria ainda tem sido desenvolvido de forma convencional, ou seja, com papel e lápis. Pesquisas em Educação Matemática ressaltam que a construção do pensamento geométrico implica manipulação, simulação, descrição e uso de diferentes representações (LEMOS; BAIRRAL, 2010). Nesses processos, a visualização assume grande importância.

Veloso (1999, *apud* BAIRRAL, 2009) destaca que visualizar não é somente o ato de ver um objeto, como se não existisse nesse momento nenhum tipo de raciocínio ou cognição. Em sintonia com Veloso, Bairral (*op. cit.*) sublinha que quando percebemos visualmente um objeto, estamos desempenhando uma importante atividade cognitiva. Assim, é necessário tomar alguns cuidados no momento em que se constroem animações. Para isso, devemos trabalhar com diferentes pontos de vista do objeto como, por exemplo, a vista superior e a visão em perspectiva.

Existem diversos *softwares* que se tornam ferramentas poderosas para o processo de aprendizagem da Matemática, pois neles os usuários (professores ou alunos) podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos. Esses programas de computador apresentam recursos que favorecem, de forma muito natural, os sujeitos a pensarem matematicamente. Neles os aprendizes fazem experimentações, geram e justificam conjecturas e criam meios de resolver problemas. Ao mesmo tempo, proporcionam novos modos de visualizar um objeto, o que muitas vezes enriquece o aprendizado e, em outras, complexifica.

Essa complexificação é decorrente de diferentes formas e alternativas de visualizar, manusear e alterar uma figura com o uso de *softwares* e outros suportes informáticos. As dificuldades referentes à visualização são um fato que tornam o ensino e a aprendizagem da

geometria cada vez mais desafiadores. Acreditamos que a utilização dos diferentes recursos pode auxiliar docentes e discentes nesse processo.

Nas escolas públicas que participam de nossas pesquisas, o trabalho realizado com geometria ainda prioriza plano, principalmente, abordando as figuras planas e os polígonos mais conhecidos (triângulos, quadrados, retângulos etc.). O mesmo fato observamos para o trabalho com sólidos geométricos. No entanto, outros tipos de formas aparecem em nosso cotidiano (BAIRRAL, 2009).

Segundo Kaleff (1998), é interessante que o aluno tenha em mãos as estruturas (modelos) de diversos sólidos para que possa aprimorar a sua capacidade de observação e desenvolver a habilidade de visualização. Desta forma, ele se tornará mais apto para representar os sólidos, já que está desenvolvendo sua capacidade de percepção tridimensional e, com isso, perceberá com maior facilidade as partes não-visíveis (faces, arestas, diagonais, seções etc.) dos objetos.

De forma tradicional, as aulas de geometria são implementadas estaticamente. Nelas os alunos realizam tarefas de mesma natureza (nomenclatura de figuras, uso de fórmulas, conversão mecânica de unidades de medida etc.) e com figuras representadas em papel, estáticas. Nosso objetivo principal com esse artigo é contribuir com a criação de uma arquitetura de aula que não siga uma sequência ou hierarquia rígidas, ou seja, uma sala de aula com diversos recursos didáticos que priorize o potencial e o interesse dos alunos.

### **Aprendizagem de geometria: visualização, representação e possibilidades de inovação no seu ensino**

Não é de hoje que o ensino tradicional da geometria vem sendo debatido. *Que tipos de material ou atividades poderiam ser usados em aulas? Como não perder de vista o foco em conceitos importantes, mas sem desvirtuar o aprendizado e a descoberta por parte do estudante?*

Estudos em educação geométrica (BAIRRAL, 2009; KALEFF, 1998; VELOSO, 1999) ressaltam que o ensino da geometria poderia acontecer de forma que a intuição e a dedução estivessem continuamente presentes, estimulando o pensamento geométrico dos alunos. A visualização, em particular, deve ser intensificada utilizando *softwares* e também outros tipos de materiais manipulativos (BAIRRAL, *op cit.*; KALEFF, *op cit.*). Também é necessário conectar a geometria não somente a outras áreas da matemática, mas com a arte ou com as formas da natureza. É certo que, desse modo, o ensino pode se tornar mais eficaz, proporcionando ao estudante uma forma de entender melhor o assunto. Deste modo, ele não veria a geometria como algo para se decorar e sim para se explorar (VELOSO, 1999, *apud* BAIRRAL, 2009).

Ainda segundo Veloso (*idem, apud* BAIRRAL, *idem*), o ensino da geometria apresenta hoje algumas tradições negativas, começando pela questão das definições. Muitas dessas que hoje são ensinadas, podem se comportar insuficientemente dependendo da situação como, por exemplo, definir polígono apenas como uma linha poligonal fechada. As definições acabam por se tornar coisas decoradas e imutáveis quando deveriam ser vistas apenas como essenciais para a construção da matemática. Outro problema enfrentado no ensino está na busca de alternativas que aprimorem o processo de visualização dos estudantes (KALEFF, 1998). Uma das alternativas para isso é o uso ou a construção de animações em 3D (BAIRRAL, 2009).

### **Animações e alguns aspectos cognitivos referentes à visualização**

De acordo com Bairral (2009), os discentes apresentam dificuldades em visualizar e entender algumas ilustrações e representações geométricas. Este fato se agrava quando trabalhamos com geometria espacial, pois muitas vezes os alunos não tiveram experiência com essa parte da geometria. Por isso, Bairral (*op. cit.*) enfatiza que o uso de animações em 3D (sejam representações planas que simulam 3D ou recursos que exibem essas animações) pode servir como motivação para o aprendizado e ser um fator que facilite a compreensão dos aprendizes.

