

UM ESTUDO SOBRE A PRÉ-APROPRIAÇÃO POR UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA DE JOGOS PROPOSTOS EM LIVROS DIDÁTICOS

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2022.11.25.288-310>

Felipe Alexandre de Lima Lira¹
Elisângela Bastos de Mélo Espíndola²

Resumo: Apresentamos o recorte de uma dissertação, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (PPGEC), com o objetivo de analisar a apropriação por um professor de matemática de jogos para o ensino de equação do 1º Grau, propostos em livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático. Tomamos como principal referência o modelo de apropriação de um novo recurso, estruturado em três fases: pré-apropriação, apropriação original e reapropriação. Esse estudo foi desenvolvido com um professor de matemática dos anos finais do ensino fundamental em uma escola da rede municipal do Recife - PE na perspectiva da metodologia reflexiva, tecida na Abordagem Documental do Didático. No presente trabalho, limitamo-nos a analisar a fase de pré-apropriação dos jogos. Sobre os resultados, destacamos a influência do conhecimento matemático para o ensino no processo de instrumentalização desses jogos e os diferentes tipos de orquestrações instrumentais previstas para a utilização do jogo das equações equivalentes em sala de aula.

Palavras-chave: Modelo de apropriação de um novo recurso. Jogos matemáticos. Equação do 1º Grau.

A STUDY ON THE PRE-APPROPRIATION BY A MATHEMATICS TEACHER OF GAMES PROPOSED IN TEACHING BOOKS

Abstract: with the objective of analyzing the appropriation by a mathematics teacher of games for the teaching of first-degree equation, proposed in textbooks approved in the National Textbook Program. We took as main reference the model of appropriation of a new resource, structured in three phases: pre-appropriation, original appropriation and reapropriation. This study was developed with a mathematics teacher of the final years of elementary school at a municipal school of Recife - PE, from the perspective of reflective investigation methodology, elaborated in the Documentational Approach to Didactics. In the present work, we only analyze the pre-appropriation phase of the Equivalent Equations Game, chosen by the teacher, among others that he analyzed. About the results, we highlight the influence of mathematical knowledge for teaching in the instrumentalization process of this game and the different types of instrumental orchestrations planned for the use of the game of equivalent equations in the classroom.

Keywords: Appropriation model of a new resource. Mathematical games. 1st-degree equation.

Introdução

Apresentamos parte de uma pesquisa, desenvolvida por Lira (2022), no mestrado do Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências (PPGEC) da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)³. Trilhamos neste artigo o objetivo de analisar a apropriação por um

¹ Mestre em Ensino das Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco. E-mail: felipe.mat.2013@gmail.com - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2318-2711>.

² Professora adjunta da Universidade Federal Rural de Pernambuco e permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (PPGEC). Doutora em Educação. E-mail: elisangela.melo@ufrpe.br - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3769-0768>.

³ Com financiamento da Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE).

professor de matemática de jogos sobre Equação do 1º Grau, propostos em livros didáticos do 7º ano, em coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2020). Em especial, sobre a pré-apropriação do Jogo das Equações Equivalentes (DANTE, 2018).

Baseamos este trabalho no *modelo de apropriação de um novo recurso*, proposto por Trgalová e Rousson (2017), ancorado em pesquisas sobre o termo “apropriação” nos campos das Ciências em Gestão, Psicologia Ambiental e Didática da Matemática.

Segundo Rousson (2017, p. 213), um recurso apropriado é um “recurso modificado e instrumentalizado ao qual associamos as orquestrações pensadas pelo professor. Uma construção cognitiva do sujeito, que com os seus conhecimentos, vai pensar as orquestrações e a modificação deste recurso”. Esta afirmação supõe pormos em questão: Quais são os processos de instrumentação e instrumentalização em cena na apropriação de um recurso pelos professores? Que tipos de orquestrações são escolhidos pelo professor para implementar um recurso em sala de aula? Que fatores influenciam a apropriação de um novo recurso pelo professor? Que relações existem entre o processo de apropriação e os conhecimentos do professor? Que tipos de conhecimento influenciam o processo de apropriação?

Dada a amplitude de tais questões, para melhor compreensão do *modelo de apropriação de um novo recurso*, refinamos a seguir os seus fundamentos teóricos. Bem como, os procedimentos metodológicos utilizados para construção e análise dos resultados que obtivemos com a colaboração de um professor que, em nenhuma circunstância, já tinha analisado os jogos sobre Equação do 1º grau propostos em livros didáticos. Assim, em nosso entendimento, esta experiência com novos recursos para o professor, configurou-se em uma pré-apropriação dos jogos, visto que aqui não estendemos este trabalho à análise da apropriação efetiva, ou seja, da utilização desses recursos em sala de aula.

O modelo de apropriação de um novo recurso pelo professor

Iniciamos por discutir a apropriação de coisas/objetos, artefatos e recursos. No campo da Psicologia Ambiental, Serfaty - Garzon (2003), afirma que a apropriação é um processo dinâmico de mão dupla entre coisa/objeto e sujeito, baseado em duas ideias centrais: 1. Adaptação de alguma coisa a um uso definido e 2. Ação de tornar alguma coisa própria. Ou seja, o sujeito ao tornar algo seu, ele o adapta e o transforma em uma expressão de si; ao mesmo tempo, esta dinâmica de ação constrói o sujeito. De acordo com Rousson (2017), a definição de apropriação proposta por Serfaty-Garzon, apresenta proximidades com o conceito de gênese instrumental desenvolvido por Rabardel (1995) com base na dialética “artefato-instrumento”:

O artefato é projetado por uma pessoa ou um grupo de pessoas para responder a objetivos específicos. A partir desse artefato, o sujeito, ao utilizá-lo no quadro de uma ação situada e finalizada, constrói um instrumento. O sujeito pode assim modificar as funções inicialmente planejadas pelo conceitor ou adicionar novas funções. Um instrumento é composto por dois elementos: o artefato e os esquemas (ROUSSON, 2017, p. 152).

Para Rabardel (1995), uma gênese instrumental ocorre por dois processos: instrumentação e instrumentalização. A instrumentação é o processo direcionado ao sujeito e a instrumentalização é aquele direcionado ao artefato. Com efeito, o processo de transformação da “coisa / objeto/ artefato” pode ser comparado com a instrumentalização e o processo de ação “com a coisa/ objeto/artefato” relacionado à instrumentação (ROUSSON, 2017).

Com base nas ideias de Rabardel (1995), Gueudet e Trouche (2008), distinguem na Abordagem Documental do Didático (ADD), um recurso disponível para um professor de um documento, desenvolvido por esse professor. Levando em consideração que em uma gênese documental, as características do recurso influenciam a prática dos professores (processo de instrumentação) e os hábitos e conhecimentos dos professores orientam as escolhas e processos de transformação de diferentes recursos (processo de instrumentalização). Nessa perspectiva, a escolha do termo recurso em vez de artefato busca enfatizar a variedade de recursos usados pelos professores em atividades dentro e fora da sala de aula (GUEUDET; TROUCHE, 2008).

Podemos observar na Figura 1, como essas ideias se articulam entre si.

Figura 1: Modelo de apropriação de um novo recurso pelo professor



Fonte: Trgalová e Rousson (2017).

O conjunto formado pelos recursos utilizados pelo professor é denominado sistema de recursos. “Esses recursos são associados a esquemas de uso, formando documentos (um mesmo recurso pode intervir em vários documentos). Os documentos desenvolvidos por um professor

também formam um sistema, denominado de sistema documental do professor” (TROUCHE et al., 2020, p.5). Compreende-se que o professor desenvolve novos conhecimentos profissionais e muda seus sistemas de recursos e documental a partir de apropriações de novos recursos. A propósito dos conhecimentos profissionais (Figura 1), esses são considerados como essenciais à análise das relações entre professor e recurso (s). No nosso caso, buscamos abordá-los pelo modelo de Ball, Thames e Phelps (2008), que distingue o Conhecimento Matemático para o Ensino em dois polos: Conhecimento do Conteúdo (Conhecimento Comum do Conteúdo; Conhecimento Especializado do Conteúdo e Conhecimento do Horizonte do Conteúdo) e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Conhecimento do Conteúdo e Ensino; Conhecimento do Conteúdo e Estudantes e o Conhecimento do Conteúdo e Currículo).

No modelo (Figura 1) é posto em relevo estudos provenientes das Ciências em Gestão, que consideram a apropriação como “um processo longo que começa bem antes da fase de uso do objeto e continua bem após o aparecimento das primeiras rotinas de uso” (DE VAUJANY, 2006, p. 118). Este processo se constitui em três fases: 1. Pré-apropriação, que consiste em uma primeira interpretação do objeto; 2. Apropriação original, posterior à fase de pré-apropriação - neste momento, se o objeto obtiver uma aceitação mínima, começa a ocorrer a instalação de rotinas; 3. Reapropriação, que se refere à evolução de novas rotinas de uso do objeto. Com base em De Vaujany (2006), Trgalová e Rousson (2017), adotam o conceito de apropriação de um recurso como um processo contínuo (no tempo $T, T+1, \dots$) que começa antes de sua utilização, pelo professor, em sala de aula por meio da *pré-apropriação* - isto é, pelas primeiras interações do professor com o recurso. Já, a *apropriação original* - corresponde ao tempo da primeira implementação do recurso em sala de aula e a *reapropriação* - diz respeito ao tempo de revisão do recurso eventualmente adaptado a novos usos.

