revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

CONCEPÇÕES MULTIPLICATIVAS EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2022.11.25.133-151

Jorge Williams Cunha Ferreira[1]
José Messildo Viana Nunes[2]

Resumo: De natureza qualitativa e abordagem documental, este artigo tem como objetivo analisar as concepções multiplicativas dispostas em uma coleção de livros didáticos de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental, sob a ótica do modelo teórico da Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Para tanto, analisamos o trabalho com as operações de multiplicação e divisão apresentado na coleção e ao longo dos seus respectivos volumes, tendo essa obtido aprovação pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) para o trabalho pedagógico nestas etapas no sistema municipal de ensino de Belém, estado do Pará, para o ano de 2019. Os resultados evidenciam que as concepções multiplicativas que condicionam o estudo do campo conceitual multiplicativo no âmbito da coleção, perpassam por construções de ideias e noções elementares relativas às operações de multiplicação e divisão, às mais complexas que envolvem o pensamento e o raciocínio multiplicativo.
Palavras-chave: Campo Multiplicativo. Campos Conceituais. Livro Didático. Anos Iniciais.

MULTIPLICATIVE CONCEPTIONS IN A COLLECTION OF MATHEMATICS TEXTBOOKS FOR THE EARLY YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL: AN ANALYSIS FROM THE PERSPECTIVE OF THE CONCEPTUAL FIELDS THEORY

Abstract: Qualitative in nature and documentary approach, this article aims to analyze the multiplicative conceptions presented in a collection of mathematics textbooks for the early years of elementary school, from the perspective of the theoretical model of the Conceptual Fields Theory (CCT). For this, we analyzed the work with multiplication and division operations presented in the collection and throughout their respective volumes, having this one obtained approval by the National Plan of the Textbook (PNLD) for the pedagogical work in these stages in the municipal education system of Belém, state of Pará, for the year 2019. The results show that the multiplicative conceptions that condition the study of the multiplicative conceptual field within the collection go through constructions of elementary ideas and notions related to the operations of multiplication and division, to the more complex ones that involve multiplicative thinking and reasoning.
Keywords: Multiplicative field. Conceptual Fields. Didactic Book. Elementary School.

Introdução

O campo multiplicativo corresponde a uma totalidade de noções teóricas que envolvem um conjunto sistematicamente definido de situações, esquemas, conceitos e

[1] Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: jwcferreira@outlook.com – Orcid: https://orcid.org/0000-0001-5321-0683.
[2] Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará (PPGECM-UFPA). E-mail: messildo@ufpa.br – Orcid: https://orcid.org/0000-0001-9492-4914.

representações em torno de tarefas que envolvem as operações matemáticas de multiplicação, divisão ou relações entre elas. Essa perspectiva é anunciada e posteriormente desenvolvida pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud (1988, 1990, 1993, 1996) no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), a qualconstitui-secomo uma perspectiva teórico-analítica dos fenômenos relativos às filiações e rupturas de competências conceituais complexas.

Os processos de ensino e aprendizagem na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais têm se configurado como objeto de estudo pertinente em pesquisas no âmbito da literatura acadêmico-científica. No que tange ao campo multiplicativo, os estudos de Magina, Santos e Merlini (2014), ao analisarem as estratégias de resolução de estudantes do 3º e 5º ano do ensino fundamental acerca das situações do campo multiplicativo, evidenciaramníveis explícitos de raciocínios multiplicativos.

Zaran, Santos e Curi (2014) ao desenvolverem um estudo no qual investigaram os procedimentos revelados por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental face à resolução de problemas das estruturas multiplicativas, constataram que os estudantes compreendem os significados de multiplicação e divisão em função das classes de situação. Grando e Niemann (2015), por sua vez, ao investigarem o potencial de aprendizagem dos conceitos matemáticos do campo multiplicativo em sala de aula, constataram variadas formas de tratamento às situações multiplicativas, as quais relacionavam-se às ideias algorítmicas de adição e multiplicação.

Spinillo *et al.* (2017), ao examinarem o modo como professores da educação básica concebem e formulam situações problema do campo conceitual multiplicativo, evidenciaram que os professores apresentam dificuldades em formular problemas que envolvem ambas as operações e as diferentes relações multiplicativas. Ferreira e Nunes (2017), ao investigarem as representações que estudantes do 4º ano do ensino fundamentam expressavam acerca das operações de multiplicação e divisão em meio a situações das estruturas multiplicativas, constataram representações que variam de pictóricas, numéricas e aritméticas,e que estas transitam entre os pensamentos aditivos e multiplicativos.

Esses estudos, em comum, têm evidenciado que os processosde aquisição de competências conceituais relativas ao campo multiplicativo se desenvolvem ao longo do tempo, e que, também, a organização do saber curricular, influencia diretamente nas escolhas didáticas, na pedagogia e, consequentemente, no saber aprendido.

Assim, com este artigo objetivamos, face ao modelo teórico da TCC, analisar as concepções multiplicativas dispostas em uma coleção de livros didáticos de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental aprovadas pelo PNLD[3] 2019, para o trabalho pedagógico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, para o respectivo ano, na Rede Municipal de Ensino de Belém, Pará.

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC)

Um campo conceitual corresponde a um conjunto de situações que permitem análises tanto das tarefas cognitivas quanto dos procedimentos implementados para resolução destas (situações). Engloba, também, um leque de conceitos e teoremas que dessas situações são inerentes (VERGNAUD, 1990, 1993, 1996).

O conhecimento para Vergnaud (1990, 1993, 1996) é racional e, portanto, operatório. Ou seja, comporta um conjunto sucessivo de operações variáveis e invariáveis para o tratamento de uma determinada situação. Para o autor, são as situações que fornecem sentido à ação do sujeito, tendo essas o sentido de tarefa, com natureza e níveis de complexidades específicos. As situações podem ser sistematizadas em classes, que determinam os níveis de competência do sujeito em sua ação.

A primeira classe de situações é a que remete ao sujeito a mobilização das competências que dispõe para o trato iminente destas. Já em relação a segunda classe de situações, o sujeito não dispõe, em um determinado momento, das competências necessárias para mobilizar um tratamento imediato para a situação, o que "obriga a um tempo de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abortadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso" (VERGNAUD, 1996, p. 156).