A palavra animação pode ser interpretada de várias maneiras. Por isso, Bairral (*op. cit.*), após um levantamento, concluiu que uma animação, independente de seu contexto, deve ter como princípios: a motivação, o envolvimento do sujeito, o estímulo para observação e criação e o desenvolvimento da capacidade imaginativa, criadora e comunicativa do indivíduo. Nosso estudo usa animações quando o indivíduo está realizando suas construções no *Google SketchUp* (GS). Ainda que a construção final fique rígida, o processo de manuseio no programa vai ocorrendo mediante a observação de animações, pois são feitos movimentos constantes para visualizar a imagem em posições variadas.

Ao comparar percepção visual com visualização, Bairral (2009) argumenta que o ato de visualizar, por alguma dificuldade, pode gerar uma incompreensão parcial ou até total de uma animação. Tal dificuldade pode acontecer devido à falta de tempo necessário para uma interpretação/análise ou até mesmo falta de explicação por parte do animador (elaborador). Isto pode ser visto no ato de observarmos uma figura com vistas diferentes (frontal, lateral, superior, inferior ou em perspectiva). Assim, Bairral (*ibidem*) conclui que a visualização vai além da observação de algo, pois neste processo o indivíduo faz associações.

É lamentável que no ensino de geometria exista certa prioridade para as figuras planas, para os polígonos mais conhecidos e que as aulas se resumam a papel e lápis, fazendo o uso muito escasso de animações. Bairral (2009) frisa que em nosso cotidiano nos deparamos com formas não planas que possuem uma variedade visual e uma diversidade funcional. O autor (*op. cit.*) afirma que o fato de os estudantes apresentarem dificuldades em visualizar e entender algumas ilustrações e representações geométricas se complexifica quando exploramos apenas relações no espaço plano (2D) e, muitas delas, desarticuladas da visão tridimensional (3D).

A seguir, refletimos sobre como o uso de *softwares* pode enriquecer o ensino e a aprendizagem de matemática. Foi escolhido o programa *Google SketchUp* (GS) para atividades referentes à geometria espacial. Segundo orientações curriculares (BRASIL/MEC, 2006), os alunos, quando usam *softwares*, podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, estimulando o que podemos chamar de pensar matematicamente. Por isso, as atividades elaboradas em nossa investigação buscam desafiar os usuários a encontrarem estratégias de

entendimento dos procedimentos do programa de modo a auxiliá-los na compreensão e representação das atividades propostas. Portanto, nosso projeto de pesquisa também tem como metas elaborar atividades e construir procedimentos no *Google SketchUp*.

### **O uso de *software* no ensino e na aprendizagem**

Na educação geométrica há programas que usam régua e compasso (virtuais ou não) e com menu de construção em linguagem clássica da geometria, isto é, reta perpendicular, ponto médio, mediatriz etc. Feito um esboço qualquer de uma figura geométrica, é possível aplicar movimento a seus elementos, sendo preservadas as relações geométricas impostas à figura. Por este motivo, são denominados programas de geometria dinâmica. Com o uso da geometria dinâmica é também possível realizarmos uma modelação geométrica (MEIER; GRAVINA, 2012).

No primeiro momento de nosso estudo optamos pelo *Google SketchUp*. Apesar dele não ser propriamente um *software* de geometria dinâmica (pela sua impossibilidade de gerar figuras deformáveis e possuir procedimentos de construção mais sequenciais), ele proporciona a criação de objetos em três dimensões, tornando-se, assim, adequado ao estudo de seções planas em um cubo.

Com base nas ideias teóricas anteriores, vejamos a seguir uma descrição do *software Google SketchUp* e as atividades que foram elaboradas e testadas com 30 futuros professores de matemática em 2012. Os procedimentos detalhados dessa construção no GS estão no Apêndice.

### **O *software Google SketchUp* e as atividades elaboradas e implementadas**

O *Google SketchUp*, programa gratuito desenvolvido pela Google, é uma ferramenta útil para esboçar modelos tridimensionais (daí o nome *Sketch*, que significa esboço em Inglês). É

utilizado por arquitetos, desenhistas técnicos, engenheiros civis etc. O seu uso em atividades de ensino de matemática ainda é escasso. Até o momento localizamos o estudo de Panorkou e Pratt (2011) e o de Reis e Cordeiro (2012).

Apesar da escassez de trabalhos, acreditamos que o GS pode ser utilizado no ensino de matemática. A versão que estamos utilizando é a *Google SketchUp 8*. O *software* é livre e o seu *download* pode ser feito gratuitamente através do endereço <http://www.baixaki.com.br/download/google-sketchup-free.htm>

### **A Pesquisa: caracterização e procedimentos metodológicos**

Como dissemos, esse artigo é fruto de um projeto de pesquisa<sup>1</sup> que tem como objetivo elaborar, implementar e analisar situações de aprendizagem visando a melhoria do ensino de geometria na Educação Básica. Como visamos contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem, trata-se de uma investigação de cunho intervencionista ou, em sintonia com Demo (1997), metodológica, pois propicia a reflexão e a construção de caminhos para a discussão criativa de processos de construção do conhecimento escolar. Ainda conforme Demo (*op cit.*), por ser uma pesquisa prática, na qual teoria, método e empiria caminham juntos, é um modo salutar de produção do conhecimento por aproximar a ciência do cotidiano.

Para alcançar nossos objetivos adotamos, ciclicamente, o seguinte processo: elaboração e revisão de atividades, trabalho de campo, análise dos dados e novas implementações. Os instrumentos e os procedimentos de coleta de dados estão detalhados a seguir.