A noção de orquestração instrumental (OI) apresentada no modelo (Figura 1) se refere ao arranjo sistemático e intencional de elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma dada situação e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos (TROUCHE, 2004). Uma OI é composta por: 1. Configuração didática (que envolve a arquitetura dos sujeitos e artefatos, em um dado ambiente, para cada fase de uma situação, dentre outros aspectos); 2. Modo de execução dessa configuração para o ensino e 3. Desempenho didático, por exemplo, referentes aos ajustes efetuados durante uma aula e que permitem observar a diferença entre o que foi planejado pelo professor e o que foi realizado (DRIJVERS et al., 2010).

A OI se distingue pelas tarefas solicitadas aos alunos. Há duas grandes categorias: 1.

Coletivas (OIC) - os alunos da classe inteira têm um tempo de troca entre eles e/ou com o professor; 2. Individuais (OII) - os alunos trabalham individualmente, em dupla ou em grupos para resolver uma dada tarefa (DRIJVERS *et al.*, 2010; ROUSSON, 2017). Segundo Rousson (2017), a categorização das OI é relevante ao estudo da apropriação de um recurso pelo professor. Pois, viabiliza identificar as escolhas do professor para a implementação do recurso em sala de aula e observar sua evolução no tempo.

Na pesquisa sobre a apropriação do jogo “*À la ferme*”, no intuito de agrupar as orquestrações por sessões, Rousson (2017), recorreu aos momentos didáticos introduzidos por Chevallard (1999), na Teoria Antropológica do Didático (TAD) e sua correlação com as famílias de atividades do professor (GUEUDET; TROUCHE, 2010). Chevallard (1999) defende na TAD que toda atividade humana regularmente realizada pode ser descrita por um modelo designado como uma praxeologia. Como consequência disso, aprender ou ensinar matemática enquanto ações humanas podem ser descritas segundo um modelo praxeológico matemático ou didático. Sobre este último, Rousson (2017) leva em consideração os seguintes momentos: 1. Primeiro encontro com a tarefa; 2. Exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica de resolução; 3. Trabalho com a técnica de resolução; e 4. Avaliação.

Pelo exposto, para analisar como um professor se apropria dos jogos sobre equação do 1º grau propostos em livros didáticos, à luz do modelo de apropriação de um novo recurso, desenvolvemos os seguintes procedimentos metodológicos.

Metodologia

Esta pesquisa é norteada pelos princípios da metodologia reflexiva (GUEUDET; TROUCHE, 2008), desenvolvida no seio da ADD, que pressupõem uma relação dialógica entre pesquisador e professor e uma reflexão mútua sobre os recursos mencionados durante as fases de construção e análise de dados. Essa metodologia porta quatro princípios: 1. Acompanhamento do trabalho do professor por um período significativo; 2. Esse acompanhamento ocorre dentro e fora da sala de aula; 3. A ampla coleta dos recursos utilizados e produzidos no trabalho de documentação ao longo do acompanhamento; e 4. O acompanhamento reflexivo do trabalho de documentação pelo próprio professor.

Ressaltamos que um estudo sobre a apropriação de um novo recurso convém considerar que um “recurso apropriado = recurso instrumentalizado + orquestrações”. Assim buscamos analisar de uma parte a influência dos jogos na atividade do professor (instrumentação) e modificações dos jogos pelo professor para usá-los conforme seu contexto e conhecimentos

(instrumentalização). E, de outra parte, as orquestrações instrumentais e momentos didáticos previstos para uso de um jogo escolhido por ele para ser implementado em sala de aula. Para tanto, seguimos as seguintes etapas e procedimentos metodológicos.

Quadro 1: Etapas e procedimentos metodológicos utilizados para pesquisa

Antes do estudo sobre a pré-apropriação do recurso	
Identificação nos LD do 7º ano dos jogos sobre Equação do 1º grau.	Leitura do manual do LD do professor e do LD do aluno.
Estudo sobre o sistema de recursos do professor e o papel dos jogos matemáticos neste sistema.	Trajectoria documental (TD). Representação Esquemática do Sistema de Recursos (RESR). Entrevista sobre a TD e RESR.
Estudo sobre pré-apropriação do recurso	
Primeiro contato do professor com os jogos dos LD e escolha de um jogo para ser utilizado em sala de aula.	Entrevista mediada pela apresentação dos jogos propostos nos LD.
Estudo do contexto de inserção do jogo escolhido na sequência de ensino do tema Equação do 1º grau em uma turma do 7º ano.	Entrevista e acesso aos recursos utilizados para o ensino do tema.
Planejamento da aula do professor para aplicação do jogo em sala de aula.	Entrevista e acesso aos recursos utilizados para a preparação da aula.

Fonte: Autoria própria.

Antes de iniciar a pesquisa sobre a fase de pré-apropriação (Quadro 1), realizamos um levantamento dos jogos sobre Equação do 1º grau nos LD do 7º ano nas onze coleções aprovadas no PNLD (BRASIL, 2020). Das onze coleções analisadas, constatamos que duas delas apresentam jogos para o estudo de Equação do 1º Grau: 1. Teláris: Jogo das Equações Equivalentes; Quebra-cabeça das Equações e Jogo das Equações (DANTE, 2018); 2. Coleção Araribá Mais Matemática: Jogo de Equações (GAY, SILVA, 2018). Posteriormente, entramos em contato com um professor de matemática (adiante identificado por José), atuante em uma escola pública de rede municipal do Recife-PE, que aceitou colaborar com a pesquisa, de forma remota (via Google Meet)⁴ em dias e horários de sua conveniência.

Também, consideramos essencial levantar o panorama do sistema de recursos do professor, a fim de melhor compreendermos o papel dos jogos matemáticos neste sistema. Para tanto, solicitamos que ele produzisse dois tipos de representações, consolidadas em pesquisas baseadas na ADD: 1. A trajetória documental que consiste em uma linha de tempo, relacionando eventos e recursos marcantes na carreira docente. “A palavra evento é empregada num sentido amplo, como tudo que pode levar um professor a inserir um recurso em seu trabalho” (ROCHA; TROUCHE, 2018, p. 326); 2. A Representação Esquemática do Sistema de Recursos (RESR),

⁴ Em virtude das restrições sanitárias para enfrentamento à COVID19.

que tem duas dimensões:

Uma representação externa, uma esquematização, que poderá ser explorada pelo pesquisador, que busca desta inferir os elementos da estrutura do sistema documental do professor. Uma representação interna, no sentido que ela demonstra o modo pelo qual o professor se representa e deseja apresentar àquele que o interroga, os elementos da organização de seu trabalho (GUEUDET; TROUCHE, 2008, p.2).

Na sequência, realizamos uma entrevista para que José explicasse os elementos apresentados na trajetória documental e na RESR. Esta entrevista, como as demais, foi realizada via *Google Meet* e registrada com as ferramentas desta plataforma. O que nos possibilitou rever as gravações a fim de selecionarmos os trechos de seus depoimentos para transcrição e análise.

Para o estudo da fase de pré-apropriação dos jogos, isto é, das primeiras interações do professor com esses recursos, conduzimos a entrevista, da seguinte forma: À medida que íamos apresentando cada um dos jogos⁵, propúnhamos questões como: O que você achou do jogo? Você utilizaria esse jogo em sala de aula? Para usá-lo em sala de aula, você faria alguma adaptação nesse jogo? Qual dos jogos você achou melhor? Por quê?

Tendo José escolhido o Jogo das Equações Equivalentes, realizamos outra entrevista, a fim de esclarecer a integração desse jogo a outros recursos utilizados por ele para o ensino de Equação do 1º grau, a saber: o plano de estudo da Secretaria de Educação do Recife - PE, a sequência de ensino, as fichas de atividades e o plano de aula para aplicação desse jogo em uma turma do 7º ano (selecionada por ele).

De modo geral, para a análise dos dados, utilizamos as categorias do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) e para a análise das OI previstas (para aula com a utilização do jogo), além da caracterização das configurações didáticas e dos modos de execução, recorreremos à adaptação de Rousson (2017) para o agrupamento dessas OI em momentos didáticos (CHEVALLARD, 1999).

