revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

DISCUSSÕES DE UM GRUPO DE PROFESSORAS SOBRE ASPECTOS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA RESOLUÇÃO DE UMA SITUAÇÃO DO CAMPO ADITIVO

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2022.11.25.415-432

Cássia Edmara Coutinho Murback Maggioni[1]
Cristiane dos Santos Oliveira[2]

Resumo: Este estudo tem o objetivo de analisar que aspectos do pensamento algébrico estão presentes nas discussões entre professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, durante a exploração de uma situação do campo conceitual aditivo. Assente em uma abordagem qualitativa do tipo pesquisa intervenção, os dados foram coletados por meio das áudio gravações de dois encontros de um processo formativo no âmbito de uma formação continuada. Os resultados evidenciam a mobilização de aspectos do pensamento algébrico relacionados a diferentes linguagens utilizadas pelas professoras para apresentar suas estratégias de resolução a partir de uma situação aditiva. O contexto formativo coletivo e dialógico e a natureza do problema do campo conceitual aditivo foram elementos propícios para a exploração de aspectos do pensamento algébrico.
Palavras-chave: Campo Aditivo. Pensamento algébrico. Formação de professores. Anos iniciais.

REFLECTIONS BY A GROUP OF TEACHERS ON ASPECTS OF ALGEBRIC THINKING IN RESOLVING AN ADDITIVE FIELD SITUATION

Abstract: This study has as aim at analyzing which aspects of algebraic thinking are present in the discussions among teachers who teach Mathematics in the early years of Elementary School, during the exploration of a situation of the additive conceptual field. Based on a qualitative approach of intervention research type, data were collected through audio-recordings of two meetings of a training process within the scope of continuing education. Results showed mobilization of aspects of algebraic thinking regarding different languages used by teachers to present their resolution strategies from an addictive situation. Collective and dialogic formative context and the nature of the problem of the additive conceptual field were favorable elements for the exploration of aspects of algebraic thinking.
Keywords: Additive field. Algebraic thinking. Teacher education. Early years.

Introdução

Estudos na área da Educação Matemática indicam a necessidade de promover práticas pedagógicas em que o ensino de conteúdos matemáticos estejam articulados entre si. Dentre outras, a Teoria dos Campo Conceituais - TCC (VERGNAUD, 1996), de base cognitivista,

[1] Docente da Universidade Estadual do Paraná - Campus de Campo Mourão. Doutoranda do Programa de Pós-graduação em Educação – PPE – UEM. E-mail: cassiam.maggioni@hotmail.com. https://orcid.org/0000-0001-6550-4435
[2] Docente da Rede Municipal de Ensino de Maringá. Doutoranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PECEM – UEL. E-mail: cris.soliveira1306@gmail.com. https://orcid.org/0000-0002-2308-7490

propõe que a formação do conhecimento ocorre a partir de um conjunto de situações, conceitos e procedimentos nos quais o sujeito desenvolve esquemas e representações simbólicas para resolução. Quando Vergnaud (1996) propôs a Teoria dos Campos Conceituais, a matemática escolar estava centrada no ensino de aritmética; ou seja, pouco contemplava o pensamento algébrico e outros eixos temáticos. Assim, em um primeiro momento, a TCC foi pensada a partir de diferentes tipos de problemas que envolvem as principais operações aritméticas, sem considerar situações que favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico (BECK; SILVA, 2015).

Pereira (2017) destaca que, tradicionalmente, o ensino de Matemática é iniciado com a aritmética e a ênfase nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, por que, "[...] todos os outros ramos da Matemática utilizam os princípios e as regras da aritmética (NUNOMURA; SILVA; VENTUAN, 2019, p. 2). Entretanto, Pereira (2017) salienta que o ensino desse conteúdo (geralmente) é descontextualizado, com exercícios mecânicos de fixação, e isso dificulta o estabelecimento das relações com outros conceitos da Matemática, comprometendo a aprendizagem. Em outras palavras, o ensino de números não deve acontecer de forma mecânica (ênfase na apropriação de técnicas) e fragmentada, mas deve promover o desenvolvimento dos pensamentos numérico, algébrico, geométrico etc.

Neste sentido, considera-se que há indícios de que alguns tipos de problemas aditivos podem ser resolvidos por meio de estratégias semelhantes às utilizadas para o desenvolvimento do pensamento algébrico[3] (NUNOMURA; SILVA; VENTUAN, 2019).

Para além disso, Jungbluth (2020) evidencia que a ênfase dada ao ensino dos Números e Operações, por professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, também são decorrentes de dúvidas em relação ao ensino de álgebra, por que esses professores tiveram poucas experiências com esse conteúdo (BLANTON; KAPUT, 2005).

Blanton e Kaput (2005) apontam que, na formação dos professores dos anos iniciais, é necessária a promoção de discussões e reflexões sobre o ensino e aprendizagem da álgebra. Nesse contexto, muitos desafios que se colocam aos professores devem ser contemplados na formação docente. Para isso, os professores precisam vivenciar experiências matemáticas iguais a que se espera que proporcione aos seus alunos (SERRAZINA, 2012). Canavarro (2007) indica a necessidade de o professor valorizar o raciocínio dos alunos e a importância de selecionar

[3]Assumimos como pensamento algébrico a perspectiva proposta por Blanton e Kaput (2005, p. 413), que o caracterizam como "[...] o processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de um discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade".

tarefas[4]/situações que promovam uma dinâmica de sala de aula condizentes ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Embora a TCC tenha, a princípio, o foco nas estratégias utilizadas na resolução de situações aditivas e multiplicativas próprias do campo da aritmética (VERGNAUD, 1985; 1990), há uma tendência atual de investigações que abarquem clarificar as relações entre o pensamento algébrico e essa classe de problemas (BECK; SILVA, 2015).