Instrumento	Coleta de dados
Fichas de atividades de cada um dos três blocos (ver seção seguinte)	Observação durante a implementação e registros escritos dos investigadores durante a realização das atividades
Autoavaliação	Respostas escritas dos participantes
Questionário inicial (estruturado) <sup>2</sup>	Respostas escritas dos participantes e tabulação de acertos e erros

**Quadro 1:** Instrumentos e formas de coleta de dados

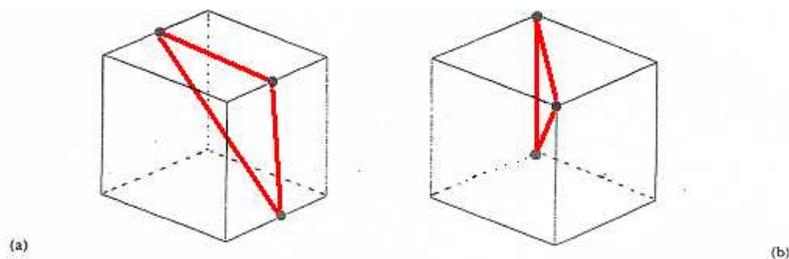
Os sujeitos foram graduandos em Matemática de nossa IFES. Eles participaram espontaneamente das implementações. Cada intervenção durou 5h. Os pesquisadores foram os autores do artigo e, também, os elaboradores das atividades e dos instrumentos. Todas as respostas foram analisadas e organizadas pelo tipo de solução dada.

### **Nossas primeiras implementações: alguns exemplos e resultados**

As duas primeiras implementações contemplaram situações de aprendizagem organizadas em três blocos: cortando o cubo, utilizando o *software Google SketchUp* e utilizando material em acrílico.

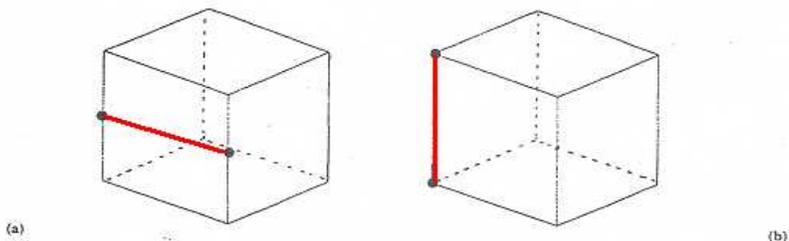
#### ***Atividades do bloco Cortando o Cubo***

As primeiras atividades foram adaptadas de Alonso e Salar (1992). Para realizá-las, os participantes deveriam usar lápis para determinar as possíveis seções nos cubos. As atividades foram propostas como vemos nos cubos ilustrados a seguir. Os participantes deveriam levar em consideração os pontos visíveis (ou invisíveis) e as possíveis seções que passavam por eles. Por exemplo, qual será a seção de corte que passa pelos três pontos indicados em cada cubo abaixo? Tipos de respostas dadas (em vermelho):



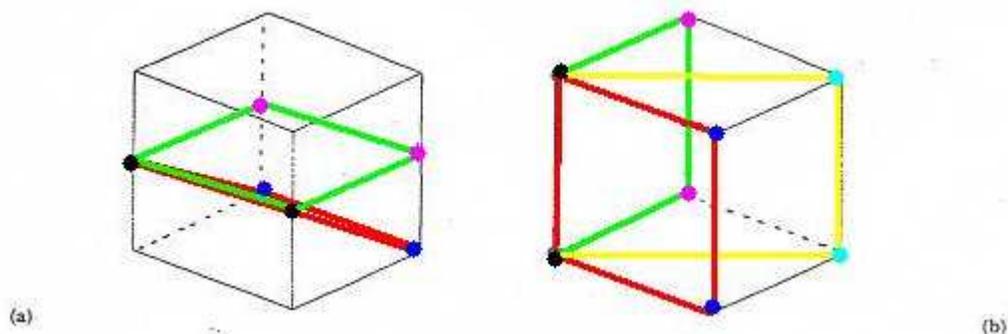
**Figura 1:** Determinar a seção de corte com três pontos visíveis

Mesmo as atividades tendo sido propostas de situações mais simples (com os quatro pontos visíveis) às mais complexas (com apenas dois), os participantes, em sua grande maioria, apresentaram o mesmo tipo de equívoco: apenas ligaram os pontos deliberadamente sem pensar o que era preciso para formar uma seção plana e, inclusive, que poderia haver um “ponto escondido”. Conforme ilustrado na Figura 2, quando foram dados dois pontos, muitos traçaram apenas um segmento.



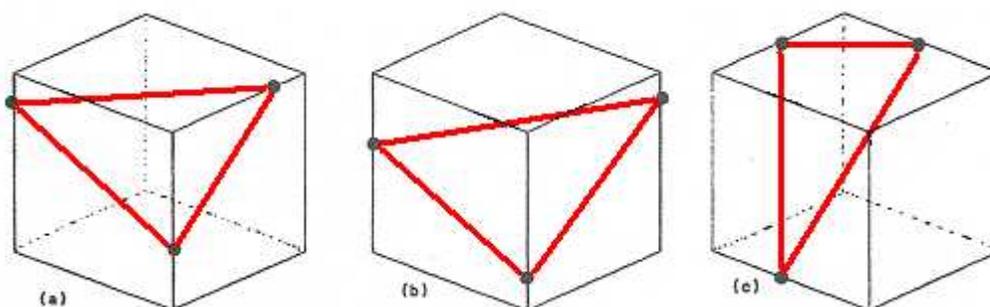
**Figura 2:** Determinar a seção de corte com três pontos visíveis

Os participantes, mesmo cientes do número mínimo de pontos (não colineares) para a determinação de seções planas, apresentaram dificuldades em representar o visualizado. Também não perceberam que, dependendo da posição dos pontos, é possível mais de um plano de corte. Por exemplo, a seguir ilustramos, em cores diferentes, algumas seções planas possíveis:



