revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

INTRODUÇÃO DA UNIDADE ZERO NO ENSINO DA MATEMÁTICA

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2022.11.25.106-132

Afonso Henriques[1]
Elisângela Silva Farias[2]
Liliane Xavier Neves[3]
Rosane Leite Funato[4]

Resumo: Este artigo visa proporcionar um espaço de reflexão para o Professor que ensina Matemática, desde o planejamento de suas aulas semestrais ou anuais até a sua prática efetiva em sala de aula. A expectativa é de quebrar o paradigma tradicional do tratamento de objetos deste ensino de forma puramente matemática, e alimentar esse paradigma com alguns elementos teóricos da Didática da Matemática, que compõem a *Unidade zero* apresentada neste artigo. A introdução mencionada no título contempla, portanto, esse espaço de reflexão e as práticas efetivas de estudantes em formação universitária, em cursos de ciências exatas e tecnológicas de uma Universidade pública brasileira, que vêm se beneficiando desta introdução nos últimos anos. Os resultados apresentados pelos estudantes sustentam que a *Unidade zero* se mostra como uma alternativa promissora na aprendizagem, pois, funciona como metodologia que contribui no melhor acompanhamento, no entendimento e consolidação dos objetos matemáticos ensinados, vislumbrando-se, além da mobilização desses objetos em diferentes registros, a relação entre a teoria e a prática.

Palavras-chave: Modelos teóricos. Praxeologia. Registro de Representação. Gestão de tarefas.

INTRODUCTION OF UNIT ZERO IN MATHEMATICS TEACHING

Abstract: This peper aims to provide a space for reflection for the Teacher who teaches Mathematics, from the planning of his semester or yearly classes to his effective practice in the classroom. The expectation is to break the traditional paradigm of treating the objects of this teaching in a purely mathematical way, and to feed this paradigm with some theoretical elements from the Didactics of Mathematics, which make up Unit zero presented in this article. The introduction mentioned in the title contemplates, therefore, this space for reflection and the effective practices of students in university training, in mathematical and technological sciences courses at a public Brazilian University, who have been benefiting from this introduction in recent years. The results presented by the students support that the Unit zero shows itself as a promising alternative in learning, because it works as a methodology that contributes to better monitoring, understanding and consolidation of mathematical objects that were taught. In addition to the mobilization of these objects in different registers, the relationship between theory and practice was glimpsed.

Keywords: Theoretical models. Praxeology. Representation register. Task management.

[1] Doutor em Matemática e Informática pela Universidade Joseph Fourier em Grenoble (França) e Professor Pleno na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). E-mail: henry@uesc.br. http://orcid.org/0000-0002-8783-6008

[2] Mestre em Matemática pela Universidade Federal da Bahia e Professora Assistente na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). E-mail: esfarias@uesc.br. https://orcid.org/0000-0002-4052-2351

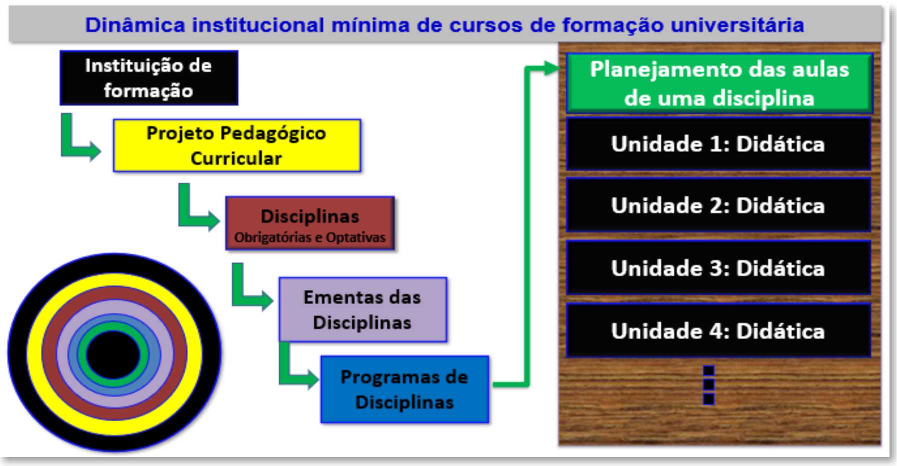
[3] Doutora em Educação Matemática pela UNESP/Campus de Rio Claro, e Professora Adjunta na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). E-mail: lxneves@uesc.br. https://orcid.org/0000-0001-8535-0779

[4] Mestre em Matemática pela Universidade Federal da Bahia e Professora Assistente na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). E-mail: rlfunato@uesc.br. https://orcid.org/0000-0002-6799-0876

Introdução

As pesquisas em Didática da Matemática desenvolvidas no Brasil e em diversas partes do mundo, têm disseminado múltiplas reflexões que impactam, positivamente, nas práticas efetivas de profissionais da Educação em todos os sentidos, e particularmente na prática docente do(a) Professor(a) de Matemática, desde as Instituições da Educação Básica (IEB) às do Ensino Superior (IES). Contribuir no avanço dessas reflexões, é portanto, um compromisso contínuo de pesquisas teóricas na busca de melhores práticas capazes de colaborarem, progressivamente, nos processos de ensino e aprendizagem. Nesta perspectiva, o presente artigo visa proporcionar um espaço de reflexão para o(a) Professor(a) que ensina Matemática, desde o planejamento de suas aulas semestrais ou anuais até a sua prática efetiva em sala de aula. Assim, visando favorecer melhor entendimento da proposta que traz essa reflexão, começamos por considerar a dinâmica institucional mínima de cursos de formação universitária de uma Universidade pública brasileira que esquematizamos na Figura 1, destacando: a Instituição de formação; o Projeto Pedagógico Curricular (PPC); as disciplinas que compõem a grade curricular do curso; as ementas das disciplinas; os Programas das disciplinas e o planejamento das aulas do(a) Professor(a), como elementos de referências básicas desta dinâmica.

Figura 1: dinâmica institucional mínima de cursos de formação universitária



Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção.

A nossa proposta não interfere diretamente nos quatro primeiros elementos apresentados neste esquema (Figura 1), e sim, nos dois últimos. A iniciativa dessa proposta vem sendo pesquisada e experimentada em sala de aula há mais de cinco anos envolvendo estudantes de cursos de graduação e da pós-graduação na referida instituição, revelando resultados promissores, conforme veremos mais adiante. Nesta proposta, damos atenção especial, tanto ao trabalho do(a) pesquisador(a) quanto ao do(a) Professor(a) utilizando os elementos teóricos da

Didática que compõem a *Unidade zero*. Com efeito, organizamos este artigo em quatro partes. Na primeira apresentamos algumas definições preliminares que julgamos imperativas na compreensão do artigo. Na segunda, nos debruçamos com a apresentação dos elementos teóricos que constituem a nossa *U0*, intercalados com exemplos de utilização, sempre que possível. Na terceira, trazemos uma aplicação dos elementos teóricos discutidos na segunda parte considerando o Cálculo Diferencial e Integral como disciplina ilustrativa do funcionamento da U0 na prática. Na quarta parte trazemos algumas avaliações propostas para estudantes de cursos de ciências exatas e tecnológicas da Universidade supracitada que responderam aos nossos questionários ao longo e ao final de diferentes semestres, ao cursarem as disciplinas que introduziram a *Unidade zero* nos planejamentos semestrais.

Essa organização também serve de fio condutor das nossas contribuições diante das reflexões que possam ser realizadas por qualquer Professor(a) que ensina as disciplinas básicas de Matemática, visando a introdução da *Unidade zero* na sua prática docente em sala de aula.

Definições preliminares

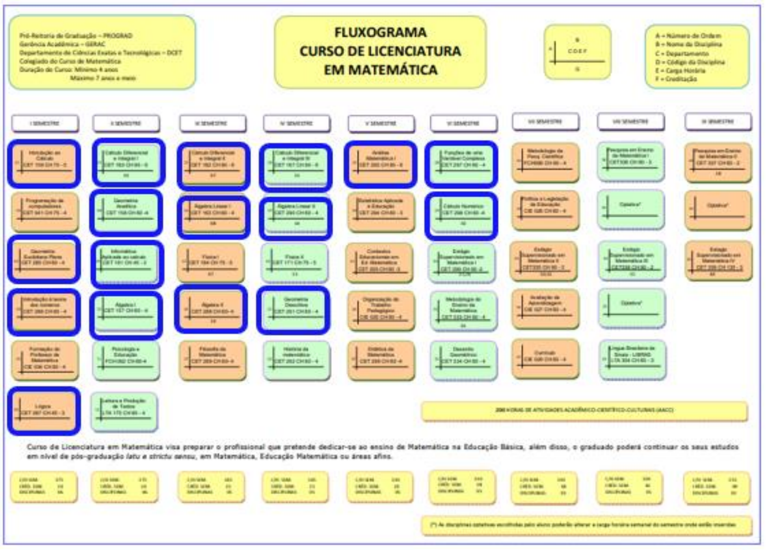
Como é sabido, todo curso de formação inicial nas IES é fundado em um Projeto Acadêmico Curricular (PAC), também denominado Projeto Político Curricular (PPC), cuja a elaboração segue algumas orientações do Ministério da Educação, mediante as Diretrizes Curriculares Nacionais para a elaboração de cursos. Não entraremos em detalhe em relação ao PPC, por não ser o foco do artigo. Contudo, conforme esquematizado na Figura 1, é importante trazermos alguns elementos e definições preliminares capazes de auxiliar na reflexão de um(a) Professor(a) no âmbito das disciplinas que damos atenção para a *Unidade zero*, dentro de um PPC. Para isso, escolhemos como espelho, o PPC de um dos cursos da IES citada, notadamente, o curso de Licenciatura em Matemática, observando, conforme indicado na Figura 2, no seu Fluxograma, as disciplinas de conteúdos puramente matemáticos consideradas como disciplinas básicas de Matemática ensinadas na maioria dos cursos de Ciências Exatas e Tecnológicas desta instituição.