Com base no exposto, a questão geral que direcionou este estudo foi: Que discussões emergidas a partir da exploração de uma situação do campo aditivo, em um contexto de formação continuada de professores que ensinam Matemática, podem ser relacionadas aos aspectos do pensamento algébrico?

Nóvoa (1995) coloca que a formação continuada deve estimular os professores a se apropriarem de conhecimentos com autonomia e por meio da interação (teórica e conceitual), em uma perspectiva crítico-reflexiva, que lhes forneça os meios de um pensamento autônomo e facilite as dinâmicas de autoformação participada.

Especificamente sobre o conhecimento para ensinar Matemática, Ponte e Oliveira (2002) abordam vertentes que envolvem o processo de desenvolvimento do conhecimento profissional, como o conhecimento da Matemática, o conhecimento dos alunos e da aprendizagem, o conhecimento do currículo e o conhecimento da prática letiva. Assim, entre outros aspectos, o conhecimento profissional requer entendimento sobre os conteúdos a ensinar e seu uso flexível na realização de julgamentos matemáticos e na resolução de problemas (SERRAZINA; RODRIGUES, 2018).

Para tanto, analisamos as discussões de um grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em um contexto de formação continuada, durante a resolução de uma situação do campo conceitual aditivo, com a finalidade de explorar as relações entre esse campo e os aspectos do pensamento algébrico.

Inicialmente, apresentamos de modo sucinto os fundamentos teóricos que subsidiam as discussões realizadas no decorrer do estudo, notadamente: a Teoria dos Campo Conceituais em relação ao Campo Aditivo (VERGNAUD, 1996) e o pensamento algébrico e as relações aritméticas (LINS, 1992, 1994; CYRINO; OLIVEIRA, 2011). Em seguida, estão organizados o contexto da investigação, a discussão dos resultados e as considerações finais.

---

[4]Assumimos como tarefa o comando dado pelo professor a ser executado pelo estudante em sala de aula (STEIN *et al.*, 2009). Neste estudo, tarefa/situações problema são consideradas com o mesmo sentido.

Teoria dos Campos Conceituais e situações de estruturas aditivas

De acordo com Vergnaud (1996), os conceitos matemáticos são delineados por uma variedade de situações. Por mais elementar que seja uma situação, ela envolve mais de um conceito, e um conceito não pode ter significado a partir de uma única situação. Desse modo, a formação do conhecimento acontece a partir de um conjunto de situações e conceitos, aos quais Vergnaud (1996) denomina Campos Conceituais.

Cabe ressaltar que

> [...] o conceito de situação empregado por Vergnaud não é o de situação didática, mas sim o de tarefa, sendo que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais é importante conhecer suas naturezas e dificuldades próprias (MOREIRA, 2002, p. 11).

Assim, Campo Conceitual pode ser entendido como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros, e provavelmente interligados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1996).

Os conceitos de adição e subtração são abordados pelos professores em suas práticas pedagógicas desde os primeiros anos de escolarização, e conforme a Teoria de Vergnaud (1996), fazem parte do mesmo Campo Conceitual - o Campo Aditivo (adição e subtração).

Com referência à Teoria de Vergnaud (1982), Magina *et al.* (2008) classificam os problemas aditivos a partir de suas características, cujas categorias estão agrupadas em problemas de *composição, transformação* e *comparação*[5]. De modo geral, na classe de composição, os problemas abrangem situações que relacionam o todo com as partes, ao juntar uma parte com a outra, ou ao subtrair uma parte do todo para obter a outra parte. Nos problemas de transformação, as situações apresentadas relacionam o estado inicial com um estado final por meio de uma transformação; e na classe de comparação, os problemas apresentam situações em que há um referente, um referido e uma relação entre eles. Essas situações envolvem conceitos de juntar, retirar, transformar e comparar, e permitem resolver diversos tipos de situações com diferentes níveis de complexidade. Neste estudo, consideramos exclusivamente uma situação de composição.

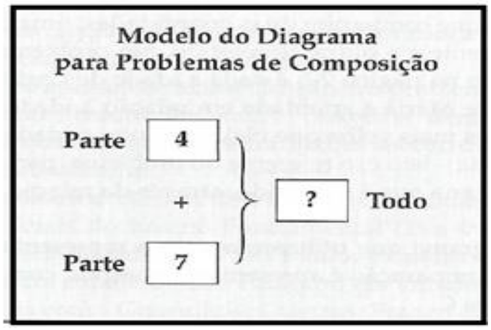
Sobre as situações de composição, Vergnaud (2009) propõe o esquema seguinte a fim de auxiliar na análise da estrutura dos problemas.

---

[5] Nos termos na NBR 10520 (ABNT, 2002), neste trabalho, empregamos itálico para destaques que julgamos pertinentes à orientação dos leitores.

revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Figura 1: Esquema Situações aditivas de composição



Fonte: Magina *et al.* (2008, p. 25).