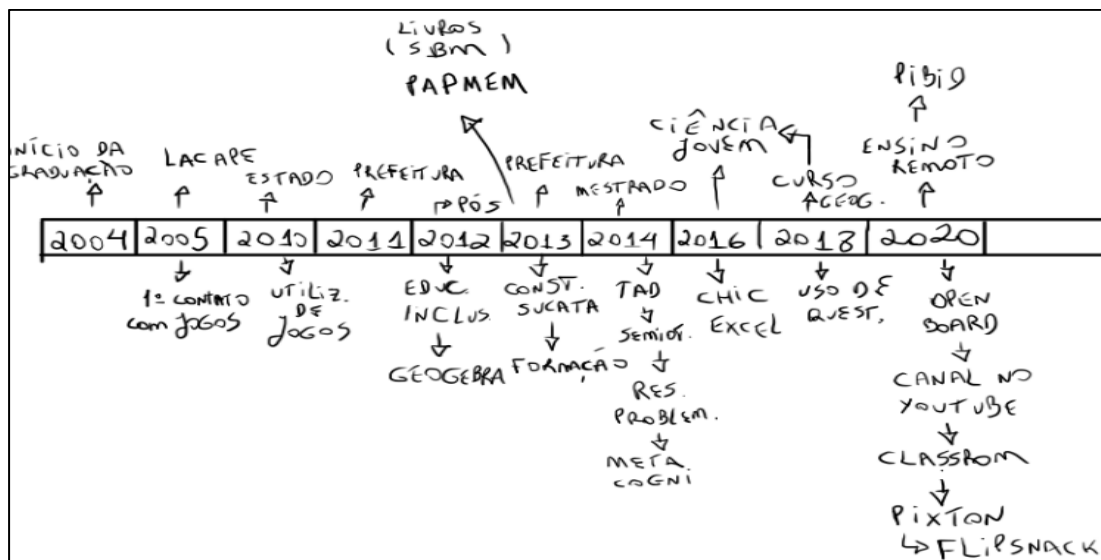
O professor José e sua relação com os jogos matemáticos

A partir da trajetória documental de José (Figura 2), podemos identificar dois eventos marcantes em seu desenvolvimento profissional e relevantes ao uso de jogos matemáticos em sua prática docente: 1. No curso de Licenciatura em Matemática, sua experiência como bolsista

⁵ No PNLD (2020), as editoras ampliaram a oferta dos LD, em formato digital, no processo de divulgação para a escolha de suas obras, o que favoreceu o compartilhamento dos arquivos com o professor.

do Laboratório Científico de Aprendizagem, Pesquisa e Ensino (LACAPE) da UFRPE; 2. Na Rede Municipal de Ensino do Recife, sua participação no projeto “Jogos com Sucata”.

Figura 2: Trajetória documental do professor José



Fonte: Protocolo da pesquisa.

A propósito do contato de José com jogos matemáticos (Figura 2), ele afirmou: “No LACAPE, eu era responsável por duas coisas: catalogar os jogos (nome, material, regras) e procurar estratégias diferentes para confeccioná-los e manuseá-los”. Podemos considerar que a experiência do professor no LACAPE influenciou sua prática docente quando ingressou na rede estadual de ensino de Pernambuco.

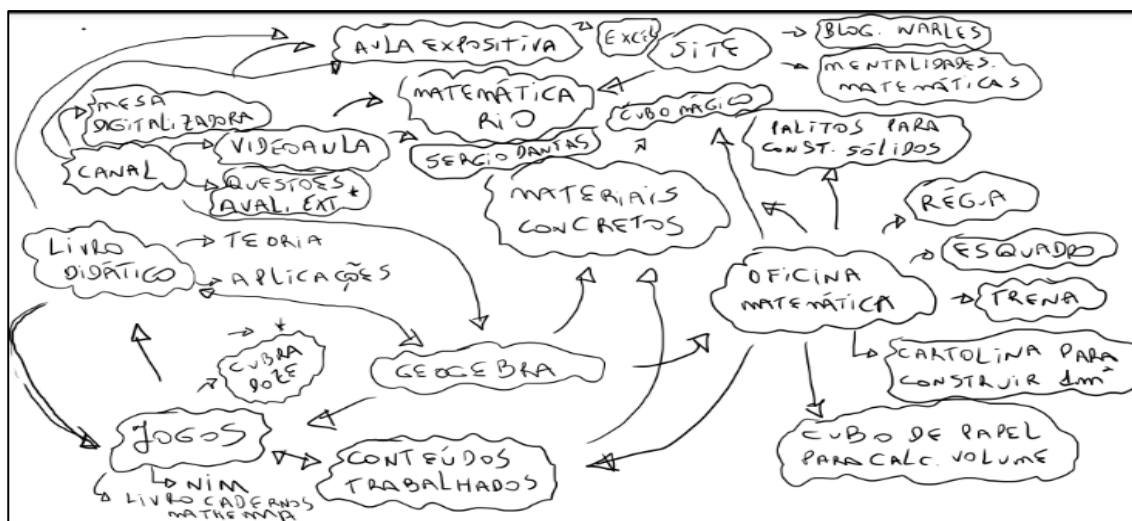
José: No LACAPE, eu aprendi bastante coisa, foi lá que eu atinei para a ideia que todo conteúdo que vamos trabalhar com os alunos, podemos desenvolver uma “parte prática”. É por isso, que hoje eu tento desenvolver um produto no final de cada unidade. Eu entrei na rede estadual em 2010. Então, eu construí muitos dos jogos que já estavam prontos no LACAPE. Tem uns que eu faço até hoje, como a Torre de Hanói, o Mankala. Fazemos coisas desse tipo: Estávamos estudando múltiplos e divisores no 6º ano, aí eu dividi os alunos em 4 grupos e cada um tentou desenvolver um jogo. Já elaboramos também um jogo sobre números primos.

Depois de ingressar na rede municipal de ensino, em 2013, a participação de José em um projeto de formação continuada, voltado para a produção de jogos com sucata, reforçou sua vontade em utilizar jogos e materiais manipulativos em suas aulas.

José: No projeto de jogos com uso de sucata, vimos muitas coisas que podíamos utilizar, tipo: pilotos de quadro branco - quando secam ficam ruins e são descartados. Eles ficam no lixo uns 500 anos para se decompor se não os levamos para reciclagem. Eu sempre faço essas atividades com os alunos, usando também outros materiais. Foi uma formação bem proveitosa.

Na RESR de José (Figura 3), podemos observar que ele estabelece uma relação entre jogos, conteúdos trabalhados e livro didático⁶. Sobre isto, ele comentou: “Os jogos estão muito relacionados aos conteúdos trabalhados e de acordo com o conteúdo, eu uso outros recursos, tipo “construções” (GeoGebra, construir um m^2 na sala de aula, usando cartolina [...])”.

Figura 3: A RESR do professor José



Fonte: Protocolo da pesquisa.

José mencionou a utilização de jogos da coleção “Cadernos do Mathema” (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2006), “Nim” e “Cubra Doze” para o ensino das operações aritméticas. Ele mencionou que já tinha usado jogos de livros didáticos do PNL D (sem especificá-los), mas ainda não tinha parado para analisar aqueles propostos sobre Equação do 1º Grau.

José: *Então, eu nunca utilizei até hoje nenhum jogo que envolve Álgebra. Utilizei muito com a parte aritmética, a parte de grandezas e medidas, porque acho que é mais palpável para eles. Se eu fosse usar um jogo sobre Álgebra ia requerer muito tempo para pesquisar isso e infelizmente agora eu não tenho. Na realidade nas minhas turmas de 6º ano no final de cada bimestre, produzimos um jogo com algum assunto que a gente estudou, mas no 7º, eu não fiz. No 6º como eu tenho essa facilidade com aritmética, já ajuda bastante.*

A afirmação de José sobre nunca ter aplicado em sala de aula um jogo envolvendo Álgebra por “falta de tempo para pesquisar”, de certa forma, confluiu com a proposta de nossa pesquisa. Uma vez que já tínhamos selecionado previamente todos os jogos sobre Equação do 1º Grau para o momento da entrevista, em que ele deveria analisar e tecer seus comentários sobre tais jogos.

⁶ O LD adotado na escola - coleção “A Conquista da Matemática” (GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018).

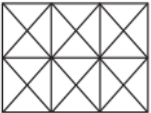
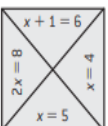
A pré-apropriação pelo professor José dos jogos

A partir da entrevista baseada na apresentação dos quatro jogos propostos nos LD, esclarecemos o que levou José a refutar o Quebra-cabeça das Equações (DANTE, 2018); o Jogo das Equações (DANTE, 2018) e o Jogo de Equações (GAY; SILVA, 2018) e a escolher o Jogo das Equações Equivalentes.

- A refutação dos jogos analisados pelo professor José.

Sobre a gênese instrumental de José do Quebra-cabeça das Equações (Figura 4) percebemos que ele o associou a um “dominó”: “*Eu achei bacana. É tipo um dominó. Precisamos encontrar a raiz da equação e juntar a peça da equação com a peça da sua respectiva raiz*”. Ao analisar as equações e soluções, consideramos que o Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos do professor se revelou, na instrumentalização, ao considerá-las pertinentes, com exceção daquelas com frações, que poderiam ser alteradas.