Dentre estas disciplinas destacadas na Figura 2, estão: a Introdução ao cálculo, a Geometria Euclidiana Plana, a Introdução à teoria dos números, a Lógica (1º semestre (coluna I)); o Cálculo Diferencial e Integral I, a Geometria Analítica, a Informática Aplicada ao Cálculo, a Álgebra l (2º semestre (coluna II)); o Cálculo Diferencial e Integral II, a Álgebra Linear I, a Álgebra II (3º semestre (coluna III)); o Cálculo Diferencial e Integral III, a Álgebra Linear II, a Geometria Descritiva (4º semestre (coluna IV)); a Análise Matemática I (5º semestre (coluna

revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

IV)); as Funções de uma Variável Complexa, o Cálculo Numérico (6º semestre (coluna IV)).

Figura 2: Fluxograma de um curso de Licenciatura em Matemática



Fonte: Disponível em ([5]), acessado aos 09/06/2022

A ementa (Figura 1) de qualquer disciplina do curso, incluindo estas, favorece a elaboração do seu programa (Figura 1) e consequentemente o planejamento da disciplina que é uma tarefa exclusiva do(a) Professor(a) que no contexto didático ele(a) é um elemento institucional autônomo(a) e diretor(a) responsável da sua sala de aula. Colocando-nos no bojo do planejamento de aulas de um(a) Professor(a), com base na nossa experiência, costumamos organizar os conteúdos de objetos de estudos previstos no ementário e no programa de cada disciplina em *Unidades Didáticas* que definimos como segue:

Definição 1: ***Unidade Didática*** *(UD) é um conjunto de objetos de estudos ou tópicos organizados pelo(a) Professor(a) a partir do ementário, programa da disciplina ou proposta de ensino, favorecendo o desenvolvimento de conteúdos que devem ser ensinados em um determinado período letivo ou semestre, visando o acompanhamento contínuo da aprendizagem, as avaliações processuais de estudantes e o acúmulo parcial ou total de créditos/notas, em consonância com a carga horária da disciplina.*

Uma disciplina de 60 horas/aulas, por exemplo, pode ser organizada com quatro *Unidades Didáticas* (U1, U2, U3 e U4). Cada unidade compreende um crédito, na nomenclatura utilizada na IES de referência deste artigo. Um crédito, por sua vez, pode ser composto por mais de uma avaliação, dependendo da organização didática do(a) Professor(a).

Tradicionalmente, as disciplinas de conteúdos puramente matemáticos, tais como

[5] http://www.uesc.br/cursos/graduacao/licenciatura/matematica/fluxograma_lic.pdf

destacadas na Figura 1, gozam de um ensino que, do ponto de vista didático, necessita de uma discussão capaz de conduzir os estudantes a novas formas de aprender matemática. Com efeito, o planejamento de aulas realizado no início de cada semestre por um(a) Professor(a), pode ser alimentado com outros saberes provenientes de outras ciências, como a Didática da Matemática, sem detrimento da originalidade dos conceitos matemáticos previstos na disciplina.

Os saberes/conceitos/modelos teóricos didáticos que nos referimos têm servido como métodos ou "temperos" que nutrem os processos de ensino e da aprendizagem, facilitando o acompanhamento e a compreensão dos objetos de estudos ou conceitos matemáticos ensinados em cada unidade em sala de aula. Modelos estes que apresentamos a seguir.

Modelos teóricos de referência

Para conduzir o ensino dos objetos de saberes propostos nos ementários das disciplinas básicas de Matemática, na formação inicial, nas Instituições do Ensino Superior (IES), achamos por bem da aprendizagem, introduzirmos nos programas dessas disciplinas e consequentemente, no planejamento semestral, alguns conceitos didáticos, não previstos no ementário, que são capazes de servirem como elementos fundamentais na reflexão de um(a) Professor(a) sobre o que ensina, e dos estudantes sobre o que aprendem, principalmente os licenciandos, vistos como futuros profissionais que atuarão nas instituições de ensino, em especial na Educação Básica (IEB).

Abrimos parênteses para sublinhar que, o fato de darmos ênfase ao licenciado, não significa dizer que somente ele que ensina, o bacharel também ensina, no Ensino Superior, apesar de que o seu perfil preconizado pelo seu curso, é ser pesquisador. Mas, atualmente, é difícil encontrarmos um bacharel que só pesquisa. A maioria atua em sala de aula como Professor(a) no Ensino Superior. Daí a importância da sua relação, também, com alguns conceitos didáticos oportunamente durante a sua formação inicial. Pois, o saber não ocupa lugar algum na nossa memória a ponto de impedir a aquisição de outros conhecimentos não previstos no ementário. Todos nós somos capazes de aprender tudo que temos acesso ou relação, fecha parênteses.

Vale sublinhar que não encontramos na literatura algum conceito sobre a *Unidade zero* conforme proposto aqui. Daí a importância da nossa iniciativa imediata de apresentarmos a seguinte definição:

Definição 2:	***Unidade zero*** *(U0) é um momento inicial e introdutório de conceitos didáticos ou Modelos Teóricos de Referências (MTR) não previstos no ementário da disciplina ou proposta institucional de formação, capazes de servirem como elementos fundamentais na reflexão do(a) Professor(a)*

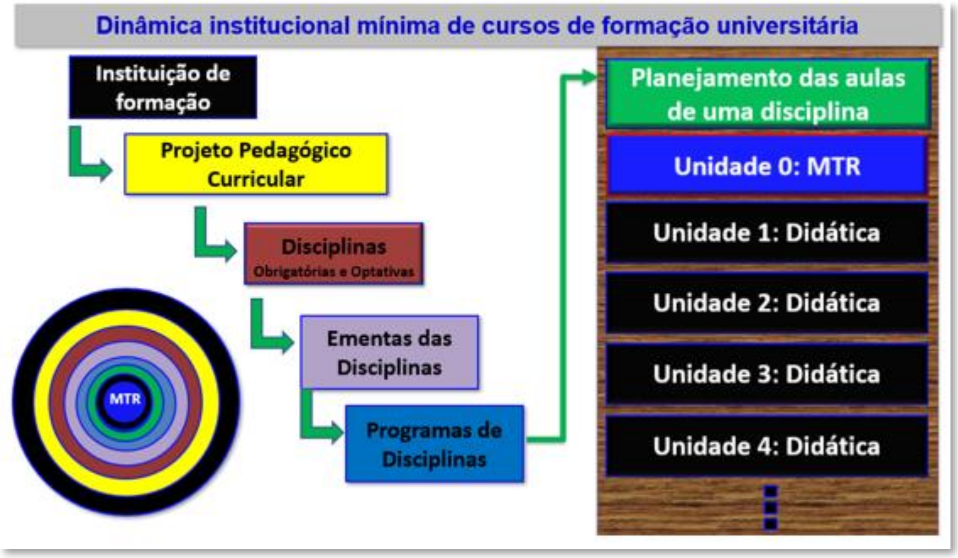
formador(a) sobre o que ensina, e do(a)s estudante(s) sobre o que aprendem.

Conjecturamos que uma vez introduzidos os MTR no planejamento do(a) Professor(a), estes deverão interferir no sistema didático ao longo do desenvolvimento de todas as unidades, inclusive na comunicação, tanto do(a) Professor(a) quanto do(a)s estudante(s) sobre os objetos previstos na disciplina.

A U0 não é um momento inicial exclusivo para compor as Unidades Didáticas de uma única disciplina, mas sim, para toda e qualquer disciplina básica de Matemática ou de outras ciências.

Os MTR que apresentamos aqui, também não são os únicos que compõem uma U0. Esta deve ser composta por MTR escolhidos pelo(a) Professor(a) da disciplina, no seio ou arcabouço das referências teóricas Didáticas, em conformidade com a Definição 2. Retomando a Figura 1, a introdução da U0 modifica razoavelmente o esquema conforme mostrado na Figura 3.

Figura 3: Introdução da U0 na dinâmica institucional mínima de cursos de formação universitária



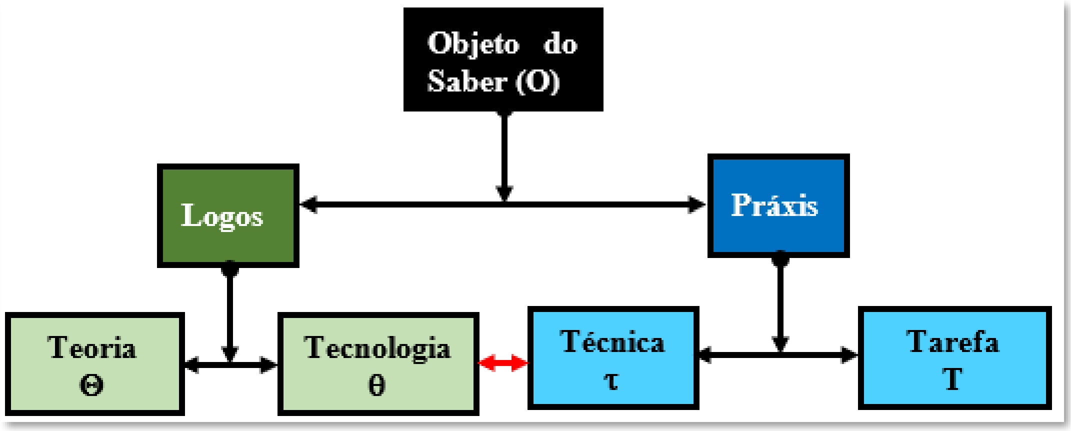
Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção.

Assim, dentre os Modelos Teóricos de Referências (MTR) importantes em Didática da Matemática, para a formação de recursos humanos, daremos atenção ao *modelo praxeológico* proposto por Chevallard (1992), aos *registros de representação semiótica* desenvolvidos por Duval (1993, 1995, 2013,...) predominantes em Matemática, a técnica *Crivo-Geométrico* proposta por Henriques (2006, 2014, 2019,...), retomada por Henriques, Nagamine e Serôdio (2020) e ao *Modelo Praxeológico de Gestão de Tarefa* (MPGT) descrita por Henriques (2019), que resumimos[6] a seguir.

Modelo Praxeológico

Sustentamos que todo e qualquer objeto do saber institucional visado para os processos de ensino e da aprendizagem, em particular matemático, é organizado em dois blocos designados, na Teoria Antropológica do Didático (TAD), de: *logos* e *práxis*. Cada bloco, por sua vez, é composto por duas noções denominadas Teoria, Tecnologia e Técnica, Tipo de Tarefas, respectivamente, que esquematizamos, conforme mostrado na Figura 4.