É através das situações que os sujeitos mobilizam seus esquemas. Um esquema representa a totalidade de dinâmicas que organizam a ação do sujeito para uma determinada classe de situações (VERGNAUD, 1990, 1993, 1996). Para cada classe de situações haverá um esquema subjacente. Os esquemas comportam os invariantes operatórios, que são os conhecimentos (conceitos e teoremas)[4] intrínsecos a ação do sujeito em meio a uma determinada situação.

A noção de conceito constitui-se como uma das idéias basilares do arcabouço teórico da TCC. Vergnaud (1990, 1993, 1996) afirma que um conceito corresponde a um conjunto de três elementos, que são o conjunto das situações que dão sentido ao conceito (**S**), dos invariantes operatórios que racionalizam e tornam operáveis os esquemas (**I**) e das

---

[3] Programa Nacional do Livro Didático.
[4] Segundo Vergnaud (1996) não são necessariamente teoremas e conceitos, mas sim uma parte visível de um processo amplo e complexo de conceituação.

representações no meio simbólico do conceito (**s**).

O campo conceitual multiplicativo

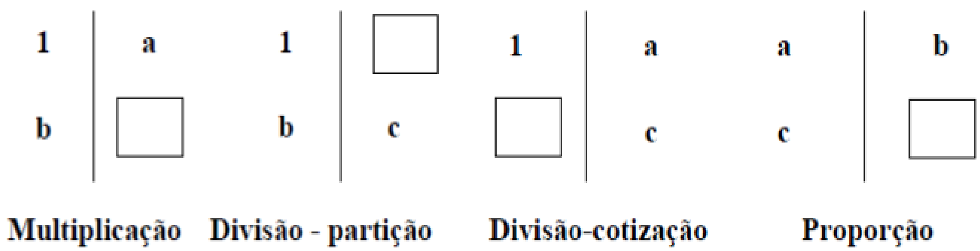
O conjunto de situações que permitem a mobilização de esquemas relativos às ideias das operações matemáticas de multiplicação e divisão, ou a relação entre as duas é considerado como campo conceitual multiplicativo. Essa abordagem permite a sistematização de classes de situações e a análise de conceitos e teoremas em ação mobilizados face situações que envolvem ideias multiplicativas (VERGNAUD, 1990, 1993, 1996, 2019). Segundo o autor, as situações multiplicativas envolvem conceitos relacionados a

> [...] proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, relação escalar direta e inversa, quociente e produção de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fracção, relação, número racional, múltiplo e divisor, etc. (VERGNAUD, 1990, p. 168).

Ademais de conceitos, as classes de situações do campo conceitual multiplicativo envolvem relações específicas e elementares que dão sentido ao referido campo. As relações multiplicativas fundantes às situações do campo conceitual multiplicativo remetem a relações quaternárias (VERGNAUD 1990, 1993, 1996), pois os problemas elementares de multiplicação e divisão abrangem proporções simples de duas variáveis, uma relativa à outra.

Vergnaud (1990, 1993, 1996) afirma que as classes de situações do campo conceitual multiplicativo remetem à conceituação de quatro relações de base, são elas: multiplicação, divisão-partição, divisão-cotização e proporção (Figura 1).

Figura 1: Relações multiplicativas de base.



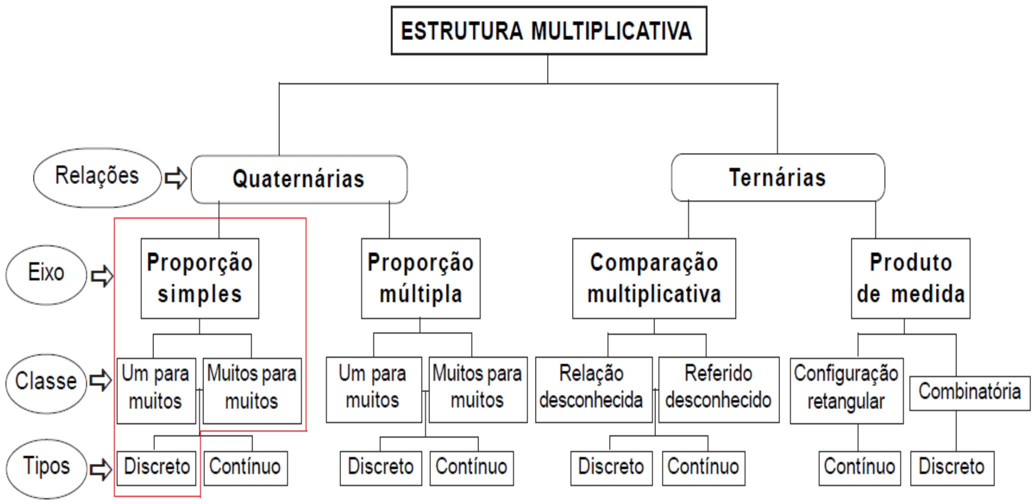
Fonte: Adaptado de Vergnaud (1996, p. 174).

A partir desse enfoque, Vergnaud (2009) sistematiza duas grandes categorias de relações multiplicativas: isomorfismo de medidas e produto de medidas. Nos isomorfismos de medidas, encontram-se relações quaternárias nas quais duas medidas pertencem a uma grandeza e as outras duas a outra. Envolvem conceitos relacionados às ideias de multiplicação, divisão ou relação proporcional.

Os produtos de medidas consistem em relações ternárias (três medidas) nas quais qualquer uma das medidas pode ser determinada através de um produto ou quociente entre as outras duas ao mesmo tempo. Envolvem conceitos relacionados às ideias de multiplicação, que consistem em determinar medidas ou produtos tendo as demais medidas conhecidas, e divisão, nas quais determinam-se as medidas elementares, conhecendo a outra medida e a relação medida/produto. Essas relações são um caso específico de isomorfismo de medidas, pois envolvem casos de múltiplas proporções e, portanto, também assumem um tipo específico de relação quaternária (VERGNAUD, 1988).

Magina, Santos e Merlini (2014), ampliando a categorização de Vergnaud às relações multiplicativas, evidenciam duas relações: quaternárias e ternárias. Cada uma dessas relações é composta por eixos. São eixos das relações quaternárias: proporção simples e proporção múltipla. Compõem as relações ternárias, os eixos comparação multiplicativa e produto de medidas (Figura 2).

Figura 2: Estrutura do campo multiplicativo.



Fonte: Magina, Santos e Merlini (2014, p. 520).