O esquema acima apresenta duas partes conhecidas (P1 + P2) que deverão ser adicionadas para obter o todo (T). O esquema proposto pode variar de forma, de modo que uma das partes pode ser desconhecida. Nessa situação, será necessário subtrair uma das partes conhecidas (P1) do todo (T) para obter a parte desconhecida (P2). Portanto, o esquema seria: T – P1 = P2.

Segundo Magina *et al.* (2008), para que o indivíduo compreenda um Campo Conceitual qualquer, faz-se necessário interagir com situações diversas que lhe permitam comparar, estabelecer relações ao lidar com a multiplicidade de esquemas proporcionados por um problema, bem como perceber as possibilidades de representações e estratégias de resolução.

Ademais, Cyrino e Oliveira (2011) enfatizam que é no âmbito da linguagem aritmética que emergem as primeiras características do pensamento algébrico. Lins (1992; 1994) caracteriza o pensamento algébrico como um modo de produzir significado aos objetos da álgebra, e destaca aspectos relacionados ao pensar aritmeticamente, ao considerar que tais objetos são números e operações aritméticas a partir de relações de igualdade. Corroboramos com Falcão (2003), ao destacar que a álgebra é um campo com características específicas, e não apenas uma extensão da aritmética, de modo que os dois campos podem e devem ser trabalhados articulados e de forma complementar desde o início do processo de escolarização.

Pensamento algébrico e relações aritméticas

Pesquisas no campo da Educação Matemática têm investigado caracterizações sobre o pensamento algébrico e as potencialidades de abordagem na Educação Básica (CANAVARRO, 2007; NACARATO; CUSTÓDIO, 2018).

Cyrino e Oliveira (2011, p. 103) utilizam a expressão *pensamento algébrico* "[...] como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos".

Ao propor cinco unidades temáticas que orientam a formulação de objetivos de aprendizagens a serem desenvolvidas ao longo de todo o Ensino Fundamental, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca que o trabalho com a unidade temática álgebra tem por finalidade "[...] o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (BRASIL, 2018, p. 270). Desse modo, é imprescindível que o trabalho com objetos da álgebra esteja presente desde os anos iniciais, na identificação de regularidades e padrões de sequências numéricas e não-numéricas, e em diversas representações gráficas e simbólicas.

A respeito disso, Kieran (2007) aponta que a álgebra não deve ser vista como um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas como atividade de generalização com variadas ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras. Em outras palavras, a álgebra deve ser entendida como uma forma de pensamento e raciocínio sobre situações matemáticas, e não um conjunto de técnicas.

Lins e Gimenez (2006) corroboram que a atividade aritmética envolve certo nível de generalidade; portanto, a diferença entre álgebra e aritmética é de tratamento ou foco. Isso significa que as duas unidades não apenas se beneficiam mutuamente, como são interdependentes. Por este motivo, Lins e Gimenez (2006) compreendem que o ensino de aritmética e álgebra deve acontecer de forma integrada entre si e ao mundo fora da escola.

Blanton e Kaput (2005) enfatizam todo o processo da atividade algébrica, desde as primeiras características do pensamento algébrico até à utilização de uma linguagem simbólica para estabelecer possíveis generalizações.

Em seus estudos, Lins (1992; 1994) destaca aspectos relacionados a pensar aritmeticamente ao considerar números e operações aritméticas e suas relações de igualdade, pensar internamente ao tratar a incógnita, por exemplo, e pensar analiticamente ao considerar os números e as operações apenas segundo suas propriedades, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade.

Nesse sentido, é fundamental que o professor tenha conhecimentos profissionais para organizar situações promissoras e articuladas de aprendizagens, a fim de favorecer a utilização de estratégias variadas de resolução por parte dos estudantes, em relação ao trabalho com a aritmética e o pensamento algébrico.

Contexto de investigação e percurso metodológico

No presente estudo, apresentamos a análise de uma discussão realizada com um grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no contexto de um processo formativo[6] realizado no ano de 2019. Notadamente, nesta investigação, participaram seis professoras que atuam anos iniciais em um município do estado do Paraná.

O contexto de formação foi constituído em uma perspectiva coletiva, colaborativa e dialógica, que possibilitou compartilhar conhecimentos e experiências vivenciadas. Portanto, durante a realização do processo formativo, as professoras trabalhavam em grupos para que pudessem dialogar entre si e, posteriormente, socializar suas estratégias de resolução das tarefas/situações exploradas.

No âmbito das discussões em torno da formação continuada de professores na perspectiva do desenvolvimento profissional[7] docente, estudos apontam para a importância de uma atuação protagonista no contexto educacional. Por conseguinte, pesquisas evidenciam a necessidade de (re)pensar os processos formativos por meio de ações que promovam reflexões e experiências relacionadas à prática profissional (CYRINO, 2013).

Nesse cenário, apresenta-se a emergência de propostas de formatos alternativos para superar a concepção de relações hierárquicas em que o formador é o detentor do conhecimento, e o professor é alguém que recebe esse conhecimento para aplicar em sua atividade docente (GOMES; SANTOS; SPILLER, 2019).