Figura 4: Noções do modelo praxeológico de um dado objeto do saber



Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção.

As noções esquematizadas na Figura 4 constituem o *Modelo praxeológico* proposto por Chevallard (1992) que torna explícita a organização de objetos de saberes nas instituições, no âmbito da TAD, formando assim, uma vertente desta teoria designada *Abordagem praxeológica*. Daí a seguinte definição:

Definição 3. *A **abordagem praxeológica** é um modelo para análise da ação humana institucional.*

Esta definição consiste em um modelo que permite analisar as nossas ações, enquanto humanos, em uma dada instituição: compreender os objetos que esta instituição quer que sejam ensinados, e os que de fato ensinamos. Os seguintes questionamentos devem, portanto, serem de interesse do(a)s Professor(e)(a)s: Como são organizados os objetos que ensinamos? Como é que, de fato, ensinamos? As tarefas propostas para o(a)s estudante(s) realizarem, contemplam

[6] Os interessados em aprofundar os seus conhecimentos sobre os temas podem acessar as diversas referências disponíveis na literatura, em particular: Chevallard (1992, 2003,...), Duval (1993, 1995, ...), Henriques (2019), Henriques e Almouloud (2016), Henriques, Attié, Farias (2007) etc.

os dois blocos praxeológicos apresentados na Figura 4? Ou será que o *logos* está sempre ao domínio do(a) Professor(a), e o(a) estudante apenas no *práxis*? Os conceitos de cada objeto **O** do saber, desenvolvidos no bloco *logos* são transformados em *tarefas* (***t***), usualmente denominadas exercícios, que se encontram, sistematicamente, no final de cada seção ou capítulo do livro? Ou existem conceitos de objetos de saberes desenvolvidos no bloco *logos*, mas que não são transformados em *tarefas* explícitas, sendo, porém, necessários no processamento heurístico dos conhecimentos visados? Aí estão algumas das possíveis reflexões para o(a) Professor(a) e para o(a) estudante (futuro(a) profissional nas instituições de ensino, seja nas IEB seja nas IES).

Para complementarmos a proposta da Definição 3, apresentamos no Quadro 1 a definição de cada uma das quatro noções do modelo praxeológico.

Quadro 1: Definições das noções do modelo praxeológico

Definição 4:	*Um tipo de **Tarefa**, denotada pela letra **T**, contendo ao menos uma tarefa t, é um exercício, um exemplo*[7] *ou um problema, elaborado com um enunciado em precisão, sem ambiguidades, podendo ou não ser identificado em uma determinada praxeologia.* Cf. Fonte p. 58.
Definição 5:	*Uma **Técnica**, denotada pela letra grega **τ**, é uma maneira de realizar uma determinada tarefa de algum tipo **T***. Cf. Fonte p. 60.
Definição 6:	*Uma **Tecnologia**, denotada pela letra teta minúscula **θ**, é um discurso racional (o logos) que tem por objetivo de justificar a técnica **τ**, garantindo que esta permite realizar as tarefas do tipo **T***. Cf. Fonte p. 61.
Definição 7:	*A **Teoria**, denotada pela letra teta maiúscula **Θ**, é um conjunto de regras sistemáticas que constituem um ramo de saberes organizados com discursos racionais que têm a função de justificar e tornar compreensível uma tecnologia θ.* Cf. Fonte p. 61.

Fonte: Henriques (2019)

As quatro noções: *tipo de tarefa* (**T**), *técnica* (**τ**), *tecnologia* (**θ**) e *teoria* (**Θ**), constituem uma *organização praxeológica* completa [**T**/**τ**/**θ**/**Θ**] que se decompõe em dois blocos representados por: [**T**/**τ**] e [**θ**/**Θ**] (Figura 4), correspondentes ao *saber-fazer* [*práxis*] e ao ambiente *tecnológico-teórico* [*logos*], respectivamente. Essa organização defendida por Chevallard (1992, 1999, ...), já era objeto de reflexão de Paulo Freire (1987), na *Pedagogia do Oprimido* compartilhada em seus discursos. Para Freire (1987)

> A teoria e a prática são inseparáveis tornando-se, por meio de sua relação, práxis autêntica, que possibilita aos sujeitos reflexão sobre a ação, proporcionando uma educação para a liberdade. A práxis, porém, é reflexão e

[7] Um exemplo é um exercício resolvido na praxeologia dominante do objeto O no qual este exemplo foi elaborado. Todo exemplo é, portanto, tarefa do seu autor em uma obra ou do(a) Professor(a) em sala de aula. Isto é, se o sujeito (seja autor(a) de um livro, seja Professor(a), etc.) enunciar um exemplo, ele tem que resolvê-lo, pois, essa tarefa é deste sujeito.

> ação dos homens sobre o mundo para transformá-lo. Sem ela, é impossível a superação da contradição opressor-oprimido (FREIRE, 1987, p. 38).

A correlação intrínseca entre a teoria e a prática sustenta, portanto, que ambos os blocos devem coexistir simultaneamente, proporcionando uma formação ou educação livre-arbítrio. Contudo, em decorrência com as práticas vivenciadas contemporaneamente em sala de aula, podemos refletir sobre a decomposição da organização praxeológica em dois blocos como segue.

Em geral, quando o(a) Professor(a) ensina "algo" (objeto **O** do saber), apresentando o conteúdo correspondente aos estudantes, a maioria destes, pergunta: Professor(a) pode dar um exemplo? Nesse instante, o(a) Professor(a) atende ao pedido.

Ora, um exemplo é uma tarefa ***t*** do seu autor, nesse caso, o Professor. Assim, este deve realizar tal tarefa mediante a aplicação de uma *Técnica* (**τ**). Do ponto de vista didático, a referida técnica é justificada pelo ambiente *tecnológico-teórico* (correspondente ao assunto/conteúdo trabalhado em um determinado instante da formação e, ou ao ensino que o(a) Professor(a) acabou de apresentar). Quando o(a)s estudante(s) acompanha(m) a resolução apresentada pelo(a) Professor(a), e aprende(m) a *Técnica*, este(a) Professor(a) cria condições para que ele(s) se torne(m) capaze(s) de realizar a maioria ou todas as *tarefas* ***t*** de um determinado tipo **T**. Ou seja, o(a)s estudante(s) se vê(eem) equipado(a)s para dominar a dupla [**T**/**τ**]. Mas, se solicitar para ele(a)s justificarem o porquê daquela resposta, a maioria pode não saber explicar.

Eis a decomposição da praxeologia em dois blocos, porque o ambiente *tecnológico-teórico* ou equivalentemente a dupla [**θ**/**Θ**], geralmente, fica ao domínio do(a) Professor(a). Mas, por que o(a) estudante não tem esse domínio, já que o conteúdo foi trabalhado ou ensinado em sala de aula? A resposta pode ser a seguinte: na maioria dos casos, no ensino de Matemática, os conteúdos abordados, isto é, os discursos racionais que têm a função de justificar e tornar compreensíveis uma tecnologia θ, e consequentemente, a compreensão de uma técnica (ou técnicas), não são transformados em tarefas. Para conferir essa reflexão, é suficiente analisar os exercícios que são destinados ao leitor, no final de cada seção ou capítulo de um Livro Didático (LD) de Matemática ou mesmo analisar os exemplos apresentados neste LD que são *tarefas* do autor.

Portanto, elucidar o bloco teórico [*logos*] e o [*práxis*] com base no *Modelo praxeológico* durante as aulas, e estabelecer a correlação intrínseca entre estes blocos quando o(a)s estudantes solicitam um exemplo ou durante a realização das atividades, significa para o(a) Professor(a) investir na inseparabilidade ou aliança entre a teoria e a prática sustentada por Paulo Freire (1987), proporcionando assim, uma educação para a liberdade. Somente o(a) Professor(a) pode fazer isso em sala de aula para o bem estar do(a) educando(a) e do avanço da Educação em geral. Neste avanço, certos problemas, em sala de aula, referentes às dificuldades do(a)s estudantes relacionarem a teoria e a prática, podem ser minimizados. Essas dificuldades são frequentemente mencionadas por diversos pesquisadores, a citar Schmidt e Mathias (2020), quando sublinham que:

> Ao trabalhar-se com as disciplinas de Cálculo em uma Universidade Federal do Sul do país, como Professores em alguns cursos de nível superior como Engenharia, Administração e Contábeis, é possível perceber-se muitas dificuldades dos acadêmicos de tais áreas de relacionarem a teoria e a prática, ou seja, a problemas práticos (SCHMIDT; MATHIAS, 2020, p. 665).

Na disciplina de referência deste artigo, a teoria consiste no *Cálculo de Integrais* que, em conformidade com os projetos pedagógicos dos cursos de Matemática nas IES, constitui um ramo de saberes organizados com um conjunto de discursos racionais que desenvolvemos em Unidades Didáticas, com referências no *Modelo praxeológico*. Neste, e em qualquer desenvolvimento de objetos do saber, faz-se necessária a mobilização de diferentes representações do objeto **O** em jogo. Daí a necessidade de trazermos na *Unidade zero* um pouco da discussão sobre o conceito desenvolvido por Duval (1993) no âmbito da teoria de sua autoria denominada:

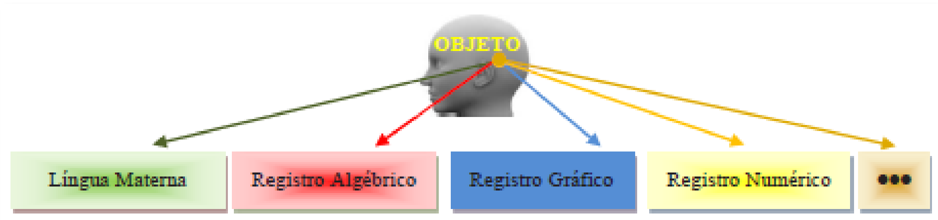
Registros de Representação Semiótica

Para Duval (1993), os objetos do saber, em especial matemáticos, não são acessíveis, ao menos que seja por meio de suas representações em diferentes registros. Mas, o que é registro de representação? Henriques e Almouloud (2016) apoiados nos trabalhos de Duval, apresentam a seguinte definição:

Definição 8: *Um **Registro de Representação** é um sistema semiótico dotado de signos que permitem identificar uma representação de um objeto do saber. (Op. Cit. p. 467)*

Para Henriques e Almouloud (2016) e Henriques (2019), quatro registros de representação, são predominantes em Matemática, lidos conforme mostrado na Figura 5.