Nas proporções simples, relacionam-se quatro quantidades, duas de uma natureza e as outras duas de outra. Subdividem-se em duas classes de situações: correspondência um para muitos e correspondência muito para muitos (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014). Já as proporções múltiplas envolvem classes de situações que consistem em relações quaternárias "entre mais de duas quantidades, relacionadas duas a duas" (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014, p. 523).

Magina, Santos e Merlini (2014) as subdividem em duas classes de situações:

comparação multiplicativa e produto de medidas. As comparações multiplicativas envolvem a ideia de comparar duas grandezas de mesma natureza através de uma multiplicação agrupada (dobro, triplo, etc.) ou de uma divisão em cotas (metade, terça parte, etc.).

Já os produtos de medidas envolvem as ideias de configuração retangular e combinatória. A ideia de configuração retangular remete a situações em que "as quantidades representam certas medidas disposta na horizontal e na vertical, dispostas de forma retangular" (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014, p. 523). As ideias de combinação, por sua vez, remetem "à noção de produto cartesiano entre dois conjuntos disjuntos" (MAGINA, SANTOS, MERLINI, 2014, p. 523).

Aspectos metodológicos

O presente estudo é de natureza qualitativa. Para Bicudo (2005), um fenômeno sob a ótica desta modalidade de análise necessita sempre estar contextualizado à abordagem em questão. As pesquisas na perspectiva qualitativa

> [...] permitem compreender características do fenômeno investigado e que, ao assim procederem, oferecem oportunidade para possibilidades de compreensões possíveis quando a interrogação do fenômeno é dirigida a contextos diferentes daquele em que a investigação foi efetuada. Sustentam raciocínios articuladores importantes para tomadas de decisão políticas, educacionais, de pesquisa e, aos poucos, semeiam regiões de inquérito com análises e interpretações rigorosas (BICUDO, 2012, p. 19).

Optamos pela análise documental como estratégia de coleta de dados, pois auxilia na identificação de informações factuais em função de hipóteses de interesse do investigador (CAULLEY, 1983). Consideram-se documentos todo e quaisquer materiais escritos utilizados como fonte de informação sobre o comportamento humano (PHILLIPS, 1974), que incluem leis, regulamentos, normas, pareceres, livros, manuais, dentre outros.

Nesses termos, analisamos uma coleção de livros didáticos de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) no ano de 2019, para utilização no trabalho pedagógico nas escolas da Rede Municipal de Ensino de Belém, capital do estado do Pará, organizada e gerida pela Secretaria Municipal de Educação e Cultura de Belém (SEMEC).

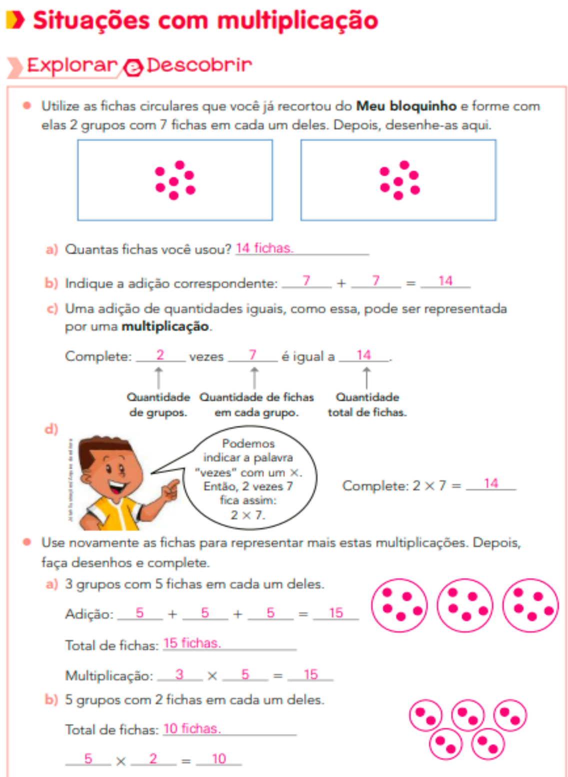
Análise dos dados obtidos

Nossa análise abrangeu as sessões que tinham como objeto de estudo as operações de multiplicação e divisão. Na coleção, os conteúdos são trabalhados de maneira gradual (do elementar ao "complexo") e intensiva (conceituação e aplicação de tarefas). A coleção é intitulada "Ápis", e é de autoria de Luiz Roberto Dante. Está distribuída em cinco volumes, um para cada ano do ensino fundamental inicial (1º ao 5º ano). Cada volume é dividido em oito unidades, em cada unidade são desenvolvidas as unidades temáticas e seus respectivos objetos de conhecimentos.

Não observamos o desenvolvimento de um trabalho específico para o desenvolvimento de competências conceituais relativas às estruturas multiplicativas no livro didático do 1º ano do ensino fundamental. Acreditamos que isso se dá pelo fato de ser uma etapa pós Educação Infantil, e onde trabalham-se, predominantemente, noções matemáticas basilares (contagem e noção espacial). Diante deste fato, o trabalho com as operações de multiplicação e divisão (campo multiplicativo), na coleção, inicia-se a partir do volume do 2º ano.

No volume do 2º ano, identificamos tarefas envolvendo situações de cálculo multiplicativo em que os estudantes devem proceder, primeiramente, em realizar uma adição de parcelas iguais, e, em seguida, representá-la na forma de multiplicação. Nesse tipo de tarefa, o objetivo é encontrar uma determinada quantidade a partir de um agrupamento de elementos com a mesma quantidade numérica (Figura 3).

Figura 3: Ideia de agrupamento.



Situações com multiplicação

Explorar e Descobrir

- Utilize as fichas circulares que você já recortou do **Meu bloquinho** e forme com elas 2 grupos com 7 fichas em cada um deles. Depois, desenhe-as aqui.

a) Quantas fichas você usou? 14 fichas.

b) Indique a adição correspondente: 7 + 7 = 14

c) Uma adição de quantidades iguais, como essa, pode ser representada por uma **multiplicação**.

Complete: 2 vezes 7 é igual a 14.

Quantidade de grupos. Quantidade de fichas em cada grupo. Quantidade total de fichas.

d)

Podemos indicar a palavra "vezes" com um ×. Então, 2 vezes 7 fica assim: 2 × 7.