Figura 4: Jogo Quebra-cabeça das Equações

<p>Sugestão de jogo: Quebra-cabeça das equações</p> <p>Número de participantes: 2, 3 ou 4 jogadores.</p> <p>Preparando o jogo</p> <p>Construam, em papel-cartão ou sulfite, 2 quadros como o representado ao lado, com as dimensões descritas a seguir. 1º quadro, que servirá de tabuleiro: retangular de medidas de comprimento de 16,5 cm por 11 cm, dividido em 6 quadrados com lados de medidas de comprimento de 5,5 cm. Cada quadrado é dividido em 4 triângulos iguais.</p>  <p style="font-size: small; text-align: right;">Banco de imagens/ Arquivo da editora</p>	<p>2º quadro: retangular de medidas de comprimento de 15 cm por 10 cm, dividido em 6 quadrados com lados de medidas de comprimento de 5 cm. Cada quadrado é dividido em 4 triângulos iguais. Nesse, os 24 triângulos devem ser recortados e neles escritas as 12 equações e as 12 soluções indicadas abaixo:</p> <table border="0" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th colspan="4" style="text-align: center;">Equações</th> <th colspan="4" style="text-align: center;">Soluções</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x + 2 = 3$</td> <td>$2x + 1 = 5$</td> <td>$3x = -6$</td> <td>$3x = 2$</td> <td>$x = 3$</td> <td>$x = 0$</td> <td>$x = \frac{1}{3}$</td> <td>$x = -2$</td> </tr> <tr> <td>$6x = 3$</td> <td>$2x + 5 = 5$</td> <td>$2 - x = 3$</td> <td>$x - 2 = 1$</td> <td>$x = 5$</td> <td>$x = 1$</td> <td>$x = -1$</td> <td>$x = 2$</td> </tr> <tr> <td>$3x = 1$</td> <td>$5x = 20$</td> <td>$x - 1 = 4$</td> <td>$x + 3 = 0$</td> <td>$x = -3$</td> <td>$x = \frac{2}{3}$</td> <td>$x = 4$</td> <td>$x = \frac{1}{2}$</td> </tr> </tbody> </table>	Equações				Soluções				$x + 2 = 3$	$2x + 1 = 5$	$3x = -6$	$3x = 2$	$x = 3$	$x = 0$	$x = \frac{1}{3}$	$x = -2$	$6x = 3$	$2x + 5 = 5$	$2 - x = 3$	$x - 2 = 1$	$x = 5$	$x = 1$	$x = -1$	$x = 2$	$3x = 1$	$5x = 20$	$x - 1 = 4$	$x + 3 = 0$	$x = -3$	$x = \frac{2}{3}$	$x = 4$	$x = \frac{1}{2}$
Equações				Soluções																													
$x + 2 = 3$	$2x + 1 = 5$	$3x = -6$	$3x = 2$	$x = 3$	$x = 0$	$x = \frac{1}{3}$	$x = -2$																										
$6x = 3$	$2x + 5 = 5$	$2 - x = 3$	$x - 2 = 1$	$x = 5$	$x = 1$	$x = -1$	$x = 2$																										
$3x = 1$	$5x = 20$	$x - 1 = 4$	$x + 3 = 0$	$x = -3$	$x = \frac{2}{3}$	$x = 4$	$x = \frac{1}{2}$																										
<p>Durante o jogo, as peças deverão ser colocadas no tabuleiro de modo que cada equação tenha a solução de frente para ela, como nos exemplos ao lado.</p> <p>Como jogar</p> <p>Misturem todas as peças viradas para baixo, distribuam-nas igualmente entre os participantes e decidam a ordem em que os participantes vão jogar.</p> <p>O primeiro jogador coloca uma peça com equação em uma das posições indicadas nos exemplos dados.</p>	 <p>Dai em diante, cada participante faz uma destas 3 ações, pela ordem: coloca uma peça com solução de frente para uma equação que já está no tabuleiro ou coloca uma peça com equação que não fique de frente para outra equação ou passa a vez.</p> <p>Atenção: uma peça com solução não poderá ser colocada se a equação correspondente não estiver no tabuleiro.</p> <p>Ganha o jogo quem colocar primeiro todas as próprias peças no tabuleiro.</p> <p style="font-size: small; text-align: right;">Banco de imagens/ Arquivo da editora</p>																																

Fonte: Dante (2018, p.119-120).

José afirmou “ser trabalhoso” confeccionar o Quebra-cabeça das Equações (Figura 4). Neste caso, entendemos que o processo de instrumentação desse jogo foi comprometido pela limitação da apresentação, de forma mais explícita pelo autor do LD, da disposição das peças

ao professor. O que o levou a desistir de usá-lo em sala de aula. Tal episódio nos remete a De Vaujany (2006), sobre pontos de vista, em aberto à reflexão, sobre a apropriação de um recurso: O ponto de vista dos conceptores de recursos e o que se faz necessário corrigir e aprimorar a partir das respostas dos usuários (no nosso caso, autores e editores de LD) e o ponto de vista do usuário no investimento em aprender como funciona um recurso (no nosso caso, pelo processo de instrumentação do professor).

Quanto ao Jogo das Equações (DANTE, 2018), percebemos que José não entendeu bem a confecção da roleta (Figura 5). Ele comentou: *“Como é que fazemos para construir essa roleta e como é que os alunos vão girar a roleta na prática? Eu acho interessante, mas, seria bom que essa roleta da direita tivesse mais valores, não só 3. Se tivesse uma quantidade maior de valores, seria melhor”*. Sobre este jogo, sublinhamos a percepção negativa de José sobre como confeccioná-lo e sobre suas regras (instrumentação). Na instrumentalização, por parte de José, identificamos em cena o Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos. Diante de sua proposta em acrescentar mais soluções na segunda roleta, o que implicaria também a alteração da primeira roleta, na proposta de outras equações *“a depender do nível da turma”*.

Figura 5: Jogo das Equações

Sugestão de jogo: Jogo das equações

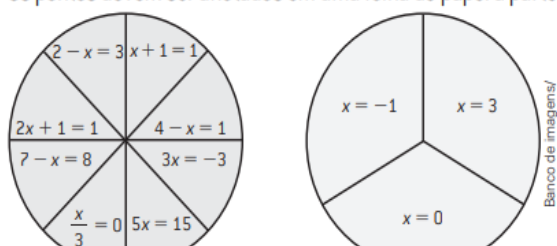
Número de participantes: 2 ou mais jogadores.

Modo de jogar

Em cada rodada, todos os participantes giram um clipe com auxílio de um lápis, nas 2 roletas. Quando algum participante obtiver uma equação na roleta da esquerda e a solução dela na roleta da direita, ele marca 1 ponto.

Vence a partida quem marcar 5 pontos primeiro.

Os pontos devem ser anotados em uma folha de papel à parte.



Banco de imagens/
Arquivo da editora

Fonte: Dante (2018, p. 117).

Sobre o Jogo de Equações (GAY; SILVA, 2018), José o achou mais simples de ser confeccionado, conforme o modelo (Figura 6). Percebemos também a adesão do professor à proposta para a confecção das cartas pelos próprios alunos. Ele declarou:

José: *Entendi que cada grupo tem que confeccionar 20 cartas brancas e 20 amarelas e depois troca com outro grupo. Eu acho que daria certo. Daria para fazer dessa forma. Agora é necessário um tempo para explicarmos as regras e deixá-las bem claras para os alunos, fazer tipo uma aplicação “piloto”. Depende também do tipo de equação que vamos propor para eles confeccionarem as cartas. Eu ainda não trabalhei equações com frações.*

Figura 6: Jogo de Equações

Modelo para confecção das cartas			
Branca (equação)	Amarela (solução)	Branca (equação)	Amarela (solução)
$x + 3 = 7$	A solução é o número 4.	$3k + 7 = 16$	A solução é o número 3.
$2x + 5 = 13$	A solução é o número 4.	$e + 10 = 13$	A solução é o número 3.
$5x + 20 = 30$	A solução é o número 2.	$8t - 2 = 54$	A solução é o número 7.
$y + 3 = 5$	A solução é o número 2.	$5w + 6 = 41$	A solução é o número 7.
$2z + 6 = 28$	A solução é o número 11.	$3x + 6 = 6$	A solução é o número 0.
$2w + 4 = 26$	A solução é o número 11.	$\frac{3}{4w} = 0$	A solução é o número 0.
$2s - 23 = -21$	A solução é o número 1.	$\frac{1}{2f} - 5 = 13$	A solução é o número 36.
$3k + 7 = 10$	A solução é o número 1.	$\frac{1}{3j} - 6 = 6$	A solução é o número 36.
$2y - 9 = 1$	A solução é o número 5.	$5t + 4 = -6$	A solução é o número -2.
$6q - 23 = 7$	A solução é o número 5.	$4j + 12 = 4$	A solução é o número -2.

Jogo de equações

Materiais necessários

- Duas folhas de cartolina, uma branca e outra amarela, por equipe.
- Canetas hidrográficas.

Participantes

- Equipes com quatro alunos.

Objetivo

- Agrupar o maior número de pares de cartas.