Figura 5: Registros de representação predominantes em Matemática



Fonte: Henriques e Almouloud (2016, p. 468), Henriques (2019, p. 71)

Os três pontos (reticência) abrem outras possibilidades, a exemplo de considerarmos *Libras* como um registro de representação, por se constituir em um sistema semiótico dotado de signos diferentes da Língua Materna. Mobilizar as representações de objetos de saberes, particularmente matemáticos, entre esses registros, é uma condição fundamental da aprendizagem, seja mediante a utilização de técnicas do ambiente *papel/lápis*, seja em ambientes *computacionais*, como também em gestos de sinais. Aprendemos, portanto, que um registro é um sistema dotado de signos. Mas, o que é representação semiótica? Encontramos ainda em Henriques e Almouloud (2016), Henriques (2019), a seguinte definição como resposta deste questionamento:

Definição 9: *A **representação semiótica** é uma exposição de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. A sua significação é determinada, de um lado, pela sua forma no sistema semiótica e, por outro lado, pela referência do objeto representado. (Op. Cit. p. 467 e 70, resp.)*

Deve-se, portanto, fazer entender aos estudantes que representar um objeto do saber, é expor ou externar este objeto em um sistema semiótico, mobilizando os *signos* deste sistema escolhido por ele enquanto sujeito ou pelo(a) Professor(a) no ensino. A representação semiótica serve, portanto, de canal de comunicação entre pares mobilizando *signos*.

Dentre os quatro registros indicados na Figura 5, podemos explicitar, conforme mostrado no Quadro 2, os principais signos usuais em cada, na comunicação de saberes matemáticos, em particular no Cálculo Diferencial e Integral (CDI).

Quadro 2: Ilustração de certos registros e signos usuais no processo ensino-aprendizagem

	Língua Materna	**Registro Algébrico**	**Registro Gráfico**	**Registro Numérico**
Signos	Letras, frases ou sentenças que **representam** para alguém o ***objeto*** em questão, obedecendo as regras de conformidade da língua utilizada, em particular as regras gramaticais da língua portuguesa.	Letras, símbolos, sinais de operações algébricas, operações fundamentais da aritmética, expressões algébricas, função, equação, entre outros símbolos capazes de **representar** para alguém o ***objeto*** em questão nesse registro.	Objetos geométricos, como pontos, retas, traços ou curvas, planos ou superfícies em geral, vetores, ilustrações em geral concebidas como conjunto finito ou infinito de pontos capazes de **representar** para alguém o ***objeto*** em questão nesse registro.	Números, operações numéricas ou expressões numéricas, conjunto de pares, ternos, etc. numéricos ordenados, entre outros símbolos numéricos capazes de **representar** para alguém o ***objeto*** em questão nesse registro.

Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção.

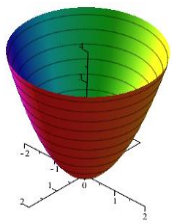
Na utilização de cada registro são necessários os seguintes conhecimentos teóricos: **formação, conversão** e **tratamento**:

> A **formação** de uma representação semiótica em um registro, é baseada na aplicação de regras de conformidade e na seleção de certas características do

> conteúdo envolvido. Por exemplo, a composição de um texto, construir uma figura geométrica, elaborar um esquema, escrever uma fórmula, descrever o domínio de uma função de uma, duas ou de três variáveis, estabelecer uma integral, etc. A passagem ou transformação de uma representação de um dado ***objeto*** de um registro para outro, é designada **conversão.** A transformação de uma representação em outra, no mesmo registro, é denominada **tratamento**. Henriques (2019, 73).

Apresentamos no Quadro 3 a formação, a conversão e o tratamento de um objeto matemático em diferentes registros, em conformidade com a descrição indicada acima, favorecendo assim uma reflexão sobre esses conceitos e processos.

Quadro 3: Formação, conversão e tratamento de um objeto matemático nos diferentes registros

<table>
<tr><th></th><th>Língua Materna</th><th>Registro Algébrico</th><th>Registro Gráfico</th><th>Registro Numérico</th></tr>
<tr><td>Signos</td><td>Uma função f de duas variáveis, com coeficientes iguais a um, cujo gráfico é um parabolóide de vértice na origem de sistema de coordenadas, côncavo para cima ao longo do eixo_z.</td><td>$f(x,y) = x^2 + x^2$</td><td></td><td><table><tr><th>x</th><th>y</th><th>f(x, y)</th></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>8</td></tr><tr><td>-2</td><td>-2</td><td>8</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table></td></tr>
</table>

Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção

Deve ser compreendido que a conversão se aplica sobre a representação de um objeto em um dado registro, e não sobre o registro. Em outras palavras: “não se converte um registro para outro” e sim “uma representação de um objeto partindo de um registro para outro”, mobilizando-se as regras de conformidade do sistema ou registro correspondente. Além disso, $f(x,y) = x^2 + x^2$ por exemplo, não é o registro algébrico, e sim a representação da função em questão no registro algébrico.

Sublinhamos que todos os conceitos que compõem a *U0* devem ser utilizados de forma, explícita ou implicitamente, o tempo todo como referências de reflexões e consolidação de saberes tratados em cada *Unidade Didática* da disciplina ensinada, seja no bloco *logos*, seja no *bloco práxis* em prol da aliança entre a teoria e a prática. Esse último inverte o Modelo Praxeológico Usual (*MPU*), acessando-se assim, a Praxeologia Modelada (*PM*).

O Ensino mediante o *MPU* começa com apresentação da Teoria, seguida da Tecnologia e Técnica, terminando com apresentação de Tarefas (os exemplos solicitados pelo(a)s estudantes). Sentido este que também denotamos por *3TeTa*[8]. Ao passo que o ensino realizado com o *PM* parte da Prática, isto é, da apresentação de situações-problemas ou tarefas que

[8] **3TeTa** vem de Teoria (Te), Técnica (Te) e Tarefa(Ta). Idem para Ta3Te, invertendo-se a leitura de 3TeTa.

necessitam de Técnicas τ para realizá-las. Estas devem ser justificadas por Tecnologia θ dentro da Teoria Θ que permitiu a elaboração das tarefas. Sentido este que também denoto por *Ta3Te*. Tanto no *3TeTa* quanto no *Ta3Te*, é útil o(a) Professor(a) trabalhar com gestão de tarefas.

Bom! Como já sabemos o que seja uma tarefa no âmbito praxeológico, podemos nos colocar a seguinte pergunta: o que é gestão de tarefas? Em Henriques (2019), lemos que:

> Os exemplos, enquanto tarefas do autor e as tarefas propostas, sistematicamente, no final de cada seção de um livro didático, podem ser reelaboradas no contexto praxeológico, seguindo o Modelo Praxeológico de Gestão de Tarefas (MPGT), que definimos da seguinte forma:
> O Modelo Praxeológico de Gestão de Tarefas (MPGT) é um exemplar para elaboração de tarefas, que devem iniciar com um gênero (verbo no infinitivo), no contexto praxeológico, seguido de um complemento fixo, e de um Sistema de Variáveis Didáticas (SVD) (HENRIQUES, 2019, p. 106)
> O SVD, por sua vez, pode ser um conjunto de tipo de Tarefas (**T**) ou tarefas (**t**) do tipo **T**. Conforme sublinhamos anteriormente, este modelo é representado, de modo sistemático, como mostrado no Quadro 3.5 (HENRIQUES, 2019, p. 106).

Quadro 3.5: Modelo Praxeológico de Gestão de Tarefas (MPGT),

<table>
<tr><td colspan="3">GT = [Verbo de ação, complemento fixo, SVD]</td></tr>
<tr><td colspan="3">Em que:
● GT: significa geratriz ou gerador de tarefas.
● Verbo de ação: define o gênero do tipo de tarefa T [verbo no infinitivo].
● Complemento fixo: especifica um enunciado, sem ambiguidades, fixando os dados ou informações globais da situação ou tarefa que devem ser utilizadas no SVD ou tarefas.
● SVD: é um sistema de variáveis didáticas[9] e gerador de tarefas t de algum tipo T.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Um exemplar de GT</td></tr>
<tr><td rowspan="5">GT1</td><td colspan="2">Considerar as informações I1, I2, I3, ..., In, para realizar as seguintes tarefas:</td></tr>
<tr><td>t1</td><td>Enunciado da t1 utilizando alguma informação In</td></tr>
<tr><td>t2</td><td>Enunciado da t2 utilizando alguma informação In e/ou resultado da t1</td></tr>
<tr><td>t3</td><td>Enunciado da t3 utilizando alguma informação In e/ou Resultado da t1, t2</td></tr>
<tr><td>..</td><td>...</td></tr>
</table>

Fonte: Henriques (2019, p. 106)

A gestão de tarefas torna-se, portanto, uma prática fundamental para o(a) Professor(a) que deseja fazer com que o(a)s estudantes compreendam os objetos visados nos diferentes contextos ou registros de representação, controlando assim os possíveis vazios didáticos estabelecidos pelo sistema de ensino, além de proporcionar determinados sentidos aos conceitos colocados em jogo na aprendizagem do(a)s estudantes em sala de aula, bem como transformar esses conceitos em tarefas auxiliando na consolidação dos conhecimentos visados.

A título de ilustração, antes de entrarmos na terceira parte deste artigo, apresentamos uma gestão de tarefa, aplicando o seu exemplar (cf. Quadro 6), a partir de um exemplo (cf.

[9] Vide Henriques (2019, p. 60)

Quadro 4) extraído em um livro de Cálculo Diferencial e Integral (CDI).