**Figura 3:** Determinar a seção de corte com dois pontos (em negro) visíveis

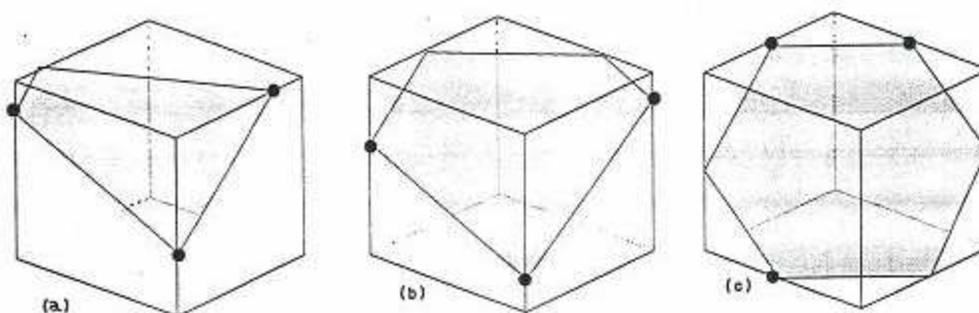
Contudo, a ideia de somente ligar os pontos ainda ocorreu. Seguindo com a realização das atividades, questionamos: *Qual o número mínimo de pontos necessários para que você tenha segurança de que a seção de corte será apenas uma?* A maioria dos participantes alegou que deveriam existir, no mínimo, três pontos, usando como justificativa o fato de que três pontos determinam um plano. Essa ideia emergiu somente após questionamentos provocados pelos pesquisadores. Apesar de terem conhecimento do que é preciso para se obter um plano, muitos apresentaram respostas equivocadas, por exemplo.



**Figura 4:** Determinar a seção de corte com três pontos visíveis

Apenas as atividades não foram suficientes para que os sujeitos relembressem essa propriedade da geometria euclidiana. Com isso, ressaltamos a importância da interação nas aulas de matemática. Nem sempre as atividades, ainda que elaboradas com certa ordenação de RPEM, Campo Mourão, Pr, v.2, n.2, jan-jun. 2013

dificuldades (da mais simples à mais complexa), são suficientes. No caso das atividades aqui analisadas, temos outro componente que precisa ser potencializado em geometria: a visualização e a representação do que foi visto. Às vezes, o indivíduo pode saber a propriedade, mas ter dificuldades em representar o visualizado, conforme respostas ilustradas na Figura 4. Nesse caso, as seções de corte corretas seriam:

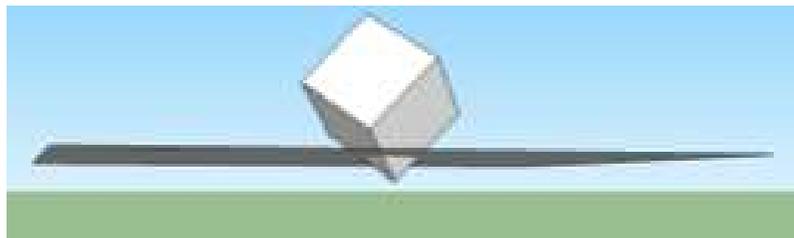


**Figura 5:** Exemplos de seções de corte corretas para a Figura 4

Finalizando a análise ilustrada nessa seção, aproveitamos para ressaltar a relevância de implementarmos atividades com recursos variados, de modo que cada um traga contribuições diferentes ao aprendizado

### ***Atividades do bloco com o Google SketchUp***

Nas atividades com o GS, o participante pode representar possíveis seções planas em um cubo. Os procedimentos utilizados na construção também auxiliam no aprendizado. Por exemplo, o usuário deveria construir um cubo e posicioná-lo de forma que fique pendurado por um único vértice. Em seguida, seria necessário construir um plano para cortar o cubo e verificar a(s) seção(es) obtida(s), conforme ilustrado a seguir.



**Figura 6:** Exemplo de uma construção no *software* GS

A construção de procedimentos no *software* permitiu aos participantes novas possibilidades de representação e de aprendizagem. Por exemplo, um dos envolvidos explicitou o que aprendeu: “Aprendi que o cubo pode ser cortado de várias formas tendo no mínimo 3 pontos de disposição” (autoavaliação do participante 3).

A elaboração das atividades no *software* leva um tempo considerável. Como não é um recurso voltado para o ensino, demoramos bastante na construção dos procedimentos para cada tarefa. Por isso, optamos por elaborar menos atividades, porém com maior detalhamento e ilustração de telas. Essa estratégia mostrou-se satisfatória, pois a avaliação dos participantes para as implementações foram positivas.

Participante 1: “recurso excelente, fácil de utilizar e deveria ser trabalhado em sala de aula”

Participante 2: “visualização por vários ângulos, perspectivas e a despertar essa curiosidade nos alunos”

Participante 3: “aprendi a formar várias figuras geométricas”

Participante 4: “Aprender a mexer no programa, claro, a criar figuras, o modo “prática” da visualização geométrica”

Participante 5: “Construir modelos tridimensionais”

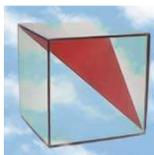
Participante 6: “Trabalhar melhor aquilo que foi feito anteriormente, aprendemos a construir o que estava mais abstrato.”

De um modo geral, os sujeitos das duas primeiras implementações aprovaram o uso do *software* e as atividades elaboradas (SETTIMY *et al.*, 2012). Como mais uma possibilidade de inovação, inserimos atividades com o material em acrílico, um recurso não gratuito.