Complete: 2 × 7 = 14

- Use novamente as fichas para representar mais estas multiplicações. Depois, faça desenhos e complete.

a) 3 grupos com 5 fichas em cada um deles.

Adição: 5 + 5 + 5 = 15

Total de fichas: 15 fichas.

Multiplicação: 3 × 5 = 15

b) 5 grupos com 2 fichas em cada um deles.

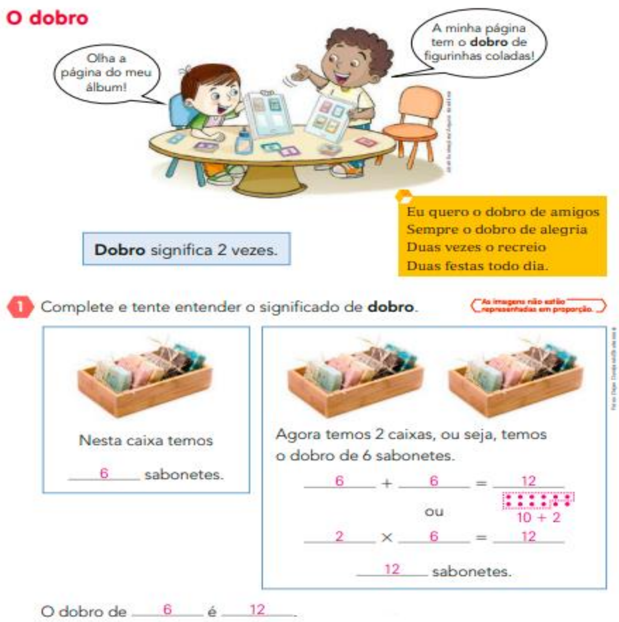
Total de fichas: 10 fichas.

5 × 2 = 10

Fonte: Coleção Ápis Matemática 2º ano (DANTE, 2017, p. 135).

A ideia de dobro é desenvolvida, e consiste em situações nas quais determinam-se um número *n* de vezes (duas ou três vezes) em relação a uma determinada quantidade, com o auxílio de ideias aditivas de multiplicação (Figura 4).

Figura 4: Ideia de dobro.



Fonte: Coleção Ápis Matemática 2º ano (DANTE, 2017, p. 141).

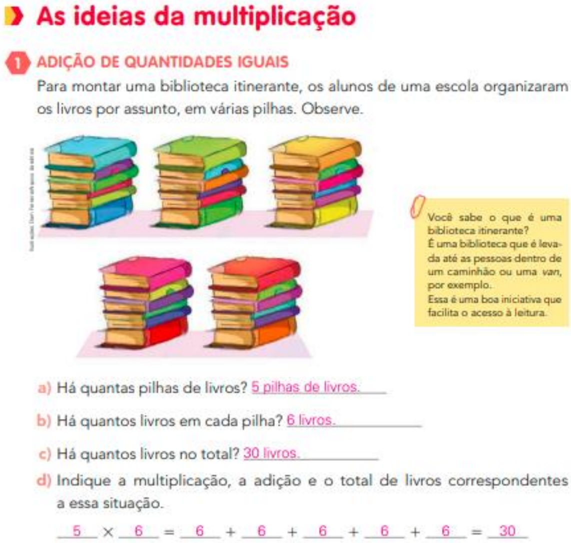
Essas situações remetem a uma concepção de multiplicação como composição aditiva e multiplicativa, que categorizamos como multiplicação aditivo-multiplicativa e que consiste na realização de atividades de agrupamento e composição de conjuntos com elementos em mesmo número de quantidades. O primeiro encontro com a operação remete à sua ideia matemática elementar como soma de parcelas iguais. Nessas tarefas percebemos uma filiação relativa a conceitos do campo aditivo, remetendo a ideias de composição, em que duas medidas se compõem em outra (VERGNAUD, 1996).

A ruptura com os conceitos aditivos não acontece de imediato, mas sim um rearranjo das referidas composições aditivas em termos de grupos ordenados de mesma quantidade que se repetem em função de uma constância preestabelecida. O conjunto dessas composições pode ser melhor representado através da multiplicação.

Para Magina, Santos e Merlini (2014) essas situações envolvem um processo de transição do pensamento aditivo para o multiplicativo. Essa situação vai ao encontro de uma das competências indicadas por Brasil (2018), no qual é fundamental, nessa etapa, que o estudante apreenda os conceitos elementares multiplicativos face as estratégias variadas de representação algorítmica da operação, tendo como recurso objetos manipuláveis ou imagens.

No volume do 3º ano, a concepção aditivo-multiplicativa ainda prevalece, no entanto, os estudantes devem representar a multiplicação realizada numericamente na forma algorítmica usual da multiplicação (a ×b = c). Uma atividade inerente a essa é a contagem multiplicativa, na qual enumeram-se agrupamentos de mesma quantidade, em números específicos de grupos (Figura 5).

Figura 5: Ideia de adição de parcelas iguais



As ideias da multiplicação

1 ADIÇÃO DE QUANTIDADES IGUAIS

Para montar uma biblioteca itinerante, os alunos de uma escola organizaram os livros por assunto, em várias pilhas. Observe.

Você sabe o que é uma biblioteca itinerante?
É uma biblioteca que é levada até as pessoas dentro de um caminhão ou uma *van*, por exemplo.
Essa é uma boa iniciativa que facilita o acesso à leitura.

a) Há quantas pilhas de livros? 5 pilhas de livros.

b) Há quantos livros em cada pilha? 6 livros.

c) Há quantos livros no total? 30 livros.

d) Indique a multiplicação, a adição e o total de livros correspondentes a essa situação.

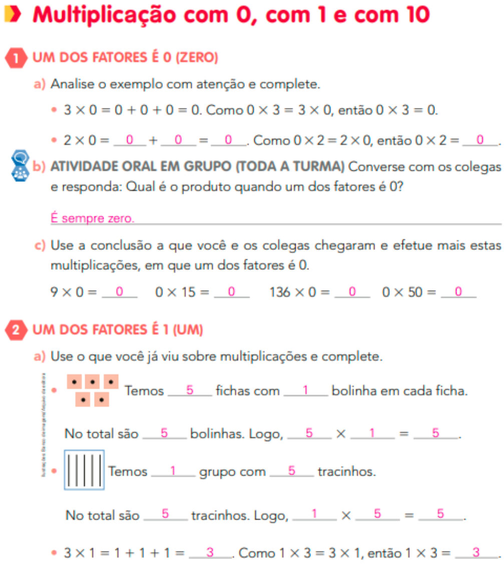
5 × 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30

Fonte: Coleção Ápis Matemática 3º ano (DANTE, 2017, p. 121).