Quadro 4: Exemplo extraído em um livro de CDI

Calcular $\int_{-2}^{4}\left(\frac{1}{2}x+3\right)dx$

Fonte: LD Swokowisk (1994)

Na resolução do exemplo, o autor aplica imediatamente a segunda parte do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC) como técnica e obtém o resultado que reproduzimos no Quadro 5:

Quadro 5: Exemplo extraído em um livro de CDI

Resposta $\int_{-2}^{4}\left(\frac{1}{2}x+3\right)dx = \left[\frac{x^2}{4}+3x\right]_{-2}^{4} = 21$

Fonte: LD Swokowisk (1994)

O(A) Professor(a) que trabalha na leitura e reprodução é capaz de proceder de forma análoga à prática do autor do Livro Didático (LD). Mas, aquele(a) Professor(a) que advoga a leitura crítica e produção, é capaz de ir além da prática do autor. A gestão de tarefa é uma alternativa, nesse "ir além", porque é capaz de despertar no(a) Professor(a) a possibilidade de abrir uma "caixa preta" que seja cúmplice no estabelecimento de vazios didáticos no processo ensino-aprendizagem, no sentido de que essa caixa oculta saberes que devem ser mobilizados pelo(a)s estudantes no processo heurístico de resolução de problemas, e aquisição de conhecimentos explicitamente, investindo na inseparabilidade ou aliança entre a teoria e a prática.

Assim, aplicando o MPGT no exemplo do autor, conforme apresentado no Quadro 6, é possível abrir a caixa, transformando em tarefas explícitas, diversos saberes omissos na prática do autor, e estabelecer relações entre esses saberes, que sejam de Cálculo Diferencial e Integral, com alguns saberes matemáticos correspondentes, propostos na Educação Básica.

Quadro 6: Gestão de tarefa do exemplo extraído em um livro de CDI utilizando o MPGT

Gerador de Tarefas 1 (GT1)	*Considerar a função* $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ *, definida no intervalo [a, b], sendo a e b variáveis didáticas que assumem valores reais, em que* $-6 < a < 0 < b$*, para realizar as seguintes tarefas:*	
	t1	Descrever na Língua Materna, a função *f* no intervalo [*a*, *b*].
	t2	Descrever o intervalo [*a*, *b*], na Língua Materna.
	t3	Representar a função *f* no registro gráfico.
	t4	Fornecer, no registro gráfico, a região do plano delimitada pelos crivos do gráfico de *f* (resultado de t3) e das curvas (retas) de equações dadas por *x* = *a*, *x* = *b* e *y* = 0.
	t5	Descrever na Língua Materna, a região obtida na realização da t4.
	t6	Aplicar a segunda parte do TFC calculando assim a integral da *f* no intervalo [a, b].
	t7	Analisar o resultado alcançado na realização da t6 com um olhar na descrição fornecida com a realização da t5.

Fonte: Dados de pesquisa/Gestão realizada pelos autores

Antes de apresentarmos uma resolução de cada tarefa gerada por GT1, convém mobilizar, também, uma gestão correspondente, como aplicação ou explicitação de relações possíveis dessas tarefas com saberes propostos na Educação Básica. Assim, tem-se a gestão apresentada no Quadro 7.

Quadro 7: Relações possíveis de saberes gerenciadas no GT1 com saberes matemáticos desenvolvidos na Educação Básica

Gerador de Tarefas 2 (GT2)		
	Considerar o polígono de vértices definidos pelos pares $(a, 0), (b, 0), \left(a, \frac{a}{2} + 3\right)$ *e* $\left(b, \frac{b}{2} + 3\right)$ *de pontos, sendo a e b variáveis didáticas que assumem valores reais, em que* $-6 < a < 0 < b$, *para realizar as seguintes tarefas:*	
	t1	Representar, no Registro Gráfico, o polígono considerado no GT2.
	t2	Fornecer, na Língua Materna, uma descrição do resultado obtido na realização da t1.
	t3	Fornecer a equação que permite calcular o comprimento de cada lado da região poligonal delimitada pelo polígono considerado no GT2.
	t4	Fornecer a equação que permite calcular o comprimento ou perímetro desse polígono.
	t5	Identificar, caso existam, dois lados dessa região poligonal, que sejam paralelos entre si, por ***bm*** e ***BM*** sendo a medida de ***bm*** menor que a de ***BM***.
	t6	Identificar por ***h***, caso exista, o lado da região poligonal que seja perpendicular a ***BM***.
	t7	Fornecer a equação que permite calcular a medida da área ***A*** da região delimitada pelo polígono em questão, utilizando os resultados obtidos na realização das tarefas anteriores.
	t8	Verificar, se existe alguma relação entre os resultados obtidos na realização das tarefas do GT2 com as do GT1.

Fonte: Dados de pesquisa/Gestão realizada pelos autores

Para apresentar a resolução de cada tarefa orienta-se o(a) estudante a retomar o enunciado de cada uma, para lhe situar/auxiliar na reflexão. Assim, revendo o GT1, vemos que a primeira tarefa é proposta com o seguinte enunciado:

t1	Descrever na Língua Materna, a função *f* no intervalo [*a*, *b*].

Antes de apresentarmos a resolução, é interessante explicarmos, inicialmente, o nosso entendimento acerca da descrição requerida, uma vez que esta não é uma tarefa usual no ensino da Matemática, em particular, no CDI. "*Descrever significa: expressar sobre [algo]; representar por escrito ou oralmente sobre [algo]*".

A título de experiência, sublinhamos que nas nossas aulas de Matemática, nos últimos anos, temos trabalhado com a gestão de tarefas diante do(a)s estudantes. Cada gestão envolve a descrição de objetos de saberes ensinados no bloco *logos* da aula em curso ou em ocasiões anteriores da história escolar do(a) estudante. Com efeito, temos percebido que a transformação de diferentes objetos do saber[10] em tarefas, vem se mostrando como uma atividade difícil para a maioria dos estudantes, por não ser uma prática comum na maior parte do ensino de Matemática. Em contrapartida, essa transformação tem auxiliado muitos estudantes na aproximação de suas relações com o bloco *logos*, no tocante aos objetos de saber ensinados em classe, pois eles começam a perceber que o *saber-fazer* [*práxis*] não sobrevive sem o ambiente *tecnológico-teórico* [*logos*]. Ou seja, a aprendizagem não se consolida apenas com o *saber-fazer* contas, é fundamental sabermos explicar o que fazemos, reforçando-se assim, a aliança entre a teoria e a prática.

Resolução da t1 do GT1:

Para realizar esta tarefa, isto é, descrever a função *f* na língua materna, devemos lembrar que essa função, definida por $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ no GT1, trata-se de uma função afim gerada por $f(x) = \boldsymbol{m}x + \boldsymbol{n}$, em que $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{n} \in \mathbb{R}$, sendo $\boldsymbol{m} \neq \boldsymbol{0}$, cuja representação correspondente no registro gráfico é uma reta de inclinação ½ que intercepta o eixo_*x* no ponto de coordenadas (-6, 0) e o eixo_*y* no ponto de coordenadas (0, 3). Assim, no intervalo [*a*, *b*], obtém-se o crivo desta reta (segmento) de extremidades nos pontos de coordenadas $(a, f(a)) = \left(a, \frac{a}{2} + 3\right)$ e $(b, f(b)) = \left(b, \frac{b}{2} + 3\right)$.

O termo "crivo" que emerge nessa resolução, pede a abertura de parênteses para apresentarmos o quarto objeto ou conceito que compõe a nossa Unidade 0, denominado:

Crivo-Geométrico

Desenvolvido por Henriques (2006) na tese de doutorado, e retomado em vários trabalhos recentes, trata-se de uma técnica idealizada pelo autor com objetivos de contribuir no desenvolvimento de estudos de objetos geométricos no registro gráfico e estimular o estudo de objetos correspondentes ao objeto em jogo, em diferentes registros de representação.

Definição 10: ***Crivo-Geométrico*** *é uma conservação ou escolha de parte(s) de uma curva ou de uma superfície, necessária(s) na representação do objeto matemático correspondente no registro gráfico.*

Um segmento, por exemplo, é um crivo de uma curva de curvatura nula (a reta), um arco é um crivo de uma curva de curvatura não nula, um disco é um crivo de uma superfície plana, uma região poligonal (triangular, retangular, pentagonal, ...), é crivo de uma superfície plana, etc. Referindo-se, especificamente aos sólidos, Henriques (2021) introduz ainda o conceito de crivo restrito, assim, ele escreve:

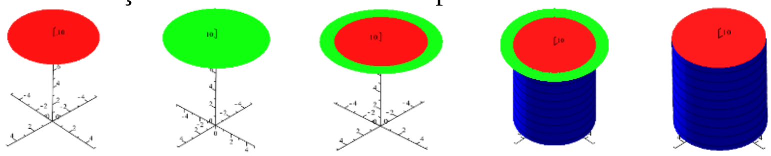
---

[10] Diferentes objetos do saber tidos como "aprendidos/adquiridos ou conhecidos pelo(a) estudante ao longo da sua história escolar desde a Educação Básica ao momento atual no Ensino Superior".

revista
PARANAENSE
DE EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

Por definição, o crivo de uma superfície é a uma parte desta, necessária para a sua representação no registro gráfico. Se a superfície em questão colabora na modelagem de um sólido, a referida parte não se restringe, necessariamente, à fronteira desse sólido (ver, por exemplo, as Figuras 12.9 (b), (c) e (d). Ao passo que o crivo restrito de uma superfície é a parte necessária desta, para a sua representação restrita ao contorno do sólido (ver a Figura 6 (a), (d) e (c)). Vale sublinhar que as Figuras 6 (a) e (b) ilustram crivos da mesma superfície plana de equação $S(x,y,z)=10-z$ (HENRIQUES, 2021, p. 135).

Figura 6: Ilustração de um crivo de uma superfície e de crivo restrito



(a) (b) (c) (d) (e)

Fonte: Henriques (2021, p. 135)

O conceito de crivo restrito, estende-se também aos crivos de curvas que delimitam uma dada região, o que é notável na realização da t4 do GT1, mais adiante. Passemos em seguida para a análise da segunda tarefa do GT1 que, conforme o Quadro 7, tem o seguinte enunciado:

t2	Descrever o intervalo [*a*, *b*], na Língua Materna.

Resolução da t2 do GT1:

Para realizar esta tarefa, devemos lembrar as condições estabelecidas no GT1 para as variáveis didáticas *a* e *b*. Ora, foi estabelecido que *a* deve ser maior que -6 e menor do que zero, isto é, *a* deve assumir um número real no intervalo aberto (-6, 0) do domínio da função afim *f*. Ainda de acordo com o gerador de tarefas GT1, a variável didática *b* por sua vez não deve assumir valores negativos. Isso significa, portanto, que os extremos esquerdos e direito do intervalo [*a*, *b*] devem, obrigatoriamente, assumir um número real negativo e positivo, respectivamente, nas condições estabelecidas. Essa descrição responde a t2 do GT1.