Assim, para que o professor possa se assumir como sujeito de sua formação, problematizar suas práticas de sala de aula, e refletir sobre elas com seus pares (IMBERNÓN, 2009), estudos em grupo como, por exemplo, os ambientes colaborativos, as comunidades de prática e as comunidades profissionais são consideradas possibilidades promissoras de desenvolvimento profissional (MAGGIONI; ESTEVAM, 2021; ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2018).

Além disso, pesquisas também reconhecem o papel fundamental da exploração de tarefas matemáticas como prática favorável na promoção de experiências que possibilitam o desenvolvimento do conhecimento profissional de professores (CYRINO; JESUS, 2014;

[6] O processo formativo foi constituído para fins de uma pesquisa de Mestrado Acadêmico, realizada pela segunda autora deste artigo, intitulada *Aprendizagem profissional de professoras que ensinam Matemática em uma Comunidade de Prática: explorando o pensamento algébrico* (OLIVEIRA, 2021). A pesquisa foi submetida e aprovada pelo Comitê de Ética da Universidade Estadual do Paraná (Parecer consubstanciado nº 3.492.530, de 07 de agosto de 2019).

[7] A expressão *desenvolvimento profissional* tem sido adotada, na literatura, para designar um processo de formação que assume características distintas das práticas formativas tradicionais (PASSOS *et al.* 2006).

JESUS; CYRINO; OLIVEIRA, 2018). Isto porque algumas tarefas podem desencadear diferentes oportunidades de aprendizagem e mobilizar formas complexas de pensamento (JESUS; CYRINO; OLIVEIRA, 2018).

Assim, espaços de formação continuada, na perspectiva do desenvolvimento profissional, podem propiciar, aos professores dos anos iniciais, a possibilidade de generalizar ideias matemáticas e, por conseguinte, refletir, discutir e repensar práticas em sala de aula que articulem conceitos aritméticos e algébricos.

Neste sentido, embora as reflexões do grupo constituído com as professoras estivessem pautadas em torno da exploração de tarefas potenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico, durante as discussões, aspectos aritméticos foram recorrentes nas abordagens e estratégias utilizadas nas resoluções, o que instigou a analisar também as possibilidades de articulações (e aproximações) entre o Campo Conceitual Aditivo e o ensino da álgebra.

Assente em uma abordagem de natureza qualitativa de cunho investigativo-intervencionista (KRAINER, 2003), para coleta de informações, utilizamos como instrumentos áudio gravações dos encontros que, posteriormente, foram transcritos em episódios que deram origem aos excertos apresentados na seção de discussão dos resultados, pautada na análise interpretativa (ERICKSON, 1986).

Desse modo, neste estudo, analisamos discussões realizadas durante a exploração de uma tarefa envolvendo uma situação aditiva de composição, nominada *Quantos doces há na caixa?*, na qual identificamos conhecimentos aritméticos resultantes de vivências em contexto de formação e prática docente e aspectos do pensamento algébrico agrupados nas seguintes unidades de análise: *i) estratégias diversificadas de resolução: uso de linguagem natural/retórica, simbólica e algébrica;* e *ii) identificação de aspectos do pensamento algébrico na situação aditiva de composição.*

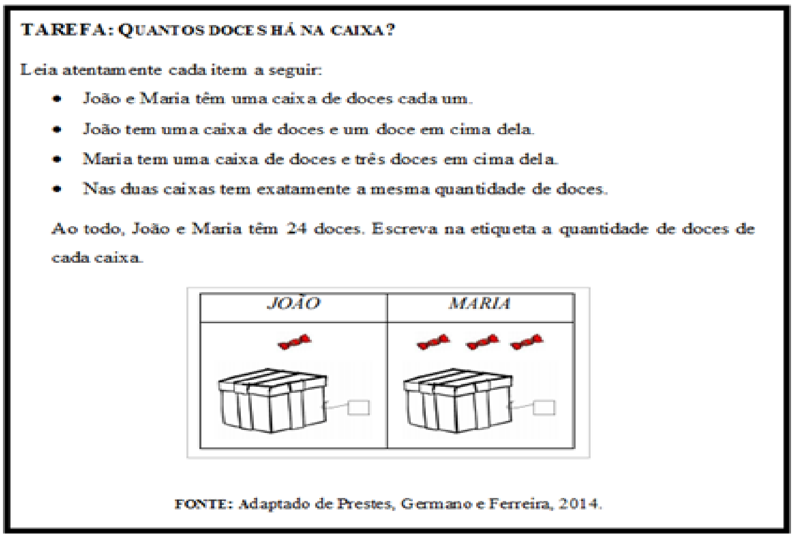
Para discutir os resultados, elaboramos quadros de síntese das análises organizados a partir das unidades estabelecidas, com identificação fictícia das professoras participantes, nominadas como P1, P2, P3, P4, P5, P6.

Na próxima seção, apresentamos a discussão dos resultados.

Resultados e Discussões

Nesta seção, analisamos aspectos aritméticos e algébricos que foram identificados na exploração da tarefa envolvendo uma situação aditiva de composição, intitulada *Quantos doces* *há na caixa?*

Figura 2: Situação *Quantos doces há na caixa?*



TAREFA: QUANTOS DOCES HÁ NA CAIXA?

Leia atentamente cada item a seguir:

- João e Maria têm uma caixa de doces cada um.
- João tem uma caixa de doces e um doce em cima dela.
- Maria tem uma caixa de doces e três doces em cima dela.
- Nas duas caixas tem exatamente a mesma quantidade de doces.