Regras

- Cada grupo deverá confeccionar 20 cartas brancas e 20 cartas amarelas com as cartolinas. O grupo deverá inventar equações do 1º grau e escrever uma equação em cada carta branca. A solução correspondente a cada equação deverá ser escrita em uma carta amarela. Para que sejam resolvidas por meio de cálculo mental, as equações criadas não podem ser complexas.
- Depois de confeccionadas, as cartas deverão ser trocadas com outro grupo.
- Para iniciar o jogo, cada grupo deverá embaralhar as cartas, separando as amarelas em um monte. Esse monte terá as faces com as soluções viradas para baixo e ficará no centro da mesa.
- As cartas brancas deverão ser distribuídas igualmente entre os componentes do grupo. Cada aluno observará as equações descritas nas cartas brancas, mas não deixará os demais componentes do grupo observarem suas cartas.
- Uma a uma, as cartas amarelas serão viradas no centro da mesa. Os jogadores vão observar suas cartas e verificar se há alguma equação cuja solução seja a indicada pela carta amarela exposta. Caso isso ocorra, o jogador deverá pegar a carta amarela e formar o par equação-solução, separando-o em um monte.
- Se houver dois jogadores com equações que tenham a mesma solução indicada na carta virada, ficará com a carta amarela quem a pegar primeiro.
- Ganhará a rodada o jogador que formar primeiro os cinco pares equação-solução.

Fonte: Gay e Silva (2018, LI)

Compreendemos a influência do Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos de José sobre a instrumentalização do Jogo de Equações (Figura 6), em virtude das equações já estudadas pelos alunos, no caso de detrimento de confecção das cartas com equações envolvendo frações e sem o “auxílio do caderno”. O professor acrescentou:

José: *Agora uma coisa que eu faria já é levar os cartões todos prontos (já recortados) para eles só criarem as equações, porque se formos pedir para eles confeccionarem o material, passarão a aula inteira só confeccionando isso. E, outra coisa que eu faria é não deixar essa confecção ser realizada com o auxílio do caderno para eles não copiarem equações.*

De certa forma, a adesão do professor à elaboração de equações pelos alunos nos reportou ao seu Conhecimento do Conteúdo e do Currículo. Pois, no 7º ano é previsto na BNCC (EF07MA18) - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade (BRASIL, 2018, p.307). José se posicionou favorável a elaboração de problemas pelos alunos, mesmo em relação a outros conteúdos.


Podemos assim, identificar alguns entraves, segundo José, para esses jogos serem utilizados em sala de aula. Por seu processo de instrumentalização: imprecisão das regras e limitações para confecção das peças dos jogos (ex: roleta do Jogo das Equações e Quebra-cabeça das Equações). Por seu processo de instrumentalização: com base no Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos: mudanças necessárias nas equações (ex: roleta do Jogo das Equações); elaboração de equações, pelos alunos, sem envolver frações (ex: Jogo de Equações). Em virtude do exposto, consideramos que a fase de pré-apropriação desses jogos, não evoluiu para uma fase de apropriação original, ou seja, para uma primeira experiência de uso efetivo desses jogos

por José. Pois, não tiveram uma aceitação suficiente para sua implementação em sala de aula.

- *A escolha do Jogo das Equações Equivalentes e as expectativas de sua inserção na sequência de ensino sobre Equações do 1º grau.*

De acordo com De Vaujany (2006) um outro ponto de vista da apropriação de um recurso é entender como ele pode atrapalhar ou servir aos interesses do utilizador. Para Rousson (2017), este ponto de vista se relaciona essencialmente com o processo de instrumentação de um recurso. Durante a entrevista, ao analisar o *Jogo das Equações Equivalentes* (Figura 7), José afirmou que o uso deste recurso poderia ser uma oportunidade para explorar o tema da equivalência de equações, que ele ainda não tinha ensinado aos alunos. Percebemos assim, o efeito desse jogo sobre a sequência de ensino de Equações do 1º Grau de José (instrumentação), além disso, destacamos algumas reações de receptividade, tais como: “*Dá pra fazer tranquilo, eu gostei muito do jogo, é fácil e bem direto*”.

Figura 7: Jogo das Equações Equivalentes

JOGOS  Mão escrita no Brasil

Jogo das equações equivalentes

Com este jogo você vai aprimorar seus conhecimentos sobre equações equivalentes.

Orientações
 Número de participantes: 3 ou 4 jogadores.
 Material necessário: 2 folhas de papel de cores diferentes.

Preparação do jogo
 Providenciem as 2 folhas de papel de cores diferentes; para exemplificar, usaremos as cores vermelho e azul.
 Dividam cada folha em 12 partes iguais, escrevam as equações e recortem as 24 peças do jogo.

$3x - 6$ Solução: $x = 2$	$4x - 2$ Solução: $x = \frac{1}{2}$	$x + 5 = 3$ Solução: $x = -2$	$3x = 15$ Solução: $x = 5$	$3x + 5 = 11$	$10x = 5$	$x = -2$	$3x + 3 = 18$
$x - 1 = 3$ Solução: $x = 4$	$1 - x = 2$ Solução: $x = -1$	$x + \frac{1}{3} = 1$ Solução: $x = \frac{2}{3}$	$\frac{x}{5} = 1$ Solução: $x = 5$	$4x = 16$	$2 - 2x = 4$	$3x + 1 = 3$	$2x = 10$
$2x - 1 = -7$ Solução: $x = -3$	$3x = 1$ Solução: $x = \frac{1}{3}$	$x + 4 = 4$ Solução: $x = 0$	$6 + x = 2$ Solução: $x = -4$	$6x - 3 = -21$	$2x = \frac{2}{3}$	$2x + 5 = 5$	$2x = -8$

Como jogar
 Antes de começarem a partida, misturem as peças vermelhas e distribuam igualmente entre os jogadores. As peças azuis devem ser empilhadas no centro da mesa, com as equações viradas para baixo.
 A cada rodada, o jogador pega uma peça azul e verifica se nela há uma equação equivalente a alguma das equações das peças vermelhas que estão com ele. Se houver, então o jogador separa esse par de peças. Por exemplo.

$6 + x = 2$	$2x = -8$
-------------	-----------

Caso contrário, o jogador descarta a peça azul em uma pilha separada, também sobre a mesa. O próximo jogador pode escolher se quer pegar a peça azul descartada pelo jogador anterior ou uma peça azul nova.
 Quando terminarem as peças azuis sobre a mesa, ganha a partida quem tiver formado mais pares de peças com equações equivalentes.

Fonte: Dante (2018, p.112).

Ao indicar a preferência pelo Jogo das Equações Equivalentes, a instrumentalização fluiu de forma bem mais fácil no que concerne às adaptações nas suas regras, para poder utilizá-lo em sala de aula. Assim, o professor propôs:

- Cada grupo de alunos recebe as 12 cartas vermelhas e as 12 cartas azuis.
- Os alunos devem separar as cartas azuis de um lado e as vermelhas de outro.
- Todas as cartas devem estar viradas para cima.
- Cada aluno, na sua vez, deve resolver uma equação da carta azul e encontrar uma equação das cartas vermelhas que seja equivalente.
- Ganha o jogo o grupo que formar mais pares de equações equivalentes.

Segundo o professor, a intenção de manter todas as cartas (azuis e vermelhas) viradas para cima é “*deixar livre*” a formação dos pares de equações equivalentes pelos alunos. Contrariamente, à proposta do autor do jogo no LD (Figura 7), que orienta as cartas de equações viradas para baixo.

Ponderamos que tal instrumentalização, ancorada no Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos, poderia levar à escolha da resolução de equações, inicialmente, consideradas mais fáceis pelos jogadores. Sobre isto, ele comentou:

José: *Quando estou trabalhando equações, eu tenho o cuidado de separar em tipos. Eu não trabalhei com eles ainda nenhuma equação com fração, por exemplo, essa equação da carta vermelha ($x + \frac{1}{3} = 1$) seria difícil, mas poderíamos mantê-la, porque do outro lado pode ter uma equação equivalente a essa com uma escrita mais "fácil" e eles poderiam associar. Entende? Eu acho também que propor só equações que eles já viram, que eles já sabem resolver, é fazer perder um pouco a graça do jogo. Nesse jogo está misturado, tem equações de vários níveis. Então, eu acho bem bacana as equações da forma que estão propostas.*

Quando realizamos a entrevista, José ainda não tinha trabalhado o tema equações equivalentes no 7º ano. Pois, este estava previsto no plano de estudo da Rede Municipal do Recife-PE, para o próximo mês letivo (com base em seu Conhecimento do Conteúdo e do Currículo).

José explicou sobre a utilização do plano de estudo da Secretaria de Educação do Recife (Figura 8): “*Eu abro, vejo o assunto que devo trabalhar, mas eu não utilizo do jeito que está lá. Eu só pego o nome do assunto e a metodologia eu faço da forma que eu acho que vai atender melhor aos alunos. Às vezes eu utilizo a plataforma apenas para colocar alguma atividade*”.



Figura 8: Texto didático - Plano de estudo, 7º ano, 17ª semana do ensino remoto

Propriedade da igualdade

Dizemos que há uma igualdade entre duas expressões numéricas quando os resultados dessas expressões são iguais.

Exemplo: $3 + 5 = 2 \times 4$

Observe as implicações indicadas em cada sequência de equação abaixo.