### ***Atividades do bloco utilizando Material em Acrílico***

A utilização de sólidos em acrílico é um bom exemplo para que os atos de observar e visualizar sejam estimulados. Por exemplo, em uma atividade na qual precisamos identificar seções planas em um cubo, o simples preenchimento do material em acrílico com água possibilitará a formação de planos variados. Nesse bloco de atividades foram distribuídos sólidos (dentre eles o cubo) em acrílico preenchidos (não totalmente) com água, de modo a explorar a visualização de possíveis seções, conforme proposição seguinte.

Nesse bloco iremos verificar possíveis seções planas em um cubo utilizando material manipulável. Usaremos um sólido que funcionará como um recipiente. Nele colocaremos água. Ela ilustrará o plano de corte. Posicionamos da mesma forma com que é proposta no exercício anterior e, a partir da posição observada, identificaremos a forma da seção. A seguir ilustramos o cubo construído em acrílico. *Obs.* Nem todos os sólidos utilizados possuem em seu interior o material em vermelho.



Este recurso pode ser obtido em Müller Abrange Materiais Didáticos (<http://www.solidosgeometricos.com.br/>).

A ideia do material é que a lâmina d'água ilustre o plano e, desse modo, que sejam observadas as seções. Utilizamos o material em acrílico apenas como mais um recurso para auxiliar os participantes que estavam com dificuldades de visualizar os pontos “escondidos” (não visíveis) e a seção plana gerada. Futuramente, temos o propósito de realizar mais

atividades com este recurso e com os cortes de sabão (LOPES, 1995), pois sabemos que cada recurso traz uma contribuição diferente no aprendizado (LEMOS; BAIRRAL, 2010).

### **Reflexões finais e desdobramentos**

No presente artigo refletimos sobre alguns aspectos do aprendizado inerentes à representação de seções em um cubo, um objeto bastante conhecido de estudantes e professores. Nossas implementações despertaram o interesse nos participantes. Contudo, ainda se faz necessária uma revisão das atividades tanto para esclarecer alguns enunciados, quanto para uma melhor adequação do tempo de realização.

Acreditamos que o grande fator que nos levou à necessidade de fazer uma revisão foi a dificuldade que os participantes tiveram na hora de executar a atividades de cortar o cubo. Quando fazíamos questionamentos sobre o que era preciso para ter certeza da seção gerada, os indagados não conseguiram associar a propriedade de geometria euclidiana que diz que 3 pontos determinam um plano (SETTIMY *et al.*, 2012). Ou, quando relembavam, possuíam dificuldades em determinar a seção de corte. Assim, podemos inferir que o entendimento de uma propriedade geométrica e a sua representação nem sempre caminham juntos no aprendizado. Além disso, a falta de prática com este tipo de atividade e as dificuldades inerentes à visualização foram aspectos frequentes nas respostas dadas pelos sujeitos da pesquisa.

Nossas análises preliminares mostraram que, mesmo os participantes cientes da ideia matemática envolvida nas atividades *Cortando o Cubo* (número mínimo de pontos para a determinação de seções planas), apresentaram dificuldades em representar o visualizado. Daí a necessidade de realizarmos mais implementações e análises. Principalmente, pensando que estamos lidando com futuros professores de matemática, isso é muito relevante, seja para seu aprendizado próprio, seja para a inovação em suas aulas.

A elaboração das atividades com o GS leva um tempo considerável. Portanto, precisamos de mais tempo e conhecimento do *software*. Pensamos, inclusive, no desenvolvimento de vídeos

didáticos que auxiliem o uso do GS. Esses vídeos trarão uma grande inovação para a pesquisa, pois eles auxiliarão o usuário no entendimento dos procedimentos do programa para a construção de cada situação proposta, sem a necessidade da presença de um instrutor.

Do ponto de vista da obtenção de dados, ainda precisamos elaborar novas estratégias para obter informações mais detalhadas sobre o aprendizado dos participantes em cada atividade proposta. Por exemplo, desenvolver formas de registrar as respostas e representações para o objeto visto e representado. No caso específico do GS, não dispomos de uma forma de registro no próprio *software* como em outros programas (o protocolo de construção no GeoGebra, por exemplo).

Embora o uso do GS seja interessante, a construção é demorada e pode demandar um tempo maior do professor na coleta de dados, além do planejamento e do domínio de procedimentos informáticos. Atualmente, estamos pensando em atividades também com o GeoGebra. Além de ser um programa de geometria dinâmica, ele possibilita gravar toda a sequência de procedimentos utilizada pelo sujeito.

Finalmente, vale ratificar que a visualização é um processo muito importante não apenas na Matemática, mas em outras áreas (Química, Física, Arquitetura, Artes etc.). Por isso, a importância de implementarmos situações de aprendizagem com recursos variados. Nem sempre as atividades, ainda que elaboradas com certa ordenação de dificuldades (da mais simples à mais complexa), são suficientes. E, no caso das atividades aqui analisadas, temos outro componente que precisa ser potencializado em geometria: a visualização e a representação do que foi visto. Acreditamos que, somente com aulas que utilizem uma variedade de recursos e em uma arquitetura diferente (LEMOS; BAIRRAL, 2010), será possível reverter essa limitação na visualização e no aprendizado, dificuldade que muitas vezes gera desinteresse do aprendiz para os estudos futuros em Matemática.

### **Notas**

\*Professor, da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. E-mail: [mabairral@hotmail.com](mailto:mabairral@hotmail.com)

\*\*Graduanda em Matemática pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Bolsista IC/CNPq. E-mail: [thaisinha\\_keyblade@hotmail.com](mailto:thaisinha_keyblade@hotmail.com)

\*\*\*Graduando em Matemática pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Bolsista IC/Faperj. E-mail: [honoratovincius@hotmail.com](mailto:honoratovincius@hotmail.com)

<sup>1</sup> Projeto de pesquisa financiado pela Faperj (auxílio APQ e bolsas de IC).