Como já apontamos, o tipo de tarefa que contém t2 é ausente na organização praxeológica sobre conjuntos, e consequentemente, nas disciplinas de CDI. Os intervalos, domínios ou subconjuntos dos números reais são utilizados no CDI espontaneamente, sem questionamentos ou reflexões capazes de favorecer a relação entre a teoria e a prática.

Passemos a análise da terceira tarefa do GT1 proposta com o seguinte enunciado:

t3	Representar a função *f* no registro gráfico.

A função *f* em questão é fornecida no gerador de tarefas da seguinte forma $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$.

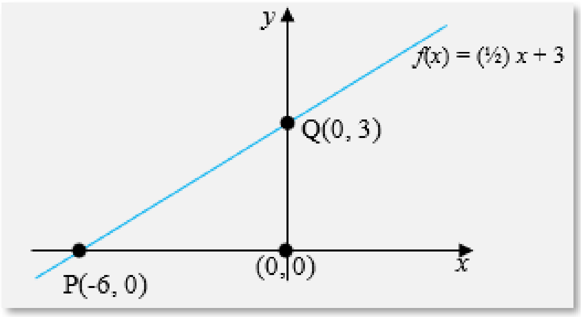
Resolução da t3 do GT1:

Para realizar esta tarefa podemos utilizar as seguintes técnicas ($\boldsymbol{\tau}$):

τ.1	Introduzir no plano, um sistema de coordenadas cartesianas ortogonal.
τ.2	Identificar no plano, com base no cálculo aritmético, dois pontos distintos P(x1, y1) e Q(x2,y2) de valores numéricos que satisfazem a função f dada por $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$.
τ.3	Marcar os pontos P e Q no sistema obtido como a aplicação da técnica **τ.1**.
τ.4	Traçar um crivo da reta mencionada na realização da t1 do GT1 contendo os pontos P e Q.

Utilizando adequadamente essas técnicas, em que escolhemos, por conveniência o valor **0** (zero) tanto para y1 quanto para x2, temos o resultado apresentado na Figura 7.

Figura 7: Visualização de um crivo do gráfico da função $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$



Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção

Passemos, a seguir, para a realização da quarta tarefa do GT1 que foi proposta com o seguinte enunciado:

t4	Fornecer, no registro gráfico, a região do plano delimitada pelos crivos do gráfico de f (resultado de t3) e das curvas (retas) de equações dadas por x=a, x=b e y=0.

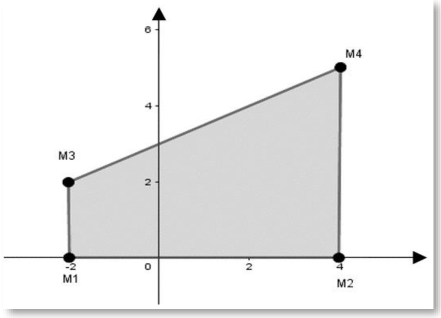
Resolução da t4 do GT1:

Para realizar esta tarefa podemos utilizar as seguintes técnicas (**τ**):

τ.1	Aplicar o resultado obtido na realização da t3, identificando o gráfico de f por r.
τ.2	Fixar os pontos de coordenadas (a, f(a)) e (b, f(b)) considerados na realização da t1 do GT1, identificando-os por M1 e M2, respectivamente.
τ.3	Traçar os crivos restritos C1 e C2 de retas paralelas ao eixo_y passando nos pontos M1 e M2, respectivamente, interceptando a reta r.
τ.4	Identificar os pontos de interseção de C1 e C2 com a reta r por M3 e M4, respectivamente.
τ.5	Demarcar, convenientemente, a região finita de vértices M1, M3, M4 e M2.

A utilização adequada dessas técnicas, proporciona o resultado apresentado na Figura 8.

Figura 8: Visualização, no registro gráfico, da região delimitada pelos crivos restritos de retas



Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção

Lembramos que a quinta tarefa gerada por GT1 é proposta com o seguinte enunciado:

t5	Descrever na Língua Materna, a região obtida na realização da t4.

Resolução da t5 do GT1:

Recorrendo aos conhecimentos obtidos nos estudos da Geometria Euclidiana Plana, é possível afirmamos que a região sob o gráfico da *f*, obtida na realização da **t4**, é trapezoidal, isto é, *R* é uma região delimitada por um trapézio de base maior, base menor e altura medindo, *f*(b), *f*(*a*) e *b-a*, respectivamente, (em unidades de medidas de comprimentos).

Vemos, imediatamente, aí uma relação explícita entre um dos saberes universitários mobilizados no ensino e na aprendizagem de integrais com saberes de Geometria ensinados na Educação Básica. Essa relação não é explicitada na praxeologia do autor do exemplo que tomamos como referência do gerador de tarefas 1 (GT1).

Passemos para a análise da sexta tarefa do GT1 proposta com o seguinte enunciado:

t6	Aplicar a segunda parte do TFC calculando assim a integral da *f* no intervalo [a, b].

Resolução da t6 do GT1:

Para realizarmos essa tarefa devemos lembrar que a segunda parte do TFC referente a uma função *f* de uma variável real definida no intervalo [a, b], proporciona uma técnica de cálculo de integrais, representada, no registro algébrico, por:

$$\int_a^b f(x)dx = [\ F(x)\ ]_a^b$$

Ou equivalentemente

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

em que *F*(*x*) é uma primitiva ou antiderivada de *f*(*x*). Assim, sabendo-se pelo GT1 que $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$, então as primitivas de f são dadas pelas funções F, tais que $F(x) = \frac{1}{4}x^2 + 3x + c$, em que c é uma constante real qualquer. Com essa técnica em mente, podemos proceder como segue, onde $IS_{f_{[a,b]}}$ significa: Integral Simples de *f* no intervalo [a, b]:

$$IS_{f_{[a,b]}} = \int_a^b \left(\frac{1}{2}x + 3\right) dx$$

Calculando a primitiva do integrando em relação a *x*, e aplicando a 2ª parte do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), temos:

$$IS_{f_{[a,b]}} = \left[\frac{x^2}{4} + 3x\right]_a^b$$

Substituindo, convenientemente, os limites de *x*, isto é, desenvolvendo a aplicação da segunda parte do TFC, temos:

$$IS_{f_{[a,b]}} = \left(\frac{b^2}{4} + 3b\right) - \left(\frac{a^2}{4} + 3a\right)$$

Realizando o devido tratamento algébrico, temos:

$$IS_{f_{[a,b]}} = \frac{1}{4}[a + b + 12](b - a)$$

Que é o resultado do cálculo da integral da função *f* no intervalo [*a*, *b*].

A sétima tarefa do GT1 foi proposta com o seguinte enunciado:

t7	Analisar o resultado alcançado na realização da t6 com um olhar na descrição fornecida durante a realização da t5.

Resolução da t7 do T1:

Analisando o resultado obtido na realização da t6 do GT1, com um olhar na descrição fornecida durante a realização da t4 do GT1, pode-se afirmar que a integral em questão consiste no cálculo da área da região plana delimitada pelo trapézio de base maior, base menor e altura medindo, *f*(b), *f*(*a*) e *b*-*a*, respectivamente. De fato, do resultado obtido na realização da t6, podemos escrever:

$\frac{1}{4}[a + b + 12](b - a) = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{a}{2} + 3\right) + \left(\frac{b}{2} + 3\right)\right](b - a).$

Fazendo $\left(\frac{a}{2} + 3\right) = bm$, $\left(\frac{b}{2} + 3\right) = BM$ e $(b - a) = h$, temos o seguinte resultado:

$\frac{1}{4}[a + b + 12](b - a) = \frac{(bm+BM)h}{2}.$

Este resultado consiste, exatamente, na famosa fórmula de cálculo da área da região plana delimitada pelo Trapézio. Assim, para $a = -2$ e $b = 4$, tem-se o valor esperado no cálculo da integral realizado pelo autor no livro de CDI.

Deixamos a realização das tarefas geradas por GT2 como exercícios para a reflexão do leitor, e consequentemente a verificação das relações preconizadas anteriormente.

Vale sublinhar que no planejamento e no ensino que agrega a *Unidade zero*, apresentamos essa Unidade aos estudantes, na forma de palestra, no primeiro dia do semestre, após a apresentação do planejamento da disciplina em Unidades Didáticas.

A palestra reforça a importância da U0 no ensino de todas as unidades da disciplina desenvolvidas ao longo do semestre. Achamos conveniente liberar no link[11] uma dessas palestras destinadas à disciplina CDI III ofertada no ensino remoto em tempos da pandemia da COVID_19, como complemento na reflexão sobre os modelos apresentados neste artigo, podendo servir também como elemento auxiliar do(a) Professor(a) na introdução da U0 no

[11] https://docs.google.com/presentation/d/1_AB6-mwJZtrsrVaHm0z2dwXXKm-Py0IB/edit?usp=sharing&ouid=106591151935862866203&rtpof=true&sd=true.

planejamento semestral ou anual das disciplinas básicas de Matemática propostas em um PPC nas IES ou em Projeto Político Pedagógico (PPP) nas IEB.

Conforme sublinhado anteriormente, a quarta, sendo a última parte deste artigo, consiste na apresentação de algumas avaliações proposta aos estudantes em formação universitária em Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) que responderam aos nossos questionários durante e no final de diferentes semestres, após terem cursado as disciplinas que introduziram a *Unidade zero* no planejamento semestral.

Apresentação e análise de questionários propostos aos estudantes em diferentes semestres

As avaliações processuais realizadas em cada *Unidade Didática* de cada disciplina que introduziu a *Unidade zero* têm proporcionado importantíssimas reflexões no tocante a consolidação da aliança mencionada anteriormente, tanto na concepção do Chevallard (1999,..) quando de Paulo Freire (1987), integrando os quatro modelos que compõem a U0. No entanto, neste artigo, além de apresentarmos um recorte do programa de uma disciplina (cf. Quadro 8), notadamente, a CDI III de um dos cursos da referida IES, nos restringimos na difusão de questionários propostos aos estudantes (cf. Quadro 9 e Quadro 10) bem como na análise das respostas fornecidas.