- I. Se $n + 4 = 12 \rightarrow n + 4 - 4 = 12 - 4 \rightarrow n = 12 - 4 \rightarrow n = 8$.
- II. Se $m - 4 = 12 \rightarrow m - 4 + 4 = 12 + 4 \rightarrow m = 12 + 4 \rightarrow m = 16$.
- III. Se $4 \cdot n = 12 \rightarrow \frac{4n}{4} = \frac{12}{4} \rightarrow n = \frac{12}{4} \rightarrow n = 3$.
- IV. Se $\frac{n}{4} = 12 \rightarrow \frac{n}{4} \cdot 4 = 12 \cdot 4 \rightarrow n = 12 \cdot 4 \rightarrow n = 48$.

Resumo: A raiz de uma equação não se altera se somarmos, subtrairmos, multiplicarmos ou dividirmos seus dois termos por um mesmo número.

- i) $a + b = c \rightarrow a = c - b$
- ii) $a - b = c \rightarrow a = c + b$
- iii) $a \cdot b = c \rightarrow a = c \div b$
- iv) $a \div b = c \rightarrow a = c \cdot b$

As equações que têm raízes iguais denominam-se **equações equivalentes**. Sendo assim, resolver uma equação consiste em aplicar as propriedades adequadas de modo a encontrar equações equivalentes reduzidas até que a incógnita seja igual a um número, que é a raiz da equação.

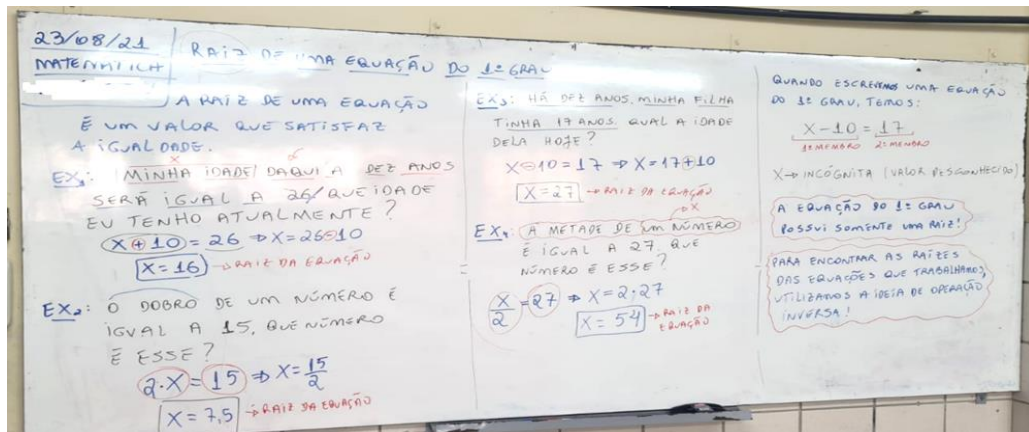
Note que no processo de redução da equação dada a outras equivalentes, são utilizadas operações inversas procurando isolar a incógnita em um termo e os valores numéricos no outro termo.

Exemplo 1: Resolver a equação $5x - 12 = 2x + 15$

Fonte: Recife (2021).

O professor afirmou ter iniciado o ensino de Equação do 1º Grau, já no sistema híbrido (metade da turma assistia aula presencial, alternando as semanas com a outra metade)⁷. No entanto, ele compartilhou conosco a ficha de exercícios utilizada na turma do 7º ano e uma foto do quadro branco (Figura 9), no qual explanou uma aula sobre a resolução de problemas e o cálculo da raiz de uma equação do 1º grau.

Figura 9: Foto sobre a aula - Raiz de uma equação do 1º grau



Fonte: Protocolo da Pesquisa (2021).

Sobre o que mostra a Figura 9, José explicou que começou a trabalhar Equação do 1º grau com a conversão de registros, da linguagem materna para a linguagem algébrica: “*Eu trabalhei primeiro a ideia de montar a equação, depois fomos resolver. Quando começamos a resolver equações, eu tive o cuidado de separar por casos, tipo equação que precisa aplicar a*

⁷ Nós não realizamos a observação das aulas, devido ao controle sanitário em virtude da pandemia da COVID 19.



propriedade distributiva, equação fracionária, equação do tipo $ax+b=k$ ". Na Figura 10 temos acesso às tarefas propostas na ficha de exercícios, utilizada no 7º ano.

Figura 10: Ficha de exercício para revisão do tema - aulas presenciais (7º ano)

EXERCÍCIOS DE INTRODUÇÃO	
<p>1 - Resolva:</p> <p>a) $5x - 4 = 10$ b) $2x + 1 = 7$ c) $\frac{x}{4} - 1 = \frac{2}{5}$</p> <p>2 - Entre as equações do exercício 1, diga quais são do 1º grau.</p> <p>3 - Dada a equação $7x - 3 + x = 5 - 2x$, responda:</p> <p>a) Qual é o 1º membro? b) Qual é o 2º membro? c) Quais são os termos do 1º membro? d) Quais são os termos do 2º membro?</p> <p>4 - Qual é o número que colocado no lugar de x, torna verdadeira as sentenças?</p> <p>a) $x + 9 = 13$ b) $x - 7 = 10$ c) $5x - 1 = 9$ d) $x - 3 = 8$</p> <p>5 - Verifique se 1 é raiz da equação $4x + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$.</p> <p>6 - Resolva as equações:</p> <p>a) $x + 5 = 8$ b) $x - 4 = 3$ c) $x + 6 = 5$ d) $x - 7 = -7$ e) $x + 9 = -1$ f) $x + 28 = 11$ g) $x - 109 = 5$</p> <p>7 - Resolva as seguintes equações:</p> <p>a) $3x = 15$ b) $2x = 14$ c) $4x = -12$ d) $7x = -21$ e) $13x = 13$ f) $9x = -9$</p> <p>d) $x - 1 + 8 = 6x$ e) $5x^2 - x - 4 = 8$ f) $\frac{1}{2}x - 4 + x = 9$</p> <p>h) $x - 39 = -79$ i) $10 = x + 8$ j) $15 = x + 20$ k) $4 = x - 10$ l) $7 = x + 8$ m) $0 = x + 12$ n) $-3 = x + 10$</p> <p>g) $25x = 0$ h) $35x = -105$ i) $4x = 1$ j) $36x = 12$ k) $21 = 3x$ l) $84 = 6x$</p>	<p>8 - Resolva as equações:</p> <p>a) $\frac{x}{2} = 7$ b) $\frac{x}{4} = -3$ c) $\frac{2x}{5} = 4$</p> <p>9 - Resolva:</p> <p>a) $-x = 9$ b) $-x = -2$ c) $-7x = 14$ d) $-3x = 10$ e) $-5x = -12$ f) $-4x = 8$</p> <p>10 - Determine x:</p> <p>a) $6x = 2x + 16$ b) $2x - 5 = x + 1$ c) $2x + 3 = x + 4$ d) $5x + 7 = 4x + 10$ e) $4x - 10 = 2x + 2$ f) $4x - 7 = 8x - 2$ g) $2x + 1 = 4x - 7$ h) $9x + 9 + 3x = 15$</p> <p>11 - Resolva as equações:</p> <p>a) $4x - 1 = 3(x - 1)$ b) $3(x - 2) = 2x - 4$ c) $2(x - 1) = 3x + 4$ d) $3(x - 1) - 7 = 15$ e) $7(x - 4) = 2x - 3$ f) $3(x - 2) = 4(3 - x)$ g) $3(3x - 1) = 2(3x + 2)$ h) $7(x - 2) = 5(x + 3)$ i) $3(2x - 1) = -2(x + 3)$ j) $5x - 3(x + 2) = 15$ k) $2x + 3x + 9 = 8(6 - x)$</p> <p>d) $\frac{2x}{5} = -10$ e) $\frac{3x}{4} = 30$ f) $\frac{2x}{5} = -18$</p> <p>g) $-3x = -9$ h) $-5x = 15$ i) $-2x = -10$ j) $15 = -3x$ k) $-40 = -5x$</p> <p>i) $16x - 1 = 12x + 3$ j) $3x - 2 = 4x + 9$ k) $5x - 3 + x = 2x + 9$ l) $17x - 7x = x + 18$ m) $x + x - 4 = 17 - 2x + 1$ n) $x + 2x + 3 - 5x = 4x - 9$ o) $5x + 6x - 16 = 3x + 2x - 4$ p) $5x + 4 = 3x - 2x + 4$</p> <p>l) $4(x + 10) - 2(x - 5) = 0$ m) $3(2x + 3) - 4(x - 1) = 3$ n) $7(x - 1) - 2(x - 5) = x - 5$ o) $2(3 - x) = 3(x - 4) + 15$ p) $3(5 - x) - 3(1 - 2x) = 42$ q) $4(x + 6) - 2x = (x - 6) + 10 + 14$ r) $(x - 3) - (x + 2) + 2(x - 1) - 5 = 0$ s) $3x - 2(4x - 3) = 2 - 3(x - 1)$ t) $3(x - 1) - (x - 3) + 5(x - 2) = 18$ u) $5(x - 3) - 4(x + 2) = 2 + 3(1 - 2x)$</p>

Fonte: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco (s/d).