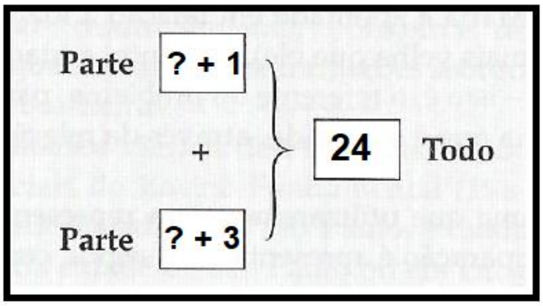
Ao todo, João e Maria têm 24 doces. Escreva na etiqueta a quantidade de doces de cada caixa.

FONTE: Adaptado de Prestes, Germano e Ferreira, 2014.

Fonte: adaptado de Prestes, Germano e Ferreira (2014).

Considerando os estudos de Vergnaud (1996), identificamos que esse problema apresenta características de uma situação de estrutura aditiva, envolvendo a composição de duas partes (P1 = ? +1 e P2 = ? + 3), na qual se obtém um todo de 24 doces.

Figura 3: Esquema da situação aditiva de composição *Quantos doces há na caixa?*



Fonte: Adaptado de Magina *et al.* (2008, p.25).

Ao identificar a situação aditiva de composição apresentada, observamos a possibilidade de exploração de aspectos voltados ao desenvolvimento do pensamento algébrico, ao considerar outros dois elementos:

i. *o estabelecimento da relação de equivalência entre igualdade:* o enunciado da situação afirma que há exatamente a mesma quantidade de doces nas duas caixas; e

ii. *O trabalho com o desconhecido tratando-o como conhecido:* busca-se o termo desconhecido quando não se sabe a quantidade de doces que há em cada uma das caixas (partes).

Tendo esses aspectos clarificados, discorremos sobre as discussões das professoras durante a exploração da situação, evidenciando aspectos relacionados à aritmética e ao pensamento algébrico, de acordo com as unidades de análise delineadas.

i) Estratégias diversificadas de resolução: uso de linguagem natural/retórica, simbólica e algébrica

Ao analisar as discussões realizadas na exploração da situação apresentada, observamos que, em um primeiro momento, as professoras utilizaram conhecimentos e experiências pessoais em suas resoluções. Em seus estudos, Vergnaud (1996) enfatiza essa tendência de utilizar conhecimentos já familiares ao tentar se adaptar a novas situações. Ao socializarem, em um segundo momento, suas reflexões com as demais professoras do grupo, elas utilizaram *linguagens diversificadas para expressar suas estratégias de resolução*, que perpassaram elementos relacionados à *linguagem retórica/natural*, à *linguagem simbólica* e à *linguagem algébrica formal*. No quadro 1, apresentamos excertos dos episódios das gravações em áudio, nos quais tais elementos são evidenciados.

Quadro 1: Estratégias diversificadas de resolução

Linguagem retórica/ natural	*P1: Então, o que eu já sei. Aqui eu tenho um tanto mais 1. Aqui eu tenho um tanto mais 3. Esse tanto aqui, dessa caixa e dessa, tem que ser igual. E eu tenho mais uma informação, que o total de tudo é 24. Então, o que nós fizemos: partimos da quantidade que nós já sabíamos. Então, 1 com 3 são 4. Os que estão fora, lá daquele total de 24 bombons, nós já tiramos os 4, sobraram 20. Então, tem 10 nessa caixa e 10 nessa caixa. 10 + 1= 11 e 10 + 3= 13, no total 24.*
Linguagem simbólica	*P2: Eu somei 1 bombom mais três bombons: eu tenho 4 bombons. Eu sei que tenho 24 bombons* [no total]. *Vinte e quatro menos 4, sobra[m] 20. Eu tenho 2 caixas, então tenho que dividir os 20 em 2 caixas.* *1B + 3 B = 4B* *24 B – 4B = 20 B* *20 B : 2 = 10 B*
Linguagem algébrica formal	*P3: Porque se nós fizermos (X + 1) + (X+ 3) = 24.* *Quando começa a isolar o X, ele vai ficar:* *2X + (1 +3) = 24* *2X + 4 = 24* *2X = 24 - 4* *2X = 20* *X= 20 : 2* *X=10*

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Ao analisar as estratégias utilizadas para resolução da situação, observamos três procedimentos diversificados. Inicialmente, P1 apresenta resoluções mais próximas das realizadas pelos estudantes na faixa etária para a qual as professoras ministram suas aulas, cuja ênfase está na linguagem retórica/natural para expressar um pensamento que envolve situações aritméticas [retirar uma parte do todo]. A partir disso, a professora (P1) associa a quantidade que sobra do todo aos valores desconhecidos das caixas, e realiza outra operação aritmética a fim de determinar tais valores desconhecidos.

Kaput (1999) destaca a importância de partir de competências linguísticas naturais e de conhecimentos informais dos estudantes (como os conhecimentos aritméticos de números e operações) que gradativamente são integrados à aprendizagem de outros conhecimentos matemáticos.