Algumas especificidades da multiplicação são desenvolvidas em atividades que na obra são considerados como “fatos multiplicativos”. Dentre esses, ressaltam-se as multiplicações por 0, 1 e 10 (Figura 6).

revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Figura 6: Multiplicação por 0, 1 e 10.



Multiplicação com 0, com 1 e com 10

1 UM DOS FATORES É 0 (ZERO)

a) Analise o exemplo com atenção e complete.

- 3 × 0 = 0 + 0 + 0 = 0. Como 0 × 3 = 3 × 0, então 0 × 3 = 0.
- 2 × 0 = 0 + 0 = 0. Como 0 × 2 = 2 × 0, então 0 × 2 = 0.

b) ATIVIDADE ORAL EM GRUPO (TODA A TURMA) Converse com os colegas e responda: Qual é o produto quando um dos fatores é 0?

É sempre zero.

c) Use a conclusão a que você e os colegas chegaram e efetue mais estas multiplicações, em que um dos fatores é 0.

9 × 0 = 0   0 × 15 = 0   136 × 0 = 0   0 × 50 = 0

2 UM DOS FATORES É 1 (UM)

a) Use o que você já viu sobre multiplicações e complete.

- Temos 5 fichas com 1 bolinha em cada ficha.
  No total são 5 bolinhas. Logo, 5 × 1 = 5.
- Temos 1 grupo com 5 tracinhos.
  No total são 5 tracinhos. Logo, 1 × 5 = 5.
- 3 × 1 = 1 + 1 + 1 = 3. Como 1 × 3 = 3 × 1, então 1 × 3 = 3.

Fonte: Coleção Ápis Matemática 3º ano (DANTE, 2017, p. 137).

Essas relações são justificadas pelo fato de a multiplicação representar uma “repetição” do produto do multiplicando por 1, tantas vezes o multiplicador indicar. Na multiplicação por 10 é utilizada a ideia de configuração retangular com agrupamentos de 10 elementos. Significa, em outros termos, determinar 10 vezes 1 (disposto na vertical), o número de vezes repetidamente essa quantidade que determinar numericamente a disposição horizontal (Figura 7).

Figura 7: Multiplicação por 10

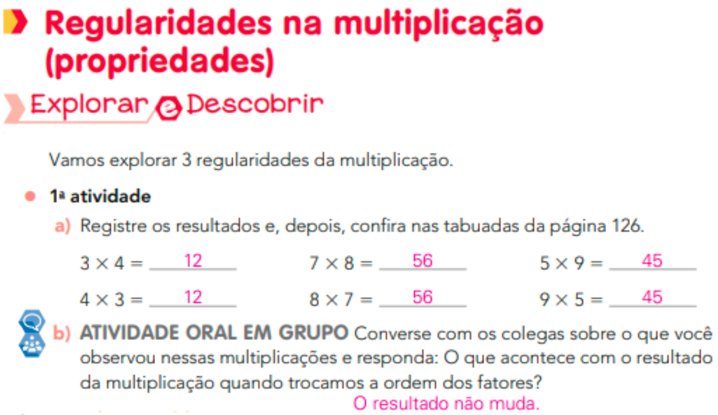
Fonte: Coleção Ápis Matemática 3º ano (DANTE, 2017, p. 138).

Essa competência o estudante deve desenvolver ao longo dessa fase para que possa apreender os diferentes significados à multiplicação, que envolvem tanto a concepção aditiva de parcelas iguais quanto às singularidades de uma disposição retangular, em que as respectivas dimensões podem corresponder a elementos constitutivos da multiplicação (fatores).

Essas tarefas remetem a uma concepção de multiplicação como configuração retangular, cujas medidas estão dispostas em quantidades na horizontal e na vertical, em que a medida envolve um produto entre uma dimensão pela outra (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014).

No volume do 4º ano são evidenciadas duas regularidades da multiplicação. A primeira atividade da respectiva figura mostra a existência de uma regularidade multiplicativa, na qual alterando-se a disposição do multiplicando e multiplicador (fatores) o produto resultante deles não se altera (Figura 8).

Figura 8: Propriedades da multiplicação.


Regularidades na multiplicação (propriedades)

Explorar e Descobrir

Vamos explorar 3 regularidades da multiplicação.

- 1ª atividade

a) Registre os resultados e, depois, confira nas tabuadas da página 126.

$3 \times 4 =$ 12 $7 \times 8 =$ 56 $5 \times 9 =$ 45

$4 \times 3 =$ 12 $8 \times 7 =$ 56 $9 \times 5 =$ 45

b) ATIVIDADE ORAL EM GRUPO Converse com os colegas sobre o que você observou nessas multiplicações e responda: O que acontece com o resultado da multiplicação quando trocamos a ordem dos fatores?

O resultado não muda.

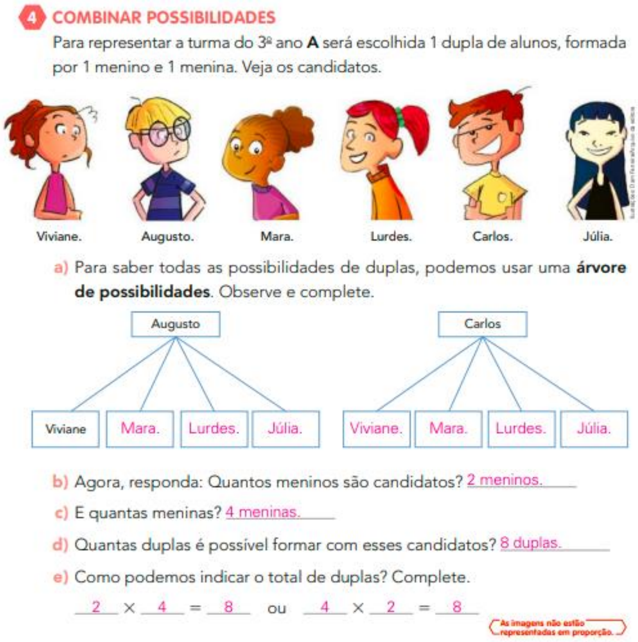
Fonte: Coleção Ápis Matemática 4º ano (DANTE, 2017, p. 131).