A ficha de exercício (Figura 10) nos deu pistas acerca do saber ensinado, sobre Equação do 1º Grau na turma do 7º ano, ou seja, mais próximo da proposta do Jogo das Equações Equivalentes: a resolução de equações centrada no contexto matemático. O professor até o momento que a compartilhou conosco, tinha trabalhado do item 1 ao 7.

José: *Sempre que eu começo equação, e essa turma não é diferente, eu falo da ideia da balança, mas como eu não tenho um material concreto (balança) para mostrar a eles, fica um pouco complicado. Assim, quando eu começo a trabalhar com equações eu escrevo $x+2=7$, eu pergunto para eles qual é aquele valor desconhecido que está sendo representado pelo x, aí eles dizem 5. Depois eu pergunto: o que é que a gente pode fazer com esse 7 e com esse 2 para chegar no 5? Aí eles dizem: tem que fazer menos. Eles não dizem subtração e sim menos. Então, tenho cuidado, por exemplo, quando eu digo $2x=20$ para eles não escreverem $x = 20-2$. Terem o cuidado de usar a operação inversa, então basicamente é isso que eu faço.*

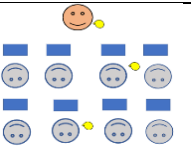
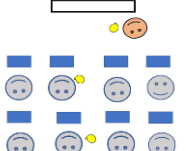
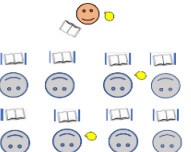
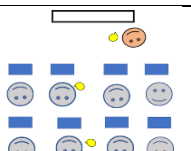
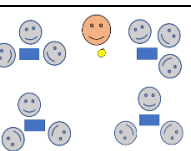
Diante do exposto, consideramos essencial conhecer aspectos da sequência de ensino sobre o tema em tela, para melhor entendermos o processo de pré - apropriação do jogo das Equações Equivalentes, assim como, o planejamento da aula para uso desse jogo com os alunos do 7º ano. Em nossa compreensão, o professor adotou o Jogo das Equações Equivalentes, embora fortemente influenciado pela possibilidade de inseri-lo em uma aula de introdução sobre

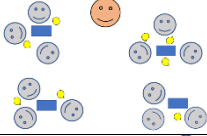
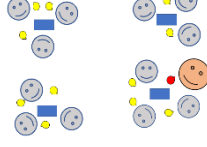
a equivalência de equações, como uma forma de levar os alunos a exercitarem, mais uma vez, a resolução de equações do 1º grau.

- O plano de aula para a utilização do Jogo das Equações Equivalentes

José planejou a aplicação do jogo em uma turma do 7º ano, cuja frequência nas aulas presenciais estava ocorrendo em rodízio, ou seja, a cada semana compareciam alternadamente 50% dos alunos. Assim, foi estimada a participação de 12 alunos. Os artefatos *a priori* elencados pelo professor foram: quatro jogos, livro didático, caderno para registro da resolução das equações, quadro branco e carteiras adequadas para os alunos manusearem o jogo. A previsão do tempo foi de duas aulas. No Quadro 2, apresentamos os tipos de OI previstas que identificamos no planejamento da aula elaborado pelo professor, antes da aplicação do jogo, relacionados a sua previsão de momentos didáticos em torno da tarefa: resolver equações do 1º grau e comparar aquelas que são equivalentes.

Quadro 2: Momentos didáticos e OI previstas na fase de pré-apropriação do jogo

Momento do primeiro encontro com a tarefa	
	<i>OIC - Orientação e Explicação pelo professor (OEP)</i> O professor introduz de forma oral a noção de equação equivalente e propõe algumas questões aos alunos.
	<i>OIC - Orientação e Explicação pelo professor (OEP)</i> O professor apresenta no quadro branco a noção de equação equivalente e propõe algumas questões aos alunos.
Momento de exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica de resolução	
	<i>OIC - Orientação e Explicação pelo professor (OEP)</i> O professor propõe exemplos de equações equivalentes utilizando o livro didático e ele propõe algumas questões aos alunos.
	<i>OIC - Orientação e Explicação pelo professor (OEP)</i> O professor propõe exemplos no quadro branco para que os alunos possam comparar as equações equivalentes e ele propõe algumas questões aos alunos.
Momento de trabalho com a técnica de resolução	
	<i>OIC - Demonstração Técnica (DT)</i> - O professor apresenta o jogo e explica suas regras, enquanto os alunos permanecem em silêncio e atentos à explicação. <i>OIC - Explicação pelo professor (EP)</i> - O professor explica que os alunos devem resolver e comparar as equações do jogo a fim de verificar aquelas que apresentam o mesmo resultado, enquanto eles permanecem em silêncio e atentos à explicação.

	<p>OIC - Discussão entre os atores (DA) Em cada grupo, os alunos discutem entre si o jogo e realizam a tarefa, enquanto o professor os observa.</p>
	<p>OII - Trabalho e acompanhamento (TA) Os grupos de alunos resolvem a tarefa no caderno e o professor circula pela sala, verificando e/ou auxiliando as respostas e acompanhando a evolução do jogo.</p>

Fonte: Autoria própria.

Durante a entrevista em que tratamos do planejamento da aula para implementação do jogo das equações equivalentes em sala de aula, percebemos o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino do professor na previsão das OIC - Orientação e Explicação pelo professor (OEP)/ Momento do primeiro encontro com a tarefa (Quadro 2): “*Antes de utilizar esse jogo eu tenho que falar sobre equações equivalentes ou poderia dizer assim: no jogo precisamos encontrar equações com a mesma raiz, que possuem a mesma solução.*” Remetendo-nos ao modelo: definição, exemplos e exercícios.

Na previsão das OIC - OEP/ Momento de exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica de resolução (Quadro 2), José comentou sobre o LD, adotado na escola: “*O que busco nele é teoria e aplicação. Assim farei uma breve explicação sobre o tema usando o LD que os alunos costumam levar para as aulas de Matemática*”. Assim, ele selecionou o item “a” das atividades sobre equações equivalentes (Quadro 3) para resolvê-lo e servir de exemplo para que os alunos respondessem, posteriormente, aos demais itens.

Quadro 3: Extrato do livro didático utilizado pelo professor

<p>Como reconhecer equações equivalentes</p> <p>Um número pode ser representado de diferentes modos. Por exemplo, podemos representar o número 9 de diversas maneiras:</p> <p>3^2 $2^3 + 1$ $5^2 - 4^2$ $18 : 2$ $6 + 3$ $10 - 1$</p> <p>A maneira mais simples de todas é, sem dúvida, 9. Fato semelhante ocorre com as equações. Veja a seguir.</p> <ul style="list-style-type: none"> Observe as equações, sendo $U = \mathbb{Q}$: $x + 3 = 10$ → raiz ou solução: 7 $x = 10 - 3$ → raiz ou solução: 7 $x = 7$ → raiz ou solução: 7 <p>As equações $x + 3 = 10$, $x = 10 - 3$ e $x = 7$ são chamadas equações equivalentes, porque apresentam a mesma raiz ou solução em um mesmo conjunto universo. O modo mais simples de representar essas equações é $x = 7$.</p> <p>Em um mesmo conjunto universo, duas ou mais equações que apresentam a mesma raiz ou solução são denominadas equações equivalentes.</p>	<p>ATIVIDADES Resoluções na p. 307</p> <p>Responda às questões no caderno.</p> <p>1. Considerando os pares de equações em cada item, verifique se são ou não equivalentes no universo \mathbb{Q}:</p> <p>a) $x + 4 = 7$ e $x = 7 - 4$. Sim. b) $x + 2 = 9$ e $x = 7$. Sim. c) $x - 5 = 0$ e $x = -5$. Não. d) $2x = 18$ e $x = 9$. Sim. e) $5x = -15$ e $x = 3$. Não. f) $x - 1 = -3$ e $x = -2$. Sim.</p>
---	--

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018, p.146)

A propósito do momento de trabalho com a técnica de resolução em que entra em cena a OIC – Demonstração Técnica (DT) e a OIC - Explicação pelo professor (EP) sobre o jogo foi emergente o Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos, no tocante às suas dificuldades de aprendizagem sobre o tema Equação do 1º grau. Sobre a turma de alunos do 7º ano que o

professor selecionou para aplicar o *Jogo das Equações Equivalentes*, ele comentou: “*Eles são meus alunos desde o 6º ano. Desde o começo do ano passado, em que a prefeitura parou as aulas presenciais em 17 de março; então, de fevereiro até essa data, que voltamos à escola, eu tenho contato com eles*”.

José: *Eles não sabem passar da linguagem materna para a linguagem algébrica, muitos não sabem ler um texto e tirar a equação que está naquele texto. Além das dificuldades com regras de sinais, divisão, incógnita, quando a gente coloca uma letra para representar um número eles sempre ficam ansiosos para saber esse valor de x , então isso me dá muito trabalho.*

Como expectativas acerca da implementação do jogo em sala de aula, o professor expôs: “*Para mim, esse jogo serve para várias coisas. Primeiro, para introduzir a parte de equações equivalentes, que eu não trabalhei ainda. Também, para trabalhar de maneira colaborativa. Assim, os alunos que têm mais dificuldade podem aprender com aqueles que têm menos*”.