Já a estratégia de resolução proposta por P2 apresenta não só uma linguagem natural para expressar seu raciocínio, também uma linguagem simbólica, na qual a professora atribui um significado à letra *B* (inicial de bombom) para representar os doces. Tal estratégia é discutida por Ponte, Branco e Matos (2009), ao enfatizarem que o desenvolvimento do pensamento algébrico está relacionado à representação, por meio dos processos de ler, compreender, escrever e operar com símbolos.

Por fim, P3 expressa seu raciocínio e sua resolução por meio de uma linguagem algébrica formal, ao atribuir o uso do *X* para a incógnita, representando a parte desconhecida para a qual é necessária a ação de juntar, por meio da estrutura aditiva de composição, para obter o todo de doces.

Ressaltamos, ainda, que para além das linguagens utilizadas pelas professoras para expressar seus pensamentos, o aspecto relacionado à equivalência das partes desconhecidas e suas relações de igualdade no trabalho com números e operações aritméticas (LINS, 1992; 1994) também pôde ser evidenciado nas três resoluções apresentadas pelas professoras, culminando em um mesmo resultado, mas com uso de estratégias de resolução diversificadas.

Tais evidências corroboram com os estudos de Blanton e Kaput (2005), que enfatizam o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada). Demonstram, ainda, aspetos relacionados ao *pensar aritmeticamente*, conforme expressam Lins e Gimenez (2006): os objetos da álgebra e da aritmética podem ser trabalhados de maneira articulada e complementar, como pode ser visto a seguir.

ii) Identificação de aspectos do pensamento algébrico pelas professoras na situação aditiva de composição

Nesta subseção, a análise é decorrente de discussões desencadeadas após alguns encontros formativos[8], ou seja, quando as professoras buscaram estabelecer relações entre álgebra e aritmética. Assim, nos excertos apresentados no Quadro 2, instigadas pela formadora, as professoras retomaram as resoluções iniciais da situação analisada (Quadro 1), buscando identificar indícios de aspectos de pensamento algébrico na tentativa de estabelecer relações com os aspectos aritméticos.

Quadro 2: Relações entre pensamento algébrico e aritmética

Aspectos algébricos	*Formadora: O que vocês pontuaram que tem de pensamento algébrico nessa situação?* *P4: Eu pontuei aqui igualdade, comparação e análise.* *[...]* *P4: Eu fui percebendo, assim [...] está falando de igualdade, porque fala exatamente a mesma quantidade. Também faz a comparação, porque eu tenho que comparar o que um tinha* [parte 1], *o outro tinha* [parte 2], *e fazer a análise do todo, ali [...]* *P3: Nós colocamos incógnita [...] porque quando ele fala, ali, que está dentro da caixa, que está escondido, então é um X [...], porque é uma incógnita. Querendo ou não, não sabemos qual é o número que está lá dentro [...]* *P5: Nós colocamos também dedução. Porque quando fizemos no quadro, conseguimos uma fórmula, mas antes, quando fizemos aqui no grupo, não fizemos uma operação, nós meio que deduzimos, ah... se aqui tem tanto e vai ter que dar tanto, só pode ser tanto, e deu certo.*
Aspectos aritméticos	*P6: Eu coloquei adição, pois tínhamos o total. Houve uma adição, foi somado antes, que é o total 24 doces.* *Formadora: O que vocês acham da adição? Vocês concordam com a colega?* [silêncio] *P6:* [Tenta retomar a explicação inicial] *A adição, ali, seria o seguinte: houve uma adição, ali, tanto [...] que se sabe o valor total dos doces.* *Formadora: Entraria em qual aspecto do pensamento algébrico?* *P4: Seria, talvez, pensar aritmeticamente.* *Formadora: A aritmética e o pensamento algébrico estão muito próximos. E muitas coisas que a gente faz realmente, com nossos alunos do 1º ao 5º ano, fazemos por conta até de uma tradição, porque nosso trabalho é muito pautado em números e operações. Então a gente faz, muitas vezes, com esse olhar para a aritmética. Mas até que ponto é só adição? Agora, quando junto com essa adição, eu trago todos aqueles outros aspectos ali* [incógnita, equivalência], *então eu tenho também o pensamento algébrico [...]. E vai depender de como eu mobilizo a atenção da criança para a resolução da tarefa.*

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Ao analisar os excertos apresentados no quadro 2, observamos que, com o avanço das discussões que foram se delineando no decorrer do processo formativo, gradativamente as professoras passaram a identificar aspectos algébricos na situação de composição explorada por meio da tarefa. Tal evidência é explicitada em seus discursos, que passam a abarcar um vocabulário com expressões próprias da linguagem algébrica formal,

[8] Como já explicitado, o processo formativo em que a situação "*Quantos doces há na caixa?*" foi explorada ocorreu durante pesquisa de mestrado da segunda autora. Ao todo, foram realizados 10 encontros, exploração de 10 tarefas e discussão de perspectivas de pensamento algébrico com base em alguns autores. Notadamente, neste estudo, analisamos a discussão de uma das tarefas, as quais aconteceram em dois momentos distintos.

como “igualdade” (P4) e “incógnita” (P3).

As professoras não só passaram a utilizar tais termos, como também a atribuir significado a eles. P4, por exemplo, compreende a igualdade como relação entre valores, e não apenas como um símbolo operador. P3 utiliza o termo incógnita para explicitar um valor que é desconhecido para elas, mas que é necessário para determinar o valor que se pretende conhecer.