Quadro 8: Unidades Didáticas do programa de disciplina CDI III Bacharelado em Física

UNIDADE 0: Modelos teóricos de referência 0.1 Modelo Praxeológico 0.2 Registros de representação semiótica 0.3 Crivo-Geométrico e aplicações 0.4 Modelo praxeológico de gestão de tarefas	3.7 Mudança de variáveis na integral tripla.
UNIDADE 1: Derivadas parciais 1.1 Funções de várias variáveis 1.2 Limite e continuidade 1.3 Derivadas parciais 1.4 Regra da Cadeia 1.5 Derivada direcional	**UNIDADE 4: Funções Vetoriais** 4.1 Definições e aplicações 4.2 Funções Vetoriais e curvas no espaço 4.3 Limites de Funções Vetoriais 4.4 Derivadas de Funções Vetoriais 4.5 Integrais de Funções Vetoriais 4.6 Movimento 4.7 Curvatura
UNIDADE 2: Integrais Duplas 2.1 Introdução, analogia com integrais simples. 2.2 Interpretação geométrica de integrais duplas 2.3 Propriedades de Integrais Múltiplas 2.4 Integral dupla sobre retângulos 2.5 Integral dupla sobre regiões quaisquer 2.6 Inversão da ordem de integração 2.7 Mudança de variável na Integral dupla 2.8 Integrais duplas em coordenadas polares 2.9 Área de superfícies	**UNIDADE 5: Campos Vetoriais** 5.1 Definições e aplicações 5.2 Campo quadrado inverso 5.3 Lei da gravitação universal de Newton 5.4 Lei de Coulomb 5.5 Campo conservativo. 5.6 Rotacional de um campo vetorial. 5.7 Divergência de um campo vetorial 5.8 Integrais curvilíneas em duas e em três dimensões 5.9 Teorema de Cálculo de Integrais Curvilíneas 5.10 Trabalho 5.11 Independência de caminho
UNIDADE 3: Integrais Triplas 3.1 Definições e aplicações 3.2 Densidade de massa e massa de um sólido 3.3 Momentos e centro de massa de um sólido em 3D 3.4 Momento de Inércia de um sólido em 3D 3.5 Coordenadas cilíndricas	**UNIDADE 6: Teoremas de Green, Gauss e de Stokes** 6.1 Teorema de Green 6.2 Integrais de Superfícies e teoremas

3.6 Coordenadas esféricas	6.3 Teorema da divergência (ou de Gauss) 6.4 Teorema de Stokes

Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção a partir do programa da disciplina CDI III / B. Física

Nas nossas aulas, todas unidades desde U1 a U6 são desenvolvidas com suportes teóricos na U0. Os Quadros 9 e 10 exprimem os questionários apresentados aos estudantes em dois momentos ditos *intermediário* e *final*, respectivamente.

Quadro 9: Questionário de avaliação intermediária da disciplina aplicado aos estudantes

P1) *A unidade 0 (zero) foi importante para os estudos propostos na unidade 1 (um)? Se sim, por que? Se não, por que?*	**P2)** *Descrever um pouco sobre o que apreendeu referente a Unidade 0 (zero) e em que serviu para a Unidade 1 (um).*
P3) *Descrever em poucas linhas o que aprendeu nos momentos assíncronas e síncronas sobre os objetos de estudos propostos na Unidade 1 (um) do planejamento da disciplina e suas relações com a Unidade 0 (zero).*	

Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção.

Antes de apresentar as respostas do(a)s estudantes referentes a este questionário, primamos em revelar o questionário que aplicamos, frequentemente, no final do semestre.

Quadro 10: Questionário de avaliação final da disciplina aplicado aos estudantes

P_Única: *Favor apresentar uma avaliação da disciplina, evidenciando: a importância da mesma para o seu curso e para você; o que você aprendeu; o que esperava de aprender e não encontrou na disciplina; as desvantagens (caso houver); os tópicos proposto no ementário e a inclusão da Unidade zero na disciplina pelo Professor; o método de ensino utilizado durante a implementação; o método de avaliação utilizado para a composição de créditos (notas); sugestões para as próximas ofertas da disciplina, entre outros pontos que julgar necessários que não foram mencionados aqui, e por fim, sobre o Professor.*

Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção.

Podemos observar, conforme o caso da própria *Unidade zero* composta por quatro MTR que são úteis no ensino de qualquer disciplina básica de Matemática, que esses questionários também não revelam curso específico, servindo portanto, para qualquer disciplina/curso que introduza a *Unidade zero*.

No tocante aos resultados, salientamos que os dados recolhidos, mediante a aplicação desses questionários, são extremamente amplos, no sentido de que a média da quantidade de estudantes matriculado(a)s em cada turma que introduziu a U0, gira em torno de 30 acadêmico(a)s. Assim, para efeitos da amostra e análises do impacto da nossa proposta de introdução da *Unidade zero* no ensino da Matemática, nos contentamos em trazer respostas de seis estudantes de diferentes cursos de Ciências Exatas e Tecnológicas da citada IES.

Neste âmbito, o Quadro 11 reúne alguns resultados obtidos mediante a aplicação dos nossos questionários. Organizamos esse quadro com os seguintes elementos: Sigla para o curso, disciplina, ano e semestre, resposta do(a) estudante. A escolha do(a)s estudante(s) do curso correspondente foi aleatória. Os cursos são: Bacharelado em Física (**BF**), Engenharia Mecânica

(**EM**), Ciência da Computação (**CC**), Licenciatura em Matemática (**LM**) e Licenciatura em Química (**LQ**).

Quadro 11: Respostas dos estudantes sobre o questionário intermediário (QI)

<table>
<tr><td colspan="2">Sigla do curso do(a) estudante, Disciplina, ano e semestre</td></tr>
<tr><td>P1) A unidade 0 (zero) foi importante para os estudos propostos na unidade 1 (um)? Se sim, por que? Se não, por que?</td><td>P2) Descrever um pouco sobre o que apreendeu referente a Unidade 0 (zero) e em que serviu para a Unidade 1 (um).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respostas do(a)s estudante(s)</td></tr>
<tr><td>BFE1, CDI III, 2020.2: sim, pois foi de lá que saiu toda a estrutura de estudo do curso, eu já fazia algo semelhante à extensão dos exercícios pelo gestor [gerador] de tarefas, eu costumo, quando termino um problema, a fazer perguntar adicionais ou ver se as implicações são válidas para condições mais fracas, algo muito semelhante ao que está sendo aplicado no curso, e esse tipo de coisa não estende somente o problema, mas também, sua compreensão do assunto, fora a técnica de crivo que sempre usei sem saber o que é antes desse curso.

EME2, CDI III, 2021.1: Sim, pois seguimos a mesma linha do modelo praxeológico proposto na unidade 0. De modo que tanto o bloco logos (Teoria e Tecnologia), quanto o práxis (Técnica e Tarefa), foram trabalhados na unidade 2 durante os momentos síncronas e assíncronas.

CCE3, Cálculo Aplicado III, 2021.2: Sim, pois foi baseado nas informações contidas nela que foi possível obter melhores resultados no entendimento e posteriormente nas resoluções das tarefas. Mas por se tratar de uma metodologia nova, ainda há uma dificuldade de adaptação, mas a unidade 0 serviu e irá servir de um bom embasamento para as futuras unidades.</td><td>BFE1, CDI III, 2020.2: o uso do gestor [gerador] de tarefas, não somente para problemas, mas também, para exercícios, essa foi a maior contribuição. Contribuiu muito também, enxergar a divisão entre registro algébrico, língua materna, registro gráfico e numérico, pois expressar a ideia em todos eles ajuda muito a compreensão ao invés de se prender a apenas um registro.

EME2, CDI III, 2021.1: O modo como foi construído o ensino e a aprendizagem durante essa unidade é similar ao abordado na unidade 0. Através de Geradores de tarefas que trabalham o assunto em torno da representação dos resultados em diversos tipos de registro, sendo estes o Registro na Língua Materna, o Registro Algébrico, o Registro Gráfico e o Registro numérico.

CCE3, Cálculo Aplicado III, 2021.2: Como respondido anteriormente, por se tratar de uma nova metodologia, houve uma resistência no início, mas ao decorrer da disciplina foi possível notar avanços nas resoluções da tarefa. Por se tratar de algo novo, ainda estamos em uma fase de adaptação da metodologia.</td></tr>
<tr><td colspan="2">P3) Descrever em poucas linhas o que aprendeu nos momentos assíncronas e síncronas sobre os objetos de estudos propostos na Unidade 1 (um) do planejamento da disciplina e suas relações com a Unidade 0 (zero).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respostas de estudantes</td></tr>
<tr><td colspan="2">BFE1, CDI III, 2020.2: aprendi a estender o conhecimento de cálculo de uma variável a várias variáveis, isso é obvio, mas antes do curso eu achava que seria uma construção muito semelhante, mas se complica muito quando estamos em dimensão maior que 2,...

EME2, CDI III, 2021.1: Durante esse período, foram trabalhadas as integrais triplas e suas aplicações em coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas. Aplicações estas relacionadas ao cálculo do volume, momento de inércia, massa, além da densidade e centro de massa de sólidos no espaço tridimensional. Para que esses assuntos fossem trabalhados, foi utilizado como base os métodos das unidades 0 e 1, com a utilização de geradores de tarefas, além das discussões no momento síncrona. Em algumas aulas, foi utilizado, sob a orientação do professor, softwares computacionais tais como: GeoGebra e Maple. Ao decorrer dessa unidade, o entendimento de como esses softwares e suas funções podem ser utilizadas ficou mais claro, porém, ainda com muitas dúvidas.

CCE3, Cálculo Aplicado III, 2021.2: Bem, a forma de aprendizado no novo cenário em que vivemos não é a melhor, mas vejo o esforço dos professores em trazer formas e ferramentas para se obter um melhor resultado mediante ao cenário atual. Os objetos de estudo vistos na unidade 1, tendo relação com a unidade 0, serviram e irão servir de embasamento para as próximas unidades, visto que seguem a mesma metodologia, o que pude aprender mediante essas ferramentas, foi o caso de poder me adaptar e me motivar a resolver as tarefas propostas, mesmo no ambiente assíncrono.</td></tr>
</table>

Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção

Antes de apresentarmos a nossa análise sobre as respostas dos estudantes diante do questionário intermediário, optamos por trazer, imediatamente, as suas respostas sobre a avaliação final da disciplina face a aplicação do questionário disposto no Quadro 10 que retomamos no Quadro 12.