<sup>2</sup> Nesse artigo não analisaremos esse instrumento.

## Referências

ALONSO, P.; SALAR, A. **Visión espacial: cortando un cubo** (Vol. 5). Barcelona: Graó, 1992.

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Série InovaComTic (v. 1). Rio de Janeiro: Edur, 2009.

BRASIL: **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Capítulo 3: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias - Conhecimentos de Matemática (p. 87-90). Brasília: MEC/SEB, 2006.

DEMO, P. **Pesquisa: princípio científico e educativo** (5 ed.). São Paulo: Cortez, 1997.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e entendendo Poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos**. Niterói: EdUFF, 1998.

LEMONS, W. G.; BAIRRAL, M. A. **Poliedros estrelados no currículo do Ensino Médio**. Série InovaComTic (vol. 2). Rio de Janeiro: Edur, 2010.

LOPES, A. J. Geometria dos Cortes de Sabão. **Revista de Educação Matemática da SBEM-SP**, n. 3, p. 7-10, 1995.

MEIER, M.; GRAVINA, M. A. Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental. In ... **Anais da 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra**, PUCSP, 2012.

PANORKOU, N.; PRATT, D. Using Google sketchup to research children's experience of dimension. In **Proceedings PME35**. Ankara, v. 3, p. 337-344, 2011.

REIS, I.;CORDEIRO, E. Construção das secções planas de um cubo e sua representação em ambiente 2D do GeoGebra. In ... **Anais do XXIII SIEM**, Coimbra, Portugal, 2012.

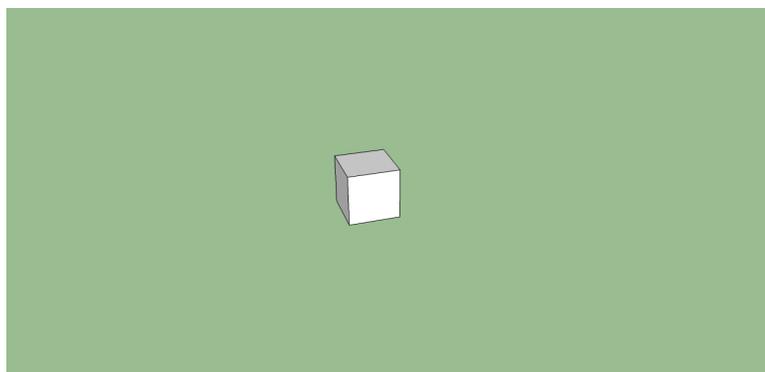
SETTIMY, T.; HONORATO, V.; BAIRRAL, M. Quando três pontos não determinam um plano. In ... **Anais** da XXII Jornada de Iniciação Científica da UFRRJ, 2012. Em CD-ROM.

VELOSO, E. Ensino da geometria: Ideias para um futuro melhor. In E. Veloso, H. Fonseca, J. P. Ponte & P. Abrantes (Eds.). **O ensino da Geometria no Virar do Milênio**. (p. 17-32). Lisboa: Dep. Educação / Fac. Ciência, 1999.

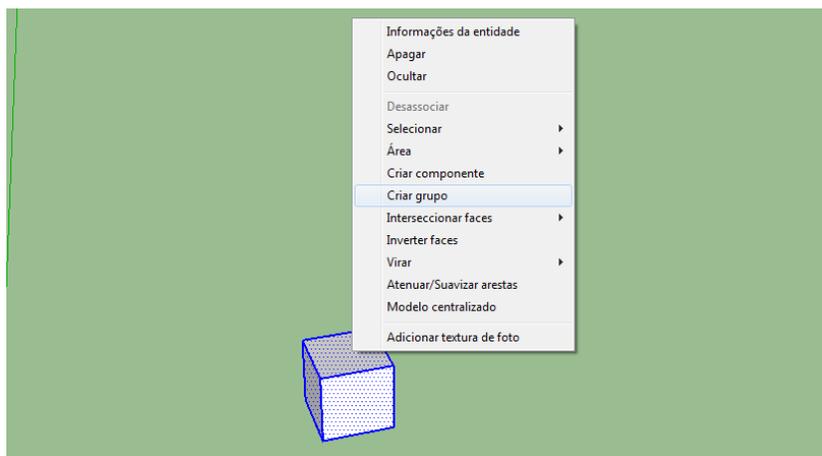
## Apêndice

**Atividade:** Encontrar possíveis seções planas em um cubo. Esta era tida como principal atividade a ser feita com o auxílio do software. Segue uma descrição passo-a-passo de como ela foi realizada:

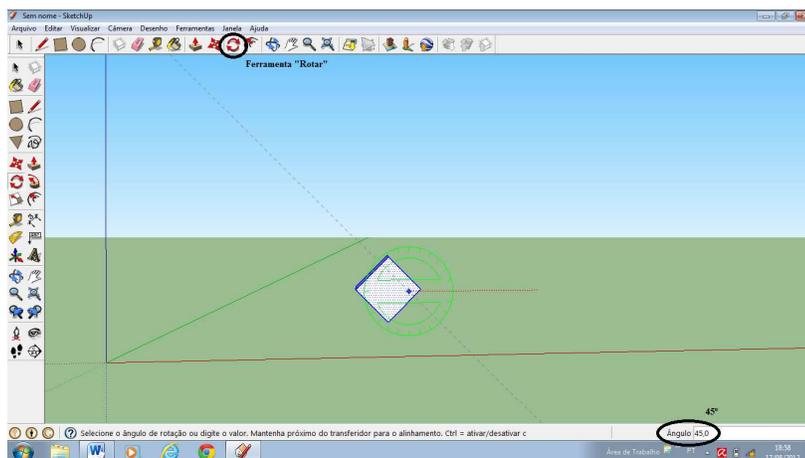
1 – Construa um cubo de aresta medindo 2 cm.