Observamos, ainda, que as professoras estabelecem relações aritméticas a partir das reflexões que foram mobilizadas no decorrer das discussões. Isso fica evidente no trecho em que P6 coloca a propriedade aditiva como um aspecto do pensamento algébrico, e na sequência há um silêncio entre as participantes do grupo, denotando que todas pareciam pensar na coerência do argumento apresentado pela colega. Em seguida, P6 reafirma a necessidade da ação de adicionar as partes, característica da situação de composição para obter o todo (total de doces). Nesse momento da discussão, é crucial a afirmação de P4, ao ressaltar que a relação envolvida na situação explorada é a de pensar aritmeticamente. Em outras palavras, a professora compreende que se faz necessário e que é possível desenvolver um raciocínio algébrico por meio de uma situação aritmética.

A discussão apresentada no episódio (Quadro 2) nos remete a corroborar com a perspectiva de pensamento algébrico proposta por Lins (1992; 1994), ao tratar o ensino da álgebra como forma de pensar aritmeticamente, considerando objetos como números e operações, próprios da linguagem aritmética. O relato apresentado nos leva a afirmar que, gradativamente, as professoras participantes do processo formativo foram identificando as relações existentes entre pensamento algébrico e aritmética, e as possibilidades de trabalho articulado na exploração de situações aditivas de composição.

Considerações Finais

Embora trabalhar com o pensamento algébrico nas etapas iniciais da educação escolar seja uma proposta relativamente recente, sua inserção tem despertado algumas pesquisas, dentre as quais há as que buscam investigar as relações entre situações aditivas e o pensamento algébrico.

Nesse cenário, a discussão em torno da formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais ganha destaque. Evidencia-se a necessidade de instituir novas experiências ou vivências a partir do que os professores já conhecem ou fazem, a fim de contribuir para o desenvolvimento profissional de professores que, por vezes, trazem consigo experiências negativas sobre suas próprias aprendizagens em relação à Matemática e conhecimentos fragmentados (e frágeis) sobre os conteúdos a ensinar.

Na tentativa de contribuir com o enfrentamento dos desafios para o ensino de Matemática, e de modo particular para o ensino da álgebra e suas relações com a aritmética, buscamos identificar que discussões emergidas a partir de uma situação do campo aditivo podem ser relacionadas aos aspectos do pensamento algébrico em um contexto de formação continuada de professores que ensinam Matemática.

Após análise dos dados produzidos, foi possível observar que a exploração de uma situação do Campo Aditivo pôde oportunizar discussões de natureza algébrica a partir da exploração do conhecimento aritmético das participantes. Em outros termos, ao explorar (discutir possibilidades de resolução, usar diferentes linguagens, pensar sobre as relações entre álgebra e aritmética) a situação do campo aditivo *Quantos doces há na caixa?*, as professoras passaram a perceber aspectos do pensamento algébrico e utilizar expressões próprias da linguagem algébrica.

Podemos inferir que o potencial da situação explorada esteve na possibilidade de observar/pensar em diferentes premissas de resolução. Assim, dependendo da situação, um problema aditivo pode oportunizar a mobilização do pensamento algébrico ao permitir/considerar o uso de diferentes linguagens para expressar as estratégias de resolução, perpassando desde a linguagem natural/retórica, simbólica até a algébrica formal.

Esses resultados indicam que a situação problema do campo aditivo explorada (pelo seu caráter de tarefa aberta e pela ação de mediação da formadora) permitiu pensar e problematizar as estratégias utilizadas, e em consequência, traçar diferentes caminhos para resolução. Nesse percurso de discussões e reflexões dialógicas em grupo, as professoras mobilizaram um aspecto essencial a ser considerado no desenvolvimento do seu conhecimento profissional: a possibilidade de articular conceitos matemáticos, como as ideias de equivalência e incógnita e as relações aritméticas.

Desse modo, concluímos que, para avançar em relação ao trabalho com a Matemática, em especial em contextos formativos de professores, faz-se necessário organizar situações de aprendizagens dialógicas e coletivas, de modo que seja possível explorar, estudar, questionar, experimentar, argumentar e validar estratégias de resoluções. Para isso, ao assumir o papel de formador, é preciso clareza nos modos de condução das ações a serem realizadas durante o processo formativo, que podem e devem ser negociadas coletivamente entre os membros/participantes do grupo.

Destacamos a importância de propiciar outras ações alternativas aos modelos de cursos de treinamento, costumeiramente ofertados pelas instituições de ensino. Nessa perspectiva, faz-se necessário que o professor vivencie situações articuladas à sua prática, de modo que reverbere no cotidiano da sala de aula com ações contrárias a concepções de ensino de Matemática que tendem a separar conteúdos e fechar caminhos de resolução. Assim, instigamos outras experiências que possibilitem abrir caminhos para que o professor se desenvolva profissionalmente de forma colaborativa, aproximando não apenas a aritmética e o pensamento algébrico, mas também outros conteúdos matemáticos.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **NBR 10520:2002.** Informação e documentação – Citações em documentos – Apresentação.

BECK, V. C.; SILVA, J. A. Pensamento algébrico funcional na alfabetização: o uso da previsão de resultados em problemas aditivos. **Teoria e Prática da Educação**, v. 18, n. 2, p. 69-78, 2015.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, 2005.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: Ministério da Educação. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 29 out. 2021.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

CYRINO, M. C. C. T. Formação de professores que ensinam matemática em comunidades de prática. In: VII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática**, Actas**, Montevidéu, Uruguai, p. 5199-5206, 2013.