Quadro 12: Respostas dos estudantes sobre avaliação final da disciplina (AFD)

<table>
<tr><td colspan="2">P_Única: Favor apresentar uma avaliação da disciplina, evidenciando: a importância da mesma para o seu curso e para você; o que você aprendeu; o que esperava de aprender e não encontrou na disciplina; as desvantagens (caso houver); os tópicos proposto no ementário e a inclusão da Unidade zero na disciplina pelo Professor; o método de ensino utilizado durante a implementação; o método de avaliação utilizado para a composição de créditos (notas); sugestões para as próximas ofertas da disciplina, entre outros pontos que julgar necessários que não foram mencionados aqui, e por fim, sobre o Professor.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respostas do(a)s estudantes</td></tr>
<tr><td>LME4, Cálculo IV, 2020.2: A disciplina apresentou um caráter primordial dentro do Curso de Licenciatura em Matemática, pois de um modo geral possibilitou nos refletir sobre não só como fazer cálculos, mas também nós preocuparmos em demonstrar como foi o nosso processo de construção de maneira detalhada. O modelo praxeológico que nos foi apresentado nessa disciplina se mostrou num primeiro momento extremamente complexo, porém passado este momento pude perceber que este modelo é uma boa ferramenta para quem se propõem a estar numa sala de aula, uma vez que possibilita tanto ao professor quanto ao estudante refletir sobre o processo de ensino-aprendizagem de modo a mostrar os caminhos que foram percorridos suas facilidades e possíveis dificuldades. [...] a inclusão da unidade 0 a meu ver foi uma jogada de mestre, pois o Senhor possibilitou uma retomada da parte teorica do modelo práxiologico que já nos havia sido mostrado na Disciplina Informática no Ensino da Matemática, de modo que tivemos a oportunidade de relembrar que nos foi ensinado naquela disciplina.</td><td>LQE5, Geometria Analítica, 2021.2: Essa disciplina é extremamente importante para o curso de licenciatura em química, pois através dela desenvolvemos competências que será base para a realização de outras disciplinas. [...] Uma das coisas mais importantes que aprendi nessa disciplina foi a utilização da língua materna na resolução dos exercícios e provas, além de conhecer novos termos para métodos que já utilizávamos antes, e não tínhamos conhecimento aprofundado, como por exemplo o registro algébrico, numérico e gráfico. Confesso que no início tive dificuldades para associar esses termos, e adaptar para a forma descritiva nas resoluções das tarefas. [...] Tanto os tópicos implementados no ementário, quanto a inclusão da unidade zero, foram escolhas sensatas e que ajudaram muito no entendimento e no decorrer das aulas. A unidade zero foi a introdução dos assuntos, e dos métodos de avaliação, e as ferramentas que utilizaríamos no decorrer dessas 5 unidades. O método utilizado para implementar a unidade zero foi ótimo, pois deu um norte para a disciplina.</td></tr>
<tr><td colspan="2">EME6, Geometria Analítica, 2021.2: Eu achei a disciplina de Geometria analítica muito importante para mim, abrangeu assuntos envolvendo matemática que eu não fazia ideia que existia e foi muito interessante aprende-los. Sem contar que alguns assuntos como os que abordavam vetores puderam ser usados na disciplina de Física 1. A importância da Unidade 0 é indiscutível, pois nos é mostrado um método de organização chamado Gestor [Gerador] de tarefa, o que torna muito melhor a resoluções das questões. Tem ainda, o ensinamento de termos como: Língua materna, registro gráfico, registro algébrico e registro numérico. Esses termos nos ajudam a solucionar e aprender melhor com a resolução dos gestores de tarefas.</td></tr>
</table>

Fonte: Dados de pesquisa/nossa produção.

Apresentamos a seguir os resultados obtidos com base na análise das respostas do(a)s estudantes.

Análise de resultados

Iniciamos essa análise sublinhando que as respostas do(a)s estudante(s), foram extraídas na íntegra no formulário google elaborado pelo(a), respectivo(a) Professor(a) de cada turma, conservando-se, portanto, as suas originalidades.

Acreditamos que o impacto de qualquer proposta institucional sobre o processo do ensino e aprendizagem é mensurado no campo de aplicação, em especial, a sala de aula. Pois, é neste campo em que o(a) Professor(a) lida, diretamente, com o protagonista principal, centro das atenções da proposta, que seja o(a) estudante. Para o caso da *Unidade zero*, não é diferente.

Com efeito, a nossa expectativa de quebrar o paradigma tradicional do tratamento de objetos de estudo de forma puramente matemática, e alimentar esse paradigma com alguns elementos teóricos da Didática da Matemática, se torna real com a introdução da *Unidade zero*. Essa realidade é notável nas respostas proporcionadas pelo(a)s estudante(s). Ele(a)s afirmam, por unanimidade, "*Sim*", quando respondem a P1 do QI. Esta afirmação é expressada, não apenas pelos estudantes que compõem a amostra de dados em análise, mas também, para todo(a)s estudantes das respectivas turmas que não pudemos trazer aqui.

O impacto da nossa proposta é amplo e significativo, por se tratar de uma metodologia de ensino relativamente nova. A maioria do(a)s estudante(s) mostrou resistência no início, pelo fato da proposta agregar elementos teóricos desconhecidos por ele(a). Mas, esse é um dos papéis de tudo que é novo! Todavia, à medida que o(a)s estudantes percebiam o quanto a proposta é promissora, se sentiam cada vez mais à vontade. Como podemos ler, por exemplo, em **CCE3, Cálculo Aplicado III, 2021.2** quando ele escreve: "[...] *Mas por se tratar de uma metodologia nova, ainda há uma dificuldade de adaptação*".

Sublinhamos que os quatro elementos teóricos que compõem a *U0* foram mencionados, positivamente, nas respostas do(a)s estudante(s), tanto na avaliação intermediária, quanto na avaliação final da disciplina correspondente, considerados por alguns estudantes como termos que lhes ajudavam na resolução e no aprender melhor com significados.

Não repetimos frequentemente os achados/falas nesta análise, pois acreditamos que a leitura realizada integralmente nos respectivos locais (Quadros) que revelam as respostas, contempla a nossa satisfação pela introdução da *Unidade zero* no ensino da Matemática.

Considerações finais

No início deste artigo demos ênfase a possível reflexão do(a) Professor(a) que ensina as disciplinas básicas de Matemática em cursos de Ciências Exatas e Tecnológicas nas IESC, por acreditarmos que a implementação de uma nova proposta em sala de aula só pode ocorrer efetivamente com a persuasão deste profissional. No final da apresentação do nosso artigo, porém, as nossas atenções se voltaram para o(a) estudante. Mas, por que? Porque a referida implementação por um(a) Professor(a) só tem o seu valor efetivo quando se tem o(a) estudante como protagonista principal, centro das atenções da proposta. A ideia de utilizar elementos teóricos da Didática da Matemática no processo de ensino e da aprendizagem da Matemática, se vê, portanto, diante desta proposta como um caminho que pode ser compartilhado entre o(a) Professor(a) e o(a)s estudante(s) em sala de aula. Nesta perspectiva, acreditamos que o nosso objetivo de proporcionar um espaço de reflexão para o(a) Professor(a) que ensina Matemática, desde o planejamento de aulas semestrais ou anuais até a sua prática efetiva em sala de aula, envolvendo o(a)s estudante(s), foi almejado com base nos resultados apresentados neste artigo que envolvem estudantes de cinco cursos de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), em Ilhéus/Bahia/Brasil.

Esperamos, portanto, que a nossa proposta encontre espaços significativos nas práticas efetivas de muito(a)s Professor(a)s de Matemática que atuam nas diversas instituições de ensino, em prol da inseparabilidade ou fortalecimento da aliança entre a teoria e a prática defendidas por Yves Chevallard e Paulo Freire, proporcionando assim, uma educação para a liberdade.

Referências

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, V. 12, n°1, p. 73-112, 1992.

CHEVALLARD Y. L’analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, V. 19/2, p. 221-266, 1999.

DUVAL R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de didactique et de sciences cognitives. **IREM** de Strasbourg, v. 5, p. 35-65, 1993.

DUVAL R. Sémiosis et pensée humaine, Bern : **Peter Lang**. 1995.

DUVAL, R.. *Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.* Freitas, J. L. M. Rezende, V. (Orgs). RPEM, (02) 03, 10-34, 2013.

FREIRE, Paulo. Pedagogia do Oprimido. 17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

HENRIQUES, A. L’enseignement et l’apprentissage des intégrales multiples: analyse didactique intégrant l’usage du logiciel Maple. UJF-Grenoble, **Lab**. Leibniz, 2006.

HENRIQUES, A.; ALMOULOUD, S. A., Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: Uma Análise de Superfícies e Funções de duas Variáveis com Intervenção do Software Maple, **Revista Ciência & Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

HENRIQUES, A. Saberes Universitários e as suas relações na Educação Básica - Uma análise institucional em torno do Cálculo Diferencial e Integral e das Geometrias. **Via Litterarum**. Editora. 2019.

HENRIQUES, A., NAGAMINE, A., SERÔDIO, R. Mobilização de crivos de curvas e de superfícies na resolução de problemas matemáticos: uma aplicação no ensino superior. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.22, n. 1, 253-275, 2020.

HENRIQUES, A. Introdução ao Maple enquanto sistema de computação algébrica & gestão de códigos para impressora 3D. Editora da UESC, **Editus**. 2021.

SCHMIDT, L.F.T; MATHIAS, C. V. Performances Matemáticas Digitais: Uma Aplicação No Ensino Aprendizagem De Integrais Múltiplas. **Revista Paranaense de Educação Matemática** Campo Mourão, PR, Brasil, v.09, n.19, p.665-682, jul.-out. 2020.

SWOKOWSKI, E. W. Cálculo com geometria analítica. Tradução Alfredo Alves de Faria. 2a ed. **Makron Books**. Vol. 2. São Paulo - Brasil. 1994.

Recebido em: 27 de fevereiro de 2022
Aprovado em: 27 de julho de 2022