Essa regularidade corrobora a propriedade comutativa da multiplicação, onde dados dois fatores, *a* e *b*, invertendo-se a ordem desses, seu produto *c* permanece o mesmo. Outra regularidade evidenciada é quando um dos fatores é multiplicado por 1, que resulta no próprio número multiplicado pelo último, na qual multiplicar significa resumidamente compor multiplicações por unidade (1) o número de vezes determinado pelo multiplicador. No caso da multiplicação por 1, significaria compor multiplicações $n \times 1$ apenas uma vez, o que resultaria nessa própria multiplicação.

Para Magina, Santos e Merlini (2014), do ponto de vista didático, considerar a multiplicação apenas como uma composição aditiva específica pode remeter a uma concepção de que o produto observado na referida multiplicação será sempre "um número maior", o que não necessariamente acontece quando, por exemplo, como frisam os autores, na multiplicação $0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$, que resulta em um produto menor que os fatores. Nesse sentido, essas atividades remetem a uma concepção que consideramos multiplicação como um produto entre fatores, de fato, significando, assim, uma primeira ruptura com a ideia de adição de parcelas iguais.

Nos volumes do 3º, 4º e 5 º ano identificamos uma abordagem à multiplicação como ideia de combinação de possibilidades. As atividades são basicamente semelhantes em cada volume da coleção, variando apenas o nível de complexidade conceitual de uma série para outra, conforme o educando apropria-se das ideias multiplicativas (Figura 9).

Figura 9: Ideia de combinação



Fonte: Coleção Ápis Matemática 3º ano (DANTE, 2017, p. 123).

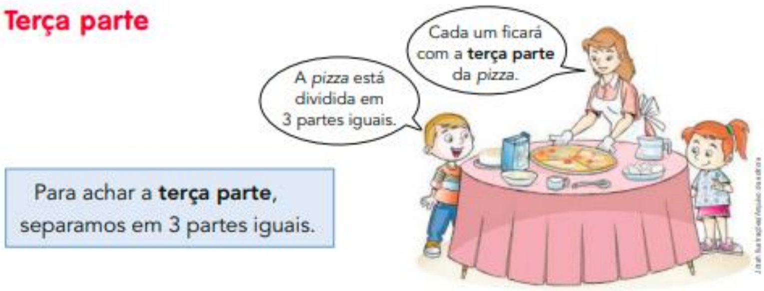
A finalidade dessas atividades é determinar as possibilidades de combinações entre os eventos ou escolhas entre determinados elementos, que pode ser representada pelo algoritmo da multiplicação $a \times b = c$, onde a corresponde a uma quantidade de referência do evento, b o número de elementos para o evento e c o número de possibilidades concretas. Para Magina, Santos e Merlini (2014), essa concepção remete a uma ideia de produto cartesiano entre dois conjuntos respectivamente disjuntos.

A divisão tem suas primeiras noções no volume do 2º ano como ideia de repartição, a partir das noções de "metade" (Figura 10) e "terça parte" (Figura 11), que consistem em repartições equitativas dos elementos em n partes iguais. À metade, repartições em duas partes iguais e à terça parte, três partes iguais.

Figura 10: Ideia de metade.

Fonte: Coleção Ápis Matemática 2º ano (DANTE, 2017, p. 153).

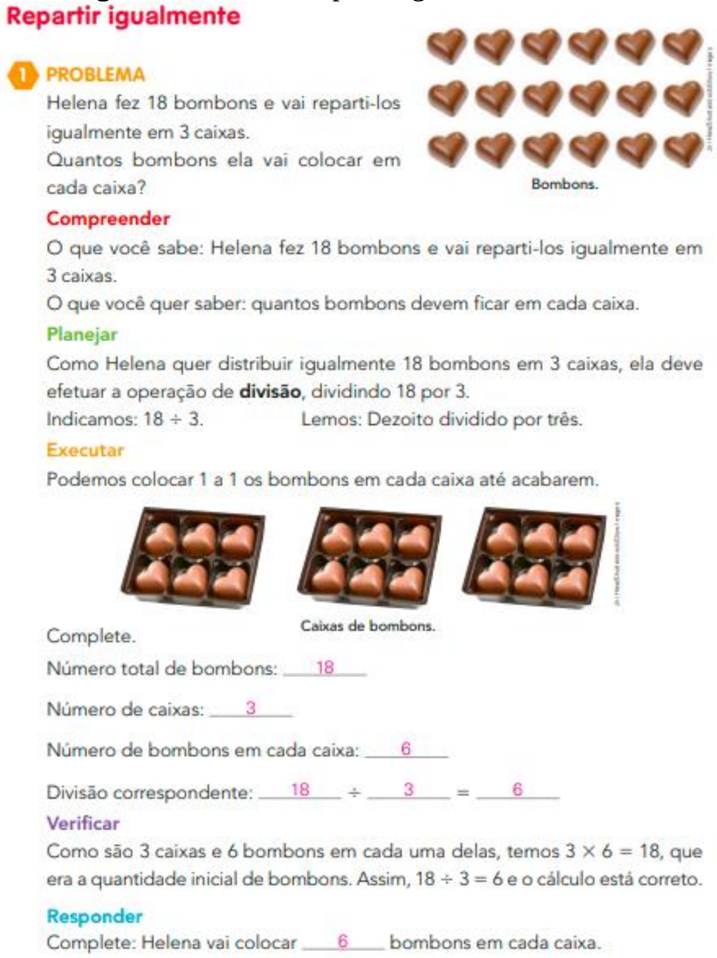
Figura 11: Ideia de terça parte.



Fonte: Coleção Ápis Matemática 2º ano (DANTE, 2017, p. 154).

No volume do 3º ano, a noção de repartir igualmente consiste em redistribuir um todo em partes de mesma quantidade e valor numérico. O todo representa a quantidade total de um determinado número de objetos. As partes representam as quantidades menores as quais o todo foi redistribuído em unidades de mesma quantidade (Figura 12).

Figura 12: Ideia de repartir igualmente.



Repartir igualmente

1 PROBLEMA

Helena fez 18 bombons e vai reparti-los igualmente em 3 caixas.
Quantos bombons ela vai colocar em cada caixa?

Bombons.