CYRINO, M. C. C. T.; JESUS, C .C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciências e Educação**, Bauru, SP, V.20, n.3, p.751-764, 2014.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching**.** In: M. C. Wittrock (ed.). **Handbook of research on teaching**. Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M.C.C.T; OLIVEIRA, H.M. Desenvolvimento do conhecimento estatístico para ensinar a partir da análise de tarefas em uma comunidade de professores de matemática**. RENCIMA**, v.9, p.32-51, 2018.

FALCÃO, J. T. R. Alfabetização algébrica nas Séries Iniciais. Como começar? **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 42, p. 27-36, fev./jul. 2003.

GOMES, R. R.; SANTOS, D. T. S.; SPILLER, L. K. P. C. Práticas de ensinar e aprender matemática nos anos iniciais: o trabalho colaborativo em um curso de formação continuada de professores. **Revista Compartilhar-Reitoria**, v. 4, n. 1, p. 68-72, 2019.

IMBERNÓN, F. **Formação permanente dos professores**. São Paulo: Cortez, 2009.

JESUS, C. C.; CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa (On-line)**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. 21-46, out. 2018.

JUNGBLUTH, A. **Álgebra no currículo de matemática dos anos iniciais**: e agora? 2020. 204f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2020.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. *In*: FENNEMA, E.; ROMBERG, T. A. (eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 1999.

KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante,** v. XVI, 1, p. 5-26, 2007.

KRAINER, K. Team, Communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education,** Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy) - School of Education, University of Nothingam, Nothingam, UK: 1992.

LINS, R.C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau - SC, v. 7, n. 1, p. 29 - 39. 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**.7a. ed. São Paulo: Papirus, 2006.

MAGGIONI, C. E. C. M.; ESTEVAM, E. J. G. Formação continuada em uma comunidade profissional de professores que ensinam matemática nos anos iniciais: análise de tarefas sobre números e operações. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica iberoamericana** - Em Teia. Recife - Pernambuco. v.12, n. 3, p. 1-26, 2021.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; GITIRANA, V.; NUNES, T. **Repensando Adição e Subtração:** contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 3ª. ed. São Paulo: PROEM, 2008.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências.** Porto Alegre. Vol. 7, n. 1 (jan./mar. 2002), p. 7-29, 2002.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (orgs.). **O desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica:** compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática**.** Brasília: SBEM, 2018.

NÓVOA, A. **Os professores e a sua formação**. Publicações dom Quixote, 1995.

NUNOMURA, A. R. T.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. Pensamento aritmético e pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: o relato de uma experiência. In: XV Encontro Paranaense de Educação Matemática. **Anais do XV EPREM**. Londrina, 2019.

OLIVEIRA, C. S. **Aprendizagem profissional de professoras que ensinam Matemática em uma Comunidade de Prática:** explorando o pensamento algébrico. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, 2021.

PASSOS, C. L.; NACARATO, A.; FIORENTINI, D.; MISKULIN, R. G.; GRANDO, R. C.; GAMA, R.; MEGID, M. A.; FREITAS, M. T.; VIEIRA DE MELO, M. Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante**, v. 15, n. 1-2, p. 193–219, 2006.

PEREIRA, C. A. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia, Medianeira**, v. 8. n. 15, 2017. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/recit. Acesso em: 9 jan. 2022.

PONTE, J.P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, p. 145-163, 2002.

PRESTES, D. B.; GERMANO, M. A. P.; FERREIRA, M. P. P. Tarefas da early algebra realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. **Anais do 12º Encontro Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, 2014.

SERRAZINA, L.; RODRIGUES, M. Formação de professores e desenvolvimento do sentido do número. In: CARNEIRO, R. F.; SOUZA, A. C.; BERTINI, L. F. (Orgs.). **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: práticas de sala de aula e de formação de professores. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. p. 138-162.

SERRAZINA, M. L. O sentido do número no 1º ciclo: uma leitura de investigação. **Boletim Gepem**, v. 61, p. 15-28, 2012.

STEIN, M.K.; SMITH, M.S.; HENNINGSEN, M.A.; SILVER, E.A. **Implementing standards-based mathematics instruction:** a casebook for professional development. New York: Teachers College Press, 2009.

VERGNAUD, G. A Classification of Cognitive Tasks and Operations thought involved in Addition and Subtractions Problems. *In*: CARPENTER, T.; MOSER, J.; ROMBERG, T. (Orgs). **Addition and Subtraction Perspective**. Ed. Lawrwnse Erblaun Hillsdale, USA, 1982, p. 39-59.

VERGNAUD, G. Conceitos e esquemas numa teoria operatória da representação. Trad. de Franchi, A.; Carvalho, D. L. **Psychologie Française**, n 30-3/4, p.245-52, nov.1985.

VERGNAUD, G. La Teorie des Champs Conceptuales**. RDM**, v.10, n. 23, 1990.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, Jean (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 03, p. 155-192.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar**.** Tradução Maria Lucia Moro. 3. ed. Curitiba: UFPR, 2009.

Recebido em: 20 de fevereiro de 2022
Aprovado em: 27 de julho de 2022