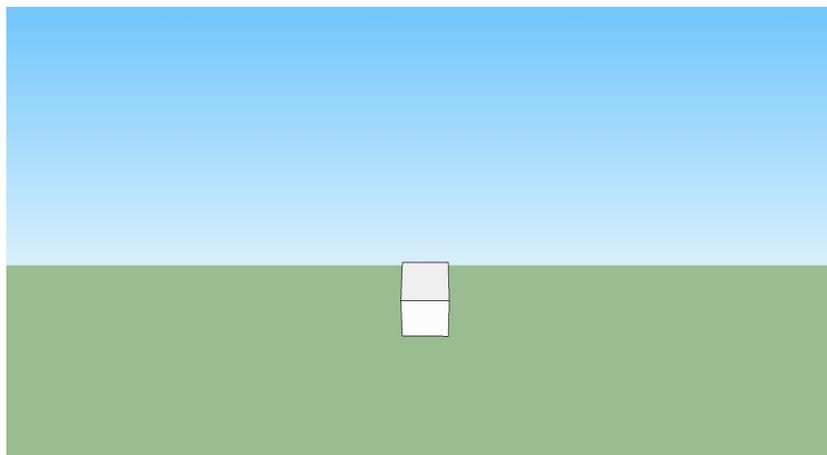
2 – Utilize a ferramenta “Criar grupo”, clicando com o botão direito sobre o objeto já selecionado.



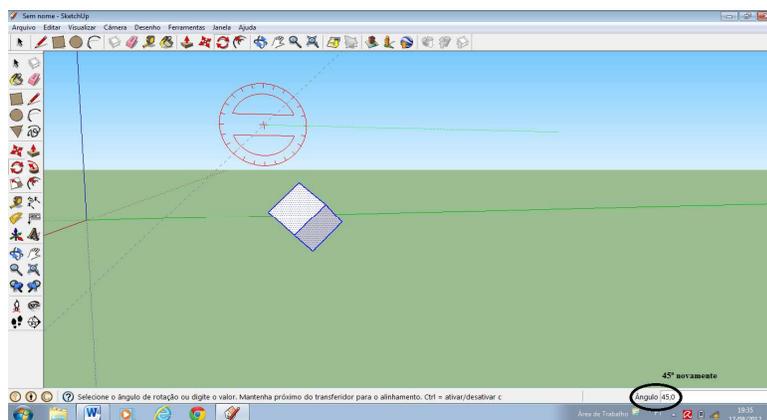
3 – Com a ferramenta “Rotar”, gire o cubo 45°.



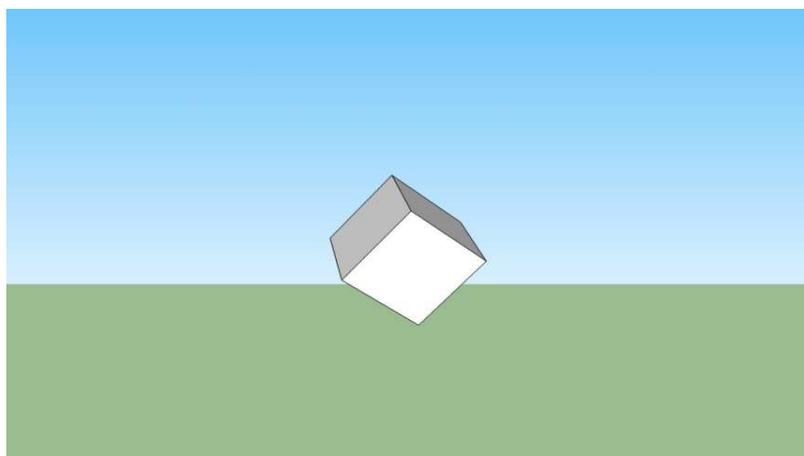
4 – Posicione sua visão de forma a ver duas faces do cubo.



5 – Mais uma vez, rotacione o cubo  $45^\circ$ . (Observe se a cor do transferidor está da mesma cor que seu eixo vermelho). O cubo deve parecer pendurado por um de seus vértices.

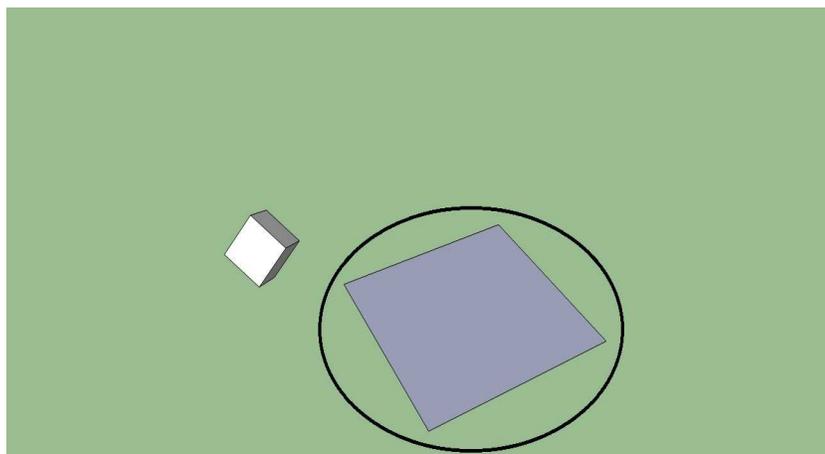


Obs.: Este momento foi o mais complicado de toda a oficina, devido à complexidade de posicionar o cubo para que o giro saísse correto.