Compreender

O que você sabe: Helena fez 18 bombons e vai reparti-los igualmente em 3 caixas.
O que você quer saber: quantos bombons devem ficar em cada caixa.

Planejar

Como Helena quer distribuir igualmente 18 bombons em 3 caixas, ela deve efetuar a operação de **divisão**, dividindo 18 por 3.
Indicamos: 18 ÷ 3. Lemos: Dezoito dividido por três.

Executar

Podemos colocar 1 a 1 os bombons em cada caixa até acabarem.

Caixas de bombons.

Complete.
Número total de bombons: 18
Número de caixas: 3
Número de bombons em cada caixa: 6
Divisão correspondente: 18 ÷ 3 = 6

Verificar

Como são 3 caixas e 6 bombons em cada uma delas, temos 3 × 6 = 18, que era a quantidade inicial de bombons. Assim, 18 ÷ 3 = 6 e o cálculo está correto.

Responder

Complete: Helena vai colocar 6 bombons em cada caixa.

Fonte: Coleção Ápis Matemática 3º ano (DANTE, 2017, p. 149).

Essa é a primeira filiação conceitual que os estudantes devem apreender acerca da divisão. Essa ideia faz alusão a uma noção genérica da divisão como uma operação que consiste em determinar “quanta vezes” uma determinada quantidade contém a outra. Significaria, no caso das tarefas supracitadas, determinar quantas vezes uma respectiva metade (*n*/2) está contida em uma quantidade *n*, da mesma forma e sentido identificar a contingência da terça parte (*n*/3) em relação à outra quantidade *n*.

Podemos afirmar que essas atividades remetem uma ideia de divisão como repartição nos quais um referido todo é resdistribuido em outras partes de mesmo valor unitário, que segundo Vergnaud (1990, 1993, 1996, 2011, 2019) são situações de divisão como partição, as primeiras as quais os estudantes defrontam-se.

Uma segunda ideia de divisão é a de medida, que consiste em determinar um valor, que é considerado a medida, que represente a quantidade de conjuntos formados a partir de um todo referência (Figura 13).

Figura 13: Ideia de medida

Medida (Quantos cabem?)

1 No 2º ano **C** da escola de Marta há 20 meninos. Eles vão formar times de basquete para um torneio, sendo cada time formado por 5 jogadores. Quantos times serão formados?

Compreender

O que você sabe: são 20 meninos e cada time é formado por 5 jogadores.
O que você quer saber: quantos times dá para formar com os 20 meninos, ou seja, **quantos grupos de 5 cabem em 20**.

As imagens não estão representadas em proporção.

Planejar

Para resolver essa situação, precisamos efetuar a divisão 20 ÷ 5.

Executar

Formamos um time de 5 jogadores, depois outro time de 5, e assim por diante, até colocar os 20 meninos nos times.

5 5 5 5

Complete: 20 meninos em grupos de 5 formam 4 grupos.

Então, 20 ÷ 5 = 4.

Verificar

Para verificar se acertamos a divisão, fazemos uma multiplicação.

Complete: Como 4 × 5 = 20, o cálculo está correto.

Responder

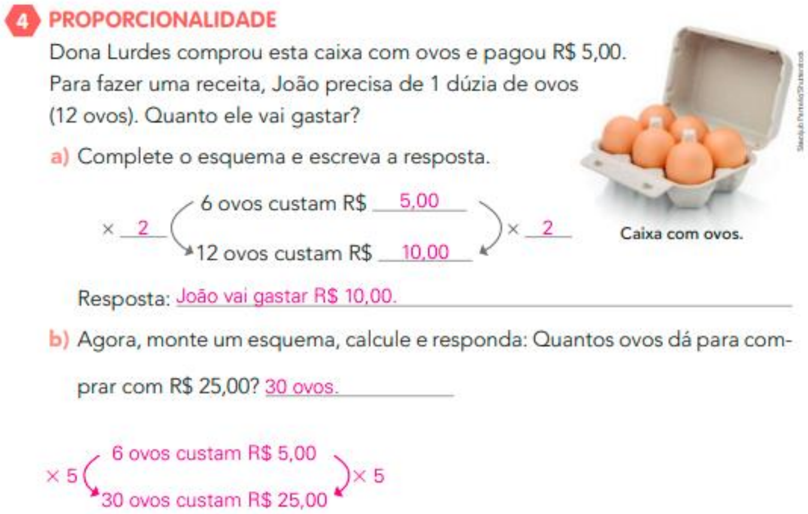
Complete: Serão formados 4 times de basquete.

Fonte: Coleção Ápis Matemática 3º ano (DANTE, 2017, p. 151).

Essa medida é determinada a partir de uma relação multiplicativa entre o dividendo e o divisor, no qual o quociente é um múltiplo do dividendo, que para Caraça (1951) e Baldor (1985) evidencia a relação operatória inversa entre divisão em relação à multiplicação.

Nos volumes do 2º ao 5º ano desenvolve-se a ideia de proporcionalidade, que consistem em relações quaternárias, na qual determina-se uma escala em que o valor é determinado através de um produto por um fator proporcional (Figura 14).

Figura 14: Ideia de proporcionalidade



4 PROPORCIONALIDADE

Dona Lurdes comprou esta caixa com ovos e pagou R$ 5,00. Para fazer uma receita, João precisa de 1 dúzia de ovos (12 ovos). Quanto ele vai gastar?

a) Complete o esquema e escreva a resposta.

× 2 — 6 ovos custam R$ 5,00 — 12 ovos custam R$ 10,00 — × 2

Caixa com ovos.

Resposta: João vai gastar R$ 10,00.

b) Agora, monte um esquema, calcule e responda: Quantos ovos dá para comprar com R$ 25,00? 30 ovos.

× 5 — 6 ovos custam R$ 5,00 — 30 ovos custam R$ 25,00 — × 5

Fonte: Coleção Ápis Matemática 4º ano (DANTE, 2017, p. 125).

Essas situações consistem em proporções simples, que, de acordo com Magina, Santos e Merlini (2014), há uma relação proporcional entre quatro quantidades, com duas quantidades pertencendo a uma grandeza, e duas pertencendo à outra. Há duas relações implícitas, que segundo Vergnaud (1990, 1993, 1996, 2009) remetem, primeiramente, à ideia de função, nas quais uma quantidade de uma grandeza se relaciona diretamente a outra quantidade de outra grandeza, e, posteriormente, a uma relação escalar, em que a quantidade de uma grandeza se relaciona com outra quantidade da mesma grandeza, a partir de uma constante escalar.