Posteriormente ao estudo sobre a pré-apropriação dos jogos, especialmente sobre o jogo das equações equivalentes, marcamos a data para observarmos a aula planejada em tela. A fim de estudarmos a apropriação original desse jogo, vislumbrando, aspectos como: a evolução dos momentos didáticos planejados pelo professor, o desempenho didático em torno das orquestrações instrumentais efetivas e os ajustes em relação às orquestrações previstas. As decisões do professor diante da reação dos alunos ao jogo.

Consideramos, que todo o estudo que empreendemos sobre a pré-apropriação do Jogo das Equações Equivalentes nos auxiliou bastante a entender, posteriormente, o seu uso em sala de aula pelo professor José. Embora não tenha sido objeto aqui de análise, convém ressaltar, que esta pesquisa também foi empreendida com outra professora e os resultados foram bem diversificados quanto a seu processo de pré-apropriação, como podemos verificar em Lira, Espíndola e Trgalová (2021) e Lira (2022).

Considerações finais

O objetivo deste trabalho foi analisar a apropriação por um professor de matemática de jogos sobre Equação do 1º Grau, propostos em livros didáticos do 7º ano, em coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2020).

O *modelo de apropriação de um novo recurso* que tomamos como principal suporte teórico foi desenvolvido a propósito do estudo da apropriação do jogo digital “*À la ferme*” (ROUSSON; TRGALOVÁ, 2017; ROUSSON, 2017). Estas autoras basearam o seu estudo no Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK), desenvolvido por Misha e

Koehler (2005). No nosso caso, por se tratar de um estudo sobre jogos impressos em papel, tomamos como referência o modelo Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) - Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Cremos que outros modelos de conhecimentos podem ser adotados de acordo com os recursos que sejam objeto de análise. Grosso modo, podemos dizer que o Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos foi o mais marcante na pré-apropriação dos jogos pelo professor José, diante das dificuldades dos alunos em resolver equações do 1º grau.

No *modelo de apropriação de um novo recurso*, os processos de instrumentação e instrumentalização são considerados como essenciais à compreensão da apropriação pelos professores de um dado recurso. Todas as alegações colocadas pelo professor José sobre cada um dos jogos que apresentamos para ele, leva-nos a refletir sobre como os autores e editores de LD poderiam melhorar as formas de acesso aos jogos, para facilitar, por exemplo, sua confecção pelos professores. Neste sentido, concordamos com Rousson (2017, p. 492) ao afirmar que “é fundamental acompanhar os professores na apropriação de um novo recurso”. Pois, isto pode levar os conceptores a refletir sobre os elementos a serem transmitidos aos usuários e de que maneira isto pode ser otimizado.

Em particular a ênfase que o *modelo de apropriação de um novo recurso* atribui ao recurso apropriado = recurso instrumentalizado + orquestrações, traz à tona, que além de uma primeira fase de descoberta e seleção de funções de um recurso, ocorre por parte do professor, uma personalização (que torna o artefato/recurso adequado ao seu uso). O professor compreende-o e transforma-o, talvez, de forma nunca prevista pelos conceptores.

A fase de pré-apropriação nos faz refletir sobre a integração de um recurso, em um primeiro momento ao sistema de recursos do professor e depois ao seu sistema documental. Pois, os professores se deparam na preparação do ensino de um tema com vários recursos e ao longo de suas análises prévias, ele pode os refutar em dado instante, mas este pode permanecer guardado em sua memória, para um uso em outro momento que ele considere mais oportuno. Ou mesmo, ele pode desenvolver sucessivas rotinas de uso de um recurso, por meio de diversas orquestrações instrumentais, levando este a compor seu sistema documental. Consideramos assim, que a criação das rotinas do uso de um recurso se estabelece nas orquestrações instrumentais que vão sendo desenvolvidas e ampliam os conhecimentos do professor.

Dada a complexidade das orquestrações que podem ser elaboradas pelo professor e mesmo a distância tênue, ou mesma simultânea que existe entre elas. Consideramos pertinente organizá-las em sessões a partir dos momentos de estudo ou didáticos. Embora não tenhamos aqui entrado na discussão sobre a organização matemática (bloco prático-técnico e bloco

tecnológico-teórico) do saber ensinado por José e a correlação com os jogos em tela, isto pode ser visto, na dissertação de Lira (2022).

A metodologia reflexiva que adotamos neste trabalho, que tem como princípios, por exemplo, a ampla coleta dos recursos utilizados e produzidos no trabalho de documentação do professor e o acompanhamento reflexivo pelo próprio professor, para nós, constituiu-se um aporte essencial à compreensão da pré-apropriação dos jogos pelo professor José. Com efeito, esta metodologia nos possibilitou um aprofundamento sobre o que leva um professor a escolher ou refutar um jogo e sobre o planejamento do professor para seu uso em sala de aula. Naturalmente, cremos que este estudo pode ser estendido à análise da apropriação de outros recursos, por um professor ou por vários professores. O que nos parece ser um cenário rico de descobertas.

Em virtude do exposto, como perspectivas de futuras pesquisas indicamos um estudo sobre a pré-apropriação e apropriação original de outros jogos por professores de matemática; bem como, sobre a apropriação de outros recursos. A investigação do processo de reapropriação do professor, depois de um certo tempo da apropriação original de um dado recurso. Ademais, esperamos que esse trabalho sirva de inspiração para outras pesquisas baseadas no modelo de apropriação de um novo recurso.

Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? **Journal of Teacher Education**, Washington, n. 59, v.5, p. 389-407, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia digital PNLD 2020**. Brasília: Ministério da Educação, 2020. Disponível de em: https://pnld.nees.ufal.br/assets-pnld/guias/Guia_pnld_2020_pnld2020-matematica.pdf. Acesso em: 20 jan. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v.19, n.2, p.221-265.1999.

DANTE, L. R. **Teláris**. Matemática. 7º ano. São Paulo: Ática, 2018.

DE VAUJANY, F.-X. Pour une théorie de l'appropriation des outils de gestion: Vers un dépassement de l'opposition conception-usage. **Management & Avenir**, Paris, 9, p.109-126, 2006.

DRIJVERS, P. et al. The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, Melbourne, v. 75, n.2, p.213-234, 2010.

GAY, M. R.G.; SILVA, W.R. **Araribá mais matemática**. 7º ano. São Paulo: Moderna, 2018.

GIOVANNI JÚNIOR; J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. 7º ano. São Paulo : FTD, 2018.

GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. Du travail documentaire des enseignants: genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. **Education et Didactique**, Rennes, v.2, n. 3, p.7-33, 2008.

GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In: GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. **Ressources vives : Le travail documentaire des professeurs en mathématiques**. Rennes : Paideia, 2010. p.57-74.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE PERNAMBUCO. Exercícios de introdução. Equação do 1º grau. Disponível em: https://www.passeidireto.com/arquivo/33914122/ficha-de-exercicios-equacao-primeiro-grau?utm_medium=mobile&utm_campaign=android. Acesso em: 20 jan. 2022.

LIRA; F.A.L.; ESPINDOLA, E.B.M.; TRGALOVÁ, J. Apropriação por professores de jogos sobre Equação do 1º grau propostos em livros didáticos. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.23, n. 3, p. 151-184, 2021.

LIRA; F.A.L. **A apropriação por professores de matemática de jogos sobre equação do primeiro grau propostos em livros didáticos**. 2022. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2022.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for Teacher Knowledge. **Teachers College Record**, v. 108, n.6, p.1017-1057, 2006.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.

RECIFE. Secretaria Municipal de Educação. (2021). **Plano de estudo**. 7º ano. Disponível em: http://www.portaldaeduacao.recife.pe.gov.br/sites/default/files/arquivos_informativos_ho-me/EnsinoFundamental.pdf. Acesso em: 20 ago. 2021.

ROCHA, K. M; TROUCHE, L. A trajetória documental: uma análise da história da integração de recursos na prática do professor de matemática. **Ensino de Matemática em Debate**, São Paulo, v.5, n.3, p.321-341, 2018.

ROUSSON, L. **Conception d'un jeu-situation numérique et son appropriation par des professeurs** : le cas de l'enseignement de l'énumération à l'école maternelle. 2017. Thèse (Doctorat en Sciences de l'Éducation), Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon-France, 2017.

SERFATY-GARZON, P. **L'Appropriation**. Dictionnaire critique de l'habitation et du logement. Paris: Armand Colin, 2003, p.27-30.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.; MILANI, E. **Caderno do Mathema**. Jogos de matemática. 6º ano ao 9º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.

TRGALOVÁ, J. ; ROUSSON, L. Model of appropriation of a curricular resource: a case of a digital game for the teaching of enumeration skills in kindergarten. **ZDM Mathematics Education**, London - Springer, n. 49, v. 5, 769-784, 2017.

TROUCHE, L. et al. **L'approche documentaire du didactique**, p. 1-13, 2020. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02512596/document>. Acesso em: 20 jan.2022.

TROUCHE, L. Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. **International Journal of Computers for Mathematics Learning**, 9, p. 281-307, 2004.

Recebido em: 26 de fevereiro de 2022

Aprovado em: 04 de agosto de 2022