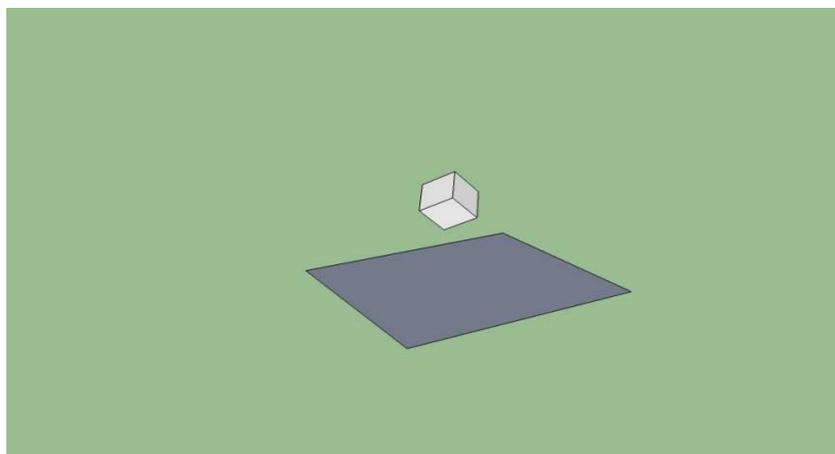




6 – Construa um plano fora do cubo que esteja contido nos eixos vermelho e verde.

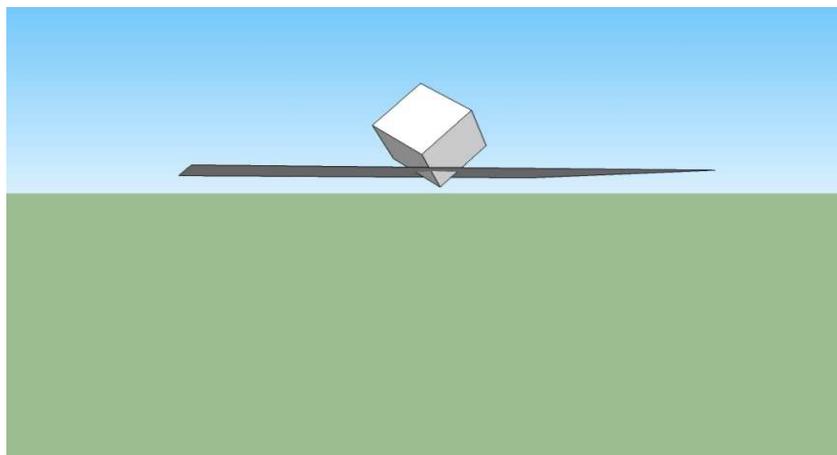


7 – Agrupe o plano e desassocie o cubo.

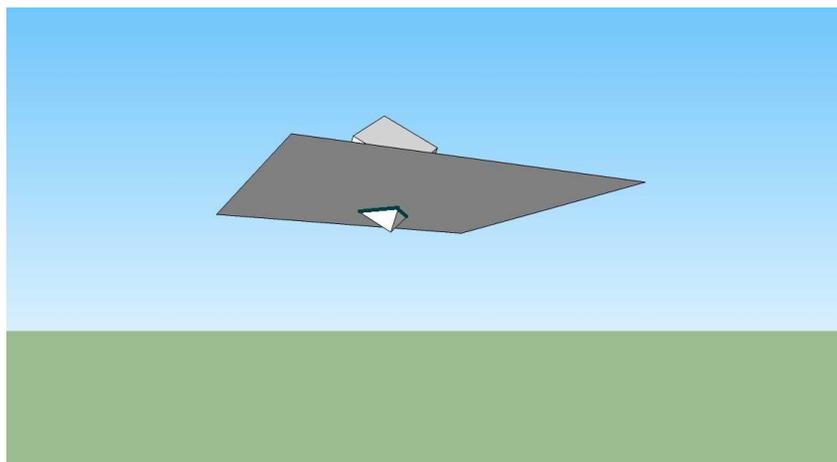




8 – Com o plano já agrupado, use a ferramenta “Mover” de modo que o plano intercepte o cubo.

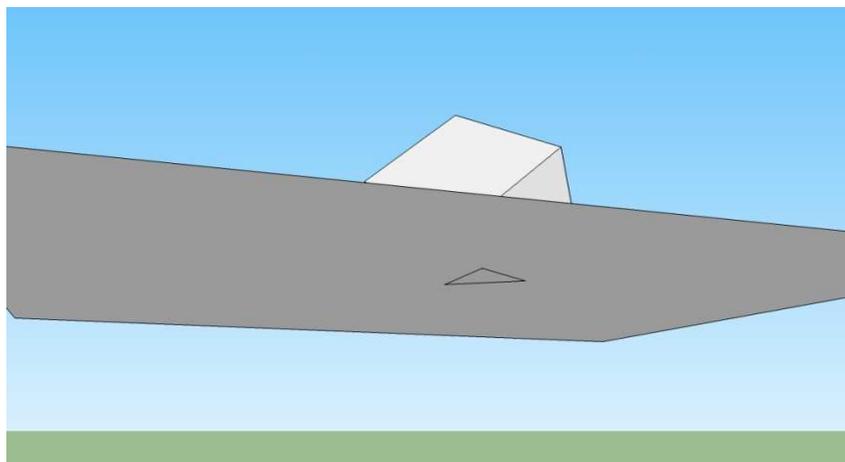


9 – Com o “Lápis”, contorne o sólido obtido traçando os segmentos vértice a vértice.





10 – Agora, use a “Borracha” para apagar as arestas que não estão contidas no plano para descobrir a seção obtida.



Ao avaliar as atividades, chegamos à conclusão de que girar o plano ao invés de girar o cubo, possa minimizar as dificuldades dos participantes.