As concepções multiplicativas relativas à multiplicação envolvem, em um primeiro momento, a noção de adição de parcelas iguais, e, ao longo do processo de ensino-aprendizagem, como ideia de produto de medidas e relação proporcional. Já às concepções que envolvem divisão remetem às ideias de partição e redistribuição de elementos em conjuntos de mesma quantidade. Nesse sentido, essas concepções corroboram a conceituação das relações multiplicativa de base, respectivamente,multiplicação, divisão-partição, divisão-cotização e proporção (VERGNAUD, 1990, 1993, 1996).

Considerações finais

Neste artigo, analisamos as concepções multiplicativas dispostas em uma coleção de livros didáticos de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental aprovadas pelo PNLD 2019, para o trabalho pedagógico nos anos iniciais de escolarização no respectivo ano na Rede Municipal de Ensino de Belém, Pará. Vimos que a referida coleção está distribuída em cinco volumes, um para cada ano do ensino dos cinco que compõem o fundamental inicial.

Os enfoques da Teoria dos Campos Conceituais revelados por Vergnaud (1990, 1993, 1996, 2009, 2011, 2019) e Magina, Santos e Merlini (2014), nos permitiu evidenciar concepções multiplicativas que condicionam o estudo do campo multiplicativo no âmbito da coleção de livros didáticos. Constatamos que essas concepções se desenvolvem por meio de ideias inerentes à multiplicação e divisão, que perpassam construções de ideias e noções elementares relativas a cada uma das operações, às de maior nível de complexidade conceitual, que envolvem o pensamento e o raciocínio multiplicativo.

Os livros didáticos necessitam ser objeto de estudo e questionamento, tendo em vista que são obras que subjazem concepções de práticas pedagógicas assim como interpretações variadas no que concerne aos conceitos e saberes que neles se difundem. O modelo aqui desenhado neste artigo situa-se em um âmbito institucional específico, com condições e restrições que lhes são impostas e que, por tanto, devem ser tomadas como hipóteses de trabalho relativas a este. Nesse sentido, ressaltamos o quão é fundamental a análise dos fenômenos didáticos a luz de enfoques que subjazam os referidos problemas, de modo a encontrar uma compreensão consistente e plausível aos determinados âmbitos.

Referências

BALDOR, Aurélio. **Aritmética teórico practica.** Madrid: Compañía Cultural y Distribuidora de Textos Americanos. Códice, Ediciones y Distribuiciones, 1985.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa Qualitativa: significados e a razão que a sustenta. **Revista Pesquisa Qualitativa**. São Paulo, ano I, n. 1, pp. 07-26, 2005. Disponível em: https://editora.sepq.org.br/index.php/rpq/article/view/7. Acesso em: 28 fev. 2022.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. A pesquisa em Educação Matemática: a prevalência da pesquisa qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**. Ponta Grossa: v.5, n.2, 2012.Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1185. Acesso em: 28 fev. 2022.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 28 fev. 2022.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 9. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1951.

CAULLEY, Darrel N. Document analysis in program evaluation. **Evaluation and Program Planning**. Portland. v.6, pp. 19-29, 1983.

DANTE, Luiz Roberto. **Ápis Matemática, 2º ano:** ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Ápis Matemática, 3º ano:** ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Ápis Matemática, 4º ano:** ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Ápis Matemática, 5º ano:** ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

FERREIRA, Jorge Williams Cunha; NUNES, José Messildo Viana. Representações de estudantes do 4º ano do ensino fundamental frente a problemas do campo multiplicativo: uma análise de resoluções. **Perspectivas da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 10, n. 23, p. 624-644, 2017. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/search/authors/view?givenName=Jorge%20Williams%20Cunha&familyName=Ferreira&affiliation=&country=BR&authorName=Ferreira%2C%20Jorge%20Williams%20Cunha. Acesso em: 28 fev. 2022.

GRANDO, Neiva Ignês; NIEMANN, Flávia de Andrade. Campo multiplicativo: Análise de tratamento e conversões nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**. Florianópolis, v.10, n.1, p. 52-64, 2015. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2015v10n1p52. Acesso em: 28 fev. 2022.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTOS, Aparecido dos; MELINI, Vera Lucia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência&Educação**. Bauru, v. 20, n.2, p. 527-533, 2014. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ciedu/a/QrTnTjTzRVW576mbqMH7cMd/abstract/?lang=pt. Acesso em: 28 fev. 2022.

PHILLIPS, Bernard S. **Pesquisa Social**: estratégias e táticas. Rio de Janeiro: Agir, 1974.

SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Sintria Labres; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; SANTOS, Ernani Martins dos; SILVA, Juliana Ferreira Gomes da. Formulação de Problemas Matemáticos de Estrutura Multiplicativa por Professores do Ensino Fundamental. **BOLEMA**. Rio Claro, v.31, n.59, 928-946, 2017.Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/3xhJw53dwsVyk7wv6Hd84Cc/abstract/?lang=pt. Acessoem: 28 fev. 2022.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative structures. In: HIEBER, J. BEHR, B. **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Reston: NCTM, 1988.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [S. l.], v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, Gérard.Teoria dos Campos Conceituais. In: Nasser, L. **Anais do 1º Seminário de Internacional de Educação Matemática do Rio Janeiro**, p. 1-26, 1993.

VERGNAUD, Gérard. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (dir.). **Didácta das matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, p. 155-191, 1996.

VERGNAUD, Gérard.**A criança, a matemática e a realidade.** 3. ed. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, Gérard. Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder?. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**. [S. l.] v. 9, n. 1, p. 5-28, 2019.Disponível em: https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/296. Acesso em: 28 fev. 2022.

ZARAN, Maria Leme de O; SANTOS,Cintia Ap. Bento dos; CURI, Edda. Estruturas multiplicativas: investigações e indicativos para o processo de ensino e aprendizagem no 5º ano do ensino fundamental. **Cadernos de Pesquisa em Educação - PPGE/UFES**. Vitória, v.19, n.40, p. 89-110, 2014. Disponível em: https://periodicos.ufes.br/educacao/article/view/10731. Acesso em: 28 fev. 2022.

Recebido em: 28 de fevereiro de 2022
Aprovado em: 27 de julho de 2022